

میدانهای مغناطیسی بزرگ مقیاس و جفت‌شدگیهای الکترو - دیلاتونی و خمش

آزاده اختری زواره، بهروز میرزا و علیرضا حجتی

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۴/۴/۲۲ ؛ دریافت نسخه‌نهایی: ۸۴/۱۱/۱۲)

چکیده

در این مقاله تولید میدانهای مغناطیسی بزرگ مقیاس در عالم، ناشی از افت و خیزهای کوانتومی میدان مغناطیسی در دوران تورمی و توسط جفت‌شدگی آن با میدان دیلاتون و اسکالر خمش ریچی بررسی شده و همچنین نشان داده شده که می‌توان میدانهایی با شدت مشاهده شده امروزی را تولید کرد. در مورد تحول میدان دیلاتون دو حالت وجود دارد. حالت اول این که تحول میدان دیلاتون پس از دوران تورمی خاتمه یابد و حالت دوم این که تحول میدان دیلاتون پس از دوران بازگرمایش ادامه پیدا کرده و با واپاشی آن خاتمه یابد که در این مقاله حالت اول بررسی می‌شود. پس از اتمام تحول دیلاتون به نظریه الکترومغناطیس معمولی بازگشته و مقدار میدان مغناطیسی امروزی را محاسبه می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: تورم، میدانهای مغناطیسی، دیلاتون، خمش

۱. مقدمه

انفجارهای ابونواخترها به اطراف پخش می‌شوند که می‌تواند قسمت تصادفی این میدانها را توضیح دهد، ولی در واقع میدانهایی با جهت‌گیری مشخص وجود دارند که البته شدتهای بسیار کمی از مرتبه میکروگوس دارند و در طول کهکشان و خوشه‌های کهکشانی کشیده شده‌اند. در کهکشانهایی از نوع کهکشان ما، میدانهای مغناطیسی با قدرت 10^{-6} گاوس در ابعاد $100-300$ کیلوپارسک آشکارسازی شده‌اند [۳ و ۴]. مشاهداتی دال بر حضور این میدانها در کهکشانهای دیگر و در ابعاد کیهانی وجود دارد [۶].

بعضی از مکانیزمهای مگنتوهیدرودینامیک مطرح شده‌اند که میدانهای مغناطیسی خیلی ضعیف اولیه را تا میدانهای 10^{-6} گاوس که در کهکشانها مشاهده می‌شوند، تقویت می‌کنند. ولی این مکانیزمها که به دیناموی کهکشانی معروف هستند، تنها یک مکانیزم تقویتی هستند و همچنان به یک میدان مغناطیسی اولیه برای تقویت شدن نیاز دارند.

مشاهدات اخیر نشان داده است که در ابعاد مختلف عالم، از سیاره‌ها، ستاره‌ها و کهکشانها گرفته تا خوشه‌های کهکشانی، میدانهای مغناطیسی وجود دارند [۱، ۲ و ۳]. منشأ این میدانهای مغناطیسی هنوز شناخته نشده است. این میدانهای مغناطیسی نه تنها اثر مهمی بر روی تحولات اختر فیزیکی دارند، بلکه بر چگونگی تحولات کیهان در زمانهای مختلف نیز اثر می‌گذارند و بنابراین پی بردن به منشأ تولید آنها یکی از مهمترین مسایل در کیهان شناسی است.

شواهد قابل توجهی برای حضور میدان مغناطیسی از مرتبه میکروگوس در کهکشانهای مارپیچ وجود دارد. در واقع یک مؤلفه همدوس وجود دارد که در راستای بازوهای مارپیچی است و علاوه بر این یک مؤلفه راندوم با همان اندازه هم در طول کهکشان وجود دارد. از آنجا که خطوط میدان مغناطیسی در ماده بین ستاره‌ای یونیزه شده منجمد شده‌اند، توسط

نظریه‌هایی که برای منشأ میدان مغناطیسی اولیه تبیین شده‌اند، در دو گروه قرار می‌گیرند. اولی فرآیندهای اختر فیزیکی و دومی فرآیندهای فیزیکی کیهان شناختی در دوران اولیه کیهان است [۷ و ۸].

اگر مقیاس میدانهای مغناطیسی کهکشانی و خوشه‌های کهکشانی به بزرگی کیلوپارسک و مگاپارسک باشند، این بدان معنی است که منشأ چنین میدانهای مغناطیسی بزرگ مقیاس را به جای فرآیندهای اختر فیزیکی، باید در فرآیندهای فیزیکی لحظات اولیه دنیا جستجو کرد. با توجه به اینکه

۱- میدانهای مغناطیسی بزرگ مقیاس حتی در جاهایی که اثر تقویتی مکانیزم دینامو به خوبی تبیین نشده است هم وجود دارند.

۲- این احتمال وجود دارد که مقیاس میدانهای مغناطیسی کهکشانی به بزرگی مگاپارسک باشد.

چنین برداشت می‌شود که میدانهای مغناطیسی بزرگ مقیاس با شدتهای ذکر شده در زمانهای اولیه دنیا به وجود آمده و سپس در پلاسمایی گیر افتاده‌اند که رمبیده شده و کهکشانیها و خوشه‌های کهکشانی را در طی تراکم بی دررو تشکیل داده است و علاوه بر این یک مکانیزم تقویتی ثانویه‌ای مانند دیناموی کهکشانی هم بر آن اثر کرده است. به طور کلی روشهای مختلفی برای تولید میدان مغناطیسی در دوران اولیه عالم تبیین شده است [۹] که از بین آنها طبیعتیترین راه برای غلبه بر مسأله همدوسی بزرگ را می‌توان دنیای تورمی در نظر گرفت [۱۲ و ۱۳]. تورم به طور طبیعی اثراتی در مقیاسهای بزرگ، بزرگتر از افق هابل، تولید می‌کند. بنابراین اگر افت و خیزهای کوانتومی الکترومغناطیسی در دوران تورمی تولید شوند، می‌توانند امروزه به صورت میدانهای بزرگ مقیاس ظاهر شوند. این ایده بر این فرض استوار است که یک مد کوانتومی (در اندازه کوچکتر از افق) برانگیخته شده و هنگامی که از افق عبور می‌کند، منجمد شده و مانند یک افت و خیز کلاسیک ظاهر می‌شود. ولی یک مشکل بزرگ وجود دارد که در ادامه به آن اشاره می‌کنیم.

به خوبی می‌دانیم که افت و خیزهای کوانتومی یک میدان

نرده‌ای بدون جرم و همچنین میدانهای تانسوری در دوران تورمی به شدت تقویت می‌شوند و بی نظمیهای قابل توجهی در چگالی [۱۴] و امواج گرانشی تولید می‌کنند [۱۵]. این مسئله رابطه نزدیکی با این واقعیت دارد که این میدانهای بی جرم، ناوردای همدیس نیستند و تقویت افت و خیزهای کوانتومی می‌تواند مانند تولید ذره در حضور یک میدان گرانشی خارجی در نظر گرفته شوند. مشکل از این جا ناشی می‌شود که یک نظریه ناوردای همدیس نمی‌تواند در یک میدان زمینه گرانشی تخت همدیس ذره بدون جرم تولید کند [۵]. این اتفاقی است که برای فوتونها می‌افتد چرا که الکترودینامیک کلاسیک در حد جرم صفر فوتونها، ناوردای همدیس است و بنابراین امواج الکترومغناطیس نمی‌توانند در پس زمینه کیهانی تولید شوند و اگر منشأ میدانهای مغناطیسی در خوشه‌های کهکشانی، افت و خیزهای کوانتومی الکترومغناطیسی است که در دوران تورمی تولید و تقویت شده‌اند، ناوردایی همدیسی نظریه الکترومغناطیسی باید به شکلی در آن زمان شکسته شده باشد.

مکانیزمهای شکست مختلفی وجود دارد [۹] که به اختصار به آنها اشاره می‌کنیم

۱- جفت‌شدگی غیر کمینه میدان الکترومغناطیس به گرانش.

۲- جفت‌شدگی یک میدان عددی به میدان الکترومغناطیس.

۳- ناهنجاری همدیس در رد تانسور انرژی - اندازه حرکت، که از تصحیحات کوانتومی بر روی الکترودینامیک ماکسول به دست می‌آید.

به طور کلی، به نظر می‌رسد که شکستن ناوردایی همدیسی میدان الکترومغناطیس در دوران تورمی در ابتدای دنیا، یکی از طبیعتیترین راهها برای تولید میدانهای مغناطیسی بزرگ مقیاس در ابعاد و شدت مشاهده شده باشد.

در این مقاله نیز همین روش را به کار می‌گیریم. ما علاوه بر میدان اینفلتون فرض می‌کنیم که میدان نرده‌ای جرم داری به نام دیلاتون (که حضور آن از نظریه ریمان ناشی می‌شود) هم در دوران تورمی وجود دارد، و جفت‌شدگی آن به میدان الکترومغناطیس را همراه با جفت‌شدگی به گرانش توسط اسکالر ریچی معرفی می‌کنیم. همانطور که اشاره شد،

$$V[\Phi] = \bar{V} \exp(-\tilde{\lambda} \kappa \Phi), \quad (6)$$

$$R = \epsilon \left(\frac{\ddot{a}a + \dot{a}^2 + k}{a^2} \right). \quad (7)$$

$V[\Phi]$, $U[\phi]$ به ترتیب پتانسیل میدانهای اینفلتون و دیلاتون، $f(\Phi)$ و $\xi R A^\mu A^\mu$ به ترتیب جفت‌شدگی میدان دیلاتون و گرانش با میدان مغناطیسی، k ثابت خمش و R اسکالر ریچی^۱ می‌باشد که شکل آن در متریک روبرتسون واکر به صورت (۷) می‌باشد [۱۲، ۱۶]. $\tilde{\lambda}$ و λ (که $\tilde{\lambda} > 0$) مقادیر ثابت، a ضریب مقیاس، $\kappa^2 = \frac{\Lambda \pi}{M_{PL}^2}$ و ξ یک ثابت بدون بعد است که از شرایط مسئله تعیین می‌شود. شکل $V[\Phi]$, $F(\phi)$ از نظریه‌های در ابعاد بالاتر که به چهار بعد کاهش یافته‌اند، تعیین می‌شود [۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰ و ۲۱].

کنش به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} [L_{inf} + L_{dil} + L_{EM}], \quad (8)$$

که g دترمینان تانسور متریک است.

متریک فضا - زمان را براساس مدل استاندارد فریدمن - روبرتسون - واکر تحت ($k=0$)

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2(t) d\vec{x}^2, \quad (9)$$

که در آن $a(t)$ ضریب مقیاس است، در نظر می‌گیریم چارچوب کار بر اساس فرضهای زیر استوار است:

۱- در دوران تورمی، با شرط غلغله آرام^۲ میدانها، چگالی انرژی میدان اینفلتون از دیلاتون خیلی بیشتر است، $\rho_\phi \gg \rho_\Phi$ (ρ_Φ و ρ_ϕ به ترتیب چگالی انرژی میدانهای اینفلتون و دیلاتون هستند).

۲- دنیا پس از اتمام دوره تورمی، $t > t_R$ ، به سرعت گرم می‌شود [۲۲].

۳- در دوران تورمی، رسانایی دنیا قابل چشم‌پوشی است، زیرا در آن دوران چگالی ذرات باردار بسیار کم است. پس از گرم شدن دوباره^۳ دنیا تعداد زیادی ذرات باردار تولید می‌شود، به طوری که رسانایی دنیا پس از اتمام دوره تورمی دقتاً به یک

جفت‌شدگی میدان دیلاتون با میدان الکترومغناطیس، با توجه به نظریه‌های ابعاد بالا مانند نظریه ریسمان، پیشنهاد شده است. همچنین تحول افت و خیزهای کوانتومی الکترومغناطیسی را که ناشی از جفت‌شدگیها و شکسته شدن ناوردایی همدیسی الکترومغناطیس هستند را بررسی می‌کنیم و شدت میدان مغناطیسی در زمان حاضر را تخمین می‌زنیم. برای این کار فرض می‌کنیم که در انتهای تورم، میدان دیلاتون منجمد شده و تحولش خاتمه پیدا می‌کند. در نتیجه ثابت جفت‌شدگی برابر یک شده و نظریه معمولی ماکسول برقرار می‌شود. این روش تعمیمی از روش به کار رفته در مقاله‌های [۱۰ و ۱۲] است. مزیت این کار در این است که بازه تغییرات جفت‌شدگی دیلاتون به میدان الکترومغناطیس به دست آمده است و لاگرانژی کلی‌تر در نظر گرفته شده است. در مقاله [۱۰] تنها جفت‌شدگی دیلاتون به میدان الکترومغناطیس به طور پارامتری بررسی شده است و در مقاله [۱۲] تنها جفت‌شدگی گرانش به میدان الکترومغناطیس به طور کیفی بررسی شده است.

۲. کنش و معادلات حرکت

۲.۱. کنش و نتایج حاصل از آن

برای بررسی تحول میدان مغناطیسی تولید شده از نظریه ماکسولی که ناوردایی همدیس آن شکسته شده، ابتدا لاگرانژی مسئله را معرفی می‌کنیم و سپس معادلات حرکت را از آن به دست می‌آوریم [۱۰، ۱۲ و ۱۶].

چگالی لاگرانژی میدانهای عددی اینفلتون ϕ و دیلاتون Φ را با روابط زیر تعریف می‌کنیم:

$$L_{dil} = -\frac{1}{4} g^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi - V[\Phi], \quad (1)$$

$$L_{inf} = -\frac{1}{4} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - U[\phi]. \quad (2)$$

لاگرانژی میدان الکترومغناطیسی جفت‌شده با میدان دیلاتون و گرانش را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$L_{EM} = f(\Phi) \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \xi R A_\mu A^\mu \right), \quad (3)$$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu, \quad (4)$$

$$f(\Phi) = \exp(\lambda \kappa \Phi), \quad (5)$$

۱. Richi scalar

۲. Slow roll condition

۳. Reheating

مقدار بزرگ $H \gg \sigma_c$ (H ثابت هابل) می‌رسد [۱۲].
۴- تحول میدان دیلاتون با اتمام تورم خاتمه می‌یابد و بنابراین جفت‌شدگی با میدان مغناطیسی برابر یک بوده ($f=1$) و نظریه الکترومغناطیس معمولی حاصل می‌شود.

۱.۱.۲. معادلات حرکت

با توجه به کنش (۸)، معادلات حرکت اینفلتون، دیلاتون و پتانسیل الکترومغناطیسی در دوران تورمی را به دست می‌آوریم:

$$-\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\partial_\nu\phi)+\frac{dU[\phi]}{d\phi}=0, \quad (10)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\partial_\nu\Phi)+\frac{dV[\Phi]}{d\Phi}=\frac{df(\Phi)}{d\Phi}\left(-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+\xi RA^\nu\right), \quad (11)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu(\sqrt{-g}f(\Phi)F^{\mu\nu})=0. \quad (12)$$

با توجه به این که در دوران تورمی، هر گونه ناهماهنگی فضا به شدت از بین می‌رود، می‌توان میدانهای عددی اینفلتون و دیلاتون را فقط تابعی از زمان در نظر گرفت.

معادلات حرکت میدانهای عددی اینفلتون و دیلاتون، به ترتیب از معادلات (۱۰) و (۱۱) به دست می‌آیند:

$$\ddot{\phi}+3H\dot{\phi}+\frac{dU[\phi]}{d\phi}=0, \quad (13)$$

$$\ddot{\Phi}+3H\dot{\Phi}+\frac{dV[\Phi]}{d\Phi}=\frac{df(\Phi)}{d\Phi}\left(-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+\xi RA^\nu\right). \quad (14)$$

H ثابت هابل است و از معادله اول فریدمن به دست می‌آید

$$H^\nu=\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^\nu=\frac{\kappa^\nu}{3}(\rho_\phi+\rho_\Phi), \quad (15)$$

که در آن

$$\rho_\phi=\frac{1}{2}\dot{\phi}^\nu+U[\phi], \quad (16)$$

$$\rho_\Phi=\frac{1}{2}\dot{\Phi}^\nu+V[\Phi]. \quad (17)$$

چگالی میدانهای اینفلتون و دیلاتون هستند. در معادلات فوق، نقطه نمایش دهنده مشتق زمانی است و $\rho=\rho_\Phi+\rho_\phi$ چگالی کل دنیاست. با توجه به فرضهای اساسی که ذکر شد،

$$H^\nu\approx\frac{\kappa^\nu}{3}U[\phi]\equiv H_{\text{inf}}^\nu. \quad (18)$$

از شرط غلش آرام $\ll U[\phi]$ در معادله بالا استفاده کرده‌ایم و H_{inf} ، مقدار ثابت هابل در دوران تورمی است.

با استفاده از پیمانه کلمب، $A(t,\vec{x})=0$ و $\partial_j A^j(t,\vec{x})=0$ ، معادله حرکت پتانسیل برداری الکترومغناطیس A (که در سیستم مختصات همراه نوشته شده است) را از معادله (۱۲) به دست می‌آوریم [۱۶].

$$\ddot{A}_j(t,\vec{x})+\left(H+\frac{\dot{f}}{f}\right)\dot{A}_j(t,\vec{x})-\frac{1}{a^2}\partial_j\partial_j A_i(t,\vec{x})=0. \quad (19)$$

۲.۱.۲. محاسبه پتانسیل برداری الکترومغناطیس A

برای حل معادله حرکت A ، ابتدا مسأله را کوانتیده می‌کنیم. اندازه حرکت متناظر با A_μ با توجه به لاگرانژی L_{EM} برابر

$$\pi_{\nu'}=\frac{\partial L_{EM}}{\partial \dot{A}^{\nu'}}, \quad \pi_i=0, \quad \pi_i=f(\Phi)a(t)\dot{A}_i(t,\vec{x}). \quad (20)$$

می‌باشد. حال با اعمال روابط جابه‌جایی کانونی برای A_i و π_i داریم:

$$[A_i(t,\vec{x}),\pi_j(t,\vec{y})]=i\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}e^{i\vec{k}\cdot(\vec{x}-\vec{y})}\left(\delta_{ij}-\frac{k_i k_j}{k^2}\right), \quad (21)$$

که در آن k عدد موج در مختصات همراه می‌باشد. از این روابط می‌توان A_i را به شکل کوانتومی زیر نوشت [۱۹]

$$A_i(t,\vec{x})=\int\frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}}\left[\hat{b}(\vec{k})A_i(t,\vec{k})e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}+\hat{b}^+(\vec{k})A_i^*(t,\vec{k})e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}}\right] \quad (22)$$

که \hat{b} و \hat{b}^+ عملگرهای خلق و فنا با روابط جابه‌جایی زیر می‌باشند

$$[\hat{b}(\vec{k}),\hat{b}^+(\vec{k}')]=\delta^3(\vec{k}-\vec{k}'), \quad [\hat{b}(\vec{k}),\hat{b}(\vec{k}')]=[\hat{b}^+(\vec{k}),\hat{b}^+(\vec{k}')]=0. \quad (23)$$

برای سهولت در حل معادلات، محور x_1 را در راستای انتشار

می‌توان معادله (۲۴) را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d^2 A_I(k, \eta)}{d\eta^2} + \left(\frac{1-2\alpha}{\eta} \right) \frac{dA_I(k, \eta)}{d\eta} + \left(k^2 + \frac{2\alpha\xi}{\eta^2} \right) A_I(k, \eta) = 0. \quad (29)$$

یکی از شکلهای معادله بسل، به صورت

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + \left(\frac{1-2\nu}{z} \right) \frac{du}{dz} + \left(\delta^2 + \frac{\nu^2 - \nu'^2}{z^2} \right) u = 0, \quad (30)$$

می‌باشد که ν' ، ν و δ ثابت هستند و جواب آن عبارت است از

$$u = z^\nu (D_\nu H_\nu^{(\nu)}(\delta z) + D_\nu H_\nu^{(\nu')}(\delta z)), \quad (31)$$

که $H_\nu^{(\nu)}$ و $H_{\nu'}^{(\nu)}$ توابع هنکل نوع اول و دوم، از مرتبه ν' هستند. با مقایسه معادله‌های (۲۹) و (۳۰) داریم:

$$\eta = z, \quad \nu = \alpha, \quad \delta = \pm k, \quad (32)$$

$$\nu' = \pm \sqrt{\nu^2 - 2\alpha\xi} = \pm \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha\xi}. \quad (33)$$

روابط (۳۲) و (۳۳) را در (۳۱) قرار می‌دهیم و به جوابی برای معادله (۲۹) می‌رسیم

$$A_I(k, \eta) = D_\nu(a) (-H_{\text{inf}} \eta)^\nu H_\nu^{(\nu)}(-k\eta) + D_\nu(a) (-H_{\text{inf}} \eta)^\nu H_\nu^{(\nu')}(-k\eta). \quad (34)$$

ضرایب D_ν و $D_{\nu'}$ را از شرط بهنجارش (۲۶) به دست می‌آوریم:

$$|D_\nu(a)|^\nu - |D_{\nu'}(a)|^\nu = \frac{\pi}{\nu H_{\text{inf}}(a)} a^{2\nu-1}. \quad (35)$$

برای سادگی انتخاب می‌کنیم

$$D_\nu(a) = \sqrt{\frac{\pi}{\nu H_{\text{inf}}}} f(a) a^{\nu-1/2} e^{i((\nu+1)\pi/4)} \quad D_{\nu'}(a) = 0. \quad (36)$$

چون علاقه‌مند به میدانهای مغناطیسی بزرگ مقیاس هستیم، معادله (۳۴) را در حد طول موجهای بزرگ بسط می‌دهیم

$$A_I(k, a) = \nu^{\nu'} \sqrt{\frac{1}{\nu \pi H_{\text{inf}} f(a)}} \Gamma(\nu') a^{-1/2} \left(\frac{k}{a H_{\text{inf}}} \right)^{-\nu'} e^{i((\nu'-1)\pi/4)} \quad \nu' > 0, \quad (37)$$

\bar{k} قرار می‌دهیم. بنابراین، از این جا به بعد تنها با دو مؤلفه عرضی (۳) و (۲) کار می‌کنیم. معادله حرکت مدهای فوری پتانسیل برداری A_I از رابطه زیر پیروی می‌کنند:

$$\ddot{A}_I(t, k) + \left(H_{\text{inf}} + \frac{\dot{f}}{f} \right) \dot{A}_I(t, k) + \left(\frac{k^2}{a^2} - 2\xi R \right) A_I(t, k) = 0. \quad (24)$$

اسکالر ریچی، در دوران تورمی و با متریک روبرتسون - واکر تخت به صورت $R = 12H^2$ به دست می‌آید [۱۳ و ۲۳]. با توجه به رابطه $R = 6 \frac{a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k}{a^2}$ و این که در فضا - زمان دوسیه $a = a_0 e^{Ht}$ داریم [۲۳]:

$$R = 6 \left(\frac{H^2 a^2 + H^2 a^2}{a^2} \right) = 12H^2. \quad (25)$$

با استفاده از رابطه (۲۱) شرایط بهنجارش برای $A_i(t, k)$ به صورت

$$A_i(t, k) \dot{A}_j^*(t, k) - \dot{A}_j(t, k) A_i^*(t, k) = \frac{i}{fa} \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right). \quad (26)$$

به دست می‌آید. به منظور سهولت بیشتر در حل معادلات، تقریب زیر را برای تحول $f(\Phi)$ فرض می‌کنیم

$$f(\Phi) = f[\Phi(t)] = f[\Phi(a(t))] \equiv f_0 a^{2\alpha-2}. \quad (27)$$

در معادله بالا f_0 یک ثابت است و تمام تغییرات زمانی $f(\Phi)$ در $a^{2\alpha-2}$ گنجانده شده است. می‌توان نشان داد که اگر شرایط غلتش آرام برای میدانهای دیلاتون و اینفلتون برقرار باشد، تابعیت زمانی α بسیار کوچک است. تنها مسئله‌ای که باقی می‌ماند، تعیین بازه قابل قبولی برای α است که از شرایط سازگاری مسئله به دست می‌آید.

با توجه به معادله (۲۷) داریم:

$$H_{\text{inf}} + \frac{\dot{f}}{f} = (2\alpha - 1) H_{\text{inf}}. \quad (28)$$

با تغییر متغیر $d\eta = \frac{dt}{a}$ و استفاده از این واقعیت که در دوران تورمی (با در نظر گرفتن فضا - زمان دوسیه) $\eta = -\frac{1}{a H_{\text{inf}}}$

راترا^۱ نشان داده است که رابطه بین میدان الکتریکی و مغناطیسی در لحظه $t = t_R$ در انتقال از بازگرمایش به دوران تابش غالب، به صورت زیر می‌باشد [۱۱، ۱۶]

$$E_i^C(t_R, \vec{x}) = \exp(-\sigma_c t_R) E_{i(\text{inf})}^C(t_R, \vec{x}), \quad (45)$$

$$B_i^C(t_R, \vec{x}) = B_{i(\text{inf})}^C(t_R, \vec{x}). \quad (46)$$

t_R زمانی است که تورم به پایان می‌رسد. با توجه به روابط بالا برای دنیایی با رسانش بالا بعد از بازگرمایش میدان الکتریکی باعث شتاب ذرات باردار شده و به صورت نمایی افت می‌کند. طبق قضیه آلفون در دنیای با رسانش بالا شار مغناطیسی ثابت می‌ماند و بنابراین میدان مغناطیسی در سیستم مختصات فیزیکی با a^{-2} تحول می‌یابد [۱۱، ۱۶ و ۱۹].

میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در سیستم مختصات فیزیکی (تمام کمیتها در سیستم مختصات فیزیکی را با نماد Ph نشان می‌دهیم) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_i^{Ph}(t, \vec{x}) = a^{-1} E_i^C(t, \vec{x}), \quad (47)$$

$$B_i^{Ph}(t, \vec{x}) = a^{-1} B_i^C(t, \vec{x}). \quad (48)$$

با استفاده از روابط (۴۱) و (۴۳) و (۴۸) داریم:

$$\begin{aligned} |B_I^{Ph}(t, k)|^\gamma &= a^{-\gamma} |B_I^C(k, a)|^\gamma = \\ &a^{-\gamma} \left(\frac{\pi}{\sqrt[4]{H_{\text{inf}} f(a)}} \right) \left(\frac{k}{a} \right)^\gamma \left(\frac{1}{a} \right)^\gamma H_{\nu'}^{(\gamma)} \left(\frac{k}{aH_{\text{inf}}} \right) H_{\nu'}^{(\gamma)} \left(\frac{k}{aH_{\text{inf}}} \right). \end{aligned} \quad (49)$$

میدانهای مغناطیسی در ابعاد بزرگ مورد نظر ما است. در نتیجه رابطه (۴۹) را برای k های کوچک بسط می‌دهیم و این نکته را در نظر می‌گیریم که پس از تورم میدان مغناطیسی فیزیکی با a^{-2} تحول پیدا می‌کند

$$\begin{aligned} |B_I^{Ph}(t, k)|^\gamma &= \frac{\gamma^{2\nu'-2}}{\pi} \Gamma^\gamma(\nu') f^-(a_R) \\ &\times \left(\frac{k^\gamma}{a_R H_{\text{inf}}} \right) \left(\frac{k}{a_R H_{\text{inf}}} \right)^{-2\nu'} \left(\frac{1}{a} \right)^\gamma, \quad \nu' > 0, \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} |B_I^{Ph}(t, k)|^\gamma &= \frac{\gamma^{-2(\nu'+1)}}{\pi} \Gamma^\gamma(-\nu') f^-(a_R) \\ &\times \left(\frac{k^\gamma}{a_R H_{\text{inf}}} \right) \left(\frac{k}{a_R H_{\text{inf}}} \right)^{2\nu'} \left(\frac{1}{a} \right)^\gamma \quad \nu' < 0. \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} A_I(k, a) &= \gamma^{-\nu'} \sqrt{\frac{1}{\sqrt[4]{\pi H_{\text{inf}} f(a)}}} \Gamma(-\nu') a^{-\nu/2} \\ &\left(\frac{k}{aH_{\text{inf}}} \right)^{\nu'} e^{i((\nu-\nu')\pi/4)} \quad \nu' < 0. \end{aligned} \quad (38)$$

۲.۲. تحول میدان الکتریکی و مغناطیسی

در پیمانۀ کولمب میدان الکتریکی و مغناطیسی از پتانسیل برداری، به شکل زیر به دست می‌آیند

$$\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{A}, \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}. \quad (39)$$

اکنون که پتانسیل برداری \vec{A} به دست آمده است، تحول میدانهای الکتریکی و مغناطیسی ناشی از آن را بررسی می‌کنیم. در سیستم مختصات همراه میدان الکتریکی و مغناطیسی به صورت زیر داده می‌شوند [۱۹]:

$$E_i^C(t, \vec{x}) = \dot{A}_i(t, \vec{x}), \quad (40)$$

$$B_i^C(t, \vec{x}) = \frac{1}{a} \varepsilon_{ijk} \partial_j A_k(t, \vec{x}). \quad (41)$$

نماد C نشان دهنده کمیتها در سیستم مختصات همراه می‌باشد و ∂_j مشتق‌گیری در دستگاه مختصات همراه است. با استفاده از روابط (۳۷)، (۴۰) و (۴۱) می‌توان مؤلفه‌های فوریه میدانهای الکتریکی و مغناطیسی همراه را در دوره تورمی به دست آورد

$$\begin{aligned} E_I^C(k, a) &= \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt[4]{H_{\text{inf}} f(a)}}} \left(\frac{k}{a} \right) a^{-\nu/2} \left[(\nu - \nu/2) H_{\nu'}^{(\gamma)} \left(\frac{k}{aH_{\text{inf}}} \right) \right. \\ &\left. + \nu/2 (H_{\nu'-1}^{(\gamma)} \left(\frac{k}{aH_{\text{inf}}} \right) - H_{\nu'+1}^{(\gamma)} \left(\frac{k}{aH_{\text{inf}}} \right)) \right] e^{i(\nu'+1)\pi/4} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} B_I^C(k, a) &= -i(-1)^I \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt[4]{H_{\text{inf}} f(a)}}} \\ &\times \left(\frac{k}{a} \right) a^{-\nu/2} H_{\nu'}^{(\gamma)} \left(\frac{k}{aH_{\text{inf}}} \right) e^{i(\nu'+1)\pi/4}. \end{aligned} \quad (43)$$

یکی از فرضهای اساسی ما فریز شدن دیلاتون پس از بازگرمایش دنیا بود. در این زمان رسانش دنیا به شدت زیاد می‌شود و $\sigma \gg H$ [۱۲]. تحول پتانسیل برداری برای پلاسمای رسانای الکتریکی به صورت زیر می‌باشد:

$$\ddot{A}_i(t, \vec{x}) + \left(\frac{\dot{a}}{a} + \sigma_c \right) \dot{A}_i(t, \vec{x}) - \frac{1}{\gamma} \partial_j \partial_j A_i(t, \vec{x}) = 0. \quad (44)$$

۱. Ratra

می‌شود) باید در حدود $10^{-9} - 10^{-10}$ گوس بوده باشد تا بتوان میدان مشاهده شده در کهکشانها $B_{gal} \sim 10^{-6} G$ خوشه‌های کهکشانی $B_{cg} \sim 10^{-7} G$ ، را توضیح داد. از طرف دیگر می‌توان نشان داد که برای دیناموی کهکشانی میدان با شدت امروزی $G \sim 10^{-6} - 10^{-23}$ نیاز داریم [۱۱].
میدان مغناطیسی در زمان حال به صورت

$$\rho_{B(L,t_0)} \propto |B(L,t_0)|^2 \left(\sqrt{H_{inf} M_{Pl} L} \right)^{2|v|-5} \left(T_{\gamma_0} \sqrt{\frac{H_{inf}}{M_{Pl}}} \right)^4 \quad (55)$$

در می‌آید. اندیس (0) نشان دهنده کمیتها در زمان حال می‌باشند. T_{γ_0} و T_R به ترتیب دمای کنونی تابش زمینه کیهانی $(T_{\gamma_0} \approx 2.73 K)$ و دمای دنیا در زمان بازگرمایش است. N مقدار عدد e - تایی بین t_1 ، زمان اولین عبور (زمانی که یک مد داده شده، برای اولین بار در دوران تورمی از طول افق عبور کند) و زمان بازگرمایش دنیا، می‌باشد. از آنجا که کمیت‌های طرف راست معادله (55) بر حسب یکاهای طبیعی هستند، علاوه بر ضرایب ثابت که در معادله (55) برای تبدیل تناسب به تساوی وجود دارد، ضرایب تبدیل از دستگاه یکاهای لورنتز به دستگاه یکاهای طبیعی را هم در نظر می‌گیریم^۲، معادله (55) را بر حسب یکاهای طبیعی می‌نویسیم:

$$\frac{1}{2} \times 4/8 \times 10^{-29} B(L,t)^2 = \frac{2^{|v|-2}}{3\pi^2} \Gamma^2(|v|) \left(\frac{g_*}{3/91} \right)^{-1/2} \times 1/66 T_{\gamma_0} (GeV) \times g_*^{1/2} \left(\sqrt{\frac{H_{inf}}{M_{Pl}}} \right)^4 \times \left(\left(\frac{30}{\pi^2 g_*} \right)^{-1/6} \frac{\sqrt{H_{inf} M_{Pl} L [Mpc]}}{1.38^{3/2} [GeV] [Mpc]} \times e^{45} \right)^{2|v|-5} \quad (56)$$

۱. $1 GeV = 1/16.02 \times 10^{13} K^e$

۲. $(erg/cm^2 = 4/8 \times 10.6 - 39 (GeV)^2)$

چگالی انرژی مغناطیسی در فضای فوریه با رابطه زیر داده می‌شود:

$$\rho_B(t,k) = \frac{1}{2} |B_I^{Ph}(t,k)|^2 f(a) \quad (52)$$

به دلیل یکسان بودن هر دو مؤلفه عرضی میدان مغناطیسی، $B_I = \sqrt{2} B_I$ می‌باشد. با ضرب رابطه (52) در چگالی فضای فاز $\frac{4\pi k^3}{3(2\pi)^3}$ ، چگالی انرژی میدانهای مغناطیسی بزرگ مقیاس در فضای مکان به دست می‌آید.

$$\rho_B(L,t) = \frac{k^3}{6\pi^2} |B_I^{Ph}(t,k)|^2 f(a) \quad (53)$$

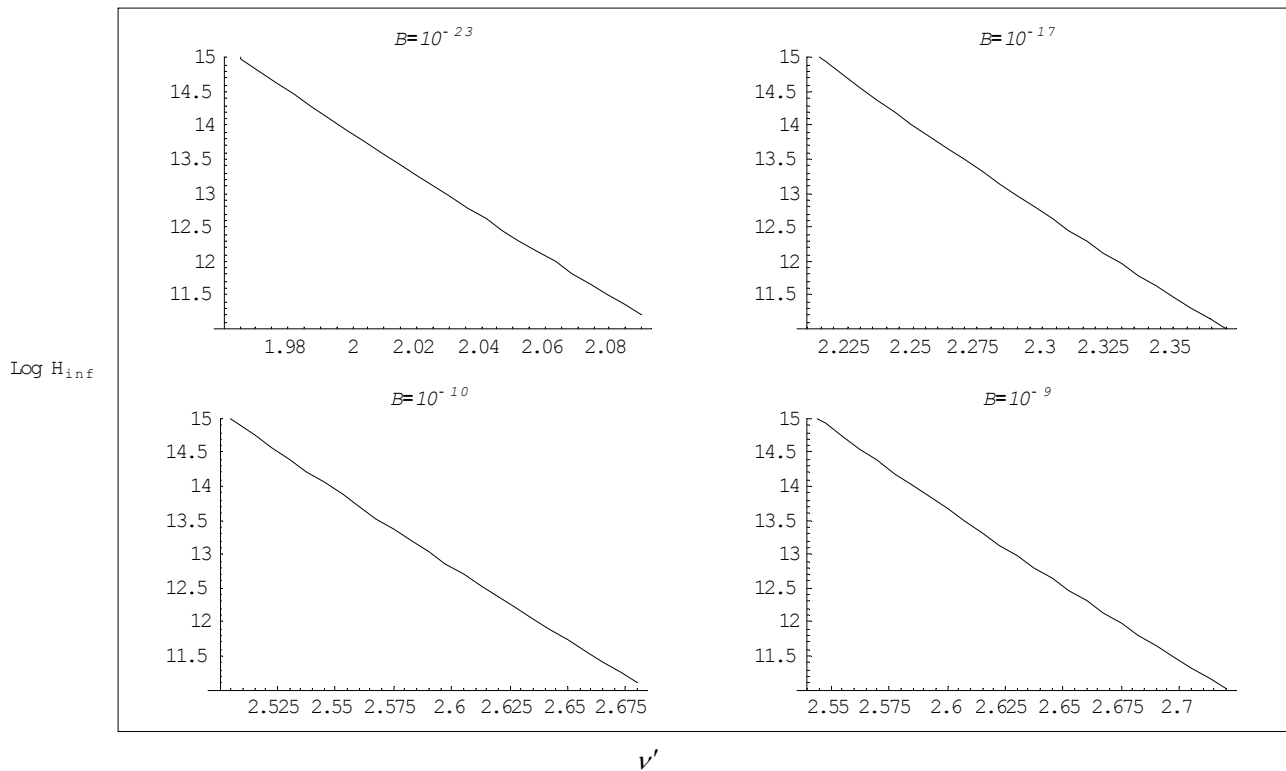
$L = \frac{2\pi}{k}$ طول همدوسی میدان مغناطیسی می‌باشد. با تلفیق سه رابطه (50) و (53) چگالی انرژی میدان مغناطیسی را در مقیاس $L = \frac{2\pi}{k}$ به دست می‌آوریم:

$$\rho_B(L,t) = \frac{2^{|v|-2}}{3\pi^2} \Gamma^2(|v|) H_{inf}^4 \left(\frac{a_R}{a_0} \right)^4 \left(\frac{k}{a_R H_{inf}} \right)^{-2|v|+5} \quad (54)$$

با توجه به این رابطه، طیف میدانهای مغناطیسی در $|v|=5$ ناوردا بوده و به k وابسته نیست.

۳.۲. محاسبه دقیق میدان زمان حال

چونکه رسانایی دنیا در بیشتر اوقات در طی تاریخ تحولش بسیار زیاد بوده است، میدان مغناطیسی طوری تحول پیدا می‌کند که شار مغناطیسی ثابت باشد و بنابراین به صورت $B \propto a^{-2}$ تغییر می‌کند که $a = a(t)$ ، ضریب مقیاس است [۱۱]. از طرف دیگر، چگالی انرژی کیهانی میانگین $\bar{\rho}$ به صورت $\bar{\rho} \propto a^{-3}$ ، در دوران ماده غالب تغییر می‌کند و بنابراین داریم $B \propto \bar{\rho}^{-2/3}$. نسبت کنونی چگالی ماده درون ستاره‌ای در کهکشانها ρ_{gal} و چگالی ماده درون خوشه‌ای در خوشه‌های کهکشانی ρ_{cg} به چگالی انرژی کیهانی میانگین به ترتیب برابر $\frac{\rho_{cg}}{\bar{\rho}} \sim 10^2 - 10^3$ و $\frac{\rho_{gal}}{\bar{\rho}} \sim 10^5 - 10^6$ می‌باشد. از این روابط نتیجه می‌گیریم که شدت میدان مغناطیسی مورد نیاز در زمان تشکیل ساختار (که به صورت بی دررو به زمان حال باز مقیاس



شکل ۱. $\text{Log}(H_{\text{inf}})$ بر حسب v' برای میدانهای امروزی 10^{-23} ، 10^{-17} ، 10^{-10} ، 10^{-9} ، گاوس در مقیاس طولی ۱ مگاپارسک و 10^{-9} در مقیاس طولی ۱۰ مگاپارسک.

$$\frac{a_i}{a_R} = e^N = e^{\Delta t H} \Rightarrow H_{\text{inf}} = (\Delta t)^{-1} N = 4 \times 10^{11} \text{ GeV}. \quad (61)$$

اندیس (i)، معرف کمیتها در زمان شروع تورم است. از معادله (۵۶) نتیجه می‌گیریم که هر چه مقدار H_{inf} و v' بیشتر باشد میدان مغناطیسی تولید شده بزرگتر خواهد بود. همچنین برای $v' = 1$ ، $v' = 2$ ، میدان مغناطیسی در طول ۱ مگاپارسک برابر $2/1 \times 10^{-58}$ گاوس به دست می‌آید که این مقدار مستقل از مقدار H_{inf} است. برای $v' = 5$ طیف میدان مقیاس ناوردا بوده و مقدار بیشینه میدان در این حالت (با $H_{\text{inf}} = 2/4 \times 10^{-14} \text{ GeV}$) برابر $1/8 \times 10^{-11}$ گاوس به دست می‌آید. از معادله (۵۶) نمودار $\text{Log}(H_{\text{inf}})$ بر حسب v' را برای میدانهای 10^{-23} گاوس، 10^{-17} گاوس و 10^{-10} گاوس در مقیاس ۱ مگاپارسک (کهکشانی) و 10^{-9} گاوس در مقیاس ۱۰ مگاپارسک (خوشه‌های کهکشانی) رسم می‌کنیم (شکل ۱). با توجه به شکل ۱، در می‌یابیم که برای میدانهای

که میدان مغناطیسی در زمان حال را با استفاده از معادله (۵۴) و روابط زیر [۱۳].

$$H = 1/66 \times g_*^{1/2} \frac{T^2}{M_{\text{PL}}}, \quad (57)$$

$$\rho_\phi = \frac{\pi^2}{3} g_* T_R^4 \quad (g_* \approx 200), \quad (58)$$

$$N = 45 + \ln\left(\frac{L}{\text{Mpc}}\right) + \ln\left[\frac{[3 \cdot /(\pi^2 g_*)]^{1/2} \rho_\phi^{1/2}}{10^{23} [\text{GeV}]}\right], \quad (59)$$

$$\frac{a_o}{a_R} = \left(\frac{g_*}{3/91}\right)^{1/4} \frac{T_R}{T_{\gamma o}} \approx \frac{3/7 T_R}{2/35 \times 10^{-13} [\text{GeV}]}. \quad (60)$$

به دست آمده است.

حد بالایی برای H_{inf} برابر $2/4 \times 10^{-14} \text{ GeV}$ می‌باشد [۲۴]. با توجه به اینکه مدت زمان تورم 10^{-34} ثانیه [۲۵] و کمترین مقدار عدد $-e$ تایی برابر ۶۰ است، می‌توان یک حد پایینی برای H_{inf} تخمین زد.

به دست آمده توسط ترنر [۱۲] (وقتی $\xi = \frac{1}{\epsilon}$) نزدیک به مشاهدات امروزی است، برای به دست آوردن میدان دقیقتر جفت‌شدگی دیلاتون، $\xi = \frac{1}{\epsilon}$ را در نظر گرفته و با استفاده از حدود ν' بازه‌ای برای پارامتر α که تعیین کننده جفت‌شدگی دیلاتونی است به دست می‌آوریم.

۳. نتیجه‌گیری

در این مقاله با شکستن ناوردایی همدیس نظریه الکترومغناطیس در زمانهای اولیه تشکیل عالم از طریق جفت‌شدگی آن به میدان دیلاتون و خمش فضا - زمان مکانیزی برای تقویت افت و خیزهای کوانتومی در دوران تورمی و تولید میدانهای مغناطیسی بزرگ مقیاس ارایه کرده و میدانهای مورد نیاز برای تحولات بعدی عالم را به دست آوردیم. با توجه به اینکه با افزایش مقیاس، شدت میدانهای مشاهده شده کاهش پیدا می‌کند مقادیر قابل قبول برای جفت‌شدگی میدان دیلاتون را مشخص کردیم.

قدردانی

نویسندگان از آقای دکتر بامبا (Bamba) و دکتر نیایش افشردی به خاطر راهنماییهایشان تشکر می‌کنند.

ذکر شده، در بازه $10^{15} < H_{inf} < 10^{11}$ ، بازه تغییرات ν' به ترتیب به صورت $2/9 < \nu' < 1/96$ ، $2/37 < \nu' < 2/21$ ، $2/68 < \nu' < 2/5$ و $2/75 < \nu' < 2/54$ است.

واقعترین حالت برای کهکشانها، میدانی با شدت 10^{-17} گاوس [۱۱] در بازه ۱ مگاپارسکی است که در طی رمبش گرانشی و مکانیزم دینامو به میدان 10^{-6} گاوس مشاهده شده امروزی تبدیل شده است. بدین ترتیب یک بازه مشخص برای پارامتر ν' به دست می‌آید.

$$(62) \quad 2/21 < \nu' < 2/37$$

با به دست آوردن بازه مناسبی برای پارامتر ν' ، می‌توان با استفاد از رابطه (۳۳) جفت‌شدگی مناسب میدان دیلاتون با میدان الکترومغناطیس و خمش فضا - زمان را برای میدان امروزی 10^{-17} گاوس تعیین کرد. در رابطه (۳۳) دو کمیت ξ و ν باید با توجه به مقدار ν' تعیین شوند. اگر حالتی را در نظر می‌گیریم که دیلاتون پس از دوران تورمی به تحول خود ادامه دهد از حل پارامتری مسئله مقدار ξ به طور دقیق تعیین می‌شد. اما در بررسیهایی که دیلاتون پس از تورم به تحول خود خاتمه می‌دهد، تنها رابطه (۳۳) بین ξ ، ν و ν' برقرار است. از آنجایی که در به دست آوردن میدان مغناطیسی بدون حضور دیلاتون و با در نظر گرفتن سهم $\xi R A_{\mu} A^{\mu}$ ، میدان مغناطیسی

مراجع

1. P P Kronberg, *Rep. Prog. Phys.* **57** (1994) 325.
2. K Enqvist, *Int. J. Mod. Phys. D* **7** (1998) 331; D Grasso and H Rubinstein, *Phys. Rep.* **348** (2001) 163; L Widrow, *Rev. Mod. Phys.*, **74** (2002)775; M Giovannini, *Int. J. Mod. Phys. D* **13** (2004) 391.
3. L M Widrow, *Rev. Mod. Phys.* **74** (2002) 775.
4. Y Sofue, M Fujimoto, and R Wielebinski, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **24** (1986)459.
5. L parker, *Phys. Rev. Lev. Lett.* **21** (1968) 562.
6. P P Kronberg, J J Perry, and E L H. Zukowski, *Astrophys. J.* **355** (1990) L31; **387** (1992) 598.
7. G Baym, D Bödeker and L McLerran, *Phys. Rev. D* **53** (1996) 662.
8. J M Quashnock, A Loeb and D N Spergel, *Astrophys. J.* **344** (1989) L49.
9. A D Dolgov, hep-ph/0110293.
10. K Bamba and Yokoyama, J, astro-ph/0310824.
11. M Giovannin, astro-ph/0312614.
12. M S Turner and L M Widrow, *Phys. Rev. D* **37** (1988) 2743.
13. E W Kolb and M S Turner, *The Early Universe* (Addison-Wesley, Redwood City, California, 1990).
14. A H Guth and S-Y Pi, *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 1110; S W Hawking, *Phys. Lett. B* **115** (1982) 295; A. A. Starobinsky, *ibid.* **B 117** (1982) 175; J M Bardeen, P J Steinhardt and M S Turner, *Phys. Rev. D* **28** (1983) 679.
15. V A Rubakov, M V Sazhin and A V Veryaskin, *Phys. Lett. B* **115** (1982)189.
16. B Ratra, *Astrophys. J.* **391** (1992)L1; *Report No. GRP-287/CALT-68-1751*.
17. M Chanowitz, J Ellis, *Phys. Rev.*, **D 7** (1973) 2490.
18. M Giovannini, hep-ph/0104214.

23. A R Liddle, *astro-ph/9612093*.
24. D N Spergel et al., *Astrophys. J. Suppl.* **148** (2003) 175.
25. M Roos, *Introduction to Cosmology* Wiley, (1997).
19. B Ratra, Inflation Generated Cosmological Magnetic Fields, *GRP-287/CALT-68-1751* (1991).
20. D Leoni, M Leoni, *Phys. Rev. D* **52** (1995).
21. M Gasperini, *Class. Quant. Grav.*, **17** (2000) R1.
22. L Kofman, A Lind and A A Starobinsky, *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 3195.