

# یکسویه سازی نانوماشین کازیمیری با یک سیگنال موج مثلثی

مرادیان، علی<sup>۱</sup> ستاره، محمد رضا<sup>۲</sup> سیدزاهدی، سیده نه سرین<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه کردستان، دانشکده‌ی علوم پایه و فنی مهندسی بیجار

<sup>۲</sup> دانشگاه کردستان، دانشکده‌ی علوم پایه، گروه فیزیک

## چکیده

در این مقاله یک نانوسیستم کازیمیری مرکب از دو دیسک دی‌الکتریک مجزا را که هوا در فاصله‌ی بین آن‌ها قرار دارد، مورد بررسی قرار می‌دهیم. هر کدام از دیسک‌ها دارای نواحی دی‌الکتریک چهارگانه هستند و نواحی یکسان آن‌ها در مقابل یکدیگر قرار گرفته‌اند. با استفاده از رهیافت پراکنندگی در حد جفت‌شدگی ضعیف نشان می‌دهیم که اگر دیسک بالایی به اندازه‌ی زاویه‌ی  $\theta$  حول محور خود دوران کند، دیسک پایینی یک گشتاور  $\tau(\theta) \propto \sin\theta$  را تجربه می‌کند. در ادامه دینامیک این سیستم را در حضور بار خارجی بررسی می‌کنیم و سرعت زاویه‌ای میانگین غیر صفر را برای دیسک بالایی بدست می‌آوریم.

## مقدمه

پیشرفت سریع فناوری نانو از یکسو و ماهیت ویژه‌ی نیروی کازیمیر از سوی دیگر، سبب می‌شوند که این نیرو به عنوان پیشنهاد جدیدی برای طراحی سیستم‌های نانومکانیکی معرفی شود.

امروزه نیروی کازیمیر عرضی که از شکست تقارن عرضی ناشی می‌شود، در طراحی نانواپزارهایی با اجزای بدون تماس در بسیاری از بررسی‌ها مورد توجه قرار گرفته است [۴-۱].

در حالیکه عمده‌ی مطالعات نظری نیروی کازیمیر به بررسی برهمکنش بین صفحات رسانای ایده‌آل می‌پرداختند، لیفشیتز یک نظریه‌ی عمومی‌تر را برای صفحات دی‌الکتریک ارائه داد [۵]. این نیرو که نیروی کازیمیر-لیفشیتز نیز نامیده می‌شود بعدها در مطالعات بسیاری مورد بررسی قرار گرفت [۶ و ۷] و به عنوان پیشنهادی برای گسترش سیستم‌های نانو و میکرو الکترومکانیکی مطرح شد [۸ و ۹]. در رهیافت پراکندگی که یکی از روش‌های بررسی اثر کازیمیر بوده و مبتنی بر ضرایب بازتاب از محیط‌هاست، می‌توان گشتاور کازیمیر را برای سیستم‌های متعددی بدست آورد [۱۰ و ۱۱].

ما در اینجا سیستم کوچکی متشکل از دو استوانه با ساختار دی‌الکتریک دوره‌ای را که مانند شکل ۱ دارای اختلاف فاز اولیه هستند در نظر می‌گیریم. برای محاسبه‌ی انرژی و گشتاور کازیمیر در این سیستم از شکل ساده شده‌ی پراکندگی چندگانه که همان حد جفت‌شدگی ضعیف است، استفاده می‌کنیم. با بررسی‌هایی که در بخش بعد انجام خواهیم داد، وجود گشتاور کازیمیر دوره‌ای را در چنین سیستمی اثبات می‌کنیم. سپس با در نظر گرفتن انواع حرکت برای دیسک پایینی، حرکت سیستم را در حضور بار خارجی بررسی می‌کنیم و نشان خواهیم داد که میانگین سرعت زاویه‌ای دیسک غیر صفر خواهد بود و به این ترتیب یکسویه-سازی نانوماشین مورد بررسی را نشان خواهیم داد.

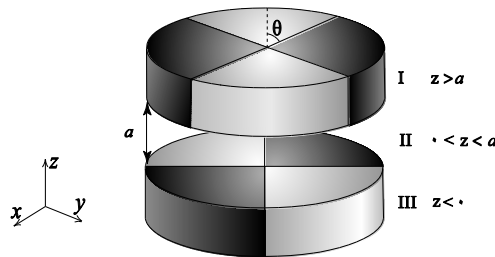
## معرفی مدل

انرژی برهمکنش میدان الکترومغناطیسی برای دو جسم به حجم‌های  $\beta$  و  $\beta'$  و ثابت‌های دی‌الکتریک نسبی  $k$  و  $k'$  در پایین‌ترین مرتبه بصورت ساده‌ی زیر درمی‌آید [۱۲]

$$E = -\frac{\hbar c}{(\epsilon\pi)^r} (k-1)(k'-1) \int_{\beta} d\vec{r} \int_{\beta} d\vec{r}' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|^r} \quad (1)$$

که حد جفت‌شدگی ضعیف رهیافت پراکندگی نامیده می‌شود و تنها یک تک پراکندگی بین اجسام را توصیف می‌کند. در واقع جفت‌شدگی ضعیف به معنای  $k \rightarrow 1$  است.

میلتون و همکارانش در [۱۳] با استفاده از حد جفت‌شدگی ضعیف برای یک بره‌ی دی‌الکتریک با گستردگی متناهی بالای یک صفحه‌ی دی‌الکتریک نامتناهی، نیرو و گشتاور نیروی کازیمیر را محاسبه کرده و به این موضوع تأکید کرده‌اند که برای محیط‌های دی‌الکتریک رقیق حد جفت‌شدگی ضعیف منجر به جواب دقیق می‌شود.



شکل ۱: طرحی از سیستم مورد بررسی مرکب از دو استوانه‌ی دی‌الکتریک

سیستم کوچک مقیاس شکل ۱ متشکل از دو استوانه‌ی دی‌الکتریک را که با لایه‌ای از خلاء از هم جدا شده‌اند، در نظر می‌گیریم. هر کدام از این دیسک‌ها از دو ماده‌ی دی‌الکتریک با ضرایب دی‌الکتریک  $k_1$  و  $k_2$  تشکیل شده است که دارای ساختار دوره‌ای با دوره‌ی تناوب  $\pi$  می‌باشند. صفحات  $z = a$  و  $z = 0$  سطوح دیسک‌های بالایی و پایینی را مشخص می‌کنند. برای این پیکربندی حد جفت‌شدگی ضعیف از رهیافت پراکندگی را که با رابطه‌ی (۱) بیان شده است، بکار می‌بریم

$$E = -\frac{\gamma^3 \hbar c}{(\epsilon \pi)^2} \int_{\beta} d\vec{r} \int_{\beta} d\vec{r}' \frac{\sigma_a(\varphi) \sigma_a(\varphi')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^{\gamma}} \quad (2)$$

که در این معادله  $\sigma_a(\varphi)$  و  $\sigma_a(\varphi')$  به ترتیب اختلاف توابع توزیع دی الکتریک نسبی دیسک پایینی و دیسک بالایی با گذردهی

الکتریکی خلاء می باشند. بر اساس شکل ۱ می توان نوشت

$$\sigma_a(\varphi) = \delta_1 \left\{ \theta(\varphi) \theta\left(\frac{\pi}{\gamma} - \varphi\right) + \theta(\varphi - \pi) \theta\left(\frac{\gamma\pi}{\gamma} - \varphi\right) \right\} \quad (3)$$

$$+ \delta_2 \left\{ \theta\left(\varphi - \frac{\pi}{\gamma}\right) \theta(\pi - \varphi) + \theta\left(\varphi - \frac{\gamma\pi}{\gamma}\right) \theta(\gamma\pi - \varphi) \right\}$$

$\theta(x)$  تابع پلهی هویساید می باشد و  $\delta_i$  اختلاف نسبی ثابت دی الکتریک  $i$  ام با هوا را مشخص می کند.  $\delta_i$  کمیتی است که

کوچک بودن آن سبب شده است بتوانیم حد جفت شدگی ضعیف از روش پراکندگی استفاده کنیم و به صورت زیر تعریف شده

است

$$\delta_i = k_i - 1, \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

با فرض  $R = 10^{-6}m$  و  $a = 10^{-8}m$  انرژی کازیمیر را بر حسب فاز اولیه  $\theta$  بصورت زیر بدست می آوریم

$$E(\theta) \approx -E_0 \left\{ \gamma \pi^2 (\delta_1 + \delta_2)^2 - \gamma (\delta_1^2 - \delta_2^2) \sin(\theta) + \gamma (\delta_1 + \delta_2)^2 \cos(\theta) \right\} \quad (5)$$

که در آن  $E_0 = 6.46 \times 10^{-16} J$  می باشد.

گشتاور نیروی کازیمیر وارد بر دیسک بالایی برای سیستم شکل ۱ با فرض  $R = 10^{-6}m$ ،  $a = 10^{-8}m$ ،  $\delta_1 = 1.1$  و  $\delta_2 = 1.6$

به ترتیب برای پلی استر و تفلون بصورت زیر بدست می آید

$$\tau(\theta) \approx -2.79 \times 10^{-14} \{ 2.7 \sin(\theta) + 0.5 \cos(\theta) \} = -\tau_{max} \sin(\theta + 0.183) \quad (6)$$

در این رابطه  $\tau_{max} = 7.46 \times 10^{-14} Nm$  دامنه‌ی گشتاور کازیمیر است که به شعاع دیسک‌ها، فاصله‌ی جدایی آن‌ها و نیز ضرایب دی‌الکتریک نسبی مواد بستگی دارد.

در واقع اختلاف زاویه‌ی بین دیسک‌ها سبب ایجاد گشتاور نیرویی برای دوران دیسک‌ها و رسیدن سیستم به کمینه‌ی انرژی می‌شود که ماهیت دوره‌ای دارد.

## یکسویه‌سازی

در این بخش حرکت سیستم شکل ۱ را در اثر گشتاور نیروی کازیمیر بررسی می‌کنیم. مکان زاویه‌ای دیسک‌های بالایی و پایینی را به ترتیب با  $\theta_{top}$  و  $\theta_{bottom}$  نشان می‌دهیم. معادله‌ی حرکت دیسک بالایی هنگامی که وزنه‌ای به آن آویزان است بصورت زیر می‌باشد

$$I \frac{d^2 \theta_{top}}{dt^2} = -\zeta \frac{d\theta_{top}}{dt} - \tau_{max} \sin(\theta_{top} - \theta_{bottom} + \alpha) + \tau_{ext} \quad (7)$$

که در این رابطه  $\zeta$  ضریب اصطکاک دورانی،  $\alpha = 0.183$  و  $\tau_{ext}$  گشتاور بارخارجی است. معادله‌ی حرکت این سیستم در رژیم تندیابی بصورت زیر در می‌آید

$$\zeta \frac{d\theta_{top}}{dt} + \tau_{max} \sin(\theta_{dif}) + \tau_{ext} = 0 \quad (8)$$

فاز  $\theta_{dif}$  را بصورت  $\theta_{dif} = \theta_{top} - \theta_{bottom} + \alpha$  تعریف کرده‌ایم. بنابراین معادله‌ی (۸) برای  $\theta_{dif}$  بصورت زیر است

$$\zeta \frac{d\theta_{dif}}{dt} + \zeta \frac{d\theta_{bottom}}{dt} + \tau_{max} \sin(\theta_{dif}) + \tau_{ext} = 0 \quad (9)$$

در این رابطه  $d\theta_{bottom}/dt$  سرعت زاویه‌ای دیسک پایینی است و به نوع حرکت آن دیسک بستگی دارد. با معرفی مقیاس

زمانی مناسب  $t_s = 2\pi\zeta/\tau_{max}$  پارامترهای بی‌بعد زیر را تعریف می‌کنیم

$$T = \frac{t}{t_s} = \frac{\tau_{max}}{\gamma\pi\zeta} t, \quad Z = -\frac{\theta_{dif}}{\gamma\pi} \quad (10)$$

با وجود تفاوت‌های عمده‌ای که در مسائل و نیروهای مورد بررسی وجود دارد، معادله حرکت (۷) شبیه به معادلات حرکت مورد

بررسی در مطالعاتی مانند [۳، ۴ و ۱۴] است و مراحل بی‌بعدسازی و حل معادله هم مشابه خواهند بود.

بر اساس بی‌بعدسازی معرفی شده در (۱۰) معادله‌ی حرکت (۹) در رژیم تند میرا بصورت زیر در می‌آید

$$\frac{dZ}{dT} + \sin(\gamma\pi Z) = \frac{d\theta_{bottom}}{dT} + I, \quad (11)$$

که در آن  $I = \tau_{ext}/\tau_{max}$  می‌باشد. در قسمت‌های بعد معادله‌ی حرکت (۱۱) را برای وضعیت‌های مختلف حرکت دیسک

پایینی حل کرده و وضعیت یکسویه‌سازی دیسک بالایی را بررسی می‌کنیم.

### دیسک پایینی ثابت باشد

هنگامی که دیسک پایینی حرکت نکند، معادله‌ی حاکم بر سیستم به شکل ساده‌ی زیر در می‌آید

$$dT = \frac{dZ}{I - \sin(\gamma\pi Z)} \quad (12)$$

$$I, \gamma > 1 \quad (1)$$

در این حالت جواب معادله‌ی (۱۲) بصورت زیر است [۱۵]

$$T - T_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{I, \gamma - 1}} \tan^{-1} \left( \frac{I, \tan(\pi Z) - 1}{\sqrt{I, \gamma - 1}} \right) \quad (13)$$

که در آن  $T_0$  ثابت انتگرال‌گیری است. در واقع  $I, \gamma > 1$  معادل است با  $mgR > \tau_{max}$ ، در این شرایط

$$Z(T) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{I,} \left[ \sqrt{I, \gamma - 1} \tan \left( \pi \sqrt{I, \gamma - 1} (T - T_0) \right) + 1 \right] \right\} \quad (14)$$

طبق تعریف میانگین مشتق  $Z$  نسبت به  $T$  پس از یک دوره‌ی تناوب از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید

$$\langle \dot{Z} \rangle = \sqrt{I_s^2 - 1} \quad (15)$$

که با توجه به صفر بودن سرعت دیسک پایینی این وضعیت منجر به  $\langle \dot{\theta}_{top} \rangle < 0$  می‌باشد.

بنابراین در حالت  $mgR > \tau_{max}$ ، نانوچرخ با سرعت متوسطی به سمت پایین حرکت می‌کند.

$$I_s^2 < 1 \quad (2)$$

در این حالت حل معادله‌ی (۱۲) بصورت زیر خواهد بود [۱۵]

$$T - T_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-I_s^2}} \ln \left| \frac{\tan(\pi Z) - \cot(\pi Z_c)}{\tan(\pi Z) - \tan(\pi Z_c)} \right| \quad (16)$$

که در آن  $Z_c$  را بصورت زیر تعریف کرده‌ایم

$$I_s = \sin(2\pi Z_c), \quad 0 < Z_c < 1/4 \quad (17)$$

که چون با گذشت زمان همه‌ی حل‌ها مستقل از اینکه نقطه‌ی آغاز کجا بوده به سمت  $Z_c$  میل می‌کنند،  $Z_c$  یک نقطه‌ی ثابت پایدار

است در حالیکه نقاط ثابت  $-Z_c \pm 1/2$  ناپایدار هستند.

این دو نقطه‌ی ثابت نقاط شاخه‌ای هستند که فضای فاز  $|Z| < 1/2$  را به دو ناحیه‌ی مجزا تقسیم می‌کنند. بنابراین حدود بالا و

پایین تغییرات فاز به صورت زیر قابل محاسبه است

$$2Z_c - 1/2 < \Delta Z < 2Z_c + 1/2 \quad (18)$$

**دیسک پایینی با سرعت زاویه‌ای ثابتی حرکت کند**

در این وضعیت معادله‌ی حرکت (۱۱) بصورت زیر در می‌آید

$$\frac{dZ}{dT} + \sin(2\pi Z) = I_s \quad (19)$$

که در آن  $I_1 = d\theta_{bottom}/dT + I_2$  و برای داشتن  $\langle \dot{Z} \rangle > 0$  باید

$$I_2 + 2\dot{\theta}_{bottom}I_1 < 1 \Rightarrow \dot{\theta}_{bottom} < \frac{1-I_2}{2I_1} \quad (20)$$

اگر فرض کنیم دیسک پایینی با سرعت زاویه‌ای ثابت مثبتی دوران می‌کند باید در رابطه‌ی (20)،  $I_2 < 1$  باشد به عبارتی گشتاور

نیروی وزن کمتر از گشتاور نیروی کازیمیر باشد. به این ترتیب در حضور بار خارجی هنگامی که  $mgR < \tau_{max}$  باشد، در اثر

چرخش دیسک پایینی با سرعت زاویه‌ای ثابت مثبت، میانگین سرعت زاویه‌ای دیسک بالایی مثبت شده و بار خارجی آویزان به

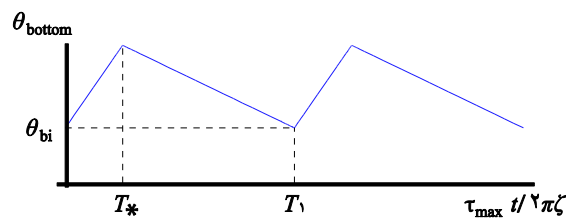
خود را بلند می‌کند و هدف یکسویه‌سازی برآورده می‌شود.

### دیسک پایینی حرکت مثلثی دوره‌ای داشته باشد

در این بخش حرکت دوره‌ای مثلثی شکل 2 را برای دیسک پایینی در نظر می‌گیریم. در این شکل محور افقی پارامتر بی‌بعد  $T$

است. این دیسک تا  $T_*$  با سرعت زاویه‌ای بی‌بعد شده‌ی  $S_1$  دوران می‌کند و در بازه‌ی  $T_1 < T < T_*$  با سرعت زاویه‌ای بی‌بعد

شده‌ی  $S_2$  به وضعیت اولیه‌ی  $\theta_{bi}$  برمی‌گردد.



شکل 2: حرکت دوره‌ای مثلثی دیسک پایینی که با پارامترهای  $\theta_{bi}$ ،  $S_1$ ،  $S_2$ ،  $T_*$  و  $T_1$  توصیف می‌شود.



با توجه به نمودار، پارامترهای  $S_1$  و  $S_2$  مستقل از هم نیستند و با رابطه‌ی  $S_2 = \frac{T_*}{T_* - T_1} S_1$  به هم مربوط می‌شوند.

معادله‌ی حرکت برای چنین وضعیتی را می‌توان بصورت زیر نوشت

$$\dot{Z}_1 + \sin(\gamma\pi Z_1) = I', \quad 0 < \text{mod}(T, T_1) < T_* \quad (21)$$

$$\dot{Z}_2 + \sin(\gamma\pi Z_2) = I, \quad T_* < \text{mod}(T, T_1) < T_1$$

که در آن  $I' = I + (S_1 - S_2)$  می‌باشد [۳ و ۴].

$$|I'| < 1 \text{ و } |I| < 1 \quad (1)$$

در این حالت اصطلاحاً جواب متحرک نداریم و درست مانند وضعیت صفر بودن سرعت دیسک پایینی، جواب‌ها به سمت نقطه‌ی

ثابت می‌روند و در نتیجه تغییرات  $Z$  محدود به ناحیه‌ی مشخصی می‌شود که با روابطی مشابه (۱۸) مشخص می‌شود و سرعت

متوسطی بدست نمی‌آید.

$$|I'| > 1 \text{ و } |I| < 1 \quad (2)$$

در این شرایط در بازه‌ی  $0 < \text{mod}(T, T_1) < T_*$  حل معادله‌ی حرکت مانند معادله‌ی (۱۳) است

$$T - T_{,1} = \frac{1}{\pi\sqrt{I'^2 - 1}} \tan^{-1} \left( \frac{I' \tan(\pi Z) - 1}{\sqrt{I'^2 - 1}} \right) \quad (22)$$

در حالیکه حل مربوط به بازه‌ی  $T_* < \text{mod}(T, T_1) < T_1$  مانند معادله‌ی (۱۶) می‌باشد

$$T - T_{,2} = \frac{1}{\gamma\pi\sqrt{1 - I^2}} \ln \left| \frac{\tan(\pi Z_2) - \cot(\pi Z_C)}{\tan(\pi Z_1) - \tan(\pi Z_C)} \right| \quad (23)$$

$T_{,1}$  و  $T_{,2}$  ثابت‌های انتگرال‌گیری هستند. با اعمال شرط حرکت دوره‌ای برای پارامتر  $Z$  بصورت

$$Z_2(T_1) = Z_1(0) + n \quad (24)$$

که در آن  $n$  شمارنده‌ی دورها می‌باشد و اعمال شرط پیوستگی در  $T = T_*$ ، به معادله‌ی زیر خواهیم رسید

$$e^{\gamma\omega.(T_1-T_*)} = \left| \frac{\tan(\pi Z_1(\cdot)) - \cot(\pi Z_c)}{\tan(\pi Z_1(\cdot)) - \tan(\pi Z_c)} \right| \left| \frac{\tan(\pi Z(T_*)) - \tan(\pi Z_c)}{\tan(\pi Z(T_*)) - \cot(\pi Z_c)} \right| \quad (25)$$

در این معادله  $\tan(\pi Z(T_*))$  بصورت زیر است

$$\tan(\pi Z(T_*)) = \frac{1}{I'} \left[ 1 + \frac{\omega'}{\pi} \tan(\omega'(T_* - T_1)) \right] \quad (26)$$

در آن  $\omega' = \pi\sqrt{I'^2 - 1}$  و  $\omega = \pi\sqrt{1 - I'^2}$  می‌باشند.

بنابراین باید  $Z(\cdot)$  هایی که معادله‌ی (25) را برای یک مجموعه از پارامترهای  $I, I', T_*$  و  $T_1$  برقرار می‌کنند، بیابیم.

برای یک مجموعه‌ی معین از پارامترها بصورت  $T_1 = 2, T_* = 0.1, S_1 = -1.0$  مقادیر قابل

قبول  $Z(\cdot) = -\theta_{dif}(\cdot)/(2\pi)$  در شکل 3 (الف) رسم کرده‌ایم. سمت راست معادله‌ی (25) مستقل از  $T_1$  است. با افزایش  $T_1$

در سمت چپ این رابطه بصورت نمایی رشد می‌کند و برای اینکه معادله برقرار بماند باید  $Z(\cdot)$  به مقادیر قطب‌های خود که

همان نقاط تعادل پایدار و ناپایدار هستند، نزدیک شود. به همین خاطر اگر برای پارامترهای  $T_1$  متعدد شکل را رسم کنیم، خواهیم

دید که با افزایش  $T_1$  تمام نقاط به خطوط متشکل از نقاط تعادل پایدار و ناپایدار نزدیک می‌شوند.

با استفاده از تعریف میانگین‌گیری و با اعمال شرط پیوستگی داریم

$$\langle \dot{Z} \rangle = \frac{n}{T_1} \quad (27)$$

که در آن  $n$  عددی صحیح است. از طرفی با توجه به معادله‌ی (21) می‌توانیم تقریبی بنویسیم

$$\frac{dZ}{dT} \approx I' \Rightarrow \Delta Z_1 = I' T_* \quad (28)$$

یعنی با گذشت زمان فاز  $Z_1$  بصورت خطی تغییر می‌کند. به این ترتیب برای  $T = T_*$  می‌توان نوشت

$$Z_1(T_*) - Z_1(0) = I' T_* \quad (29)$$

برای برقراری شرط حرکت دوره ای نیز باید داشته باشیم

$$\Delta Z = n \Rightarrow I' T_* + \Delta Z_1 = n \quad (30)$$

بنابراین با توجه به معادله‌های (۱۰) و (۲۷) داریم

$$\left\langle \frac{d\theta_{dif}}{dT} \right\rangle = -\frac{n \tau_{max}}{\zeta T_1} \quad (31)$$

برای سرعت زاویه‌ای دیسک بالایی خواهیم داشت

$$\left\langle \frac{d\theta_{top}}{dT} \right\rangle = -\frac{n \tau_{max}}{\zeta T_1} \quad (47)$$

بر اساس این معادله به ازای مقادیر منفی  $n$  میانگین سرعت دیسک بالایی مثبت خواهد شد و هدف یکسویه‌سازی را برآورده کرده

و بار خارجی را به سمت بالا به حرکت در می‌آورد. از اینرو در جستجوی  $n$  های منفی هستیم.

شکل ۳ (ب) برای پارامترهای  $T_1 = 2$ ،  $T_* = 0.1$ ،  $S_1 = -10$  و  $I. = 0.2374$  و در نتیجه  $I' = -10.29$  رسم شده است، بر

اساس معادله‌ی (۲۸) تغییرات  $\Delta Z_1 = -10.29$  می‌باشد که به وضوح در شکل شکل ۳ (ب) دیده می‌شود. همینطور بر اساس

معادله‌ی (۲۷) پس از گذشت  $T_* = 0.1$ ،  $Z$  باید به اندازه‌ی  $I' = -10.29$  تغییر کند (شکل ۳ (ج) را ببینید).

برای تعیین  $n$  با استفاده از معادله‌ی (۱۷) برای این  $I. = 0.237$  معین،  $Z_c = 0.2374$  می‌باشد. سپس به کمک معادله‌ی (۱۸)

محدوده‌ی تغییرات  $Z$  در بازه‌ی  $T_* < T < T_1$  بصورت  $0.08 < \Delta Z_1 < -0.42$  خواهد بود. بنابراین برای مجموعه پارامترهای

شکل ۳ به ازای  $\Delta Z_p = 0.029$  تغییر فاز منجر به  $n = -1$  می‌شود که بر اساس رابطه‌ی (۳۲) منجر به مقدار زیر برای میانگین

سرعت زاویه‌ای دیسک بالایی خواهد شد

$$\left\langle \frac{d\theta_{top}}{dT} \right\rangle = \frac{\tau_{max}}{\zeta T_1} = 380 \text{ Hz} \quad (33)$$

برای همین مجموعه پارامترهای  $T_1 = 2$ ،  $T_* = 0.1$ ،  $S_1 = -10$  و در نتیجه  $S_2 = 0.53$  با فرض  $\theta_{dif}(0)/(2\pi) = 0.432$

و  $\tau_{ext}/\tau_{max} = 0.2374$  نمودارهای شکل ۳ (ب) و (ج) را نیز رسم کرده‌ایم. بر اساس نمودار شکل ۳ (ب) که  $Z$  بر حسب  $T$  را

نشان می‌دهد، برقراری شرط حرکت دوره‌ای واضح است زیرا این نمودار برای  $T_1 = 2$  رسم شده و در آن دیده می‌شود که

$$Z(T + 2) = Z(T) - 1 \quad (34)$$

که به وضوح بیانگر  $n = -1$  می‌باشند.

در واقع تغییرات فاز عمدتاً از تغییر فاز مربوط به بخش متناظر با  $|I'| > 1$  ناشی می‌شود و در بخش متناظر با  $I. < 1$

همیشه کوچک است، از اینرو با افزایش  $|I'|$  می‌توان تعداد دورها را افزایش داد. در حالتی که  $I. = 0$  یعنی بار خارجی به دیسک

آویزان نباشد حتماً دوران اتفاق می‌افتد. بررسی برای یک مجموعه‌ی معین دیگر از پارامترها بصورت  $T_1 = 2$ ،  $T_* = 0.1$ ،

$S_1 = -12$  و نیز  $T_1 = 2$ ،  $T_* = 0.1$  و  $S_1 = -15$  به ترتیب در [۳ و ۴] صورت گرفته است.

## بحث و نتیجه گیری

در این مقاله نانوماشین کازیمیری مرکب از دو دیسک دی‌الکترونیک چهار بخشی شکل ۱ را مطالعه کرده و نشان داده‌ایم هنگامی

که اختلاف فازی بین دیسک بالایی و پایینی وجود دارد، دیسک بالایی یک گشتاور نیرو را تجربه می‌کند. در ابتدا به محاسبه‌ی آن

گشتاور نیرو پرداخته‌ایم که برای سیستم مورد نظر آن را بصورت یک تابع دوره‌ای از اختلاف فاز اولیه پیدا کرده‌ایم. دامنه‌ی این گشتاور را می‌توان با تغییر پارامترهای سیستم یعنی شعاع دیسک‌ها، فاصله‌ی آن‌ها از هم و مواد دی‌الکتریک رقیق سازنده‌ی آن‌ها تنظیم کرد. به عنوان نمونه با کاهش فاصله‌ی دیسک‌ها مقدار دامنه‌ی این گشتاور افزایش می‌یابد، که با توجه به ماهیت اثر کازیمیر مورد انتظار است.

در این مسأله فرض کردیم که بخشی از اصطکاک ناشی از اصطکاک محوری است. برای چنین سیستمی می‌توان اینرسی دیسک

بالایی را بصورت  $I = \frac{1}{4}MR^2 = \frac{\pi}{4}\bar{\rho}LR^4$  تخمین زد که در آن  $M$  جرم استوانه را برحسب میانگین چگالی مواد سازنده‌ی آن  $\bar{\rho}$ ،

شعاع  $R$  و ارتفاع  $L$  نوشتیم. با در نظر گرفتن  $\rho_p = 1050 \text{ kg/m}^3$  و  $\rho_t = 2200 \text{ kg/m}^3$  به ترتیب برای چگالی پلی‌استر و

چگالی تفلون،  $\bar{\rho} = 1625 \text{ kg/m}^3$  خواهد بود. با فرض  $R = 10^{-6} \text{ m}$  و  $L = 10^{-4} \text{ m}$  می‌توان اینرسی را به‌طور

تقریبی  $I = 2.55 \times 10^{-25} \text{ kg.m}^2$  در نظر گرفت. برای تخمین زدن ضریب اصطکاک دورانی نیز از رابطه‌ی  $\zeta = 2\pi\eta \frac{LR^2}{a}$

کمک می‌گیریم [۱۶] که در آن  $\eta = 1.5 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$  چسبندگی هوا است. با فرض  $a = 10^{-8} \text{ m}$  برای فاصله‌ی بین دو دیسک،

ضریب اصطکاک ناشی از تماس مولکول‌های هوا با دیسک  $\zeta = 10^{-18} \text{ N.m.s}$  بدست می‌آید. علاوه بر این ضریب اصطکاک،

یک ضریب اصطکاک محوری  $\zeta_{axiz} \approx 10^{-6} \text{ N.m.s}$  نیز بواسطه‌ی دوران دیسک حول محورش وجود دارد.

برای مقایسه‌ی اهمیت اینرسی و اصطکاک، مقیاس زمانی مشخصه‌ای را بصورت زیر تعریف می‌کنیم

$$T_s = \frac{I}{\zeta} \quad (35)$$

اگر مقیاس زمانی مسأله بزرگتر از این مقیاس زمانی مشخصه باشد، در نظر گرفتن رژیم تند میرایی منطقی است [۱۶].

برای سیستم مورد بررسی  $T_S = 10^{-9} S$  است در حالیکه بر اساس معادله‌ی (۱۰) مقیاس زمانی مسأله  $t_S = 10^{-2} S$  می‌باشد. از

اینرو به بررسی این سیستم ریزمقیاس در رژیم تند میرایی پرداخته‌ایم. در نهایت امر برای حرکت مثلی دیسک پایینی با مجموعه

پارامترهای معین ذکر شده، سرعت زاویه‌ای متوسط دیسک بالایی این سیستم را به صورت زیر بدست آورده‌ایم

$$\left\langle \frac{d\theta_{top}}{dt} \right\rangle = 380 \text{ Hz} \quad (36)$$

به این ترتیب اثبات کرده‌ایم که در چنین نانوماشینی که مرکب از دو دیسک با توزیع دی‌الکتریک دوره‌ای است که در فاصله‌ی

معینی از هم قرار دارند، در اثر اختلاف فاز اولیه‌ی دو دیسک گشتاور نیرویی وجود خواهد داشت. این گشتاور کازیمیر عامل

حرکت دیسک بالایی بوده و در بلند کردن بار خارجی کارایی دارد.

در وضعیتی که دیسک پایینی ثابت است اگر گشتاور ناشی از وزنه از گشتاور کازیمیر بزرگتر باشد، سرعت زاویه‌ای متوسط

دیسک بالایی منفی بدست می‌آید یعنی سیستم نمی‌تواند بار خارجی را بلند کند و در حالتی که گشتاور ناشی از وزنه از گشتاور

کازیمیر کمتر باشد نقطه‌ی ثابت وجود دارد و دیسک بالایی مقدار محدودی تغییر فاز خواهد داشت. اما هنگامی که دیسک پایینی

با سرعت ثابت مثبتی دوران می‌کند، اگر گشتاور ناشی از وزنه کمتر از گشتاور کازیمیر باشد دیسک بالایی با سرعت زاویه‌ای

میانگین مثبتی دوران می‌کند و وزنه را بلند می‌کند. در نهایت هنگامی که دیسک پایینی حرکت دوره‌ای مثلی دارد، وضعیت حرکتی

این نانوماشین را بررسی کرده و برای مجموعه‌ی معینی از پارامترها سرعت زاویه‌ای متوسط دیسک بالایی را که مثبت بوده و

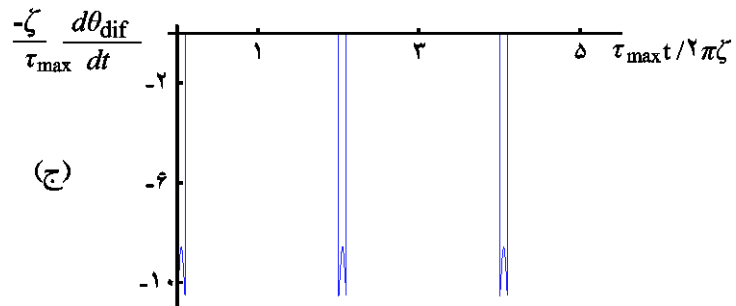
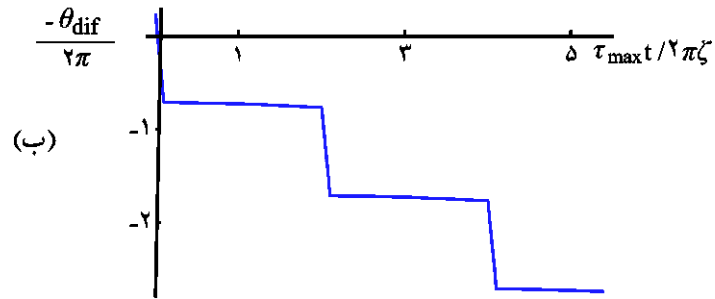
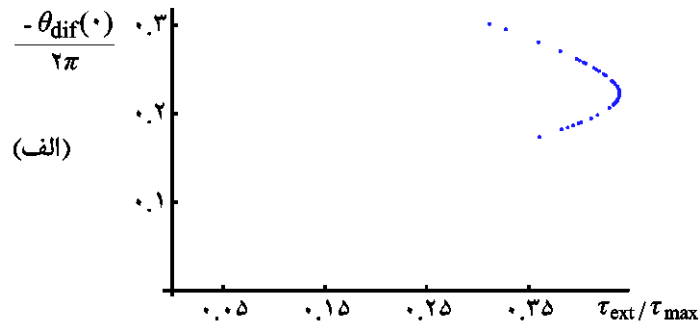
بیانگر یکسویه‌سازی صورت گرفته در این نانوماشین است، بدست آورده‌ایم.

ما در مطالعه‌ی این سیستم اثر نویز و افت و خیزهای حرارتی را نادیده گرفته‌ایم. می‌توان با مدنظر قرار دادن این عوامل سیستم را

در شرایط واقعی بررسی کرد و معادله‌ی لانژوین را برای این سیستم حل کرد و یکسویه‌سازی را مورد مطالعه قرار داد.

بررسی گشتاور کازیمیر ناشی از وجود اختلاف فاز اولیه برای دو صفحه‌ی دی‌الکتریک دوره‌ای در مقابل هم را نیز به همین روش انجام داده‌ایم. در این مورد نیز گشتاور کازیمیر بصورت تابعی دوره‌ای از اختلاف فاز اولیه بدست می‌آید. در این حالت نتیجه‌ی بدست آمده با نتیجه‌ی دقیقی که با فرمول‌بندی انتگرال مسیر برای دو آینه‌ی بازتابنده‌ی کامل در اثر جابجایی در [۱۷] بدست آمده، همخوانی دارد. این موضوع همانطور که میلتون در [۱۳] تأکید می‌کند، نشان می‌دهد که برای محیط‌های دی‌الکتریک رقیق، حد جفت‌شدگی ضعیف از روش پراکندگی کامل منجر به نتیجه‌ی دقیق می‌شود.

در آینده از گشتاور نیروهایی که برای این سیستم‌ها بدست آورده‌ایم در به حرکت درآوردن این ساختارها استفاده می‌کنیم، البته در مورد استوانه-صفحه‌ی دی‌الکتریک، مسأله بسیار شبیه به مسأله‌ی استوانه-صفحه‌ی ناهمواری می‌شود که در اثر نیروی کازیمیر عرضی به حرکت درمی‌آیند و تحت عنوان میله-چرخ‌دنده پیش از این برای انواع مخلف حرکت‌های صفحه‌ی ناهموار در [۱۸ و ۴] مطالعه شده و یکسویه‌سازی آن مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۲: (الف) این نقاط مقادیر قابل قبول  $-\theta_{dif}(\cdot)/(2\pi)$  را برای  $T_1 = 2$ ،  $T_* = 0.1$ ،  $S_1 = -10$  نمایش می‌دهند.

برای تمام این نقاط  $\langle d\theta_{top}/d\Gamma \rangle = \tau_{max}/(\zeta T_1)$  می‌باشد. (ب) منحنی  $-\theta_{dif}/(2\pi)$  را بر حسب زمان بی‌بعد شده‌ی

$\tau_{max} t / (2\pi \zeta)$  با فرض  $-\theta_{dif}(\cdot)/(2\pi) = 0.432$  و  $\tau_{ext}/\tau_{max} = 0.2374$  رسم کرده‌ایم. (ج) این نمودار برای همان

مجموعه پارامترها سرعت عامل فاز  $-d\theta_{dif}/dt$  را که با  $\tau_{max}/\zeta$  بی‌بعد شده، بر حسب زمان بی‌بعد نشان می‌دهد.



- [۱] T. Emig, Phys. Rev. Lett. ۹۸ (۲۰۰۷) ۱۶۰۸۰۱.
- [۲] A. Ashourvan, M.F. Miri and R. Golestanian, Phys. Rev. Lett. ۹۸ (۲۰۰۷) ۱۴۰۸۰۱.
- [۳] A. Moradian and M.F. Miri, Eur. Phys. J. E. ۳۴ (۲۰۱۱) ۱۲.
- [۴] M. Nasiri, A. Moradian and M.F. Miri, Phys. Rev. E. ۸۲ (۲۰۱۰) ۰۳۷۱۰۱.
- [۵] E. Dzyaloshinskii, E. M. Lifshitz and E. M. Pitaevskii, Physics-Uspekhi ۴(۲) (۱۹۶۱) ۱۵۳.
- [۶] J. Schwinger, Lett. Math. Phys. ۱ (۱۹۷۵) ۴۳.
- [۷] V. A. Parsegian and G. H. Weiss, J. Adhes. ۳ (۱۹۷۲) ۲۵۹.
- [۸] H. B. Chan, V. A. Aksyuk, R. N. Kleinman, D. J. Bishop and F. Capasso, Science ۲۹۱ (۲۰۰۱) ۱۹۴۱.
- [۹] J. Zou, Z. Marcet, A. W. Rodriguez, M. T. H. Reid, A. P. McCauley, I. I. Kravchenko, T. Lu, Y. Bao, S. G. Johnson and H. B. Chan, Nature Communications ۴ (۲۰۱۳) ۱۸۴۵.
- [۱۰] C. Genet, A. Lambrecht and S. Reynaud, Phys. Rev. A ۶۷ (۲۰۰۳) ۰۴۳۸۱۱.
- [۱۱] R. Esquivel, C. Villarreal and W. L. Mochan, Phys. Rev. A ۶۸ (۲۰۰۳) ۰۵۲۱۰۳.
- [۱۲] K. A. Milton, *The Casimir Effect: Physical Manifestations of Zero-Point Energy*, (World Scientific, Singapore ۲۰۰۱).
- [۱۳] K. A. Milton, P. Parashar and J. Wagner, Phys. Rev. Lett. ۱۰۱ (۲۰۰۸) ۱۶۰۴۰۲.
- [۱۴] J. Kim, A. Soso and A.F. Clark, J. Appl. Phys. ۸۳ (۱۹۹۸) ۳۲۲۵.
- [۱۵] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, (National Bureau of Standards, ۱۹۶۴).
- [۱۶] M. F. Miri and R. Golestanian, Appl. Phys. Lett. ۹۲ (۲۰۰۸) ۱۱۳۱۰۳.
- [۱۷] R. Golestanian and M. Kardar, Phys. Rev. Lett. ۷۸ (۱۹۹۷) ۳۴۲۱.
- [۱۸] M. Nasiri and M. F. Miri, Phys. Rev. E ۸۵(۲۰۱۲) ۰۴۱۱۰۲.