

m.aghaei@ph.iut.ac.ir :

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۲/۲۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۰/۵/۲۶)

[]

()

انرژی تاریک شبیح را غالب در عالم فرض کرد. اگر $w > -1$ بود وجود انرژی تاریک از نوع کوینتسنس^۳ در عالم فرض می‌شد. انرژی تاریک را به صورت‌های مختلف دسته بندی می‌کنند. یک نوع انرژی تاریک به نام شبیح تعریف می‌شود و در بالا به آن اشاره شد. محاسبات نشان می‌دهد، با در نظر گرفتن این گونه از ماده تاریک به عنوان ماده غالب در عالم و معادلات فریدمن به عنوان توصیف کننده عالم، در بعضی از شرایط، در آینده واگرایی‌هایی در پارامترهای کیهان‌شناسی (به عنوان مثال فشار یا چگالی انرژی و یا حتی عامل مقیاس) معادلات فریدمن به وجود خواهد آمد. اما می‌توان نشان داد که حتی اگر ماده معمولی داشته باشیم تکینگی می‌تواند اتفاق بیفتد به طوری که در آن: $\rho > 0$ و $\rho + 3p > 0$ [۳].

در دو دهه اخیر فیزیکدانان تحقیقات زیادی راجع به تکینگی در مدل‌های کیهان‌شناسی انجام داده‌اند [۲]. انواعی از این تکینگی‌ها نتیجه انبساط شتاب‌دار جهان است. آزمایش‌ها و مشاهدات زیادی توسط گروه‌های پژوهشی مختلف مانند پروژه‌های (COBE) و همچنین گروه (LSS) انجام شده، همگی ایده سال ۱۹۹۸ مبنی بر انبساط شتاب‌دار جهان را تأیید می‌کنند [۱]. به طوری که اگر معادله حالت را برای شاره کیهانی به صورت $w = \frac{p}{\rho}$ در نظر بگیریم، داده‌های رصدی نشان می‌دهد که در حال حاضر $w < -1$. این مقدار برای معادله حالت مربوط به انرژی تاریک فانتومی (شبیح^۲) است، پس می‌توان

۱. Sudden singularity

۲. Phantom

۳. Quintessence

جدول ۱. شرایط انرژی.

SEC	WEC	NEC	DEC	NDEC
$(p+\rho)>0$ $(\rho+3p)>0$	$(p+\rho)>0$ $P>0$	$(p+\rho)>0$	$\rho \geq p $	$p = -\rho$

انرژی تکانه و در نظر گرفتن شکل مناسبی برای $f(\rho)$ در معادلات فریدمن باعث تبدیل بعضی تکینگی ها به دیگر نوع ها می شود. وشکسانی توده ماده^۲ نیز می تواند زمان بروز تکینگی را تغییر دهد [۷]، اما این عامل در نوع تکینگی ها تأثیر نمی گذارد. عامل دیگر اثرات کوانتومی و ریسمانی است که می تواند بعضی تکینگی ها را از بین ببرد [۸ و ۹]. موارد ذکر شده روی جواب های معادلات فریدمن اثر می گذارند، اما تصحیحات ناشی از آنتروپی مستقیماً به خود معادلات فریدمن اضافه می گردند. با در نظر گرفتن تصحیحات نیروی آنتروپی، معادلات فریدمن به صورت زیر خواهد بود [۱]:

$$\frac{1}{a(t)} \frac{d^2 a(t)}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho+3p) + c_1 H^2(t) + c_2 \frac{dH(t)}{dt}, \quad (1)$$

$$H^2(t) = \frac{\lambda\pi G}{3}\rho + c_1 H^2(t) + c_2 \frac{dH(t)}{dt}. \quad (2)$$

با انتخاب ضرایب دلخواه c_1 و c_2 نشان داده می شود که تکینگی نوع دوم به نوع سوم تبدیل خواهد شد، و شرایط انرژی نقض شده هم تغییر خواهند کرد. در اینجا $a(t)$ عامل مقیاس و شماره کیهانی را شماره کامل در نظر می گیریم. چون تکینگی ها را در آینده بررسی می کنیم، آنها در صورتی ارزشمند هستند که در یک آینده محدود قابل پیش بینی باشند. بنابراین لحظه ای را که تکینگی ایجاد می شود را با t_s نشان می دهیم و لحظه تکینگی می نامیم.

برای یک عالم تخت و همسانگرد که تابع متریک FRW است، معادلات اینشتین به معادلات فریدمن می انجامد:

$$\lambda\pi G\rho = 3\left(\frac{1}{a(t)} \frac{da}{dt}\right)^2, \quad (3)$$

$$\frac{1}{a(t)} \frac{d^2 a(t)}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho+3p), \quad (4)$$

در حالت کلی هر یک از تکینگی ها بعضی از شرایط انرژی را نقض می کنند. در جدول ۱ شرایط انرژی معرفی شده اند. می توان تکینگی ها را مطابق با [۲] به صورت زیر دسته بندی کرد:

نوع اول (I):

$$t \rightarrow t_s, a \rightarrow \infty, \rho \rightarrow \infty, |p| \rightarrow \infty$$

نوع دوم (ناگهانی) (II):

$$t \rightarrow t_s, a \rightarrow a_s, \rho \rightarrow \rho_s, |p| \rightarrow \infty$$

نوع سوم (III):

$$t \rightarrow t_s, a \rightarrow a_s, \rho \rightarrow \infty, |p| \rightarrow \infty$$

نوع چهارم (IV):

$$t \rightarrow t_s, a \rightarrow a_s, \rho \rightarrow 0, |p| \rightarrow 0$$

و مشتقات بالاتر پارامتر هابل واگرا می شود.

نوع پنجم (V):

$$t \rightarrow t_s, a \rightarrow \infty, \rho \rightarrow \rho_s, |p| \rightarrow p_s$$

و مشتقات بالاتر پارامتر هابل واگرا می شود.

از طرفی براساس تعریفی که در مرجع [۴] آمده تکینگی ها به دو دسته تکینگی های ضعیف و قوی تقسیم بندی می شوند. به عنوان مثال با این تعریف تکینگی نوع سوم یک تکینگی قوی، و تکینگی نوع دوم یک تکینگی ضعیف است. ویژگی تکینگی ضعیف این است که اگر در عالم رخ بدهد عالم از انبساط باز نمی ایستد، اما تکینگی قوی در واقع پایان عالم را رقم می زند.

سؤال این است که آیا ممکن است عواملی بتوانند تکینگی ها را از بین ببرند؟ به طور قطع می توان گفت که بعضی اثرات فیزیکی وجود دارند که تکینگی ها را تعدیل می کنند. مانند نابهنجاری همدیس^۱ [۵ و ۶] که در آن باز بهنجارش تانسور

۲. Bulk viscosity

۱. Conformal anomaly

نظر گرفتن معادلات فریدمن، خمش هم واگرا می‌شود.

علامت $\frac{A}{B}$ باعث به وجود آمدن تکینگی‌های نوع (I) و (II) و (III) می‌شود که هریک از آنها یک یا چند شرط از شرایط انرژی را نقض می‌کنند. اما برای $\frac{A}{B} < 0$ همیشه تکینگی نوع دوم را داریم، بدون اینکه مقدار β اهمیت داشته باشد. از طرف دیگر با بررسی مقادیر β ، بدون در نظر گرفتن علامت انواع مختلفی از تکینگی ایجاد می‌شود:

(الف) $\beta > 1$: تکینگی نوع سوم ($\rho \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty$) را در آینده خواهیم داشت و شرط انرژی غالب (DEC) نقض می‌شود.

(ب) $\frac{3}{4} < \beta < 1$: تکینگی نوع اول ($\rho \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty$) در آینده وجود دارد و شرط انرژی غالب (DEC) نقض می‌شود.

(ج) $0 < \beta < \frac{1}{4}$: تکینگی نوع چهارم وجود دارد.

(د) $\beta < 0$: تکینگی نوع دوم ($\rho \rightarrow \rho_s, p \rightarrow \infty$) وجود دارد. شرط انرژی غالب (DEC) نقض می‌شود، اما برای $B < 0$ ، شرط انرژی قوی (SEC) ^۳ تامین می‌شود [۵].

(ه) $\frac{1}{4} \leq \beta \leq \frac{3}{4}$: در آینده محدود تکینگی وجود ندارد.

(و) $\beta = 0$: در این حالت هم در آینده محدود تکینگی وجود ندارد، اما زمانی که $\rho \rightarrow 0$ آنگاه $|w| \rightarrow \infty$.

امکان وجود تکینگی در حالت $\rho > 0$ و $\rho + 3p > 0$ نیز وجود دارد و تابع $a(t)$ در بازه زمانی $0 < t < t_s$ به شکل زیر داده شده است [۳]:

$$a(t) = 1 - \left(1 - \frac{t}{t_s}\right)^n + \left(\frac{t}{t_s}\right)^q (a_s - 1), \quad (9)$$

این تابع نشان می‌دهد که برای $1 < n < 2$ و $0 < q < 1$ ، تکینگی نوع دوم ^۴ ایجاد و شرط انرژی غالب (DEC) نقض می‌گردد. همچنین در شرایطی که $0 < q < 1$ و $0 < n < 1$ تکینگی نوع سوم داریم که شرط ضعیف انرژی (WEC) ^۵ و شرط قوی

$$\frac{d\rho(t)}{dt} + 3 \frac{1}{a(t)} \frac{da(t)}{dt} (\rho + p) = 0, \quad (5)$$

که در آن $r_i(t) = a(t)r_i(t_0)$ و $\frac{1}{a} \frac{da}{dt} = H(t)$ مختصه شعاعی عالم را در هر زمان نشان می‌دهد و $a(t)$ همان عامل مقیاس است. برای عالم شبح گونه ^۱ که در آن $w < -1$ معادله حالت به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$p = -\rho - f(\rho). \quad (6)$$

با انتخاب شکل مناسبی برای $f(\rho)$ می‌توان معادلات فریدمن را حل کرد. برای $a(t)$ به شکلی که در مرجع [۵] آمده، با حل معادلات می‌توانیم رفتار p و ρ را به دست آوریم. رفتار این دو در شرایط مختلف تکینگی‌های متفاوتی را نشان می‌دهد. اگر مدلی را که در مرجع [۵] آمده در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$f(\rho) = \frac{AB\rho^{\alpha+\beta}}{A\rho^\alpha + B\rho^\beta} \quad (7)$$

اهمیت این تابع برای $f(\rho)$ از آن جهت دارای اهمیت است که با مقادیر مختلف پارامترهای موجود در رابطه (۷) تمامی انواع تکینگی‌های معرفی شده به وجود می‌آید. برای $\alpha = 2\beta - 1$ با در نظر گرفتن روابط (۶) و (۷) و مساوی صفر قرار دادن مخرج معادله (۷) داریم:

$$\rho = \rho_s = \left(\frac{-A}{B}\right)^{\frac{-1}{\beta-1}}. \quad (8)$$

رابطه (۸) منجر به واگرایی p می‌شود اما ρ محدود باقی می‌ماند. از معادله (۳) چون چگالی انرژی محدود است H هم محدود می‌ماند، از طرفی بر طبق معادله (۴)، با توجه به واگرایی p ،

$$\frac{d^2 a}{dt^2}$$
 نامحدود است، در صورتی که با این مقدار برای چگالی

انرژی تابع عامل مقیاس به یک مقدار محدود می‌رسد. این نوع رفتار ($\rho \rightarrow \rho_s, p \rightarrow \infty$) را واگرایی ناگهانی می‌نامند [۵]. بنابراین ρ_s مقداری از چگالی انرژی است که باعث ایجاد تکینگی در فشار می‌شود. پس در زمان t_s تکینگی نوع دوم ایجاد می‌شود. در اینجا چون فشار واگرا می‌شود ولی چگالی

انرژی محدود است طبق رابطه $\left(\frac{dH}{dt} + 2H^2\right) \propto R$ ، و با در

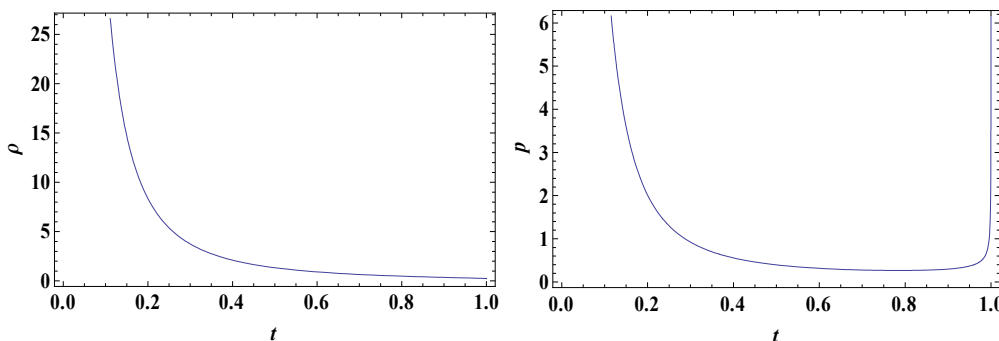
۱. Dominate energy condition

۲. Strong energy condition

۳. Sudden singularity

۴. Weak energy condition

۱. Phantomlike



شکل ۱. رفتار فشار و چگالی انرژی با استفاده از معادله (۹) در معادلات فریدمن و به ازای $n=1/5$ و $q=0/5$. در شکل سمت راست واگرایی فشار دیده می‌شود.

انرژی (SEC) را نقض می‌کند.

یک حجم D بعدی قرار دارد را می‌توان بر روی سطح مرزی $D-1$ بعدی همان حجم هولوگرافی کدگذاری کرد [۱۰]. سطح مرزی $D-1$ بعدی سطح هولوگرافی نامیده می‌شود. اگر بخواهیم از این ایده برای عالم استفاده کنیم، باید گفت عالم افقی دارد که مرز آن را تعیین می‌کند. اثر وجود این سطح مرزی در کنش اینشتین با یک جمله، که ناشی از خمش بیرونی است مشخص می‌شود. از این جمله اضافی شتاب مربوط به سطح محاسبه می‌شود. از طرف دیگر وجود افق، وجود یک دمای افق را تضمین می‌کند. پس از رابطه انرژی شتابی متناسب با دمای افق ایجاد می‌شود. این شتاب با شتابی که از رابطه کنش تصحیح شده اینشتین هیلبرت به دست می‌آید، برابر است [۱]. فرض می‌شود اثری را که در مدل‌های دیگر از انرژی تاریک انتظار داشتیم را می‌توان از روی اثرات سطحی در ایده هولوگرافی به دست آورد، هرچند در بعضی مدل‌های مبتنی بر این نظریه باز هم انرژی تاریک وجود دارد. این جمله سطحی با شتابی که ایجاد می‌کند، یک نیروی آنتروپی ایجاد می‌کند که معادلات فریدمن را به صورت زیر کامل می‌کند:

$$\frac{1}{a(t)} \frac{d^2 a(t)}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + c_1 H^2(t) + c_2 \frac{dH(t)}{dt}, \quad (11)$$

$$H^2(t) = \frac{8\pi G}{3}\rho + c_1 H^2(t) + c_2 \frac{dH(t)}{dt}, \quad (12)$$

که بر اساس [۱۱] آنچه با مشاهدات رصدی امروز مطابقت دارد حالتی است که در آن $c_1 < 1$ و $0 < c_2 \leq \frac{3}{4\pi}$ از طرف دیگر در

اگر $a(t)$ به شکل معادله (۹) در نظر گرفته شود می‌توان تابع $H(t)$ را پیدا کرد. با این اطلاعات معادلات فریدمن برای p و ρ به عبارات زیر تبدیل می‌شوند.

$$\rho(t) = \frac{3}{8\pi G} H^2(t), \quad (10)$$

$$p(t) = \frac{-1}{4\pi G} \left(\frac{3}{2} H^2(t) + \frac{dH(t)}{dt} \right).$$

در اینجا به بررسی تکنیکی نوع دوم می‌پردازیم، چون ویژگی‌های نامتعارف‌تری دارد. نتیجه این محاسبات برای p و ρ در $n=1/5$ و $q=0/5$ (که در بازه تعیین شده قرار دارد) در شکل ۱ رسم شده‌اند. با این مقادیر n و q ، فشار واگرا می‌شود، در حالی که در لحظه تکنیکی چگالی انرژی محدود می‌ماند. این رفتار همان تکنیکی نوع دوم است.

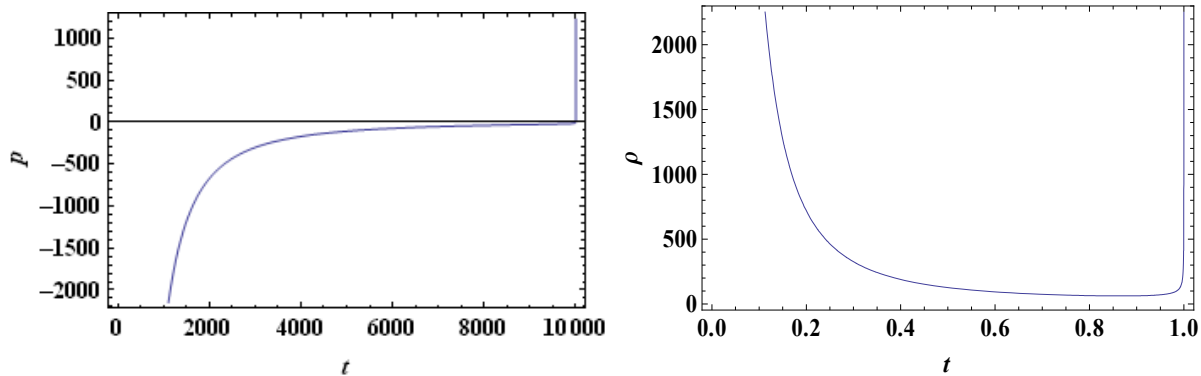
مطابق با محاسبات ایاسون^۱، فرمپتون^۲ و اسموت^۳ [۱] می‌توان این را پذیرفت که در یک جهان شتابدار در حال گسترش به جای انرژی تاریک، ایده اطلاعات و هولوگرافی نقش اصلی را ایفا می‌کند. بر طبق اصل هولوگرافی تمام اطلاعاتی را که درون

۱. Easson

۲. Frampton

۳. Smoot

۴. Unruh



شکل ۲. رفتار فشار و چگالی انرژی با استفاده از معادله (۹) در معادلات تصحیح شده با اثرات آنتروپی و به ازای $q = 0.5$ و $n = 1/5$ و $c_1 = 0.1$ و $c_2 = 0.1$. در شکل سمت چپ واگرایی فشار و در شکل سمت راست واگرایی چگالی انرژی دیده می شود.

جدول ۲. جزئیات تبدیل تکینگی نوع دوم به سوم به ازای مقادیر مختلف c_1 و c_2 .

	c_1	c_2	c_1/c_2	شرط انرژی نقض شده	تغییر تکینگی
$n = 1/5$	$0 < c_1 < 1$	$0 < c_2 < 1$	> 1	DEC DNEC	II \rightarrow III
	$0 < c_1 < 1$	$0 < c_2 < 1$	< 1	ندارد	II \rightarrow III
	$1 < c_1$	$1 < c_2$	> 1	ندارد	II \rightarrow III
$q = 0.5$	$1 < c_1$	$1 < c_2$	$1 <$	ندارد	II \rightarrow III
	$1 < c_1$	$0 < c_2 < 1$	> 1	ندارد	II \rightarrow III

$$p(t) = \frac{1}{4\pi G} \left(\frac{-3+3c_1}{2} H^2(t) + \frac{-2+3c_2}{2} \frac{dH(t)}{dt} \right).$$

توابع فوق در شرایطی که تکینگی نوع دوم ایجاد می شود ($0 < q < 1$) و $1 < n < 2$)، با فرض $q = 0.5$ و $n = 1/5$ و اینکه زمان تکینگی نزدیک نباشد ($\frac{a_s}{t_s} \gg 1$)، در شکل ۲ رسم شده است.

دیده می شود که با در نظر گرفتن جملات تصحیحی در زمان تکینگی هم فشار و هم چگالی انرژی واگرا می شوند، که این نوع رفتار برای p و ρ را تکینگی نوع سوم می گویند. در اینجا در تکینگی نوع سوم شرط انرژی غالب (DEC) و شرط نورگونه انرژی (NEC) نقض می شود. نتایج به دست آمده در شکل های بالا هم به مقدار c_1 و c_2 و هم به n و q بستگی دارد. در جدول ۲ و جدول های بعد از آن علاوه بر مقادیری از c_1 و c_2 که در محدوده تعیین شده قرار دارند، مقادیر خارج از این محدوده را هم مورد بررسی قرار داده ایم. چراکه نتایج

[۱۲] می بینیم که باید $c_1 \gg c_2$ پس هر دو ضریب مقادیر مثبت دارند. از طرف دیگر به دلیل معادله مربوط به انرژی کل ذره ای که از مرکز به افق هابل نزدیک می شود، c_1 و c_2 در هر دو معادله (۱۱) و (۱۲) با هم برابرند [۱۱]. فرض می کنیم تابع عامل مقیاس با معادله (۹) داده شود. برای حالت $0 < q < 1$ و $1 < n < 2$ که باعث ایجاد تکینگی نوع دوم در معادلات استاندارد فریدمن می شود و با توجه به اینکه H و مشتق زمانی آن را می توان از معادله (۹) به دست آورد، معادلات فوق منجر به توابع زیر برای فشار و چگالی انرژی می شوند. با این معادلات می توان رفتار فشار و چگالی انرژی را در بازه های زمانی مورد نظر بررسی کرد و ملاحظه نمود که آیا در آنها تکینگی وجود خواهد داشت یا خیر؟

$$\rho(t) = \frac{3}{8\pi G} \left(H^2(t) - c_1 H^2(t) - c_2 \frac{dH(t)}{dt} \right), \quad (13)$$

جدول ۳. جزئیات تبدیل تکنیکی نوع دوم به چهارم به ازای مقادیر مختلف c_1 و c_2 .

	c_1	c_2	c_1/c_2	شرط انرژی نقض شده	تغییر تکنیکی
$n = 1/995$	$0 < c_1 < 1$	$0 < c_2 < 1$	> 1	SEC	II \rightarrow IV
	$0 < c_1 < 1$	$0 < c_2 < 1$	< 1	SEC	II \rightarrow IV
$q = 0/66$	$1 < c_1$	$1 < c_2$	> 1	ندارد	II \rightarrow IV
	$1 < c_1$	$0 < c_2 < 1$	> 1	DEC	II \rightarrow IV

در معادلات استاندارد فریدمن، در شکل های زیر رسم شده اند. در این شکل ها دیده می شود که علامت $\frac{d^2 a}{dt^2}$ در نقطه ای تغییر می کند. این تغییر علامت باعث تغییر در علامت فشار و چگالی انرژی هم می شود، و در نتیجه معادله حالت تغییر علامت می دهد. از لحاظ کیهان شناسی عامل این تغییر علامت تقابل بین ماده و ماده تاریک است که باعث می شود شتاب در ابتدا کند شوند و سپس تند شوند باشد. زمان تغییر علامت $\frac{d^2 a}{dt^2}$ بستگی به a_s (عامل مقیاس در لحظه تکنیکی) دارد. در شکل ۳ نتایج معادلات فریدمن با در نظر گرفتن عامل مقیاس (۱۴) دیده می شود. در حالتی که تصحیحات وارد شوند با استفاده از معادلات (۱۳) و (۱۴)، نتایج را در شکل ۴ می بینید.

پس با احتساب تصحیحات نیروی آنتروپی تکنیکی نوع دوم به سوم تبدیل شده است. چون هم فشار و هم چگالی انرژی و اگر شده اند، در این حالت نیز می توان اثر مقادیر مختلف c_1 و c_2 را روی رفتار فشار و چگالی انرژی بررسی کرد.

در همه محاسباتی که انجام شد می توان خمش را هم بررسی کرد. با توجه به رابطه $R \propto \epsilon(2H^2 + \frac{dH}{dt})$ که قبلاً بیان شد، خمش مستقیماً به عامل مقیاس و مشتقات آن وابسته است و چون در این محاسبات شکل تابعی عامل مقیاس تغییر نکرده، رفتار خمش در دو حالت، یعنی با در نظر گرفتن معادلات استاندارد فریدمن و نیز همراه با اثرات نیروی آنتروپی، یکسان است. به طور کلی در تکنیکی هایی که پارامتر هابل یا مشتق اول آن و اگر شوند، خمش و اگر می شود.

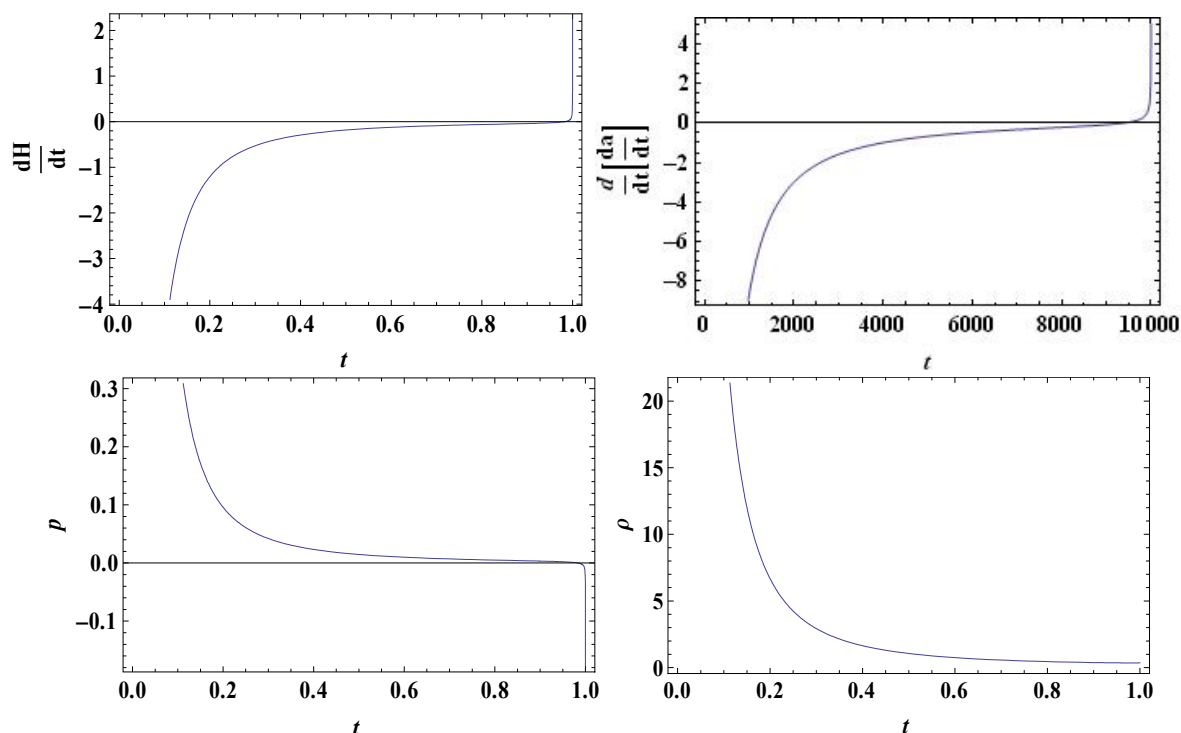
مفیدی در بر خواهد داشت. نکته قابل توجه این است که با تغییر مقدار c_1 و c_2 و بدون تغییر n و q تنها چیزی که تغییر می کند، شرط انرژی نقض شده است. به ازای $n = \frac{3}{2}$ و $q = \frac{1}{2}$ نتایج به صورتی است که در جدول ۲ مشاهده می شود.

بنابراین با انتخاب برای $q = \frac{1}{2}$ و $n = \frac{3}{2}$ همواره تکنیکی نوع دوم به سوم تبدیل شده است. از طرفی در بازه $0 < q < 1$ و $1 < n < 2$ با داده های رصدی فعلی مطابقت بیشتری دارد [۱۲]. اگر این مقادیر را برای n و q در نظر بگیریم، تکنیکی نوع دوم به نوع چهارم تبدیل می شود. با توجه به مقادیر c_1 و c_2 نتایج به صورتی است که در جدول ۳ ارائه شده است، به دست می آید. پس با انتخاب $a(t)$ به شکل معادله (۹) و $n = 1/995$ و $q = 0/66$ تکنیکی نوع دوم به نوع چهارم تبدیل می شود.

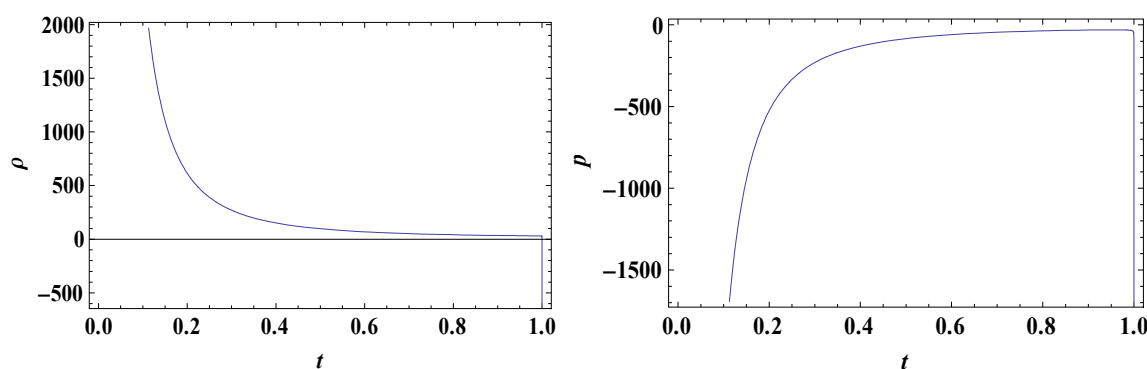
در معادله (۹) همواره $\frac{d^2 a}{dt^2} < 0$ است، در حالی که مشاهدات رصدی نشان می دهد که در حال حاضر $\frac{d^2 a}{dt^2} > 0$ است. بنابراین شکل تابعی $a(t)$ نیاز به قدری تصحیح دارد. اگر $a(t)$ را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$a(t) = -1 + \left(1 - \frac{t}{t_s}\right)^n + \left(\frac{t}{t_s}\right)^q (a_s + 1), \quad (14)$$

قرار دادن این روابط در معادلات استاندارد فریدمن به ازای $n = 1/5$ و $q = 0/5$ منجر به واگرایی p و محدود ماندن ρ و بنابراین ایجاد تکنیکی در زمان (آینده) محدود می شوند. نمودارهای مربوط به رفتارهای p و ρ و $a(t)$ و مشتق دوم آن



شکل ۳. فشار و چگالی انرژی با استفاده از معادله (۱۴) (تابع عامل مقیاس) در معادلات فریدمن و به ازای $q=0.5$ و $n=1/5$. در شکل سمت راست بالا واگرایی مشتق دوم عامل مقیاس و در شکل سمت چپ بالا واگرایی مشتق H دیده می شود. در شکل سمت چپ پایین واگرایی فشار دیده می شود.



شکل ۴. رفتار فشار و چگالی انرژی با استفاده از معادله (۱۴) در معادلات تصحیح شده با اثرات آنتروپی به ازای $q=0.5$ و $n=1/5$ و $c_1=0.1$ و $c_2=0.01$. در شکل سمت راست واگرایی فشار و در شکل سمت چپ واگرایی چگالی انرژی دیده می شود.

جدول ۴: جزئیات تبدیل تکینگی نوع دوم به سوم به ازای مقادیر مختلف c_1 و c_2 در حالتی که عامل مقیاس $a(t)$ با معادله (۱۴) داده شود.

	c_1	c_2	c_1/c_2	شرط انرژی نقض شده	تغییر تکینگی
$n=1/5$	$0 < c_1 < 1$	$0 < c_2 < 1$	> 1	همه	II \rightarrow III
	$0 < c_1 < 1$	$0 < c_2 < 1$	< 1	همه	II \rightarrow III
	$1 < c_1$	$1 < c_2$	> 1	همه	II \rightarrow III
$q=0.5$	$1 < c_1$	$1 < c_2$	< 1	همه	II \rightarrow III
	$1 < c_1$	$0 < c_2 < 1$	< 1	همه	II \rightarrow III

شرط انرژی نقض شده در این تکینگی‌ها می‌شود. به نظر می‌رسد فضای پارامترهای این مدل‌ها آنقدر وسیع باشد که معمولاً بتوان عامل فیزیکی پیدا کرد که بتواند اثری هرچند کوچک بر تکینگی‌های ضعیف (مثل نوع دوم یا چهارم) بگذارد، اما در مورد تکینگی‌های قوی (مثل اول یا نوع سوم) این عامل فیزیکی باید بسیار بزرگ باشد تا بتواند بر تکینگی اثر بگذارد.

نیروی آنتروپی باعث ایجاد جملات تصحیحی در معادلات فریدمن می‌شود. این جملات ترکیب خطی $H^2(t)$ و $\frac{dH}{dt}$ با ضرایب دلخواه هستند. وجود این جملات تصحیحی باعث می‌شود تا شرایطی که در معادلات استاندارد فریدمن باعث تکینگی نوع دوم می‌شود، در معادلات تصحیح شده به نوع سوم یا چهارم تبدیل شوند. مقدار عددی ضرایب دلخواه باعث تغییر

9. M Bojowald, *Phys. Rev. Lett.* **86**. (2001) 5227.
10. M P Gough, *Entropy* **13**, 4 (2011) 924.
11. D A Easson, P H Frampton and G F Smoot, arXiv: 1003.1528.
12. R Casadio, Gruppuso, arXiv: 1005.0790.
13. H Ghodsi, M A Hendry, M P Dabrowski and T Denkiewicz arXiv: 1101.3984.
14. E Verlinde, arXiv: 1001.0785.
15. I Brevik, and O Gorbunova, *Eur. Phys. J. C* **56** (2008) 425.

1. D A Easson, P H Frampton and G F Smoot, arXiv: 1002.4278.
2. E J Copeland, M Sami, and S Tsujikawa, arXiv: 0636057.
3. J D Barrow, *Class. Quant. Grav.* **21** (2004) L79.
4. L Fernández-Jambrina, arXiv: 1012.3159.
5. S Nojiri, S D Otintsov and S Tsujikawa, *Phys. Rev. D* **71** (2005) 06304.
6. S J M Houndjo, arXiv: 1008.0664.
7. I Brevik and O Grobunova, arXiv: 0806.1399.
8. A Ashtekar, and P Singh, arXiv: 1108.0893.