

## بهینه‌سازی بازتابش آینه‌های نانو- چند لایه‌ای متناوب پرتو ایکس در سه انرژی لبه جذب $Cr-K\alpha$ و $Co-K\alpha$ و $Ti-K\alpha$

حسن قویدل<sup>۱</sup>، حسین خسروآبادی<sup>۲،۳</sup> و محمد اتوکش<sup>۱</sup>

۱. دانشکده مهندسی انرژی دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۲. دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۳. شتاب‌دهنده سزامی، الان، اردن

پست الکترونیکی: hossein.khosro@sesame.org.jo

### چکیده

در این مقاله یک روش ساده برای بهینه‌سازی بازتابش آینه‌های نانو- چند لایه متناوب پرتو ایکس در سه انرژی  $Cr-K\alpha$  و  $Co-K\alpha$  و  $Ti-K\alpha$  برای رسیدن به بیشترین بازتابش بر اساس روش ضخامت یک چهارم- موج<sup>۱</sup> (QW) ارائه شده است. در این روش اگر ضخامت لایه‌ها مضرب فردی از ضخامت QW باشند، پرتوهای ایکس خروجی تداخل سازنده انجام می‌دهند و در این حالت در منحنی بازتابش یک قله به نام قله براگ خواهیم داشت. ضخامت QW به زاویه و انرژی پرتو ورودی وابسته است. برای چند آینه نانو- چند لایه دلخواه در انرژی‌های مذکور و با تغییر زاویه از ۰/۵ تا ۸ درجه ضخامت QW برای لایه‌ها تعیین شد و بازتابش قله براگ در تمام زوایا با استفاده از نرم افزار IMD به دست آمد. با رسم منحنی بازتابش قله‌های براگ بر حسب زوایای مورد نظر، بیشترین بازتابش به دست می‌آید.

واژه‌های کلیدی: بازتابش پرتو ایکس، آینه نانو- چند لایه‌ای، روش یک چهارم موج

### ۱. مقدمه

مجهز به این آینه‌ها به کاربر می‌رسد. آینه‌های متناوب استفاده شده در این مقاله از دو ماده متفاوت تشکیل شده‌اند که به صورت متوالی روی هم لایه نشانی می‌شوند. می‌توان این آینه‌ها را برای رسیدن به گستره وسیعی از مشخصه‌های اپتیکی طراحی و بهینه‌سازی کرد. پارامترهایی نظیر مواد موجود در لایه‌ها، ضخامت و تعداد لایه‌ها، میزان زبری سطح و... در میزان بازتاب پرتو فرودی مؤثرند. در این تحقیق یک روش بهینه‌سازی چند لایه پرتو ایکس برای دستیابی به یک

آینه‌های تک لایه علاوه بر ارزان بودن در محدوده وسیعی از طول موج و زاویه‌ای از پرتو فرودی کارایی دارند، ولی بازتابش نور محدودی دارند. آینه‌های چند لایه به طور معمول در کاربردهای اپتیکی مثل بازتاب، تکفام سازی و همگرا یا واگرا کردن پرتو فرودی استفاده می‌شوند. یکی از کاربردهای آن‌ها در شتاب‌دهنده‌هاست که پرتو خروجی با بازتاب در مجرای

۱. Quarter wave

$$QW_j = \frac{\lambda}{4\sqrt{n_j^2 - n_0^2 \cos^2 \theta_m}} \quad (7)$$

برای پرتو ایکس با انرژی بیشتر از ۱ keV، همه مواد یک جذب قابل توجه را نشان می‌دهند و یک ضریب شکست  $n$  دارند که عددی است خیلی نزدیک به یک و برابر است با:

$$n = (1 - \delta) + i\beta, \quad (8)$$

$\delta$  تصحیح پراکندگی و  $\beta$  تصحیح جذب مقادیر مثبتی اند که از  $10^{-5}$  کمتر می‌باشند. این محدودیت‌ها باعث می‌شوند بازتابش سودمند آینه‌های پرتو ایکس برای یک تک لایه معمولاً کمتر از ۱ درجه باشد. بر اساس این روش ساده‌ترین ساختار چند لایه انباشتی از فیلم‌های با ضریب شکست بالا و پایین خواهد بود که هر کدام ضخامت فازی QW دارند. اگر ضخامت فازی تمام لایه‌ها برابر QW باشد در این صورت تمام لایه‌ها یک ضخامت فازی مشترک خواهند داشت. در این شرایط تداخل سازنده بین پرتوهای بازتابش کرده در جلوی فیلم رخ می‌دهد و بیشترین بازتابش را خواهیم داشت [۶].

### ۳. روش طراحی و لایه نشانی آینه چند لایه

از رابطه (۲) می‌توان نتیجه گرفت که بازتابش بیشینه برای ضخامت‌هایی با مضرب فرد از ضخامت QW اتفاق می‌افتد. از طرفی طبق نظریه اسپیلر [۷] در لایه نشانی ماده اول با جذب کمتر (یا عدد اتمی) و ماده دوم با ضریب بازتاب بالاتر انتخاب می‌شود. نظریه او با یک روش منطقی اثبات شد هر چند فاقد پایه تئوری قوی است. لایه نشانی را به شکل زیر انجام می‌دهیم:

الف) با یک زیر لایه با  $Z$  (عدد اتمی) پایین شروع می‌کنیم.  
ب)  $N$  جفت لایه  $Z$  بالا/ $Z$  پایین را با ضخامت‌های زیر لایه نشانی می‌کنیم:  $(2k+1)QW_H$  برای  $Z$  های بالا و  $(2m+1)QW_L$  برای  $Z$  های پایین.  
ج) در پایان یک لایه با  $Z$  بالا با ضخامت  $(2p+1)QW_L$  لایه نشانی می‌کنیم.

باتوجه به منحنی رشد نشان داده شده در شکل ۲ بازتابش با لایه نشانی تعدادی زوج از لایه‌ها کاهش می‌یابد و در حالتی که تعداد

بازتابش بالا بر اساس ضخامت یک چهارم موج مورد مطالعه قرار گرفته شده است. این روش بهینه‌سازی بازتابش در حین کار آمد بودن از سادگی زیادی برخوردار است.

### ۲. معرفی روش بهینه سازی بازتابش

اساس روش بهینه سازی ضخامت QW مشابه روش یاماموتو و نامیوکا [۱] و لاروکورت [۲، ۳] است که هر دو بر اساس استفاده از معادله برنینگ<sup>۱</sup> [۴] و معادله پارات [۵] برای دامنه بازتابش می‌باشند. مطالعات نشان می‌دهند اگر ضخامت لایه‌ها مضرب فردی از ضخامت QW باشد بازتابش بیشینه خواهیم داشت. شکل ۱ طرح‌واره بازتابش از روی یک چند لایه‌ای و تداخل امواج بازتابیده را نشان می‌دهد. اختلاف راه رسیدن دو پرتو در لایه  $j$ ام با ضخامت  $d_j$  و ضریب شکست  $n_j$  برابر است با:

$$\Delta x = 2n_j d_j \cos \theta_j. \quad (1)$$

قانون اسنل در لایه  $j$ ام به صورت رابطه زیر است:

$$n_j \sin \theta_j = n_0 \sin \theta_0. \quad (2)$$

از ترکیب روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\Delta x = 2d_j \sqrt{n_j^2 - n_0^2 \cos^2 \theta_m}. \quad (3)$$

اختلاف راه رسیدن دو پرتو با رابطه (۴) به اختلاف راه رسیدن آنها مرتبط می‌شود که  $\lambda$  طول موج پرتو ایکس فرودی است

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x. \quad (4)$$

دو موج در صورتی تداخل سازنده دارند که اختلاف فاز رسیدن آنها به هم مضرب فردی از  $\pi$  باشد.

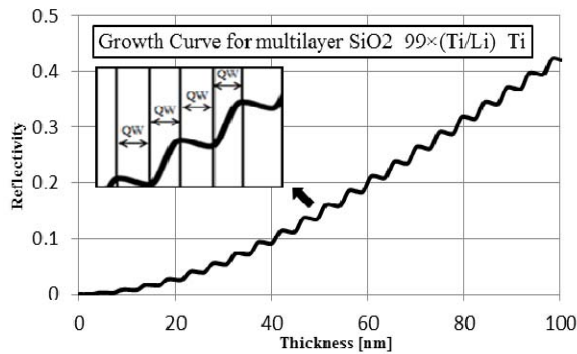
$$(2m+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda} (2d_j \sqrt{n_j^2 - n_0^2 \cos^2 \theta_m}). \quad (5)$$

در نتیجه ضخامتی که در آن امواج تداخل سازنده می‌کنند و بازتابش بیشینه داریم برابر است با:

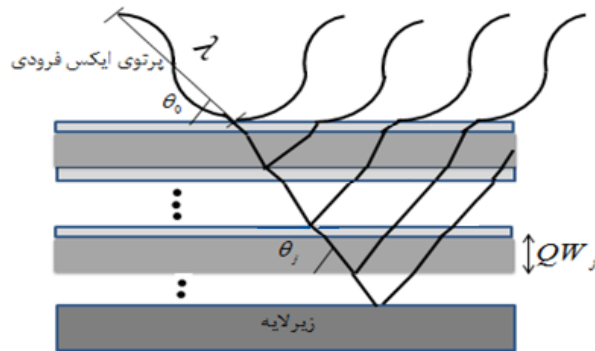
$$d_j^{Opt} = (2m+1) \frac{\lambda}{4\sqrt{n_j^2 - n_0^2 \cos^2 \theta}} \quad (6)$$

و ضخامت QW لایه  $j$ ام برابر است با:

۱. Berning equation



شکل ۲. نمودار بازتابش بر حسب ضخامت در حین لایه نشانی برای آینه چند لایه  $SiO_2 - 99 \times (Ti / Li) - Ti$  در زاویه  $1.72^\circ$  با سطح برخورد.



شکل ۱. تصویری طرح‌واره از یک آینه چند لایه متناوب پرتو ایکس با ضخامت لایه‌هایی برابر مضرب فردی از  $QW$ .

جدول ۱. مقادیر  $\delta$  و  $\beta$  برای چند ماده مورد نظر در خط  $Ti - K\alpha$ .

نوع ماده	$\delta$	$\beta$
Li	$4.7159 \times 10^{-6}$	$2.0036 \times 10^{-9}$
Ti	$3.8161 \times 10^{-5}$	$1.0756 \times 10^{-6}$
Cu	$8.2129 \times 10^{-5}$	$4.8510 \times 10^{-6}$
Al	$2.7313 \times 10^{-5}$	$1.4752 \times 10^{-6}$
Ni	$8.4816 \times 10^{-5}$	$4.5143 \times 10^{-6}$
C	$2.2619 \times 10^{-5}$	$1.2517 \times 10^{-7}$
Si	$2.4390 \times 10^{-5}$	$1.6239 \times 10^{-6}$
Mo	$9.0684 \times 10^{-5}$	$1.5819 \times 10^{-5}$
W	$1.5074 \times 10^{-4}$	$3.0174 \times 10^{-5}$
Pt	$1.6496 \times 10^{-4}$	$3.9431 \times 10^{-5}$

مدل مرجع [۶] نشان می‌دهد. برای مدل کردن آینه‌های سه خط مذکور ۹۹ جفت لایه با یک زیر لایه از جنس  $SiO_2$  و یک لایه اضافی در سطح استفاده شد. برای بهینه‌سازی یک آینه چند لایه در یکی از انرژی‌های مذکور با تغییر زاویه از  $0.5^\circ$  تا  $8^\circ$  درجه ضخامت  $QW$  برای دو لایه تعیین می‌شود و برای هر حالت مختصات قله بازتابش به دست می‌آید. با رسم نمودار این قله‌ها بر حسب زاویه، مختصات زاویه‌ای که بیشترین بازتابش را می‌دهد گزارش می‌شود. طراحی در ضخامت جفت لایه‌های  $(1QW/1QW)$  انجام می‌شود. روند انجام بهینه‌سازی در

لایه‌ها فرد باشد کاهش می‌یابد. برای اینکه بازتابش در آخرین لایه به شکل صعودی افزایش یابد، این تک لایه اضافه شد.

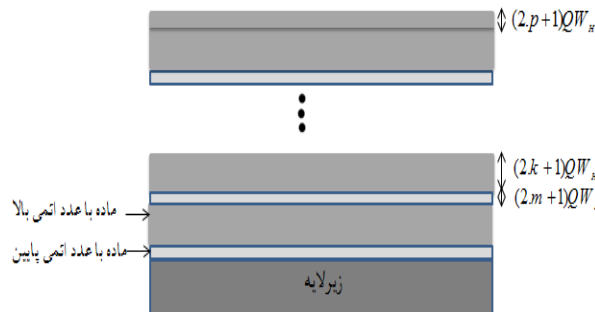
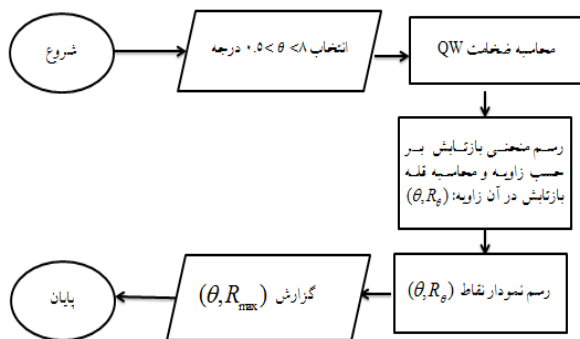
موارد بالا را می‌توان با فرمول زیر خلاصه کرد [۶]:

$$\frac{SiO_2 / N \cdot [high - Z((2.k + 1) \cdot QW_H)] / low - Z((2.m + 1) \cdot QW_L)] / high - Z((2.p + 1) \cdot QW_H)}{9} \quad (9)$$

به نمودار بازتابش بر حسب ضخامت در حین لایه نشانی منحنی رشد گفته می‌شود. رسم آن از بازتابش زیر لایه شروع می‌شود، با افزودن لایه اول از ضخامت  $QW_L$  در مرحله اول و سپس افزودن لایه دوم از ضخامت  $QW_L + QW_H$  در مرحله دوم و نمودار بازتابش در حین لایه نشانی رسم می‌شود. در شکل ۲ منحنی رشد برای آینه چند لایه  $SiO_2 - 99 \times (Ti / Li) - Ti$  در زاویه  $1.72^\circ$  درجه با سطح برخورد رسم شده است.

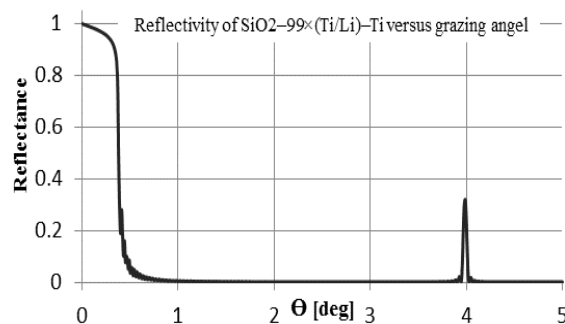
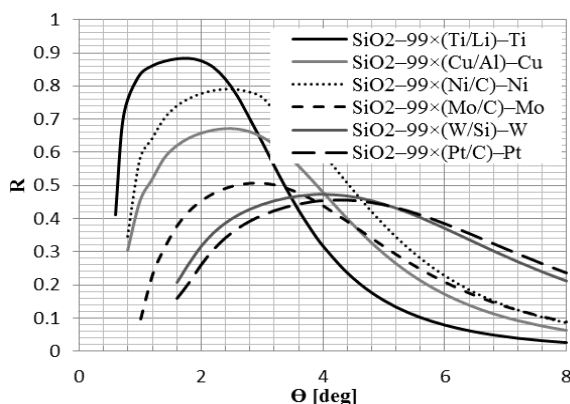
#### ۴. نتایج و محاسبات

یک فهرست از بازتابش‌های پرتو ایکس به دست آمده برای ساختارهای چند لایه مختلف توسط مرکز اپتیک پرتو ایکس در آزمایشگاه ملی لارنس برکلی منتشر شده است [۸]. چند نمونه از ساختارهای چند لایه مرجع [۹] را در سه خط  $(4.9303 \text{ keV})Co - K\alpha$  و  $(4.5108 \text{ keV})Ti - K\alpha$  و  $(5.4147 \text{ keV})Cr - K\alpha$  با استفاده از نرم افزار IMD مدل کردیم. شکل ۳ ضخامت لایه‌ها و نحوه چیدمان آنها را بر اساس



شکل ۴. مراحل بهینه‌سازی بازتابش آینه‌های چند لایه پرتو ایکس.

شکل ۳. مدل استفاده شده در مرجع [۶]. ضخامت لایه‌ها و نحوه چیدمان آنها در حین لایه نشانی به روش ضخامت QW در شکل نشان داده شده است.

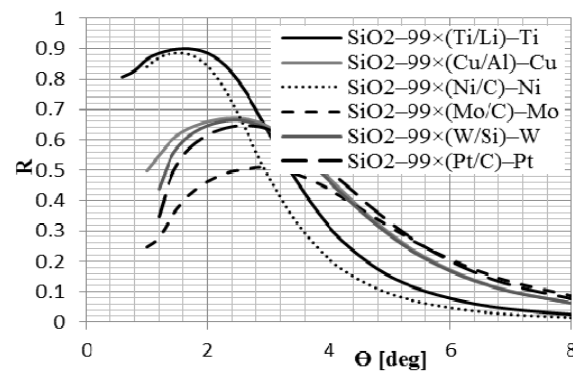
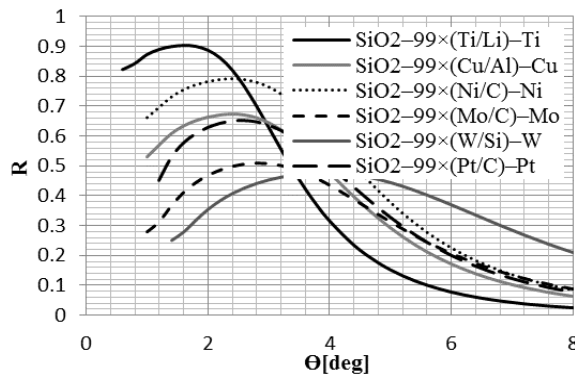


شکل ۶. نمودار بازتابش بیشینه برحسب زاویه پرتو فرودی در ضخامت  $1QW/1QW$  از جفت لایه‌ها و انرژی  $Ti-K\alpha$ .

شکل ۵. قله براگ بازتابش برای زاویه آینه چند لایه  $SiO_2-99 \times (Ti/Li)-Ti$  در زاویه ۴ درجه با افق و انرژی  $Ti-K\alpha$ .

معرف زاویه فرودی پرتو است) به دست آمد. اگر از زاویه ۰٫۵ شروع شود و ارتفاع قله ها تا زاویه ۸ درجه محاسبه شود، از رسم این نقاط  $(\theta, R_\theta)$  نمودار قله بر حسب زاویه پرتو ورودی به دست می‌آید که نقطه بیشینه این نمودارها مختصات  $(\theta, R_{max})$  را می‌دهد. تعداد نقاط استفاده شده در هر منحنی ۲۱ عدد می‌باشد. نمودار قله بازتابش بر حسب زاویه پرتو فرودی ایکس برای آینه‌های چند لایه دلخواه در ضخامت جفت لایه‌های  $(1QW/1QW)$  و در انرژی  $Ti-K\alpha$  در شکل ۶ و برای انرژی‌های  $Co-K\alpha$  و  $Cr-K\alpha$  به ترتیب در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده‌اند.

شکل ۴ نمایش داده شده است. مقادیر  $\beta$  و  $\delta$  برای مواد استفاده شده در آینه‌های چندلایه در انرژی  $Ti-K\alpha$  از مرجع [۱۰] به دست آمدند و در جدول ۱ نشان داده شده‌اند. به عنوان مثال در زاویه ۴ درجه پرتو ایکس فرودی با افق و انرژی  $Ti-K\alpha$  برای آینه چند لایه  $SiO_2-99 \times (Ti/Li)-Ti$  ضخامت‌های  $QW_{Ti} = 0.9960033$  و  $QW_{Ti} = 0.9928633$  به دست می‌آیند و نمودار بازتابش بر حسب زاویه همانند شکل ۵ خواهد بود. همان طور که گفته شد در این زاویه بازتابش بیشینه یا قله براگ داریم. در زاویه ۴ درجه ارتفاع قله  $R_p = 0.3214$  (اندیس ۴



شکل ۷. نمودار بازتابش بیشینه بر حسب زاویه پرتو فرودی در ضخامت  $(QW/QW)$  از جفت لایه‌ها و انرژی  $Cr-K\alpha$ .  
شکل ۸. نمودار بازتابش بیشینه بر حسب زاویه پرتو فرودی در ضخامت  $(QW/QW)$  از جفت لایه‌ها و انرژی  $Cr-K\alpha$  و انرژی  $Co-K\alpha$ .

جدول ۲. زاویه و بیشترین بازتابش به دست آمده در آن زاویه در هر حالت برای ضخامت جفت لایه‌های  $(QW/QW)$  در سه انرژی مورد بررسی.

	<i>Ti-K<math>\alpha</math></i>		<i>Cr-K<math>\alpha</math></i>		<i>Co-K<math>\alpha</math></i>	
	$\theta$	$R_{max}$	$\theta$	$R_{max}$	$\theta$	$R_{max}$
<i>SiO<sub>2</sub>-99x(Ti / Li) - Ti</i>	۱٫۷۲	۸۸٫۱	۱٫۶۱	۹۰٫۲	۱٫۶۱	۹۰٫۲
<i>SiO<sub>2</sub>-99x(Cu / Al) - Cu</i>	۲٫۴۶	۶۷٫۱	۲٫۴۱	۶۷٫۲	۲٫۳۸	۶۷٫۲
<i>SiO<sub>2</sub>-99x(Ni / C) - Ni</i>	۲٫۴۲	۷۸٫۸	۱٫۴۶	۸۸٫۴	۲٫۳۴	۷۹٫۲
<i>SiO<sub>2</sub>-99x(Mo / C) - Mo</i>	۲٫۸۸	۵۰٫۱	۲٫۸۸	۵۰٫۷	۲٫۸۲	۵۱٫۰
<i>SiO<sub>2</sub>-99x(W / Si) - W</i>	۳٫۹۸	۴۷٫۵	۲٫۲۲	۶۶٫۳	۳٫۸۸	۴۷٫۷
<i>SiO<sub>2</sub>-99x(Pt / C) - Pt</i>	۴٫۲۷	۴۵٫۶	۲٫۴۲	۶۴٫۸	۲٫۵۳	۶۵٫۲

بازتابش به دست می‌آید. در شکل ۵ نشان داده شد که در ضخامت جفت لایه‌های  $(QW/QW)$  و زاویه‌ای دلخواه قلعه براگ بازتابش در آن زاویه به دست می‌آید. در ادامه کار با انتخاب زاویه پرتو ورودی در محدوده‌ای خاص بیشترین بازتابش از رسم منحنی قلعه‌های براگ بر حسب زاویه برای ۶ نانو- آینه چندلایه دلخواه به دست آمد.

## ۵. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش برای بهینه‌سازی بازتابش آینه‌های نانو- چند لایه‌ای پرتو ایکس در سه انرژی  $Ti-K\alpha$  و  $Co-K\alpha$  و  $Cr-K\alpha$  برای رسیدن به بیشترین بازتابش بر اساس روش ضخامت یک چهارم موج ارائه شده است. در این روش اگر ضخامت لایه‌ها مضرب فردی از ضخامت  $QW$  باشند، پرتوهای ایکس خروجی تداخل سازنده انجام می‌دهند و قلعه براگ

## مراجع

2. J I Larruquert, *J. Opt. Soc. Am. A.* **18**, 10 (2001).  
3. J I Larruquert, *J. Opt. Soc. Am. A.* **19**, 2 (2002)

1. M Yamamoto and T Namioka, *Appl. Opt.* **31**, 10 (1992)

- Applications of Multilayered Structures*. (1988) 284.
8. D L Windt, *Comput. Phys.* **12** (1998) 360.
  9. Center for x ray Optics: CXRO  
[[http://henke.lbl.gov/optical\\_constants/pert\\_form.html](http://henke.lbl.gov/optical_constants/pert_form.html)].
  10. Center for X-Ray Optics, LBNL  
[<http://henke.lbl.gov/multilayer/survey.html>].
  4. P H Berning, “*Physics of Thin Films*”, Academic, New York. **1** (1963) 69.
  5. L G Parratt, *Phys. Rev.* **95**, 359 (1954).
  6. K Stoev and K Sakurai; *Japanese Journal of Applied Physics.* **53**, (2014) 1.
  7. E Spiller, P Dhez, and C Weisbuch, eds, “*Multilayer optics for soft x-rays*”, *Physics Fabrication, and*