

بررسی حرکت براونی یک ذره سنگین با استفاده از تناظر AdS/CFT

کاظم بی تقصیر فدافن و سحر مجرد لمن جویی

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۱۲/۱۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۱۱/۱۵)

چکیده

در این تحقیق حرکت براونی ذره‌ای سنگین در پلاسمای دما دار مطالعه شده است. این پلاسما از کوآرک‌ها و گلوئون‌ها ساخته شده است و با پلاسمای معمولی متفاوت می‌باشد. از آنجا که ثابت جفت‌شدگی در این پلاسما قوی است، روش‌های معمول اختلالی برای مطالعه این پلاسما به کار نمی‌آید. بدین منظور از تناظر AdS/CFT استفاده شده است. بنابر این تناظر برای معرفی دما بایستی سیاهچاله‌ای را در فضای حجم در نظر گرفت. همچنین بر اساس این تناظر، ذره انتهای یک ریسمان کلاسیکی است که از مرز فضای AdS شروع شده و تا سیاهچاله ادامه دارد. حرکت براونی این ذره باعث اختلال در ریسمان می‌شود و می‌توان با مطالعه رفتار ریسمان تحت این اختلال‌ها ضرایب معادله لانجورین را به دست آورد. با استفاده از این روش ضرایب طولی و عرضی لانجورین به دقت محاسبه می‌شود و رابطه انیشتن نیز بررسی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: نظریه ریسمان، تناظر AdS/CFT، پلاسمای کوآرک گلوئون، حرکت براونی

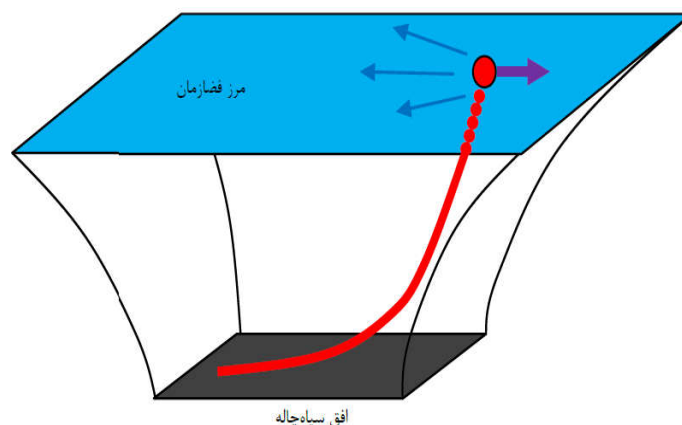
۱. مقدمه

انیشتین با ثابت کیهان‌شناسی منفی می‌باشد. در این فضا زمان گرانش زندگی می‌کند، این فضا زمان دارای مرز است و CFT^2 یا همان نظریه میدان همدیس در مرز این فضا زمان است و توصیف آن با نظریه ریسمان توسط ریسمان‌های باز می‌باشد. از لحاظ فیزیکی همدیس به معنای این است که مقیاس انرژی نداریم. یعنی فیزیک مسئله در انرژی‌های کم و زیاد بدون تغییر باقی می‌ماند. به عبارت دیگر تناظر AdS/CFT یک معادل بین یک نظریه پیمانه‌ای و یک نظریه ریسمان است. در این تحقیق حرکت براونی ذره سنگین را با استفاده از این تناظر مطالعه

تناظر AdS/CFT به ارتباط میان نظریه میدان‌های کوانتومی و گرانش می‌پردازد. از این تناظر به عنوان تناظر پیمانه / گرانش نیز نام برده می‌شود و مربوط به نظریه میدان‌های همدیس و فضای پاد دوسیه است [۱]. کاربرد این تناظر در حل مسئله‌هایی که در آنها ثابت جفت‌شدگی قوی و نظریه میدان دما دار است، بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۲، ۳]. این کاربردها در QCD^۱ و ماده چگال رو به پیشرفت است [۴].
AdS فضایی به نام پاد دوسیه است که جواب معادله‌های

۲. Conformal Field Theory

۱. Quantum Chromo Dynamics



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تصویر ذره متحرک با استفاده از AdS/CFT [۱].

میدان کوارک‌ها در پروتون زندانی هستند. ولی با بالا رفتن دما پلاسمای کوارک گلوئون تشکیل می‌شود و فاز جدیدی پدید می‌آید. بنابراین ما این متریک را در پلاسمای کوارک گلوئون در نظر گرفته‌ایم. این متریک توصیف مدل ساکای-سوگیموتو^۳ نیز می‌باشد. البته جزئیات فضا زمان و ابعاد فشرده در این مقاله بحث نمی‌شود. این متریک در دمای بالا چنین توصیفی دارد:

$$ds^2 = \left(\frac{u}{R}\right)^2 \left(-h dt^2 + d\vec{x}^2 + dx_\perp^2\right) \quad (1)$$

$$+ \left(\frac{R}{u}\right)^2 \left(\frac{1}{h} du^2 + u^2 d\Omega_\perp^2\right),$$

$$h = 1 - \left(\frac{u_h}{u}\right)^2, \quad (2)$$

و دمای این متریک به شکل زیر می‌باشد:

$$T = \frac{1}{2\pi} \frac{u_h}{R^2} \quad (3)$$

که در آن u_h افق سیاهچاله، u بعد هولوگرام، R شعاع کره S^5 (بعد فشرده)، \vec{x} و t چهار بعد فضا زمان مینکوفسکی هستند. نظریه میدان در این فضا زمان برقرار است.

۳. نیروی کششی

ذره تحت یک حرکت تصادفی ناشی از نوسانات گرمایی پلاسمای حرکت می‌کند که به عنوان حرکت براونی شناخته

می‌کنیم. بر طبق این تناظر ذره سنگین انتهای ریسمانی کلاسیکی می‌باشد که در CFT در نظر گرفته شده است [۳]. نظریه مرز دما دار است و آن را همچون یک پلازما در نظر می‌گیریم. در این تحقیق حرکت براونی ذره سنگین در پلاسمای کوارک گلوئون (QGP) مطالعه می‌شود. QGP در برخورد دهنده‌های یون‌های نسبیتی در آزمایشگاه‌های LHC و RHIC پدید می‌آید که دارای ویژگی‌های منحصر به فردی است، از جمله جفت‌شدگی آن قوی می‌باشد.

ذره سنگین در این محیط حرکتی براونی با یک نیروی تصادفی دارد. هدف اصلی مطالعه ضریب پخش این حرکت تصادفی است. در بررسی حرکت کلاسیکی این ذره آزمون در پلازما، ذره انرژی جنبشی خود را به پلازما داده و آرام به حرکت خود ادامه می‌دهد. توصیف گرانشی آن مطابق شکل ۱، معادل با ریسمان کلاسیکی خمیده است که انرژی در آن جاری شده و به سیاهچاله می‌ریزد [۲].

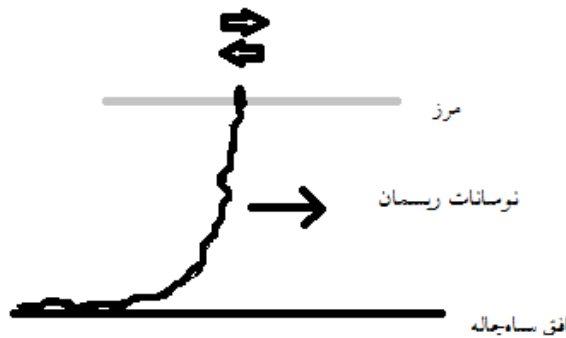
۲. معرفی متریک زمینه

به عنوان مثالی از مطالعه حرکت براونی با کمک AdS/CFT متریک ویتن را به عنوان متریک زمینه در نظر می‌گیریم [۵]. یکی از ویژگی‌های مهم این متریک توصیف مدل محصور و غیر محصور^۲ می‌باشد. یعنی در دماهای کوچک‌تر از دمای بحرانی، در نظریه

۱. Quark Gluon Plasma

۲. Confinement/Deconfinement

۳. Sakai-Sugimoto



شکل ۲. نمایی از حرکت براونی ذره و اثر آن بر ریمان.

می شود و می تواند با معادله لانجورین فرمول بندی شود. نمایی از این نوع حرکت در شکل ۲ آمده است.

ذره به دلیل حرکت در پلاسما نیروی کششی حس می کند که آن را با F_{drag} نمایش می دهیم. برای ذره ای به جرم M که با سرعت v در پلاسما حرکت می کند، تکانه برابر است با

$$p = Mv\gamma \quad \text{و} \quad \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

بوده که مقدار آن را برابر با یک قرار می دهیم [۶ و ۷]. نیروی کششی عبارت است از:

$$F_{drag} = \frac{dp}{dt} = -\mu p, \quad (4)$$

ذره با سرعت ثابت v در پلاسما حرکت می کند. مطابق تناظر AdS/CFT ذره را انتهای یک ریمان کلاسیکی در نظر می گیریم. کنش این ریمان با کنش نامبوگوتو داده می شود:

$$S = -T_F \int d\sigma \int d\tau L = -T_F \int d\sigma \int d\tau \sqrt{-\det g_{\alpha\beta}}, \quad (5)$$

که در آن $T_F = \frac{1}{2\pi\alpha'}$ کشش ریمان، α' ضریب تناسب، L چگالی لاگرانژی و $g_{\alpha\beta}$ متریک القایی روی جهان سطح ریمان است:

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}}(-h+v^2) & \left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}}v\xi \\ \left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}}v\xi & \left(\frac{R}{u}\right)^{\frac{2}{3}}\frac{1}{h} + \xi^2\left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

شکل ریمان خمیده با حدس زیر مطالعه می شود:

$$x^\mu = (t = \tau, u = \sigma, x^i = v^i t + \xi^i(t)), \quad (7)$$

که در آن t معرف زمان، σ و τ مؤلفه های جهان سطح ریمان

هستند.

با استفاده از معادله حرکت نتیجه می شود:

$$\xi' = \frac{\rho \sqrt{\frac{v^2}{h} - 1}}{v \frac{u}{R} \sqrt{\left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\left(\frac{u}{R}\right)^{\frac{2}{3}} v^2 + \rho^2 \right)}}, \quad (8)$$

که در آن $\rho = \frac{\partial L}{\partial \xi'}$ ثابت حرکت می باشد. کسر فوق بایستی همواره مثبت باشد؛ پس ریشه صورت و مخرج باید در یک مکان اتفاق بیافتد. این شعاع را با u_0 نمایش می دهیم.

رابطه نقطه بحرانی که در محاسبات به کار برده می شود با u_0 به شکل زیر است:

$$u_0 = \frac{u_h}{(1-v^2)^{\frac{1}{3}}}, \quad (9)$$

پس u_0 همواره کوچک تر از شعاع افق خواهد بود. از اینجا به بعد در تمام محاسبات فرض می کنیم $R=1$ است. نیروی کششی مطابق تعریف (۴) عبارت است از:

$$F_{drag} = \frac{-u_h^{\frac{2}{3}} v}{2\pi\alpha' \sqrt{1-v^2}}. \quad (10)$$

بر طبق تعریف ارائه شده برای دما در فرمول (۳) داریم:

$$F_{drag} = -\frac{64vT^{\frac{3}{2}}\gamma\pi^{\frac{3}{2}}}{2v(2\pi\alpha')}. \quad (11)$$

بر اساس معادله به دست آمده رابطه نیروی کششی و دما به صورت زیر است:

$$F_{drag} \propto T^{\frac{3}{2}}, \quad (12)$$

عرضی کنترل می‌شوند. به طور کلی داریم:

$$\begin{aligned} \langle f_T(t) f_T(t') \rangle &= \kappa_T \delta(t-t') \\ \langle f_L(t) f_L(t') \rangle &= \kappa_L \delta(t-t') \end{aligned} \quad (18)$$

که در معادلات فوق $\delta(t-t')$ همان دلتای دیراک است و ضرایب عرضی و طولی به ترتیب زیر بیان می‌شوند [۱۰]:

$$\kappa_T = \frac{1}{\pi \alpha'} G_{xx} T_{ws} \quad (19)$$

$$\kappa_L = \frac{1}{\pi \alpha'} \frac{(G_{xx})'}{G_{xx}} T_{ws} \quad (20)$$

نکته جالب توجه وابستگی این کمیت‌ها به دمای جهان سطح T_{ws} می‌باشد [۱۱]. بنابراین بایستی ابتدا دمای جهان سطح را بیابیم. این کار را با فطری کردن متریک جهان سطح انجام می‌دهیم. در نتیجه متریک جهان سطح به شکل زیر در می‌آید:

$$ds^2 = \left[\left(\frac{u}{R} \right)^2 (v^2 - 1) \right] d\tau^2 + \frac{\left(\frac{u}{R} \right)^2}{r_0^2 - \left(\frac{u}{R} \right)^2} d\sigma^2 \quad (21)$$

بنابر متریک سیاهچاله‌ها به این متریک هم می‌توان یک دما نسبت داد که عبارت است از:

$$T_{ws} = \frac{3(1-v^2)^{\frac{1}{3}}}{4\pi} \sqrt{u_h(1-2v^2)} \quad (22)$$

جالب است که دمای جهان‌سطح در سرعت $v_c = \frac{1}{\sqrt{2}}$ صفر می‌شود.

با جاگذاری مقدار دمای جهان سطح و ضرایب حاصله از متریکی که در ابتدا معرفی شد، ضرایب طولی و عرضی عبارتند از:

$$\kappa_T = \frac{1}{\pi \alpha'} \left(\frac{u_h}{\sqrt{1-v^2}} \right)^2 \frac{3(1-v^2)^{\frac{1}{3}}}{4\pi} \sqrt{1-2v^2} \quad (23)$$

$$\kappa_L = \frac{1}{\pi \alpha'} \frac{u_h}{\left(\sqrt{1-v^2} \right)^2} \frac{3(1-v^2)^{\frac{1}{3}}}{4\pi} \sqrt{1-2v^2} \quad (24)$$

و نسبت ثابت پخش طولی به عرضی به شکل زیر می‌باشد:

$$\frac{\kappa_L}{\kappa_T} = \frac{1}{1-v^2} \quad (25)$$

این نتیجه در مقاله [۸] محاسبه شده است و نتیجه محاسبه‌ها یکی می‌باشند.

نکته جالب توجه مقایسه این نتیجه با نیروی کششی در پلاسمای ابرتقارنی یانگ میلز است [۶]. در این مورد نیروی کششی عبارت است از:

$$F = \frac{-\pi T^2 \sqrt{\lambda}}{2} \gamma v \quad (13)$$

که در رابطه شماره (۱۱) نیروی کششی متناسب با توان سوم دماست در حالی که در رابطه شماره (۱۳) متناسب با توان دوم دما می‌باشد. مقایسه این رابطه نشان می‌دهد که اگر ذره در محیطی حرکت کند که با متریک دوگان (۱) داده می‌شود، نیرویی متفاوت حس خواهد کرد، به طوری که وابستگی این نیرو به دما متفاوت است. دقت شود که دوگان پلاسمای ابرتقارنی یانگ میلز $N=4$ با متریک (۱) متفاوت است.

ضریب اصطکاک با استفاده از رابطه (۴) برابرست با:

$$\mu = \frac{u_h^2}{2\pi \alpha' M \sqrt{1-v^2}} \quad (14)$$

بر طبق تعریف ارائه شده برای دما در رابطه (۳) داریم:

$$\mu = \frac{64\pi^3 T^3}{9(2\pi \alpha') M} \quad (15)$$

بر اساس معادله به دست آمده داریم:

$$\mu \propto T^3 \quad (16)$$

یعنی ضریب اصطکاک ذره در حرکت با توان سوم دما متناسب است.

۴. حرکت براونی و رابطه انیشتین

حرکت براونی به وسیله استفاده از معادله لانجورین که شامل کمیت‌هایی از جمله تکانه و نیروی کششی می‌باشد توصیف می‌شود [۹]. معادله موثر بر این حرکت عبارت است از:

$$\frac{dp_i}{dt} = -\mu p + f(t) \quad (17)$$

در رابطه بالا f را به عنوان نیروی مقاوم تصادفی وابسته به زمان تعریف می‌کنیم که از طرف محیط وارد می‌شود. ارتباط میان این نیروها در زمان‌های متفاوت t و t' با ضرایب پخش طولی و

محصور را نمایش می‌دهد ولی در دماهای بالا سیستم تغییر فاز داده است و کوارک‌ها و گلوئون‌ها آزاد هستند. با استفاده از کنش نامبوگوتو و حدسی که برای ریسمان در نظر گرفتیم نیروی کششی وارد بر ذره در این نقطه را محاسبه کردیم. تفاوت نیروی کششی محاسبه شده در این مقاله و نیروی کششی در پلاسمای ابرتقارنی یانگ‌میلز $N=4$ در رابطه آنها با دماست. نیروی کششی در این مقاله متناسب با توان سوم دما است در حالی که نیروی کششی در پلاسمای ابرتقارنی یانگ‌میلز $N=4$ متناسب با توان دوم دماست. با توجه به تعریف ارائه شده برای نیروی کششی تغییر ضریب اصطکاک نیز مهم می‌باشد. ضریب اصطکاک بررسی شده در این مقاله متناسب با توان سوم دماست. برای بررسی حرکت براونی ذره از معادله لانجورین که دارای ضرایب طولی و عرضی است، استفاده کردیم. حرکت براونی ذره باعث اختلال در ریسمان می‌شود. بدین ترتیب با مطالعه رفتار ریسمان تحت اختلال، ضرایب طولی و عرضی معادله لانجورین را محاسبه کردیم. با توجه به روابط ذکر شده برای ضرایب پخش و وابستگی آنها به دمای جهان‌سطح، دمای جهان‌سطح را مطالعه کردیم و به این نتیجه رسیدیم که دمای جهان‌سطح در سرعت v_c صفر می‌شود. بنابر روابط ذکر شده ضرایب پخش طولی و عرضی در سرعت مذکور صفر می‌شوند. همچنین دریافتیم که همواره ضریب پخش طولی از عرضی بزرگ‌تر است. رابطه انیشتن نیز بررسی شد و دریافتیم که می‌بایستی آن را تعمیم داد؛ به طوری که در این رابطه به جای دمای پلاسمای جهان‌سطح وارد می‌شود. بنابراین فیزیک نوسان‌های گرمایی ذره توسط این دما داده می‌شود که بسیار جالب توجه است و می‌توان آن را از طریق متریک جهان‌سطح ریسمان به دقت مطالعه کرد.

کاملاً پیداست $k_L > k_T$ که در توافق کامل با مقاله مرجع [۱۰] است.

با توجه به وابستگی ضرایب پخش طولی و عرضی به دمای جهان‌سطح نتیجه می‌گیریم در سرعت v_c این کمیت‌ها صفر می‌شوند. مطالعه این اثر با روش‌های نظریه میدان بسیار جالب توجه خواهد بود.

بررسی رابطه انیشتن در متریک مذکور نیز جالب توجه است. قبلاً رابطه انیشتن در زمینه ناهمدیس در مرجع [۱۲] نیز مطالعه شده است. به این منظور بایستی رابطه بین ضرایب پخش لانجورین با دما و ضریب اصطکاک را به دست آوریم. این رابطه را تعمیم رابطه انیشتن برای این کمیت‌ها در حرکت براونی ذره می‌شناسیم. روابط به دست آمده برای جهت‌های طولی و عرضی به صورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\kappa_L}{\mu} = 2M \left(\frac{T_{ws}}{\left(\sqrt{1-v^2} \right)^3} \right), \quad (26)$$

$$\frac{\kappa_T}{\mu} = 2M \left(\frac{T_{ws}}{\sqrt{1-v^2}} \right), \quad (27)$$

بنابراین شکل تعمیم یافته رابطه‌های انیشتن به دست می‌آیند. نتیجه مهم این است که بایستی دمای جهان‌سطح را به جای دمای پلاسمای در رابطه انیشتن قرار داد.

۳. نتیجه‌گیری

در این تحقیق حرکت براونی یک ذره سنگین در یک پلاسمای دما دار را با استفاده از تناظر AdS/CFT مطالعه کردیم. به عنوان مثالی از مطالعه حرکت براونی با کمک AdS/CFT، متریک ویتن را مورد بررسی قرار دادیم که دوگان آن نظریه‌ای را توصیف می‌کند که در دماهای کمتر از دمای بحرانی، سیستم

مراجع

۲. کاظم بی تقصیر فدافن، فیزیک روز، فصلنامه علمی ترویجی انجمن فیزیک ۱۱ (۱۳۹۴).

3. J C Solana, H Liu, D Mateos, K Rajagopal and U A Wiedemann "Gauge/String Duality, Hot QCD and

۱. ا. بیگلر و ف. لران، مجله پژوهش فیزیک ایران ۴۵ (۱۳۸۴) ۱۷۹.

1. E Biglar and F Loran, *Iranian Journal of Physics Research* 5 4 (2005) 179.

9. J C Solana and D Teaney, *Phys. Rev. D* **74** (2006) 085012.
10. D Giataganas and H Soltanpanahi, *Phys. Rev. D* **89** (2014) 026011.
11. J de Boer, V E Hubeny, M Rangamani and M Shigemori, *JHEP* **0907** (2009) 094.
12. U Gursoy, E Kiritsis, L Mazzanti, and F Nitti, *JHEP* **12** (2010) 088.
4. M Natsuume, “*AdS/CFT Duality User Guide*”, Springer (2012).
5. E Witten, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** (1998) 505.
6. S S Gubser, *Phys. Rev. D* **74** (2006) 126005.
7. C P Hergoz, A. Karch, P Kovtun, C Kozcaz, and L G Yaffe, *JHEP* **0607** (2006) 013.
8. P Burikham and J Li, *JHEP* **0703** (2007) 067.