

## جواب کرمچاله‌ای معادلات برانس - دیکي در یک پس زمینه تابشی ناهمسانگرد

بهرام نصر اصفهانی

گروه فیزیک، دانشگاه کاشان

(دریافت مقاله: ۷۹/۵/۲۳ دریافت نسخه نهایی: ۷۹/۱۰/۳)

### چکیده

جواب کرمچاله‌ای وابسته به زمان معادلات برانس - دیکي در یک پس زمینه تابشی ناهمسانگرد ارایه شده است. میدان نرده‌ای برانس - دیکي فقط به زمان وابسته است. این وابستگی زمانی به شکل توانی است. نشان داده شده است که هندسه کرمچاله‌ای برای  $\omega \geq -\frac{3}{2}$  و در نتیجه برای مقدارهای مثبت دلخواه  $\omega$  امکان پذیر است. حد نسبیّت عام جواب به ازای  $\omega = 0$  به دست می‌آید نه به ازای  $\omega \rightarrow \infty$ . گرچه میدان نرده‌ای می‌تواند شرط انرژی را برآورده سازد اما ماده پس زمینه به طور کامل نقض کننده شرط انرژی است.

واژه‌های کلیدی: تانسور تنش - انرژی، کرمچاله، شرط انرژی

### ۱. مقدمه

نظریه برانس - دیکي به عنوان تعمیمی بر نظریه نسبیت عام بر اصل ماخ استوار است. نکته کلیدی در این نظریه وجود یک  $G$  متغیر است که با یک میدان نرده‌ای  $\phi$  رابطه عکس دارد [۱]. معادلات اساسی این نظریه از کنش

$$A = \frac{1}{16\pi} \int (\phi R + \omega \phi^{-1} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi) \sqrt{g} d^4x$$

به دست می‌آیند به طوری که وردش نسبت به  $R$  نتیجه می‌دهد

$$G_{\mu\nu} = -\frac{\Lambda\pi}{\phi} T_{M\mu\nu} - \frac{\omega}{\phi^2} \left( \phi_{;\mu} \phi_{;\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \phi_{;\rho} \phi_{;\rho} \right) - \frac{1}{\phi} \left( \phi_{;\mu\nu} - g_{\mu\nu} \square \phi \right) \quad (1)$$

و از وردش نسبت به  $\phi$  به دست می‌آید

$$\square^2 \phi = \frac{\Lambda\pi}{2\omega + 3} T_{M\mu}^{\mu} \hat{\mu} \quad (2)$$

در اینجا  $T_{M\mu\nu}$  تانسور تنش - انرژی ماده پس زمینه است که شامل میدان گرانشی و میدان نرده‌ای  $\phi$  نمی‌شود.  $\omega$  (بدون بعد) نیز پارامتر جفتیدگی است (علت انتخاب اندیس‌های کلاه‌دار بعد روشن می‌گردد).

گرچه مطالعات زیادی در چارچوب این نظریه انجام گرفته است ولی در اینجا بیشتر جوابهای کرمچاله‌ای معادلات برانس - دیکي مورد نظر ماست. قبلاً نشان داده شده بود که فقط برای  $\omega < -2$  جوابهای کرمچاله‌ای مجازند [۲]، اما اخیراً نشان داده شده است که سه دسته از چهار دسته جواب ایستایی که توسط برانس برای معادلات (۱) در خلا به دست آمده‌اند [۳]، حتی برای مقدارهای مثبت دلخواه  $\omega$  دربرگیرنده هندسه کرمچاله‌ای با قابلیت عبور دوطرفه هستند [۴]. همچنین جوابهای کرمچاله‌ای ایستا برای معادلات برانس - دیکي در حضور

به علاوه، مولفه‌های غیر صفر تانسور اینشتین می‌شوند [۷]

$$G_{\hat{r}\hat{r}} = -\frac{\ddot{R}}{R} - \frac{r\dot{R}'}{r^2 R^2} + a + a^2$$

$$G_{\hat{\theta}\hat{\theta}} = -\frac{\dot{R}'}{R} + \frac{\ddot{R}}{R} + \frac{a}{r^2 R^2(1+a)}$$

$$G_{\hat{\phi}\hat{\phi}} = \frac{\dot{R}'}{R} + \frac{\ddot{R}}{R} + \frac{a'}{r^2 R^2(1+a)}$$

$$G_{\hat{t}\hat{t}} = G_{\hat{r}\hat{r}}$$

که در آن، نقطه مشتق زمانی و پریم مشتق شعاعی را نشان می‌دهد. دیده می‌شود که در این چارچوب  $G$  قطری است. در اینجا به عنوان ماده پس زمینه شماره‌ای را با

$$T_{\hat{\mu}\hat{\nu}} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix} \quad (۴)$$

در نظر می‌گیریم. که در آن  $\rho$  چگالی جرم - انرژی و  $\tau$  تنش (عکس فشار) در جهت  $e_i$  و  $p$  فشار در جهت  $e_{\hat{r}}$  است. توجه کنید که  $T_{\hat{r}\hat{r}} = T_{\hat{\theta}\hat{\theta}} = T_{\hat{\phi}\hat{\phi}} = 0$ . این به آن معنی است که شارش انرژی (رسانش گرمایی) برای شماره مورد نظر در این چارچوب صفر است. همچنین، قطری بودن  $T_{\hat{r}\hat{r}}$  به آن معنی است که شارش تکانه بین عناصر شماره فقط در راستای عمود بر سطوح بین عناصر انجام می‌گیرد و تنش لایه‌ای وجود ندارد. در این وضعیت، ممکن است بخواهیم نتیجه بگیریم که این شماره ناوشکسان است. اما از آنجا که این شماره ناهمسانگرد است (یعنی  $-\tau \neq p$ )، چرخش مختصات می‌تواند عناصر غیرقطری را ایجاد کند که در این صورت و شکسانی مشاهده می‌شود. پس شماره ناهمسانگرد و وشکسان است. تنها اگر شماره همسانگرد باشد آنگاه  $T_{\hat{r}\hat{r}}$  در همه چارچوب‌های هم حرکت واقع بر یک عنصر شماره قطری می‌ماند و شماره ناوشکسان است [۷].

برای شماره ناهمسانگرد، فشار، چگالی یا سرعت به طرز محسوسی در فاصله‌هایی از مرتبه یک مسافت آزاد میانگین یا در زمانهایی از مرتبه یک زمان آزاد میانگین، یا هر دو، تغییر می‌کنند. در چنین شماره‌ای انرژی جنبشی به صورت گرما تلف می‌شود. به نظر می‌رسد چنین شماره‌هایی در جهان آغازین وجود داشته‌اند و خاصیت وشکسانی آنها نقش مهمی را در تشکیل ناهمگنیهای موضعی در جهان آغازین بازی کرده است که

ماده‌ای که الزاما شرط انرژی را نقض نمی‌کند، به شکل تحلیلی پیدا شده‌اند [۵].

در این مقاله امکان وجود جوابهای کرمچاله‌ای وابسته به زمان را برای معادلات برانس - دیکی در حضور یک ماده تابشی ناهمسانگرد بررسی می‌کنیم. این مثالی است مشخص برای اینکه نشان دهیم چگونه ناهمسانگردی شماره منجر به ناهمگنی جواب می‌شود. نوع چارچوب انتخاب شده و شیوه حل معادلات با آنچه که قبلا در این زمینه انجام گرفته است، تفاوت دارد [۶]. به علاوه، در اینجا بیشتر به خواص فیزیکی ماده پس زمینه و همین طور میدان نرده‌ای پرداخته شده است و با محاسبه تانسور تنش - انرژی، مسئله نقض شرط انرژی به طور دقیق مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین رفتار مجانبی جواب مطالعه شده است.

## ۲. معادلات میدان

یک فضا-زمان متقارن کروی (همسانگرد) را با متریک کلی زیر برمی‌گیریم.

$$g_{\hat{\mu}\hat{\nu}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R^2(1+a) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R^2 r^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (۳)$$

که در آن دو تابع  $R(t)$  و  $a(r)$  مجهول هستند. طبیعی است که میدان نرده‌ای  $\phi$  را نیز متقارن کروی در نظر بگیریم، یعنی

$$\phi(r,t) = \phi(r,t)$$

متریک (۳) در پایه‌های هم حرکت  $(e_t, e_r, e_\theta, e_\phi)$  نوشته شده است. محاسبات ما بسیار ساده‌تر خواهند شد هرگاه به چارچوب هم حرکت ویژه با پایه‌های

$$e_{\hat{t}} = e_t \quad e_{\hat{r}} = \frac{e_r}{R\sqrt{1+a}}$$

$$e_{\hat{\theta}} = \frac{e_\theta}{rR} \quad e_{\hat{\phi}} = \frac{e_\phi}{rR \sin \theta}$$

رجوع کنیم. می‌توان نشان داد که در این چارچوب متریک (۳) می‌شود

$$g_{\hat{\mu}\hat{\nu}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

تانسورهای  $G_{\mu\nu}$  و  $T_{\mu\nu}$  و  $\mathcal{E}_{\mu\nu}$  همه قطری هستند. پس، عبارت

$$H_{\mu\nu} = \frac{\omega}{\phi^2} \phi_{;\mu} \phi_{;\nu} + \frac{1}{\phi} \phi_{;\mu;\nu}$$

هم باید قطری باشد. با استفاده از تقارن کروی  $\phi$  نتیجه می‌گیریم که تنها عناصر غیرقطری در عبارت بالا، عبارتند از

$$H_{\hat{0}\hat{1}} = H_{\hat{1}\hat{0}} = \frac{\omega}{\phi^2} \frac{\partial \phi}{\partial x^{\hat{0}}} \frac{\partial \phi}{\partial x^{\hat{1}}} +$$

$$\frac{1}{\phi} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^{\hat{1}} \partial x^{\hat{0}}} - \Gamma_{\hat{1}\hat{1}}^{\hat{0}} \frac{\partial \phi}{\partial x^{\hat{0}}} - \Gamma_{\hat{0}\hat{0}}^{\hat{1}} \frac{\partial \phi}{\partial x^{\hat{1}}} \right)$$

با توجه به رابطه تبدیل بردارهای پایه که در بخش ۱ آمده است و قانون تبدیل نمادهای کریستوفل، بعد از مقداری محاسبه، به دست می‌آوریم [۷]

$$H_{\hat{0}\hat{1}} = \frac{P'}{PQR\sqrt{1+a}} \left( (\omega+1)\dot{Q} - \frac{\dot{R}}{R}Q \right)$$

که باید مساوی با صفر باشد. بنابراین، دو حالت پیش می‌آید: یا  $P'=0$  که نتیجه می‌دهد

$$P(r) = P_0 = \text{constant} \quad (12)$$

$$\text{یا } (\omega+1)\frac{\dot{Q}}{Q} = \frac{\dot{R}}{R} \text{ که نتیجه می‌دهد}$$

$$R \propto Q^{(\omega+1)} \quad (13)$$

ابتدا حالت اول را در نظر می‌گیریم که در آن میدان نرده‌ای  $\phi$  فقط تابع زمان است. در این حالت، روشن است که معادله (۹) نتیجه می‌دهد  $c_1=0$ . به علاوه، از معادله (۱۱) داریم

$$-\frac{\gamma ra' + a + a^2}{(1+a)^2 r^2} = c_2$$

که با یک انتگرال‌گیری ساده جواب آن چنین به دست می‌آید

$$a(r) = \frac{1}{1 + \frac{c_2}{\gamma} r^2 - \frac{b_0}{r}} - 1 \quad (14)$$

که در آن  $b_0$  یک ثابت انتگرال‌گیری است که آن را مثبت می‌گیریم. در این مقاله ما بحث خود را به فضا-زمان‌هایی که به طور مجانبی تخت هستند محدود می‌کنیم. بنابراین باید  $\lim_{r \rightarrow \infty} a(r) = 0$  باشد که ایجاب می‌کند  $c_2=0$ . در نتیجه داریم

$$a(r) = \frac{1}{1 - \frac{b_0}{r}} - 1 \quad (15)$$

در نهایت به تشکیل کلهکشانها و خوشه‌های کلهکشانی منجر شده‌اند [۸].

اکنون شرط بی‌رد بودن را بر تانسور تنش - انرژی (۴) اعمال می‌کنیم

$$T_M^{\hat{\mu}} \hat{\mu} = \gamma p - \rho - \tau = 0$$

از این رو، یک شماره تابشی ناهمسانگرد خواهیم داشت.

با شرط بی‌رد بودن تانسور تنش - انرژی، معادله (۲) می‌شود

$$\square^2 \phi = r^2 \sqrt{1+a} (R^{\gamma} \dot{\phi}) - R \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r^2 \phi'}{\sqrt{1+a}} \right) = 0 \quad (5)$$

به علاوه، اگر از دو طرف معادله (۱) رد بگیریم، به معادله

$$G^{\hat{\mu}}_{\hat{\mu}} = \frac{\omega}{\phi^2} \phi_{;\mu}^{\hat{\mu}} \phi_{;\mu}^{\hat{\mu}}$$

یا

$$\frac{\gamma (R^{\gamma} + R\ddot{R})}{R^{\gamma}} + \frac{\gamma (ra' + a + a^2)}{r^2 R^{\gamma} (1+a)^2} = \frac{\omega}{\phi^2} \left( -\dot{\phi}^2 + \frac{\phi'^2}{R^2 (1+a)} \right) \quad (6)$$

می‌رسیم. سپس در معادلات (۵) و (۶) قرار می‌دهیم

$$\phi(r,t) = P(r) Q(t) \quad (7)$$

و آنها را جداسازی می‌کنیم. به این ترتیب چهار معادله زیر به دست می‌آیند.

$$\frac{1}{RQ} \frac{d}{dt} (R^{\gamma} \dot{Q}) = c_1 \quad (8)$$

$$\frac{1}{r^2 P \sqrt{1+a}} \frac{d}{dr} \left( \frac{r^2 P'}{\sqrt{1+a}} \right) = c_1 \quad (9)$$

$$\gamma (R\ddot{R} + \dot{R}^2) + \omega R^2 \frac{\dot{Q}}{Q} = c_2 \quad (10)$$

$$\frac{\omega P'^2}{1+a P^2} - \frac{\gamma (ra' + a + a^2)}{(1+a)^2 r^2} = c_2 \quad (11)$$

که در آن  $c_1$  و  $c_2$  ثابتهای جداسازی هستند.

### ۳. حل معادلات میدان

معادله (۱) را همراه با معادله (۵) در نظر می‌گیریم. می‌دانیم

در نظر می‌گیریم. با مساوی گذاشتن این دو طول قوس و حل معادله حاصل، رویه زیر حاصل می‌شود

$$z(r) = \pm 2b_0 \left( \frac{r}{b_0} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}$$

شکل (۱) این رویه را نشان می‌دهد. آشکار است که آنچه توسط متریک (۲۰) توصیف می‌شود کرمچاله‌ای است در حال تحول با شعاع گلوگاه  $b_0$  که دو فضا - زمان با ۳- فضاهای تخت را به یکدیگر ربط می‌دهد. به طور دقیقتر، این کرمچاله‌ای است با تابع شکل ثابت و بدون افق، و از این رو دارای قابلیت گذر دوطرفه [۹]. جالب است توجه کنیم که جواب کرمچاله‌ای به دست آمده به ازای  $\omega \geq -\frac{3}{4}$  و از این رو به ازای  $\omega > 0$  امکان پذیر است. به علاوه، اگر در معادله (۱۹) قرار دهیم  $\omega = \frac{1}{4}$  آنگاه  $\alpha = 1$  در این صورت کرمچاله مورد نظر دو فضا زمان رو برتسون - واکر در دوران غلبه تابش با  $k=0$  را به یکدیگر وصل می‌کند یعنی در این حالت جواب به دست آمده با جوابی که از حل معادلات اینشتین در یک پس زمینه تابشی ناهمسانگرد به دست می‌آید [۶] یکی است. به عبارت دیگر حد نسبیت عام جواب به ازای  $\omega = 0$  به دست می‌آید. این در حالی است که گفته می‌شود در حد  $\omega \rightarrow \infty$  نظریه برانس - دیکی به نسبیت عام نزدیک می‌شود [۸].

اکنون به سراغ حالتی می‌رویم که معادله (۱۳) به تنهایی برقرار است. در حالت ایستا، میدان نرده‌ای باید شرط مرزی  $\phi(\infty) = \text{constant}$  را برآورده سازد [۳ و ۱۰]. بدیهی است که در حالت وابسته به زمان هم این شرط برقرار است، به طوری که در اینجا می‌توانیم بنویسیم

$$P(\infty) = P_0$$

بنابراین، رفتار مجانبی معادلات (۹) و (۱۱) چنین خواهد بود

$$\frac{1}{r^2 P_0} (r^2 P')' = c_1$$

$$\omega \frac{P'^2}{P_0^2} = c_2$$

جوابهای این دو معادله به سادگی به دست می‌آیند. این جوابهای موقعی با شرط مرزی بالا سازگارند که  $c_1 = c_2 = 0$ . بنابراین، در این حالت نیز معادلات (۱۶) و (۱۷) برقرارند. به علاوه، (۱۳) هم باید برقرار باشد. این سه معادله دارای جوابهای سازگار به

در این شرایط معادلات (۸) و (۱۰) چنین می‌شوند

$$\frac{d}{dt} (R^3 \dot{Q}) = 0 \quad (16)$$

و

$$6 (R\ddot{R} + \dot{R}^2) + \omega R^2 \frac{\dot{Q}^2}{Q^2} = 0 \quad (17)$$

برای حل این معادلات غیرخطی جفت شده ما جوابهای توانی  $R(t) = At^\alpha$  و  $Q(t) = Bt^\beta$  را آزمایش می‌کنیم پس از جایگذاری نتیجه می‌شود  $\beta = 1 - 3\alpha$

$$\alpha(\omega) = \frac{3(1+\omega) \pm \sqrt{9+6\omega}}{3(4+3\omega)} \quad (19)$$

به این ترتیب  $\alpha$  و  $\beta$  مشخص می‌گردند.

سرانجام جواب چنین به دست می‌آید

$$ds^2 = -dt^2 + A^2 t^{2\alpha} \left[ \frac{dr^2}{1 - \frac{b_0}{r}} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (20)$$

که با یک میدان نرده‌ای شکل  $\phi(r,t) = P_0 B t^\beta$  همراه است. این جواب به طور فضایی ناهمگن است که این پیامدی است از حضور ماده ناهمسانگرد.

با انتخاب علامت مثبت در (۱۹) همواره  $\alpha$  مثبت است و از یک مقدار صفر در  $t=0$  رشد می‌کند و بدون حد زیاد می‌شود. در نتیجه، متریک (۲۰) فضا زمانی را وصف می‌کند که شعاع آن همواره در حال افزایش است. در این حال  $\beta$  همیشه منفی است و میدان نرده‌ای در  $t=0$  تکین است ولی با گذشت زمان به صفر نزدیک می‌شود. در صورت انتخاب علامت منفی در (۱۹)، فقط به ازای  $-\frac{4}{3} < \omega < 0$ ،  $\alpha$  منفی است. بنابراین  $R(t)$  در  $t=0$  تکین است و با گذشت زمان کاهش می‌یابد.

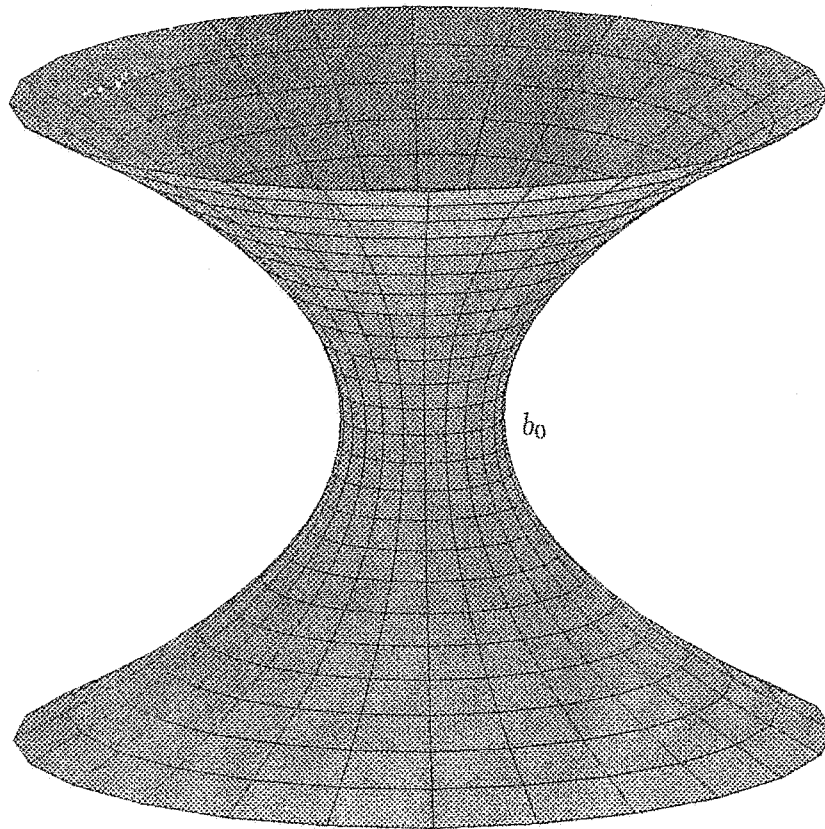
در اینجا مناسب است که نمودار غوطه‌وری را برای متریک (۲۰) به دست آوریم. مقطع ثابت  $t$  و  $\theta = \frac{\pi}{2}$  را (با توجه به تقارن کروی متریک) می‌گیریم. در این صورت رویه‌ای دوبعدی خواهیم داشت با طول قوس

$$ds^2 = \frac{r}{r-b_0} dr^2 + r^2 d\phi^2$$

اکنون یک فضای سه بعدی با طول قوس

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\phi^2 + dz^2$$

در مختصات استوانه‌ای  $(r, \phi, z)$  را به عنوان فضای غوطه‌وری



شکل ۱. نمودار غوطه‌وری برای متریک (۲۰). این عبارت است از کرمچاله‌ای به شعاع گلوگاه  $b_0$  که به طور مجانبی تخت است.

ابتدا، با جایگذاری  $\phi$  از بخش قبل در معادله (۲۱)، مؤلفه‌های غیرصفر  $T_{\phi\hat{\mu}\hat{\nu}}$  را حساب می‌کنیم. داریم

$$\hat{\rho} = T_{\phi\hat{t}\hat{t}} = \frac{2B}{\Lambda\pi} \alpha^2 t^{-(1+3\alpha)}$$

$\hat{\rho} = T_{\phi\hat{t}\hat{t}} = T_{\phi\hat{r}\hat{r}} = T_{\phi\hat{\theta}\hat{\theta}} = T_{\phi\hat{\phi}\hat{\phi}} = \frac{\alpha(2-3\alpha)}{\Lambda\pi} B t^{-(1+3\alpha)}$  جالب توجه است که  $T_{\phi\hat{\mu}\hat{\nu}}$  همسانگرد است و از این رو، نوعی شماره کامل را توصیف می‌کند. در اینجا مناسب است که رد  $T_\phi$  را حساب کنیم. داریم

$$T_{\phi\hat{\mu}\hat{\nu}} = g^{\hat{\mu}\hat{\nu}} T_{\phi\hat{\mu}\hat{\nu}} = \frac{6B\alpha}{\Lambda\pi} (1-2\alpha) t^{-(1+3\alpha)}$$

جالب این است که در  $\alpha = \frac{1}{3}$  یعنی در حد نسبت عام، رد صفر می‌شود و میدان نرده‌ای یک میدان تابشی را وصف می‌کند. به علاوه، برای  $\alpha = \frac{2}{3}$  که در آن  $\omega = -\frac{4}{3}$  رخ می‌دهد  $\hat{p} = 0$  و این تانسور یک غبار را وصف می‌کند (معادله (۱۹) با علامت مثبت در  $\omega = -\frac{4}{3}$  تکین نیست!).

صورت  $R(t) = At$  و  $Q = Bt^{-2}$  هستند که فقط به ازای  $\omega = -\frac{3}{2}$  رخ می‌دهند. از این رو، حالت اخیر کلی نیست و آن را کنار می‌گذاریم.

#### ۴. تانسور تنش - انرژی و شرط انرژی

در نظریه برانس - دیکی با دو نوع تانسور تنش - انرژی روبرو هستیم. یکی  $T_{M\hat{\mu}\hat{\nu}}$  که پیشتر معرفی شد و دیگری تانسور تنش - انرژی میدان نرده‌ای است که چنین تعریف می‌شود

$$T_{\phi\hat{\mu}\hat{\nu}} = \frac{\omega}{\Lambda\pi\phi} \phi_{;\hat{\mu}} \phi_{;\hat{\nu}} - \frac{\omega}{16\pi\phi} g_{\hat{\mu}\hat{\nu}} \phi_{;\hat{\rho}} \phi_{;\hat{\rho}} + \frac{1}{\Lambda\pi} \phi_{;\hat{\mu};\hat{\nu}}$$

$$-\frac{1}{\Lambda\pi} g_{\hat{\mu}\hat{\nu}} \square^2 \phi \tag{21}$$

به طوری که معادلات برانس - دیکی (۱) را می‌توان چنین نوشت [۸]

$$G_{\hat{\mu}\hat{\nu}} = -\frac{\Lambda\pi}{\phi} (T_{M\hat{\mu}\hat{\nu}} + T_{\phi\hat{\mu}\hat{\nu}}) \tag{22}$$

$$T'_M = A T_M \tilde{A} = \begin{bmatrix} -\tau\gamma^2\beta^2 & \tau\gamma^2\beta & \cdot & \cdot \\ \tau\gamma^2\beta & -\tau\gamma^2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & p & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & p \end{bmatrix}$$

که در آن  $A$  ماتریس تبدیل برای خیز لورنتس است و  $T_M$  ماتریس تعریف شده در عبارت (۴) است که در آن قرار داده‌ایم  $\rho = 0$ . در نتیجه، ناظری یافته‌ایم که چگالی جرم - انرژی را غیر صفر اما منفی اندازه می‌گیرد. این تاییدی است بر نقض شرط انرژی توسط ماده. به علاوه، وجود عناصر غیرقطری نشان می‌دهد که این ناظر یک رسانش گرمایی را در راستای حرکتش اندازه می‌گیرد. با اینکه از دید این ناظر عناصر شماره در جهت خلاف  $\hat{e}_1$  حرکت می‌کنند اما به دلیل منفی بودن جرم رسانش گرمایی مثبت است. انتظار داریم که مسیر ژئودزیک این ناظر چنان باشد که گویا تحت تاثیر یک نیروی دافعه گرانشی قرار دارد. این مطلب به طور کلی برای کرمچاله‌های قابل گذر ایستا ثابت شده است [۱۲].

مساله جرم منفی و پیامدهای آن بحث تازه‌ای نیست. از سال ۱۹۵۷ تاکنون تحقیقات زیادی درباره وجود ماده با جرم منفی و تاثیر آن در مکانیک کلاسیک و نسبیت عام انجام گرفته است [۱۳، ۱۴ و ۱۵] و اخیراً در تلاشی برای توجیه شعاع الکترون مقداری جرم در حال سکون منفی به آن نسبت داده‌اند [۱۶].

همان طور که از معادله (۲۳) برمی‌آید در حد  $\Gamma \rightarrow \infty$  ماده نامتعارف پس زمینه به شکل  $\frac{1}{\Gamma^3}$  محو می‌شود. به طوری که در این حد فقط میدان نرده‌ای همسانگرد  $\phi$  حضور دارد و جواب (۲۰) به طور فضایی همگن می‌شود. در این حالت به جواب خلا وابسته به زمان معادلات برانس - دیکی می‌رسیم که قبلاً توسط اهانلن و توپر پیدا شده است [۱۷].

سپس، مؤلفه‌های  $T_{\phi\mu\nu}$  را در معادله (۲۲) قرار می‌دهیم و با استفاده از مؤلفه‌های  $G_{\mu\nu}$  در بخش ۲، مؤلفه‌های  $T_{M\mu\nu}$  را به دست می‌آوریم

$$\rho(r,t) = 0$$

$$\tau(r,t) = \tau p(r,t) = \frac{Bb_0}{4\pi A^2 \Gamma^3} t^{1-5\alpha} \quad (23)$$

یکی از مسائلی که از دیرباز در مورد کرمچاله‌ها مطرح بوده است، مساله نقض شرط انرژی توسط ماده‌ای است که آنها را ایجاد کرده است [۹ و ۱۱]. برای ماده نقض کننده شرط انرژی داریم  $\tau > \rho$  و می‌توان اثبات کرد ناظرهایی وجود دارند که  $\rho$  را منفی اندازه می‌گیرند. از این رو، این یک ماده نامتعارف است. در مورد میدان نرده‌ای  $\phi$  دیده می‌شود که همواره  $\rho > 0$ . از طرفی

$$\tilde{\tau} - \tilde{\rho} = -\tilde{p} - \tilde{\rho} = -\frac{B\alpha}{4\pi} t^{-(1+3\alpha)}$$

که برای  $\alpha < 0$  مثبت است. پیش از این اشاره کردیم که فقط در صورت انتخاب علامت منفی در (۱۹)، آن هم به ازای  $0 < \omega < -\frac{4}{3}$ ،  $\alpha$  منفی است. در این حالت میدان نرده‌ای شرط انرژی را نقض می‌کند و نامتعارف است. در بقیه حالت‌هایی که  $\alpha \geq 0$  میدان نرده‌ای متعارف است. برای ماده پس زمینه داریم

$$\tau - \rho = \frac{Bb_0}{4\pi A^2 \Gamma^3} t^{1-5\alpha}$$

که همواره مثبت است و در نتیجه ماده پس زمینه به طور کامل نامتعارف است. مناسب است مساله را از دید ناظری بنگریم که در راستای  $\hat{e}_1$  بر یک مسیر ژئودزیک حرکت می‌کند. با یک خیز لورنتس موضعی می‌توان مؤلفه‌های تانسور تنش - انرژی را برای این ناظر به دست آورد. داریم

## مراجع

1. C H Brans and R H Dicke, *Phys. Rev.* **124**, 925 (1961).
2. A Agnese and M La Cammer, *Phys. Rev.* **D51**, 2011 (1995).
3. C H Brans, *Phys. Rev.* **125**, 2194 (1962).
4. K K Nandi, A Islam and J Evans, *Phys. Rev.* **D55**, 2497 (1997).
5. L A Anchordoqui, S P Bergliaffa and D F Torres, *Phys. Rev.* **D55**, 3226 (1997).
6. N Riazi and B Nasre Esfahani, *Astrophysics and Space Science*, **271**(3), 237 (2000).
7. B Nasre Esfahani, Ph.D. Thesis, Shiraz University, Shiraz (1999).
8. S Weinberg, "Gravitation and Cosmology", John

13. H Bondi, *Rev. Mod. Phys.* **29**, 423 (1957).
14. W B Bonnor, *Gen. Relativ. Gravit.* **21**, 1143 (1989).
15. R L Forward, *New Scientist* **125**, 54 (1990).
16. W B Bonnor and F I Cooperstock, *Phys. Lett.* **A139**, 442 (1989).
17. L O'Hanlon and B O Tupper, *Novo Cimento* **7B**, 305 (1972).
9. M S Morris and K S Thorne, *Am J. Phys.* **56**, 395 (1988).
10. H R Askari, Ph.D. Thesis, Shiraz University, Shiraz (1994).
11. T A Romman, *Phys. Rev.* **D47**, 1370 (1993).
12. B Nasre Esfahani and N Riazi, *Iranian Journal of Science & Technolog.* **A24(2)**, 139 (2000).