

بررسی آشوب اتلافی در ابرشبکه‌های نیمرسانا

فاطمه مقدم^۱ و مهدی اسماعیل زاده^۲

۱. پژوهشکده علوم پایه کاربردی جهاد دانشگاهی
۲. دانشکده فیزیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

(دریافت مقاله: ۸۵/۶/۱۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۶/۱۱/۲۴)

چکیده

در این مقاله ترابرد الکترونها در ریزنوار یک ابرشبکه نیمرسانا تحت اثر میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی که در راستاهای متفاوت بر ابرشبکه اعمال می‌شوند، مورد بررسی قرار گرفته است. نمودارهای سری زمانی و نمای لیاپانوف با استفاده از روش رانگ- کوتای مرتبه چهارم محاسبه شده است. محاسبات عددی نشان می‌دهد که برای مقادیر معینی از پارامترها که وابسته به خصوصیات ابرشبکه و میدانهای اعمال شده بر آن است، الکترونها رفتار آشوبی از خود بروز می‌دهند و به ازای بعضی مقادیر دیگر از پارامترها این رفتار منظم و غیرآشوبی می‌شود. همچنین وجود میدان مغناطیسی عمود بر میدان الکتریکی می‌تواند نواحی آشوبی را در حرکت الکترون کاهش دهد.

واژه‌های کلیدی: ابرشبکه‌های نیمرسانا، مینی نوار، آشوب

۱. مقدمه

در این مقاله ترابرد حاملها در ریزنوار یک ابرشبکه نیمرسانا تحت اثر میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی که در راستاهای متفاوت بر ابرشبکه اعمال می‌شوند، مورد بررسی قرار گرفته است. نمودارهای سری زمانی و نمای لیاپانوف با استفاده از روش رانگ- کوتای مرتبه چهارم محاسبه شده است. محاسبات عددی نشان می‌دهد که برای مقادیر معینی از پارامترها که وابسته به خصوصیات ابرشبکه و میدانهای اعمال شده بر آن است، الکترونها رفتار آشوبی از خود بروز می‌دهند و به ازای بعضی مقادیر دیگر از پارامترها این رفتار منظم و غیرآشوبی می‌شود. همچنین وجود میدان مغناطیسی عمود بر میدان الکتریکی می‌تواند نواحی آشوبی را در حرکت الکترون کاهش دهد.

یکی از نیمرساناها است، تشکیل می‌شوند. تکنیک ساخت آنها، روش برآرایی باریکه مولکولی (MBE) است و متداولترین آنها ابرشبکه‌های $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ است، که در آن نیمرسانای ترکیبی $GaAs$ با گاف انرژی حدود $1/5$ الکترون ولت را بین لایه‌های نیمرسانای آلیاژ سه تایی $Al_xGa_{1-x}As$ به طور یک در میان قرار می‌دهند. خاطر نشان می‌سازد که $Al_xGa_{1-x}As$ به ازای $x < 0.4$ دارای گاف نواری مستقیم است و گاف انرژی آن قدری از 2 الکترون ولت کمتر است.

از آن جایی که در ساخت ابرشبکه‌ها از سدهای فوق نازک استفاده می‌شود [۱]، توابع موج الکترونی از چاههای مجاور روی هم می‌افتند و امکان تونل زنی ذرات از یک چاه به چاه دیگر با عبور از سد امکان پذیر می‌شود و همین امر باعث می‌شود که تبهگنی ترازهای انرژی کوانتیده در هر چاه شکسته شود. برای N چاه، هر تراز تبهگن به N تراز تقسیم می‌شود. در نتیجه تشکیل نواری با $2N$

$$\mathbf{B}_{ext} = B_0 \cos \Omega_B t (\sin \theta \hat{e}_y + \cos \theta \hat{e}_z), \quad (2)$$

در اینجا B_0 دامنه و Ω_B فرکانس میدان مغناطیسی است و θ زاویه‌ای است که میدان مغناطیسی با محور Z (راستای رشد لایه‌های ابرشبهه) می‌سازد. از آنجا که الکترون‌ها در صفحه $[y,x]$ آزادانه حرکت می‌کنند، رابطه انرژی برای الکترون‌های متعلق به تک ریزنوار یک ابرشبهه نیم‌رسانا را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱ و ۹]:

$$\varepsilon(P) = \frac{1}{2m^*} (p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{4} \Delta [1 - \cos(p_z a / \hbar)], \quad (3)$$

که از مدل تنگ - بست برای محاسبه انرژی در راستای z استفاده شده است و $P = \hbar k$ تکانه بلور، $m^* = 0.07m_e$ جرم مؤثر الکترون برای حرکت در راستاهای x و y ، m_e جرم الکترون آزاد، a تناوب ابرشبهه و Δ پهنای ریزنوار می‌باشند. با استفاده از معادله نیروی لورنتس، می‌توان تغییرات زمانی انرژی و سرعت الکترون را به دست آورد. تغییرات زمانی میدان - سازگار را نیز می‌توان با استفاده از قانون آمپر به دست آورد. در نهایت معادلات بهنجار شده حرکت الکترون در تک مینی‌نوار یک ابرشبهه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{w} = -Ev_z - \gamma_{\mathcal{E}} (w - w_0), \quad (4)$$

$$\dot{v}_x = \frac{-eB_0 \cos \Omega_B t}{m^*} (v_y \cos \theta - v_z \sin \theta) - \gamma_{v_x} v_x, \quad (5)$$

$$\dot{v}_y = \frac{eB_0 \cos \Omega_B t}{m^*} v_x \cos \theta - \gamma_{v_y} v_y, \quad (6)$$

$$\dot{v}_z = - \left(E + \frac{e\Delta a}{\hbar} v_x B_0 \cos \Omega_B t \sin \theta \right) \left(-w + \frac{\Delta a}{\hbar} m^* (v_x^2 + v_y^2) \right) - \gamma_{v_z} v_z, \quad (7)$$

$$\dot{E} = v_z - \alpha E + \alpha \omega_s \cos \Omega_E t - \omega_s \Omega_E \sin \Omega_E t, \quad (8)$$

که $\gamma_{\mathcal{E}}$ فرکانس واهلش انرژی، γ_{v_i} فرکانس واهلش سرعت الکترون در راستای i ($i = x, y, z$) و α فرکانس واهلش میدان خودسازگار می‌باشند و $\omega_s = eaE_0 / \hbar$ به فرکانس اشتارک معروف است. w انرژی الکترون و w_0 انرژی تعادلی آن می‌باشد که به صورت زیر تعریف شده است:

$$w_0 = \frac{K_B T}{4\Delta} - \frac{I_1 \left(\frac{\Delta}{2K_B T} \right)}{I_0 \left(\frac{\Delta}{2K_B T} \right)}, \quad (9)$$

که I_0, I_1 توابع اصلاح شده بسل مرتبه صفر و یک، T دمای

حالت (با در نظر گرفتن اسپین) را می‌دهد. نوارهای انرژی ابرشبهه، که به این ترتیب شکل می‌گیرند را ریزنوار می‌نامند.

ترابرد الکترونی در ابرشبهه‌های نیم‌رسانا به علت خواص جالب توجه این ساختارها از سالهای گذشته تاکنون مورد توجه بوده است [۲، ۳]. از جمله این خواص می‌توان از امکان هدایت دیفرانسیلی منفی در حضور میدانهای الکتریکی قوی نام برد [۲]. هدایت دیفرانسیلی منفی به سبب حرکت الکترون درون مینی نوار و در محدوده‌ای از تکانه که در آن جرم مؤثر الکترون منفی است، ایجاد می‌شود.

با توجه به اینکه در سالهای اخیر از ابرشبهه‌های نیم‌رسانا در ساخت ادوات الکترونیکی به صورت گسترده استفاده می‌شود [۴-۶]. بررسی حرکت الکترون در ابرشبهه‌ها و یافتن محدوده‌هایی که در آن حرکت آشوبی است، برای پژوهشگران اهمیت فراوانی پیدا کرده است. بنابراین، شناخت محدوده‌هایی که رفتار الکترون آشوبی است بسیار ضروری است. آشوب در حرکت الکترون در ابرشبهه‌های نیم‌رسانا در اثر جرم مؤثر غیر همسانگرد آنها و اعمال میدانهای خارجی می‌تواند ایجاد شود. در مقالاتی که تاکنون در این زمینه به چاپ رسیده‌اند غالباً رفتار الکترون در ابرشبهه‌ها تحت تأثیر یک میدان الکتریکی خارجی که در راستای رشد بلور اعمال شده، مورد بررسی قرار گرفته است [۷ و ۸].

۲. مبانی نظری

در این مقاله ترابری حامل در ابرشبهه نیم‌رسانا در حضور میدانهای الکتریکی و مغناطیسی و در چهارچوب مدل تک مینی نوار بررسی می‌شود. در اینجا پراکنندگی الاستیک الکترون از ناخالصیهای شبکه (تقریب زمان واهلش) و پراکنندگی ناشی از سایر الکترون‌ها در نظر گرفته می‌شوند. همچنین میدان الکتریکی خود-سازگار ناشی از چگالی بار الکترون‌ها نیز منظور می‌شود. میدان الکتریکی خارجی که در راستای عمود بر لایه‌های ابرشبهه اعمال می‌شود، به صورت زیر می‌باشد:

$$E_{ext} = E_0 \cos \Omega_E t \hat{e}_z, \quad (1)$$

که E_0 دامنه و Ω_E فرکانس میدان الکتریکی است. همچنین میدان مغناطیسی خارجی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

این مسیرها را به صورت عددی محاسبه می کنیم و هر گاه d_n / d_0 بزرگتر از مقداری بین ۲ تا ۳ شد، d_n را باز بهنجار به d_0 می کنیم. نمای لیپانوف به صورت زیر تعریف می شود:

$$\sigma = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \sigma(\tau), \quad (11)$$

که

$$\sigma(\tau) \equiv \frac{1}{\tau} \sum_{n=1}^N \ln \left(\frac{d_n}{d_0} \right), \quad (12)$$

زمان بهنجار شده $\tau \equiv \sum_{n=1}^N \Delta \tau_n$ و فاصله زمانی (بهنجار شده) بین مرحله n ام و $(n-1)$ ام است. توضیح اینکه زمان به $1/\omega_E$ بهنجار شده است. در محاسبات عددی منظور از زمان بینهایت، رسیدن به زمانی است که نمودار $\sigma(\tau)$ بر حسب زمان به یک روند تقریباً یکنواخت برسد.

برای بررسی بهتر نوع حرکت، برای مقادیر پارامترهای شکل ۱، $\sigma(\tau)$ در شکل ۲ رسم شده است. توضیح اینکه در حل عددی معادلات و رسم $\sigma(\tau)$ ، شرایط اولیه به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\left. \begin{aligned} w_1(0) &= w_2(0) = -1, \\ v_{x1}(0) &= v_{x2}(0) = 0, \\ v_{y1}(0) &= v_{y2}(0) = 0, \\ v_{z1}(0) &= v_{z2}(0) = 0, \\ E_1(0) &= \omega_S, \quad E_2(0) = E_1(0) + \delta. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

در اینجا δ را مقدار کوچکی برابر 0.001 در نظر گرفته ایم و اندیسه های ۱ و ۲ به ترتیب نشان دهنده مسیرهای ۱ و ۲ هستند. همان طور که شکل ۲ نشان می دهد $\sigma(\tau)$ برای زمانهای بزرگ ($\tau > 10000$) مقدار ثابتی برابر 0.03 را نشان می دهد، بنابراین با تقریب خوبی می توان گفت که نمای لیپانوف σ مثبت است. مثبت بودن نمای لیپانوف وجود آشوب را در غیاب میدان مغناطیسی تایید می کند.

مشاهده شد که در غیاب میدان مغناطیسی، حرکت الکترون برای پارامترهای استفاده شده در شکل های ۱ و ۲ آشوبی است. اکنون پارامترها را به صورت زیر تغییر می دهیم:

$$\left(\gamma_{V_x} / \omega_E = \gamma_{V_y} / \omega_E = 0, \quad \omega_S / \omega_E = 0.1, \quad \Omega_E / \omega_E = 1 \right)$$

شبکه، و k_B ثابت بولتزمن هستند. در معادلات (۴) و (۸) تمامی ضرایب و اهلشش با تقسیم بر $1/2 \left[2\pi e^2 n a^2 \Delta / \hbar^2 \right]$ ، بهنجار شده اند. این معادلات نشان می دهند تغییر در سرعت و انرژی میانگین الکترونها، به علت اعمال میدانهای خارجی و پراکندگی حامل از حاملهای دیگر، نقایص شبکه و فونونها می باشد. لازم است اشاره شود میدانهای خارجی آن چنان قوی نیستند که قادر به تغییر ساختار نواری باشند، بنابراین در تمامی محاسبات فوق از رابطه پاشندگی (۳) استفاده شده است.

۳. نتایج عددی

در محاسبات عددی از معادلات حرکت (۴) و (۸) با استفاده از روش رانگ - کوتای مرتبه چهارم با گامهای بهینه شده انتگرال گیری نموده و سپس نمودار سری زمانی سرعت و بزرگترین نمای لیپانوف رسم می شود. پارامترهای ابر شبکه را به صورت زیر در نظر می گیریم [۱۰]:

(۱۰)

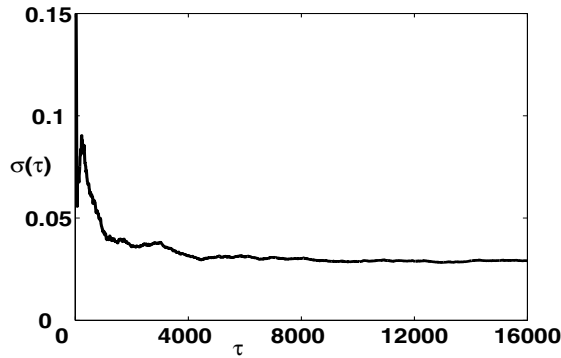
$$a = 10^{-8} m, \quad n = 3 \times 10^{21} m^{-3}, \quad \Delta = 35 / 2 \times 10^{-21} j$$

در آزمایشهایی که در مراجع [۱۱ و ۱۲] انجام گرفته، محدوده پارامترهای میرایی به صورت $0 \leq \alpha / \omega_E \leq 0.2$ ، $0 \leq \gamma_E / \omega_E \leq 0.2$ و $0 \leq \gamma_D / \omega_E$ تعیین شده اند. در ابتدا به بررسی رفتار الکترون در حضور میدان الکتریکی و در غیاب میدان مغناطیسی می پردازیم.

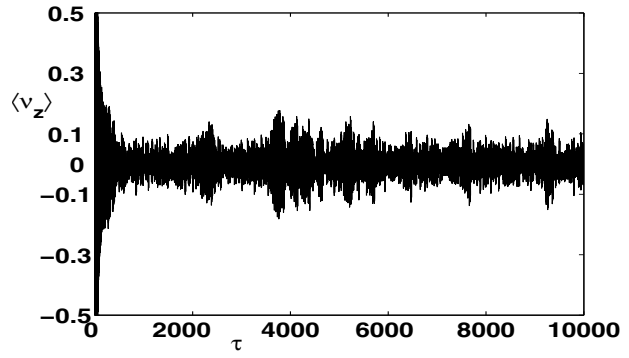
شکل ۱ سری زمانی سرعت را به ازای مقادیر $\omega_S / \omega_E = 1/6$

$$\text{و } \gamma_{V_z} / \omega_E = \gamma_E / \omega_E = 0.02, \quad \alpha / \omega_E = 0.01, \quad \Omega_E / \omega_E = 0.2$$

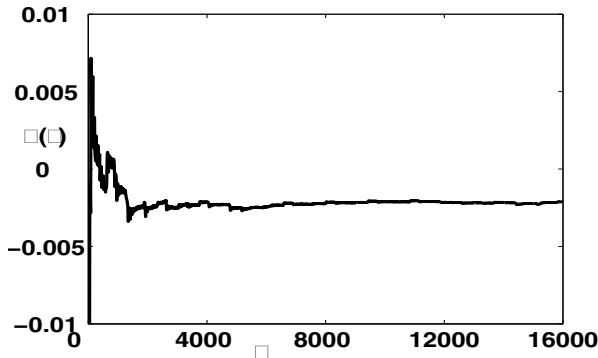
نشان می دهد. این شکل سرعت الکترون را برای این مقادیر از پارامترها آشوبی نشان می دهد، چرا که سرعت به صورت نابهنجار (غیر تناوبی) تغییر می کند. وجود آشوب را می توان با تعیین نمای لیپانوف تایید کرد. با محاسبه فاصله بین دو مسیر با شرایط اولیه بسیار نزدیک، نمای لیپانوف را می توان محاسبه کرد. حرکت آشوبی است اگر نرخ واگرایی دو مسیر به صورت تابعی نمایی با نمای مثبت باشد. دو مسیر نزدیک با فاصله d_0 را در نظر بگیرید، فاصله d_n بین



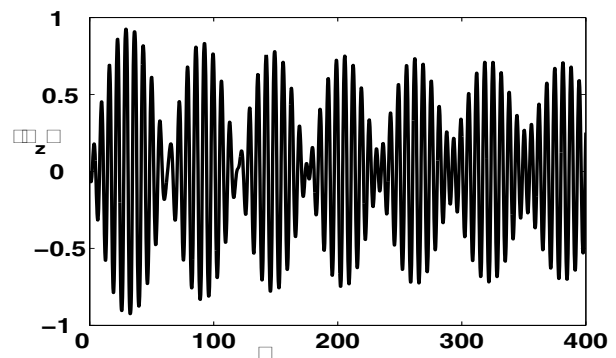
شکل ۲. نمودار $\sigma(\tau)$ در غیاب میدان مغناطیسی برای پارامترهای شکل ۱. مشاهده می‌شود که $\sigma(\tau)$ برای $\tau > 10000$ مقدار ثابت و مثبتی برابر $0/03$ را نشان می‌دهد که وجود آشوب را تأیید می‌کند.



شکل ۱. سرعت الکترون در غیاب میدان مغناطیسی بر حسب زمان برای پارامترهای $\omega_s/\omega_E = 1/6$ ، $\Omega_E/\omega_E = 0/2$ ، $\gamma_{v_z}/\omega_E = \gamma_E/\omega_E = 0/02$ همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود حرکت الکترون دارای تناوب مشخص نبوده و آشوبی است.



شکل ۴. نمودار $\sigma(\tau)$ در غیاب میدان مغناطیسی برای پارامترهای شکل ۳. منفی بودن نمای لیاپانوف نشان دهنده حرکت منظم و غیر آشوبی است.



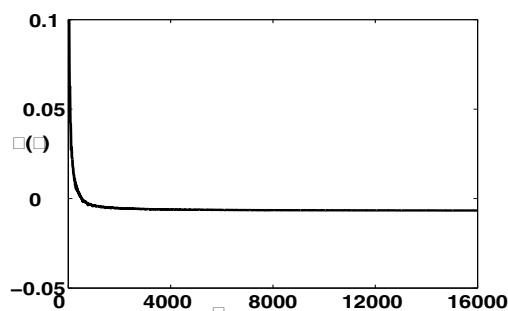
شکل ۳. سری زمانی سرعت الکترون در غیاب میدان مغناطیسی برای پارامترهای $\gamma_{v_x}/\omega_E = \gamma_{v_y}/\omega_E = 0$ ، $\Omega_E/\omega_E = 1$ ، $\omega_s/\omega_E = 0/1$ همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود حرکت الکترون تناوبی است.

بزرگ یک مقدار ثابت منفی را نشان می‌دهد بنابراین نمای لیاپانوف، منفی است که بیانگر حرکت منظم (غیر آشوبی) برای پارامترهای جدید می‌باشد. نتایج فوق با نتایج مرجع [۵] که آشوب در ابرشبکه‌ها را تنها در حضور یک میدان الکتریکی بررسی کرده است، یکسان است. این امر تأییدی بر درستی معادلات (۴)–(۸) است که در این مقاله به دست آمده‌اند.

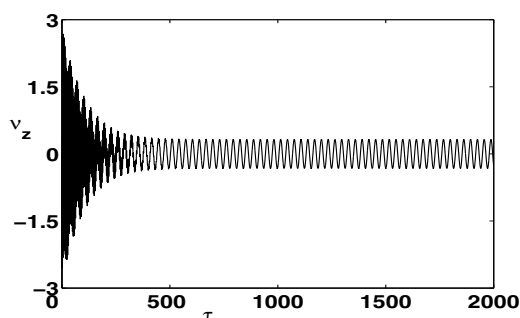
در این قسمت، به حل عددی معادلات حرکت در حضور میدان مغناطیسی با دامنه $10^{-12} Ts$ و B_0/ω_E و فرکانس $\Omega_B/\omega_E = 0/1$ می‌پردازیم. برای حل عددی معادلات مقادیر پارامترها را برابر مقادیر پارامترهای استفاده شده در شکل ۱ قرار

شکل ۳. سری زمانی سرعت متوسط الکترون را برای پارامترهای جدید نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است سرعت به صورت تناوبی تغییر می‌کند و اثری از آشوب مشاهده نمی‌شود. در این نمودار فرکانس پایه، فرکانس میدان خارجی است با یک پریود بزرگتر که به سبب معادلات غیرخطی بر آن سوار شده است.

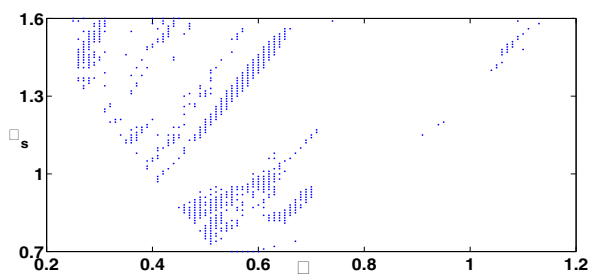
شکل ۴ $\sigma(\tau)$ را برای پارامترهای جدید نشان می‌دهد. همان‌گونه که این شکل نشان می‌دهد $\sigma(\tau)$ برای زمانهای



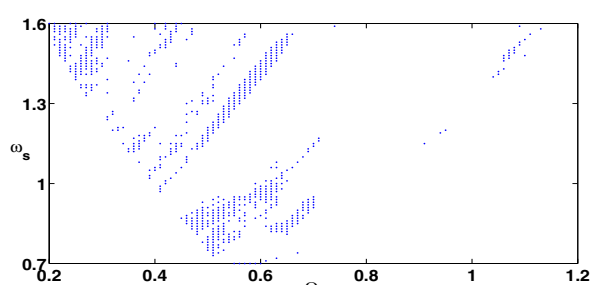
شکل ۶. نمودار $\sigma(\tau)$ در حضور میدان مغناطیسی عمود بر میدان الکتریکی، این شکل نشان می‌دهد که وجود میدان مغناطیسی سبب از بین رفتن آشوب شده است.



شکل ۵. سری زمانی سرعت الکترون در راستای z در حضور میدان مغناطیسی عمود بر میدان الکتریکی بر حسب زمان بهنجار شده برای پارامترهای شکل ۱. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود در حضور میدان مغناطیسی حرکت الکترون منظم و غیر آشوبناک می‌شود.



شکل ۸. نمودار فضای فاز در حضور میدان مغناطیسی، مناطق تیره نمایشگر محدوده‌های آشوبی و قسمتهای سفید بر حرکت تناوبی (غیر آشوبی) دلالت دارند.



شکل ۷. نمودار فضای فاز در غیاب میدان مغناطیسی، مناطق تیره نمایشگر محدوده‌های آشوبی و قسمتهای سفید بر حرکت تناوبی (غیر آشوبی) دلالت دارند.

نمودارهایی مشابه شکل‌های ۱ و ۲ حاصل می‌شود.

برای دستیابی به دید بهتری از رفتار کیفی سیستم، نمودار فضای فاز را برای دامنه میدان الکتریکی بر حسب فرکانس آن رسم می‌نماییم. به این ترتیب که دامنه و فرکانس میدان الکتریکی را با گام 0.01° تغییر داده و نمای لیاپانوف را برای آنها محاسبه می‌کنیم. شکل‌های ۷ و ۸ برای پارامترهای واهلش

$$\gamma_{v_z} / \omega_E = \gamma_{v_x} / \omega_E = 0.1, \quad \gamma_{v_x} / \omega_E = \gamma_{v_y} / \omega_E = 0$$

رسم شده‌اند. مناطق تیره نمایشگر محدوده‌های آشوبی و قسمتهای سفید بر حرکت تناوبی دلالت دارند. شکل ۷ در غیاب میدان مغناطیسی رسم شده است، در شکل ۸ میدان مغناطیسی نیز منظور شده است. مشاهده می‌شود اعمال میدان مغناطیسی (با مشخصات: $B_0 / \omega_E = 10^{-12} T_s$ و $\Omega_B / \omega_E = 0.1$) که از نظر بزرگی با میدان الکتریکی هم مرتبه است سبب حذف

می‌دهیم، یعنی مقادیری که باعث آشوبی شدن حرکت می‌شدند. می‌خواهیم بررسی کنیم اعمال میدان مغناطیسی چه اثری بر حرکت آشوبی الکترون دارد. میدان مغناطیسی را به صورت عمود بر میدان الکتریکی و در راستای y به ابر شبکه اعمال می‌نماییم؛ شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب سری زمانی سرعت الکترون و $\sigma(\tau)$ را در حضور میدان مغناطیسی نشان می‌دهند.

همان‌طور که در این شکلها دیده می‌شود سرعت الکترون برای زمان به اندازه کافی بزرگ تناوبی است و $\sigma(\tau)$ مقدار ثابت و منفی را برای زمان بزرگ نشان می‌دهد که بیانگر نمای لیاپانوف منفی است. بنابراین در حضور میدان مغناطیسی آشوب از بین می‌رود. ذکر این نکته ضروری است که وقتی میدان مغناطیسی را موازی میدان الکتریکی در نظر بگیریم، حرکت الکترون همچنان آشوبناک باقی می‌ماند و برای این حالت

آشوب در حوالی سمت چپ نمودار می‌شود.

آشوبی باشد و به ازای برخی دیگر می‌تواند تناوبی یا غیر آشوبی باشد. در حالی که در حضور میدان الکتریکی و مغناطیسی متعامد آشوب می‌تواند از بین برود و حرکت الکترون در ابرشبه‌ها برای قسمتهایی از فضای فاز منظم و یا غیر آشوبی گردد.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله نشان داده شد که در حضور میدان الکتریکی و در غیاب میدان مغناطیسی حرکت الکترون در ابرشبه‌ها به ازای برخی پارامترهای مربوط به ابرشبه‌ها و میدان خارجی می‌تواند

مراجع

1. N Peyghambarian, S W Koch, and A Mysyrowicz, *Introduction To Semiconductor Optics*, Prentice-Hall, New Jersey, (1993).
2. L Esaki and R Tsu, *IBM J. Res. Dev.* **14** (1970) 61.
3. A Perales, L L Bonilla and R Escobedo, *Nanotechnology* **15** (2004) S229.
4. S Novikov, O Kilpela, *Microelectronics & Engineering* **51-52** (2000) 505.
5. Y Lin, Y J Tsai, and S C Lee, *Jpn. J. APPL. Phys.* **40** (2001) 1290.
6. Z Gribnikov, N Vagidov, A Korshak, *Superlattices and Microstructures*, **27** (2000) 223.
7. K N Alekseev, G P Berman, D K Campbell, E H Canon, and M C Cargo, *Phys. Rev. B* **54** (1996) 10625.
8. Yu A Romanov and Yu Yu Romanova, *JETP* **91** (2000) 1033.
9. N W Ashcroft, N D Mermin, *Solid State Physics*, Holt, Rinehart and Winston, (1976).
10. A C Sharma and A K Sood, *J. Phys. Condens. Matter* **6** (1994) 1553.
11. J J Quinn and J S Carberry, *IEEE Trans. Plasma Sci. PS* – **15** (1987) 394.
12. R E Camley and D L Mills, *Phys. Rev. B* **29** (1984) 1695.