

(دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۷/۱۷؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۱/۵/۳۰)

BGK

دهیم، این پیچیدگی دو چندان خواهد شد. در چنین مواردی استفاده از شبیه سازی ذره‌ای<sup>۱</sup> قویاً توصیه می‌شود. در این مقاله قصد داریم میرایی خطی و غیر خطی لاندائو را مورد بررسی قرار دهیم. چون ریشه این پدیده در برهم‌کنش ذرات با موج است، از شبیه سازی ذره‌ای استفاده شده است.

اولین بار لاندائو توانست با بررسی قطب‌های انتگرال حاصل از تبدیل فوریه معادله ولاسف در ناحیه خطی و در پلاسمای غیر برخوردی نشان دهد که میرایی امواج لانگمیر به دلیل شیب منفی تابع توزیع ذرات است.

نرخ این میرایی  $\gamma_L$  به ازای تابع توزیع سرعت ماکسولی برابر است با [۱]:

پلاسمای را می‌توان محیط بس ذره‌ای فرض کرد که برهم‌کنش بین ذراتش از نوع بلند برد الکترومغناطیسی است. عمده‌تاً برای توصیف پلاسمای از دو مدل سیالی و جنبشی استفاده می‌شود. تقریباً ۸۰٪ پدیده‌هایی که در پلاسمای رخ می‌دهد را می‌توان با کمک مدل ساده شده سیالی بررسی کرد. اصولاً پدیده‌هایی که ریشه آنها در خواص ذره‌ای پلاسمای است را نمی‌توان با کمک مدل سیالی به خوبی درک کرد. در بررسی پدیده‌هایی مانند میرایی لاندائو که حاصل برهم‌کنش ذرات تشکیل دهنده پلاسمای و موج می‌باشند، بایستی از نظریه‌های ذره‌ای مانند نظریه جنبشی استفاده کرد که معمولاً بسیار پیچیده‌تر از نظریه سیالی است؛ به ویژه هنگامی که قصد داریم پدیده‌ای غیر خطی را مورد مطالعه قرار

۱. Particle-In-Cell (PIC)

است. این کد، مکان و سرعت ذرات را در هر لحظه مشخص می‌کند. با استفاده از این کد نشان داده‌ایم که پدیده میرایی لانداؤ خطی به موازات تشکیل منحنی‌های بسته در فضای فاز، که نشان دهنده به دام افتادن ذرات در چاه‌های پتانسیل است، متوقف شده و دامنه موج حول مقدار تقریباً ثابتی نوسان می‌کند. با اضافه کردن جمله برخوردی در معادلات حرکت نشان داده‌ایم که مدهای BGK به وجود آمده برحسب زمان میرا خواهند شد.

ساختار این مقاله به این ترتیب است که ابتدا در قسمت ۲ به تشریح کد شبیه سازی ذره‌ای می‌پردازیم. قسمت ۳ به بررسی نتایج کد در مورد میرایی غیر خطی لانداؤ اختصاص یافته است. در قسمت ۴ هم با اضافه کردن جمله برخورد، میرایی امواج را بررسی می‌کنیم.

بررسی سیستم‌های غیر خطی از نظر تحلیلی کار دشواری است و می‌توان از شبیه سازی استفاده نمود، بدین ترتیب که کد شبیه سازی نقش یک آزمایشگاه مجازی را ایفا می‌کند. بسته به شرایط پدیده‌های پلاسما، کد شبیه سازی تنظیم می‌شود. یعنی فرآیند فیزیکی، تعیین کننده ابعاد و ساختار شبیه سازی است.

برای بررسی میرایی غیر خطی لانداؤ از شبیه سازی و لاسف و شبیه سازی ذره‌ای می‌توان استفاده نمود. در شبیه سازی ذره‌ای، حرکت ذرات بررسی می‌شود و در هر لحظه سرعت و مکان ذرات مشخص می‌گردد. میرایی لانداؤ ناشی از برهم‌کنش ذرات با موج است و شبیه سازی ذره‌ای می‌تواند دید فیزیکی از این پدیده ارائه کند. بنابراین در این مقاله توسط شبیه سازی ذره‌ای محیط پلاسما شبیه سازی شده و این پدیده مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

به منظور بررسی پدیده‌های مذکور، پلاسماهای یک بعدی نامحدودی شبیه سازی می‌شود که شامل چندین شبکه یکسان است که در کنار هم قرار گرفته‌اند؛ یعنی شبکه دوره‌ای با طول  $L$  که به قسمت‌هایی با فاصله مساوی تقسیم شده است، اندازه این فاصله‌ها  $\Delta x$  است و تعداد نقاط شبکه  $ng = L/\Delta x$  است؛  $L$  باید از طول دمای  $\lambda_D$  بزرگتر و  $\Delta x$  از کوچکتر باشد.

$$\gamma_L = \frac{\pi}{2} \frac{\omega_{pe}^2}{k^2} \left[ \frac{\partial \hat{f}_0}{\partial v} \right]_{v=v_{ph}} \quad (1)$$

که در این رابطه  $k$  عدد موج،  $\omega_{pe}$  فرکانس الکترونی پلاسما،  $v_{ph}$  سرعت فاز و  $\hat{f}_0$  تابع توزیع بهنجار شده سرعت هستند. در واقع الکترون‌هایی که سرعتشان نزدیک به سرعت فاز موج است و انرژی‌شان از انرژی موج کمتر است باعث میرایی نمایی این موج در زمان هستند.

با رشد دامنه موج که منجر به گرفتار شدن ذرات در چاه‌های پتانسیل موج می‌شود، امکان به وجود آمدن امواج معروف به BGK فراهم می‌گردد. در این حالت میرایی موج متوقف شده و دامنه حول مقدار تقریباً ثابتی شروع به نوسان می‌کند [۲]. در چارچوب متحرک با سرعت فاز موج، ذرات به دام افتاده مدام در حال تبادل انرژی با موج هستند و زمان به دام افتادن ذرات متناسب با جذر عکس دامنه میدان اعمال شده است [۳]:

$$T_t = 2\pi \sqrt{\frac{m_e}{e E_{\max} k}} \quad (2)$$

در این رابطه،  $e$  و  $m_e$  به ترتیب بار الکتریکی و جرم الکترون‌ها،  $E_{\max}$  دامنه میدان الکتریکی موج اعمال شده و  $k$  عدد موج آن می‌باشد. اگر زمان میرایی موج  $T_L = \gamma_L^{-1}$  از زمان به دام افتادن ذرات در چاه پتانسیل موج ( $T_t$ ) بیشتر باشد، اثرات غیر خطی، میرایی موج را متوقف می‌کنند و موج حول مقدار ثابتی نوسان می‌کند. در واقع یک ذره با سرعت  $v$  هنگامی گرفتار می‌شود که انرژی آن در چارچوب مرجع موج، کوچکتر از انرژی پتانسیل موج باشد. ذرات گرفتار شده، تابع توزیع ماکسولی را در حوالی سرعت فاز تغییر می‌دهند؛ زمانی که تابع توزیع تغییر می‌کند، توقف میرایی لانداؤ خطی آغاز می‌شود و میرایی لانداؤ غیر خطی پدید می‌آید که توسط شبیه سازی ذره‌ای قابل بررسی می‌باشد. البته در صورتی که برخورد‌های بین ذره‌ای قابل صرف نظر کردن باشد، مد BGK پایدار است و در نظر گرفتن برخوردها منجر به میرایی این مد می‌گردد.

به منظور بررسی پدیده‌های فوق، کد کامپیوتری توسط شبیه سازی ذره‌ای تنظیم گردیده که الکترواستاتیک و یک بعدی

شبکه‌ای باردار با فواصل مکانی یکسان حاصل می‌شود.

(

در کد یک بعدی الکتروستاتیکی برای محاسبه میدان و پتانسیل الکتریکی نقاط شبکه از معادله پواسون استفاده می‌شود. در این حالت با دانستن بار هر نقطه شبکه، پتانسیل و میدان الکتریکی روی نقاط شبکه محاسبه می‌گردد. معادله بدون بعد شده پواسون به شکل زیر است:

$$\frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} = -\rho(x), \quad (5)$$

که در آن  $\phi$  پتانسیل الکتریکی به  $KT_e/e$  و  $\rho$  چگالی به  $n_e$  (چگالی الکترون‌ها) بهنجار شده اند.

روش‌های متفاوتی برای حل معادله پواسون وجود دارد. بهترین روش برای حل این معادله در شبکه دوره‌ای روش FFT<sup>۱</sup> است.

توسط این روش می‌توان پتانسیل الکتریکی را به دست آورد؛ بدین صورت که شکل تبدیل یافته چگالی بار الکتریکی هر نقطه از شبکه توسط تبدیل فوریه به دست می‌آید و سپس پتانسیل الکتریکی تبدیل یافته حاصل می‌شود و با استفاده از عکس تبدیل فوریه، پتانسیل الکتریکی هر نقطه از شبکه مشخص می‌شود. با معلوم بودن پتانسیل الکتریکی هر نقطه از شبکه می‌توان میدان الکتریکی این نقاط را به دست آورد. روشی که از آن برای به دست آوردن میدان الکتریکی نقاط شبکه استفاده می‌شود، روش گسسته سازی است. در این روش، میدان الکتریکی نقطه  $i$  ام متناسب با تفاضل پتانسیل الکتریکی نقاط  $i-1$  و  $i+1$  می‌باشد.

$$E(i) = \frac{\phi(i-1) - \phi(i+1)}{2\Delta x}. \quad (6)$$

(

با استفاده از میدان الکتریکی هر نقطه از شبکه می‌توان میدان الکتریکی ذرات را به دست آورد. بدین صورت که میدان الکتریکی بر حسب فاصله ذرات با نقاط شبکه، تعیین می‌شود:

این تقسیم بندی جهت سهولت در یافتن پتانسیل و میدان الکتریکی هر ذره صورت گرفته است. به دلیل این که پلاسمای مورد شبیه سازی محدود نشده است، از شبکه دوره‌ای می‌توان استفاده نمود؛ برقرار نمودن شرط دوره‌ای مستلزم این است که نقطه اول شبکه، شرایط یکسانی با نقطه  $ng+1$  داشته باشد. همچنین در هر خانه شبکه همواره باید چندین ذره وجود داشته باشد، بنابراین تعداد ذرات ( $np$ ) بسیار بیشتر از نقاط شبکه ( $ng$ ) خواهد بود.

برای اجتناب از خطاهای ناشی از وجود ضرایب بسیار بزرگ و کوچک از پارامترهای بی بعد شده استفاده می‌شود بدین ترتیب که زمان به عکس فرکانس الکترونی پلازما  $\omega_{pe}^{-1}$ ؛ طول به طول دمای  $D_e$ ؛ انرژی به انرژی حرارتی  $KT_e$  و سرعت به سرعت حرارتی الکترون  $v_{te} = \omega_{pe} \lambda_{De}$  بهنجار می‌شوند.

در این مقاله به منظور بررسی میرایی غیر خطی لاندائو از کد شبیه سازی شده الکتروستاتیک یک بعدی در مکان و سرعت استفاده شده است. یعنی محدوده فضای فاز عددی  $D = [0, L] \times [-v_{max}, v_{max}]$  می‌باشد که شامل مراحل زیر است [۴-۶]:

(

با مشخص بودن مکان هر ذره و انتقال بار آن به نقاط شبکه، چگالی بار هر نقطه از شبکه تعیین می‌شود. بدین ترتیب که بار ذره به دو نقطه‌ای از شبکه انتقال می‌یابد که ذره بین آنها قرار دارد؛ هر چه فاصله ذره از نقطه شبکه کمتر باشد بار بیشتری به آن منتقل می‌شود؛ در این صورت اگر ذره بین دو نقطه  $i$  و  $i+1$  باشد، چگالی بار این دو نقطه از شبکه متناسب است با:

$$\rho(i) \propto \frac{\Delta x - \Delta}{\Delta x}, \quad (3)$$

$$\rho(i+1) \propto \frac{\Delta}{\Delta x}, \quad (4)$$

که  $\Delta$  فاصله ذره از نقطه  $i$  ام در شبکه است. بدین ترتیب

۱. Fast Fourier Transform

مدت زمانی اجرای برنامه باید بیشتر از عکس فرکانس پلاسما باشد.

پیش از بررسی پدیده فیزیکی مورد نظر باید از درستی کد شبیه سازی شده اطمینان حاصل نمود. در این کد باید انتظارات فیزیکی مانند قانون بقای انرژی برقرار باشد. همین طور باید با نتایج حاصل شده از نظریه منطبق باشد.

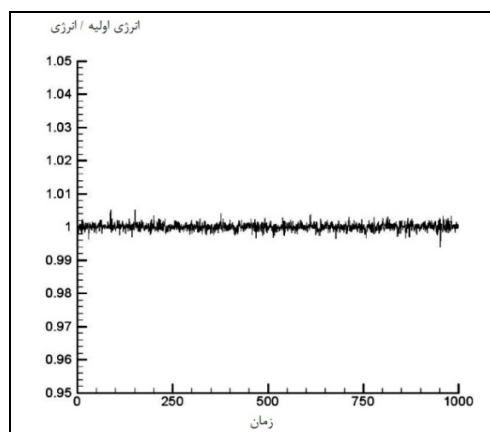
به منظور بررسی انرژی ذرات، شرایط اولیه‌ای در پلاسما بدون برخورد، یکنواخت و عاری از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی خارجی اعمال می‌گردد که شامل ۱۰۰۰۰۰۰ ذره و ۲۰۰ نقطه شبکه‌ای است. طول جعبه شبیه سازی شده برابر با  $L=20$  است. بنابراین فاصله نقاط شبکه  $\Delta x=0.1$  است. ذرات را الکترون در نظر گرفته و محدوده سرعت آنها در توزیع ماکسولبی بین  $6 < v < -6$  است. توزیع مکانی الکترون‌ها نیز یکنواخت است. یون‌ها به علت سنگین بودنشان غیر متحرک هستند و پیش زمینه خشی را به وجود می‌آورند. فواصل زمانی اجرای برنامه  $\Delta t=0.1$  است و مدت اجرای برنامه  $1000 \omega_{pe}$  می‌باشد.

در نمودار شکل ۱ تحول زمانی انرژی ذرات به انرژی اولیه آنها رسم شده است. طبق این نمودار انرژی ذرات طی اجرای برنامه ثابت مانده است. عدم تغییر انرژی ذرات نشان دهنده اجرای صحیح کد شبیه‌سازی شده می‌باشد. همچنین بررسی پدیده ناپایداری دو جریانی صحت این کد را به اثبات می‌رساند [۷].

جهت بررسی میرایی غیر خطی لاندائو، نیروی خارجی به پلاسما اعمال گردیده و اثر آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. میدان الکتریکی موج خارجی که به پلاسما یکنواخت غیر مغناطیسه غیر برخوردی اعمال می‌شود، به صورت زیر است:

$$E_{wave}(x,t) = E_{max} \sin(kx - \omega t) \quad (10)$$

$E_{max}$  بیشینه دامنه موج خارجی،  $k$  و  $\omega$  به ترتیب عدد موج و فرکانس موج لانگمور هستند که رابطه پاشندگی بدون بعد شده آن به صورت زیر است:



شکل ۱. نمودار تحول زمانی انرژی ذرات به انرژی اولیه آنها

$$E = \left[ \frac{\Delta x - \Delta}{\Delta x} \right] E(i) + \left[ \frac{\Delta}{\Delta x} \right] E(i+1). \quad (7)$$

با استفاده از رابطه لورنتس و با دانستن میدان الکتریکی ذرات می‌توان نیروی وارده به آنها را به دست آورد ( $F=qE$ ) و از طریق قانون نیوتون شتاب ذرات حاصل می‌شود ( $F=ma$ ). بنابراین شتاب بدون بعد شده الکترون‌ها برابر با  $a = -E$  است.

که در آن  $a$  شتاب به  $\frac{v_{the}^2}{\lambda_{De}}$  و  $E$  میدان الکتریکی به  $\sqrt{4\pi n_e m_e v_{the}^2}$  بهنجار شده‌اند.

با یافتن شتاب و دانستن سرعت اولیه ذرات، سرعت جدید ذرات به دست می‌آید:

$$v_x^{new} = v_x^{old} + a_x^{old} \Delta t. \quad (8)$$

مکان اولیه و سرعت جدید ذرات منجر به یافتن مکان جدید آنها می‌شود:

$$x^{new} = x^{old} + v_x^{new} \Delta t. \quad (9)$$

یافتن مکان جدید ذرات ارائه دهنده یک مرحله زمانی ( $\Delta t$ ) اجرای کد شبیه سازی می‌باشد. این مرحله زمانی باید از عکس فرکانس پلاسما کوچکتر باشد.

با استفاده از مکان جدید حاصل شده می‌توان چگالی بار الکتریکی، پتانسیل و میدان الکتریکی نقاط شبکه همچنین میدان الکتریکی، شتاب، سرعت و مکان جدید ذرات را یافت. این دوره زمانی بسته به نوع پدیده مورد بررسی قابل تکرار است و

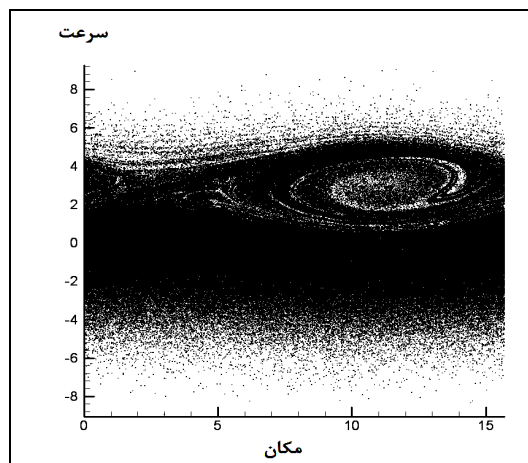
جعبه شبیه سازی فرض می‌شود؛ بنابراین تنها یک چاه پتانسیل وجود دارد.

شرایط اولیه اجرای برنامه به شرح زیر است:

تعداد الکترون‌ها برابر با  $np = 1000000$ ، تعداد نقاط شبکه برابر با  $ng = 160$  و طول جعبه شبیه سازی  $L = 16$  در نظر گرفته می‌شود، بنابراین طول موج نیز دارای همین مقدار است و بدین ترتیب عدد موج  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0.39$  به دست می‌آید و مقدار فرکانس طبق رابطه (۱۱) برابر با  $\omega \approx 1.2$  است. با این مقادیر

سرعت فاز را  $v_{ph} = \frac{\omega}{k} \approx 3$  نیز می‌توان یافت. دامنه موج اعمال شده خارجی  $E_{max} = 0.5$  و فاصله نقاط شبکه  $\Delta x = 0.1$  است. فواصل زمانی اجرای برنامه  $\Delta t = 0.1$  است. محدوده سرعت الکترون‌ها بین  $-6 < v < 6$  در نظر گرفته می‌شود و سرعت آنها به گونه‌ای است که توزیع ماکسولی به وجود می‌آورند. تحت این شرایط برنامه اجرا می‌شود و نتایج آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

به منظور بررسی میرایی غیر خطی لاندائو نمودار فضای فاز (سرعت ذرات برحسب مکان آنها) در زمان  $time = 60$  در شکل ۲ رسم شده است. در این نمودار، ساختار گردابی دیده می‌شود. این ساختار پیچشی فضای فاز، بیانگر این مطلب است که ذرات در چاه پتانسیل موج گرفتار شده‌اند؛ انرژی جنبشی این ذرات از انرژی پتانسیل موج کمتر است و با در نظر گرفتن این که برنامه شبیه سازی شده، یک بعدی است و ذرات فقط می‌توانند در یک راستا منتشر شوند و همچنین به دلیل صرف نظر کردن از برخوردهای بین ذره‌ای، می‌توان پیش‌بینی کرد که پس از گذشت زمان، این ذرات هم چنان در چاه گرفتار باشند و حالت گردابی فضای فاز حفظ شده باشد. همچنین نمودار انرژی جنبشی الکترون‌ها را می‌توان مورد بررسی قرار داد. هنگامی که هیچ نیرویی به پلازما وارد نمی‌شود، انرژی جنبشی ذرات ثابت است. اما میدان الکتریکی باعث تغییر این انرژی می‌گردد زیرا ذرات با انرژی کمتر از انرژی موج در چاه پتانسیل موج گرفتار می‌شوند و در حال تبادل انرژی با موج هستند.



شکل ۲. نمودار فضای فاز در زمان  $time = 60$ ، طول موج برابر با طول شبکه است.

$$\omega = \sqrt{1 + 3k^2} \quad (11)$$

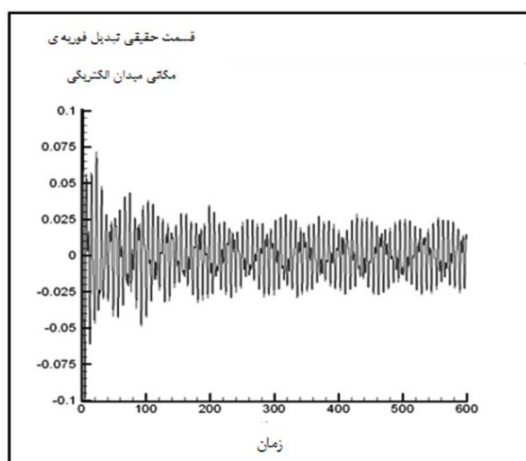
مجموع این میدان خارجی با میدان الکتریکی ( $E$ ) به دست آمده از اثر نیروی کولنی وارد بر ذرات، نیروی کلی اعمال شده به ذره را تشکیل می‌دهند. بنابراین شتاب وارد بر الکترون‌ها به صورت زیر است (رابطه زیر بدون بعد شده می‌باشد):

$$a = -(E_{wave} + E) \quad (12)$$

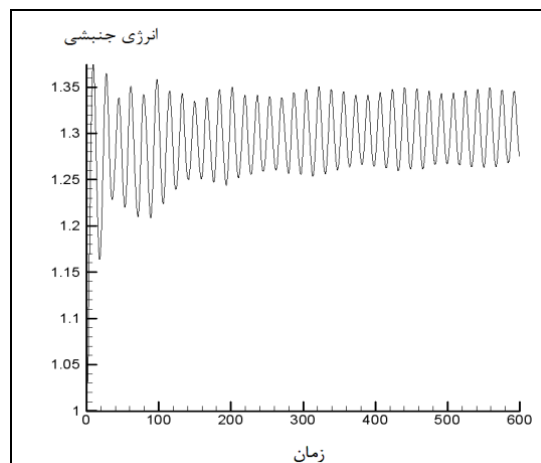
توسط این شتاب می‌توان سرعت و مکان ذرات را به دست آورد.

پس از تکمیل کد برنامه نویسی باید شرایط اولیه را مشخص نمود. شرایط اولیه شبیه سازی شامل تعداد ذرات، مکان و سرعت اولیه ذرات، طول جعبه شبیه سازی، فاصله نقاط شبکه، فواصل زمانی اجرای برنامه و مدت زمان اجرای آن است. دقت برنامه متناسب با تعداد ذرات ( $np$ ) در طول جعبه است. این ذرات الکترون هستند و توزیع اولیه سرعت آنها ماکسولی است. همچنین یون‌ها به علت سنگین بودنشان غیر متحرک فرض می‌شوند و پیش زمینه خنثایی را به وجود می‌آورند. محدوده سرعت اولیه الکترون‌ها  $-v_{max} < v < v_{max}$  می‌باشد و توزیع مکانی الکترون‌ها یکنواخت است.

تعداد چاه‌های پتانسیلی که در طول جعبه شبیه سازی وجود دارند متناسب با طول موج میدان الکتروستاتیک خارجی ( $\lambda$ ) است. در این برنامه، طول موج برابر با طول



شکل ۴. نمودار قسمت حقیقی تبدیل فوریه مکانی میدان الکتریکی بر حسب زمان.



شکل ۳. نمودار تحول زمانی انرژی جنبشی الکترون‌ها.

نتایج نمودارهای انرژی جنبشی ذرات و میدان الکتریکی موج با یکدیگر در توافق کاملند که از جمله می‌توان به دام افتادن ذرات، تبادل انرژی بین ذره و موج، عدم میرایی موج الکتروستاتیکی، تولید مد BGK و نوسان آن حول مقدار ثابتی را برشمرد.

اگر فرکانس موجی که در پلاسما منتشر می‌شود خیلی بیشتر از فرکانس برخورد بین ذرات باشد، از برخوردهای بین ذره‌ای می‌توان صرف نظر نمود. در غیر این صورت اثر برخوردها باید در نظر گرفته شود. برخوردها سیستم را به حالت تعادل سوق می‌دهند در نتیجه موجب میرایی امواج منتشر شده در پلاسما می‌گردند؛ نرخ میرایی ( $\gamma_c^*$ ) امواج BGK تحت تأثیر برخورد بین ذره‌ای متناسب با فرکانس برخورد ( $\nu$ )، سرعت فاز ( $v_{ph}$ ) و دامنه اولیه پتانسیل الکتریکی ( $\phi_0$ ) موج لانگمور است [۳ و ۸].

$$\gamma_c^* = \frac{2}{3} \alpha \nu \phi_0^{-2}, \quad (13)$$

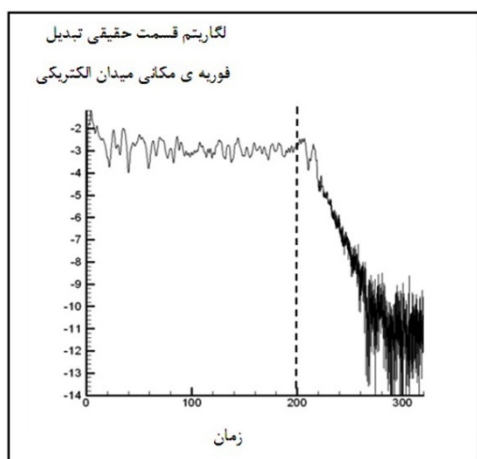
$$\alpha = \left( \frac{21\sqrt{\pi}}{4} + \frac{9}{2\sqrt{\pi}} \right) v_{ph}^4 \exp\left(-\frac{v_{ph}^2}{2}\right). \quad (14)$$

این رابطه به ازای  $\alpha \nu \phi_0^{-2} t \ll 1$  به دست آمده است، یعنی

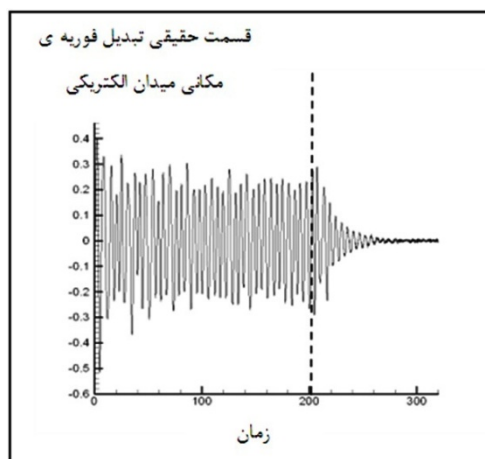
در شکل ۳ نمودار انرژی جنبشی الکترون‌ها بر حسب زمان رسم شده است، همان طور که مشاهده می‌شود با اعمال نیرو، دیگر مقدار انرژی ثابت نمی‌ماند و در نوسان است. علت نوسان انرژی جنبشی، برخورد الکترون‌ها به موج و تبادل انرژی بین ذره و موج می‌باشد و تا زمان‌های طولانی هم ادامه دارد.

الکترون‌ها در چاه پتانسیل موج به دیواره برخورد می‌کنند و سرعتشان از سرعت فاز موج کم تر است، از موج انرژی گرفته و سرعت آنها افزایش می‌یابد که سبب افت دامنه موج می‌شود و در برخورد بعدی الکترون‌ها با سمت دیگر دیواره چاه پتانسیل، به علت این که سرعتشان از سرعت فاز موج بیشتر است، انرژی خود را به موج داده و در نتیجه دامنه موج افزایش می‌یابد. همان طور که در شکل ۳ مشخص است، این افزایش و کاهش انرژی جنبشی الکترون‌ها هم چنان ادامه دارد. تا زمانی که افت و خیز انرژی جنبشی الکترون‌ها وجود دارد، دامنه میدان الکتریکی موج نیز در نوسان است.

همچنین نمودار تحول زمانی قسمت حقیقی تبدیل فوریه مکانی میدان الکتریکی در شکل ۴ نشان داده شده است. با گذشت زمان دامنه این میدان افت پیدا می‌کند و هنگامی که ذرات گرفتار می‌شوند، اثرات غیر خطی ظهور می‌کند و میرایی لاندائو خطی متوقف شده و دامنه موج حول مقدار ثابتی به نوسان در می‌آید.



شکل ۶. نمودار لگاریتمی تبدیل فوریه مکانی میدان الکتریکی بر حسب زمان (خط چین نشان دهنده شروع برخورد با فرکانس برخورد  $v=0.07$  است).



شکل ۵. نمودار قسمت حقیقی تبدیل فوریه مکانی میدان الکتریکی بر حسب زمان (خط چین نشان دهنده شروع برخورد با فرکانس برخورد  $v=0.07$  است).

اعمال برخوردها مد BGK تولید شده در حال نوسان است. زمانی که برخوردها اعمال می‌شوند، میرایی هم آغاز می‌شود و این مد با گذشت زمان و به طور نمایی میرا می‌شود. شکل ۶ نشان دهنده نمودار لگاریتمی تحول زمانی تبدیل فوریه مکانی میدان الکتریکی است.

شیب منحنی شکل ۶ برابر با  $0.05$  است و نرخ میرایی حاصل از برخورد با این مقادیر طبق رابطه (۱۳) برابر است با:

$$\gamma_c^* = \frac{2}{3} \alpha v \varphi_0^2 = 0.03, \quad (16)$$

این دو مقدار تقریباً نزدیک به یکدیگرند، بنابراین نتایج شبیه سازی و نظریه در تطابق کامل هستند. همچنین نتایج حاصل شده با نتیجه مقاله [۳] سازگار است.

طبق معادله (۱۳) نرخ میرایی زمانی در اثر برخورد کولنی بین ذره‌ای، متناسب با فرکانس برخورد است و هر چه این فرکانس بیشتر باشد، نرخ میرایی هم بیشتر می‌شود.

به منظور بررسی این مطلب، کد شبیه سازی با دو فرکانس برخورد متفاوت اجرا می‌شود. طول جعبه شبیه سازی برابر با  $L = 16$ ، فاصله نقاط شبکه  $\Delta x = 0.1$  و فواصل زمانی اجرای برنامه  $\Delta t = 0.1$  است. دامنه موج اعمال شده نیز دارای مقدار  $E_{max} = 0.5$  است. محدوده سرعت الکترون‌های توزیع

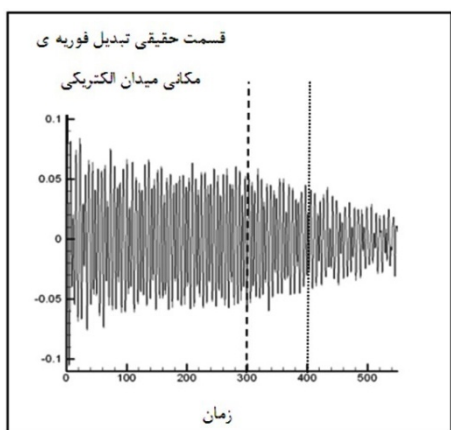
طی زمان محدودی  $\left( t \ll \frac{\varphi_0^2}{\alpha v} \right)$  می‌توان این میرایی را مشاهده نمود. بدین ترتیب در این بخش اثر برخوردهای بین ذره‌ای بر مد BGK تولید شده در پلاسمای عاری از میدان مغناطیسی شبیه سازی می‌گردد.

برای بررسی این امواج تحت تأثیر برخوردها، در کد شبیه سازی پارامتر  $vV$  (فرکانس برخورد و  $V$  سرعت ذرات) به شتاب اضافه می‌شود. بنابراین شتاب وارد شده بر الکترون‌ها برابر می‌شود با (رابطه زیر بدون بعد شده است):

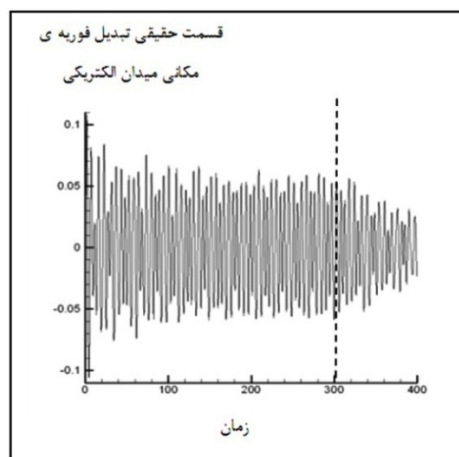
$$a = -E - E_{wave} + vV. \quad (15)$$

در این مورد شرایط اولیه بدین ترتیب است: طول جعبه شبیه سازی برابر با  $L = 20$ ، فاصله نقاط شبکه  $\Delta x = 0.1$  و فواصل زمانی اجرای برنامه  $\Delta t = 0.1$  است. محدوده سرعت الکترون‌های توزیع ماکسولی بین  $-6 < v < 6$  در نظر گرفته می‌شود. دامنه موج اعمال شده نیز مقدار  $E_{max} = 0.8$  را دارد. در این حالت علاوه بر شرایط اولیه فوق باید فرکانس برخورد و زمان آغاز برخوردها را نیز در نظر گرفت.

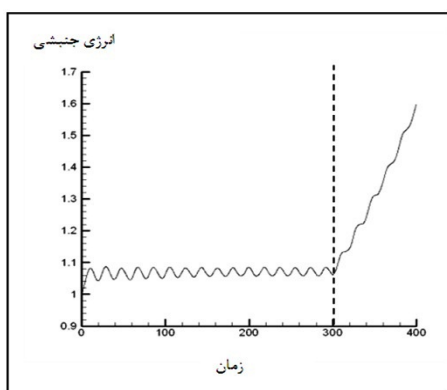
شکل ۵ تحول زمانی قسمت حقیقی تبدیل فوریه مکانی میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. در زمان  $time = 200$  برخوردها با فرکانس برخورد  $v = 0.07$  اعمال شده‌اند. قبل از



شکل ۸. نمودار تحول زمانی قسمت حقیقی تبدیل فوریه مکانی میدان الکتریکی (خط چین زمان آغاز برخوردها با فرکانس برخورد  $\nu = 0.001$  را نشان می دهد و فاصله بین نقطه چین و خط چین نشان دهنده بازه زمانی مقایسه نمودار این شکل و شکل ۷ می باشد).



شکل ۷. نمودار تحول زمانی قسمت حقیقی تبدیل فوریه مکانی میدان الکتریکی (خط چین زمان آغاز برخوردها با فرکانس برخورد  $\nu = 0.002$  را نشان می دهد).



شکل ۹. نمودار تحول زمانی انرژی جنبشی الکترون ها (خط چین زمان آغاز برخوردها با فرکانس برخورد  $\nu = 0.001$  را نشان می دهد).

در توافق کامل هستند.

همچنین انرژی جنبشی ذرات را نیز می توان مورد بررسی قرار داد. اگر موج میرا شود، انرژی آن کاهش می یابد در نتیجه انرژی جنبشی ذرات افزایش می یابد. پس اگر نمودار انرژی جنبشی الکترون ها بعد از اعمال برخورد بررسی شود، باید رشد انرژی قابل مشاهده باشد.

بدین منظور با همان شرایط اولیه ( $L = 16$ ,  $\Delta x = 0.1$ ,  $\Delta t = 0.1$ ,  $-9 < \nu < 9$  و  $E_{max} = 0.5$ ) برنامه اجرا شده و نمودار تحول زمانی انرژی جنبشی الکترون ها مورد بررسی قرار گرفته اند. شکل های ۹ و ۱۰ نمودار تحول زمانی انرژی جنبشی

ماکسولی بین  $-9 < \nu < 9$  در نظر گرفته می شود و در زمان  $time = 300$  برخوردها اعمال شده اند.

شکل های ۷ و ۸ نشان دهنده نمودار تحول زمانی قسمت حقیقی تبدیل فوریه مکانی میدان الکتریکی هستند. در هر دو نمودار خط چین نشان دهنده زمان آغاز برخوردها و در نمودار ۸ فاصله بین خط چین و نقطه چین، بازه زمانی را نشان می دهد که دو نمودار در آن مقایسه می شوند.

در نمودار شکل ۷ فرکانس برابر با  $\nu = 0.002$  است و طبق شرط  $\alpha \nu \phi_0^{-3/2} t \ll 1$  حدوداً از شروع برخورد تا زمان  $\omega_{pe}^{-1} = 100$  موج به صورت نمایی میرا می شود؛ نرخ میرایی در این حالت طبق رابطه (۱۳) برابر با  $\gamma_c^* = 0.008$  است و از نمودار این شکل مقدار  $0.007$  به دست می آید که نزدیک به مقدار به دست آمده از نظریه می باشد. مقدار فرکانس برخورد در نمودار ۸ برابر با  $\nu = 0.001$  است و حدوداً از آغاز برخورد تا زمان  $\omega_{pe}^{-1} = 250$  موج به صورت نمایی میرا می شود. در نتیجه نرخ میرایی در این نمودار  $\gamma_c^* = 0.004$  خواهد بود. شیب نمودار شکل ۸ مقدار  $0.003$  را دارد.

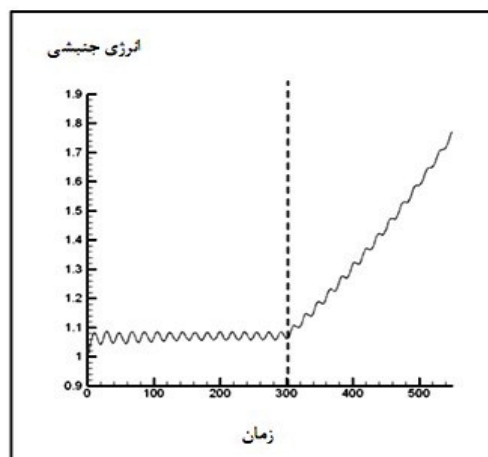
این نمودارها نشان می دهند که با افزایش فرکانس برخورد، نرخ میرایی افزایش می یابد. این مطلب توسط شبیه سازی و همین طور نظریه به اثبات رسیده است و نتایج آنها با یکدیگر



در این مقاله جهت بررسی پدیده میرایی غیر خطی لاندائو، محیط پلاسمای توسط کد الکترواستاتیک یک بعدی در مکان و سرعت شبیه سازی شده است و نمودار فضای فاز و همچنین نمودار تحول زمانی انرژی جنبشی ذرات و قسمت حقیقی تبدیل فوریه مکانی میدان الکتریکی بررسی شده‌اند. این نمودارها نشان دهنده به دام افتادن ذرات در چاه پتانسیل موج و توقف میرایی لاندائو خطی و شروع میرایی لاندائو غیر خطی و تولید مد BGK هستند.

همچنین در این شبیه سازی، برخورد بین الکترون‌ها لحاظ شده است. طبق شرایطی که به فرکانس برخورد و دامنه اولیه موج بستگی دارد برخورد بین الکترون‌ها تا زمان معینی سبب افت دامنه موج و میرایی نمایی آن و تولید مد BGK خواهد شد و با افزایش فرکانس برخورد نرخ میرایی به طور خطی افزایش می‌یابد.

از حمایت مالی دانشگاه الزهرا (س) در انجام این مقاله تشکر و قدردانی می‌شود.



شکل ۱۰. نمودار تحول زمانی انرژی جنبشی الکترون‌ها (خط چین زمان آغاز برخوردها با فرکانس برخورد  $\nu=0.01$  را نشان می‌دهد).

الکترون‌ها قبل و بعد از اعمال برخورد است. شکل ۹ مربوط به فرکانس برخورد  $0.02/0$  و شکل ۱۰ مربوط به فرکانس برخورد  $0.01/0$  است.

همان طور که مشاهده می‌شود در هر دو حالت انرژی جنبشی الکترون‌ها قبل از شروع برخوردها در حال نوسان است که نشان دهنده به دام افتادن ذرات در چاه پتانسیل موج و در نتیجه تبادل انرژی بین ذره و موج است و پس از اعمال برخوردهای بین ذرات، انرژی جنبشی افزایش می‌یابد.

6. D Potter, "Computational Physics", John Wiley, Bristol, England (1973).
۷. سحر درویش ملا، مرجان چابکسوار، مینا جمشیدی، حسین حکیمی پژوه، محمودرضا روحانی، مقاله نامه کنفرانس فیزیک ایران (۱۳۸۸) ۱۸۱
8. V E Zakharov and V I Karpman, *Soviet Physics JETP*, **16** (1963) 351.

1. F F Chen, "Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion", New York, Plenum Press, vol. 1 Plasma Physics, second edition (1985).
2. I B Bernstein, J M Greene, and M D Kruskal, *Phys. Rev.* **108** (1957) 546.
3. F Valentini, *Physics of Plasmas*, **15** (2008) 022102.
4. C K Birdsall and A B Langdon, "Plasma Physics via Computer Simulation", IOP, London (1995).
5. R W Hockney and JW Eastwood, "Computer Simulation Using Particles", IOP, London (1994).