

## مطالعه نظری تولید اتم پادهیدروژن توسط فرآیند بازآرایی بار در برخورد پادپروتون با اتم پوزیترونیوم

حکیمه پیشکوی و رضا فتحی

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان

پست الکترونیکی: rfathi@uk.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۰۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۱۰/۰۴)

### چکیده

در کار حاضر محاسبه سطح مقطع جزئی و کل برای تولید اتم پادهیدروژن در حالت پایه و چند حالت برانگیخته، توسط بازچینی‌های مختلف هامیلتونی و با استفاده از پتانسیل‌های برهم‌کنشی الکترونی و الکترون-پادپروتون، به عنوان تقریب‌های بورن موج تخت و بورن موج وایچیچیده کولنی در محدوده انرژی‌های میانی و بالا انجام شده است. در این محاسبات اتم پوزیترونیوم در حالت پایه در نظر گرفته شده و تشکیل اتم پادهیدروژن در حالت پایه و حالت‌های برانگیخته  $2p, 2s$  مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده به صورت سطح مقطع جزئی و کل با داده‌های تجربی و نظریه‌های مختلف در دسترس مقایسه شده است. محاسبات نشان می‌دهند که تقریب بورن موج تخت در کانال بازآرایی بار برخلاف کانال تهییج به نتایج بهتری در مقایسه با تقریب بورن موج وایچیچیده کولنی منجر خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: پادهیدروژن، پوزیترونیوم، سطح مقطع جزئی، تابع موج کولنی

### ۱. مقدمه

دمای پایین وجود دارد و امکان مطالعات بیشتر در تقارن اساسی بین ماده و پادماده مانند ناوردایی CPT (از طریق طیف‌سنجی با دقت بالا) و اندازه‌گیری مستقیم در رابطه با درستی اصل هم‌ارزی برای پادماده (از طریق آزمایش‌های بالستیک) فراهم آمده است. شناسایی و بررسی اتم پادهیدروژن نیز می‌تواند زمینه لازم را برای توضیح ویژگی‌های پادماده و قوانین بنیادی فیزیک فراهم آورد [۱-۳]. مقایسه اندازه‌گیری بسامد گذار  $1s \rightarrow 2s$  اتم هیدروژن و اتم پادهیدروژن در آزمایشات طیف‌سنجی با دقت ۱ در  $10^{15}$  است و این دقت در مورد اتم پوزیترونیوم با دقت ۱ در  $10^{11}$  می‌باشد. بنابراین می‌توان از این

در فیزیک ذرات، پادماده از پادذره تشکیل شده است که جرمی برابر جرم ذره اما دارای بار مخالف آن است. امروزه محققین نظری و تجربی تمایل دارند اطلاعاتی در مورد تقارن‌های ماده و پادماده به دست آورند تا به درک درستی از جهان پیرامون دست یابند. در سال‌های اخیر دو آزمایش آتنا<sup>۱</sup> و آتراپ<sup>۲</sup> در سرن<sup>۳</sup> نشان دادند که امکان تولید مقدار زیادی از پاداتم‌ها در

۱. ATHENA (Apparatus for high precision experiments on neutral antimatter)

۲. ATRAP (Antimatter trap)

۳. CERN

گذار اتم هیدروژن و اتم پادهیدروژن برای انجام آزمایش‌های طیف‌سنجی دقیق استفاده کرد. این در حالی است که اتم‌های پادهیدروژن تولید شده و ذخیره شده در انرژی‌های خیلی پایین در حالت برانگیخته<sup>۲۵</sup> دارای طول عمر طولانی‌تر ۱۲۲ میلی‌ثانیه و حد نهایی برای اندازه‌گیری انرژی گذار  $2s \rightarrow 1s$  با دقت  $10^{-18}$  را فراهم می‌آورند [۴]. این امر امکان مقایسه بهتر ماده و پادماده را فراهم کرده و انجام آزمایشات دقیق‌تر طیف‌سنجی را میسر می‌سازد. روش‌های مختلفی برای تولید پادهیدروژن در سرن و آزمایشگاه فرمی<sup>۱</sup> پیشنهاد و انجام شده است. یکی از این آزمایش‌ها که در سرن انجام گردیده [۵]، فرود آمدن پادپروتون‌های نسبی با انرژی‌های ۲ گیگا الکترون ولت بر روی اتم‌های هیدروژن در یک هدف گازی و انجام واکنش سه‌ذره‌ای بازآرایی بار است. در این روش اتم‌های پادهیدروژن به تعداد کم تولید شده و به دلیل سرعت فوق‌العاده بالای آنها برای انجام طیف‌سنجی مناسب نیستند. در آزمایش دیگری با به دام انداختن پادپروتون‌ها و ترکیب آنها با پوزیترون‌های سرد، پادهیدروژن سرد تولید شده است [۶]. در روشی دیگر با به دام انداختن پادپروتون‌های ۵ مگا الکترون ولتی در تله پنینگ یوفه مقدار زیادی پادهیدروژن سرد تولید گردیده است [۷]. روش دیگری که پیشنهاد شده فرود آمدن پادپروتون بر روی اتم پوزیترونیوم در انرژی پایین و نانسیتی است که مورد بحث مقاله حاضر به شکل نظری می‌باشد. این واکنش به دلیل داشتن سطح مقطع بزرگ، برای تولید انبوه پادهیدروژن‌های کند مناسب است. ولی محدودیت‌های تجربی برای کند کردن پادپروتون توسط شتاب گیرنده‌ها انجام چنین آزمایشی را با مشکل مواجه می‌کند و این روش دارای محدودیت‌های خاص خود می‌باشد به همین دلیل به جای بررسی و اندازه‌گیری‌های مستقیم بر روی این واکنش، اندازه‌گیری‌های محدودی بر روی واکنش مزدوج بار آن انجام گرفته است. در این کار نتایج به دست آمده با نتایج محدود تجربی تشکیل اتم هیدروژن مقایسه شده است. کارهای نظری

زیادی برای بررسی تشکیل اتم پادهیدروژن انجام گرفته [۸-۱۱] و در هر کدام از این مدل‌ها که حل مسئله برهم‌کنش بین یون و اتم بوده روش‌های متفاوتی مطرح شده است. از جمله محاسبات انجام شده اولیه در خصوص برخورد یون-اتم می‌توان به کار برینکمن و کرامرز اشاره کرد که برای محاسبه دامنه برخورد پروتون با اتم هیدروژن در کانال انتقال بار از اثر برهم‌کنش بین دو پروتون صرف نظر کردند. نتایج حاصل در انرژی‌های بالا به تقریب مرتبه اول بون نزدیک بوده [۱۲] ولی با نتایج تجربی توافق چندانی نداشت. در سال ۱۹۵۳ جکسون و شیف<sup>۲</sup> [۱۳] پیشنهاد دادند که سهم برهم‌کنش هسته‌ای نیز در تقریب مرتبه اول بون گنجانده شود. جلتمن<sup>۳</sup> [۱۴] در فرآیند برخورد پروتون با اتم هیدروژن در کانال بازآرایی بار از این تقریب استفاده کرده است. در کار حاضر، سطح مقطع جزئی و کل برای تولید اتم پادهیدروژن ناشی از برخورد پادپروتون با اتم پوزیترونیوم در محدوده انرژی برخورد (۵۰-۱۰۰۰ keV) با پتانسیل‌های برهم‌کنشی الکترونی و الکترون-پادپروتون و با استفاده از تقریب بون موج تخت و تقریب بون موج واپیچیده کولنی محاسبه شده است. در این محاسبات اتم پوزیترونیوم در حالت پایه قرار دارد و حالت پایه و حالت‌های برانگیخته<sup>۲۵</sup> و  $2p$  اتم پادهیدروژن در نظر گرفته شده‌اند.

## ۲. نظریه

یک برخورد سه‌جسمی تحت عنوان یک یون برهنه به عنوان پرتابه و یک اتم به‌عنوان زیردستگاه مقید در نظر گرفته شده و فرض می‌شود که ساختار داخلی ذرات در طول برخورد تغییر نکند. در این کار  $\bar{P}$  به عنوان پرتابه‌ای است که در کانال اولیه بر زوج مقید  $(e^+e^-)$  فرود می‌آید. اگر انرژی پرتابه به اندازه کافی باشد، در خلال چنین برخوردی امکان رویدادهای مختلفی وجود دارد. یکی از این رویدادها بازآرایی بار می‌باشد و به صورت

$$\bar{P} + (e^+e^-) \rightarrow (\bar{P} + e^+) + e^- \quad (1)$$

نمایش داده می‌شود.

۲. Jackson and Schiff

۳. Geltman

۱. Fermilab

مرتب کرد به طوری که  $\frac{1}{R}$  سهم برهم کنش الکترون-پادپروتون را مشخص می کند. اگر به رابطه (۵) عبارت  $\pm \frac{1}{R_f}$

اضافه شود  $H_f$  و  $V_f$  را می توان به صورت

$$H_f = -\frac{1}{2\nu_f} \nabla_{R_f}^2 - \frac{1}{2\mu_f} \nabla_{r_f}^2 - \frac{1}{r_f} + \frac{1}{R_f}, \quad (8)$$

$$V_f = \frac{1}{R} - \frac{1}{r_i} - \frac{1}{R_f}, \quad (9)$$

نوشت. دلیل این امر رسیدن به جواب موج کولنی در مورد تابع موج ذره خروجی یا پراکنده شده در حل معادلات دیفرانسیلی مربوط به رابطه (۸) به روش جداسازی متغیرها است. با توجه به این که  $R = R_f$  است (با توجه به شکل ۱ داریم:

$$\bar{R}_f + \bar{R} = \beta' \bar{r}_f \quad \text{که در آن } \beta' = \frac{m_e}{m_e + m_{\bar{p}}} \ll 1 \text{ می باشد.})$$

(۹) به صورت

$$V_f = -\frac{1}{r_i} \quad (10)$$

ساده می شود. جواب هامیلتونی های نوشته شده با در نظر گرفتن پتانسیل های برهم کنشی مربوط به هر یک از آنها در خصوص ذره پرتابه و پراکنده شده منجر به جواب های موج تخت و موج کولنی به روش جداسازی متغیرها خواهد شد. بازچینی هامیلتونی مطابق رابطه (۶) دارای جواب موج تخت و به شکل رابطه (۸) جوابی به شکل تابع موج کولنی را دارا

خواهد بود. تابع موج کل در کانال اولیه به شکل

$$|\Psi_i^+\rangle = (1 + G_+^+ V + \dots) |\psi_i\rangle, \quad (11)$$

بوده و  $\psi_i$  به صورت

$$\psi_i = \phi_i(\bar{R}_i) \phi_i(\bar{r}_i), \quad (12)$$

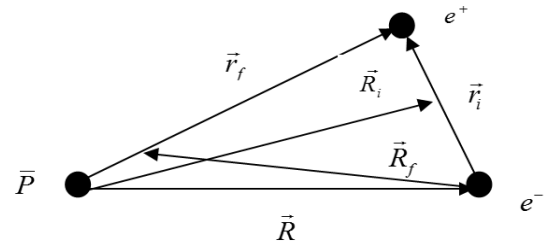
قابل تعریف است. در رابطه (۱۱)  $G_+^+$  و  $V$  به ترتیب تابع گرین و پتانسیل برهم کنش کل دستگاه هستند. در کانال خروجی نیز  $\psi_f$  را می توان به شکل

$$\psi_f = \phi_f(\bar{R}_f) \phi_f(\bar{r}_f), \quad (13)$$

تعریف نمود. در تقریب بورن موج تخت توابع موج ذره آزاد فرودی و ذره آزاد پراکنده شده به صورت

$$\phi_i(\bar{R}_i) = e^{i\bar{K}_i \cdot \bar{R}_i}, \quad (14)$$

$$\phi_f(\bar{R}_f) = e^{i\bar{K}_f \cdot \bar{R}_f}, \quad (15)$$



شکل ۱. نمایش بردارهای موقعیت مورد استفاده در کار حاضر.

مختصات مورد استفاده در دستگاه سه جسمی برخورد پادپروتون با اتم پوزیترونیم را می توان به شکل در نظر گرفت. بردار نسبی پوزیترون-الکترون، بردار نسبی پادپروتون-پادپروتون، بردار نسبی مرکز جرم زیردستگاه مقید اولیه نسبت به پادپروتون، بردار نسبی زیردستگاه مقید نهایی نسبت به الکترون و بردار نسبی الکترون و پادپروتون می باشد. با توجه به شکل ۱ هامیلتونی کل دستگاه در کانال ورودی به صورت

$$H = -\frac{1}{2\nu_i} \nabla_{R_i}^2 - \frac{1}{2\mu_i} \nabla_{r_i}^2 + V \quad (2)$$

است که در آن  $\mu_i = \frac{m_e + m_{\bar{p}}}{m_e + m_{\bar{p}}}$  و  $\nu_i = \frac{m_{\bar{p}}(m_{e^+} + m_{e^-})}{m_{\bar{p}} + m_{e^+} + m_{e^-}}$  است.

همچنین در مورد هامیلتونی کل دستگاه در کانال خروجی می توان نوشت

$$H = -\frac{1}{2\nu_f} \nabla_{R_f}^2 - \frac{1}{2\mu_f} \nabla_{r_f}^2 + V \quad (3)$$

به طوری که  $\mu_f = \frac{m_e + m_{\bar{p}}}{m_{\bar{p}} + m_{e^+}}$  و  $\nu_f = \frac{m_{e^-}(m_{e^+} + m_{\bar{p}})}{m_{\bar{p}} + m_{e^+} + m_{e^-}}$  است.

پتانسیل برهم کنش  $V$  را می توان به شکل

$$V = V_{\bar{p}e^-} + V_{\bar{p}e^+} + V_{e^+e^-} \quad (4)$$

در نظر گرفته و رابطه (۳) را به صورت

$$H = H_f + V_f \quad (5)$$

بازنویسی نمود. در رابطه (۵)  $H_f$  شامل انرژی جنبشی کل و پتانسیل  $V_{\bar{p}e^+}$  است و  $V_f$  به عنوان پتانسیل اختلالی شامل  $V_{\bar{p}e^-}$  و  $V_{e^+e^-}$  می باشد. با جایگزینی پتانسیل های برهم کنشی،  $H_f$  و  $V_f$  را می توان به صورت

$$H_f = -\frac{1}{2\nu_f} \nabla_{R_f}^2 - \frac{1}{2\mu_f} \nabla_{r_f}^2 - \frac{1}{r_f}, \quad (6)$$

$$V_f = \frac{1}{R} - \frac{1}{r_i}, \quad (7)$$

محاسبه کرد. جهت انجام محاسبات فرض می‌گردد که اتم پوزیترونیم به عنوان زیردستگاه مقید اولیه در حالت پایه قرار دارد و اتم پادهیدروژن به عنوان زیردستگاه مقید نهایی در حالت‌های ۱s، ۲s و ۲p<sub>±۱</sub> در نظر گرفته خواهد شد. محاسبات مربوط به زیر تراز ۲p<sub>±۱</sub> به دلیل تعامد توابع موج به کار رفته در محاسبات منجر به عدد صفر خواهد گردید. در گذار ۱s → ۱s تابع موج حالت پایه اتم پوزیترونیم به شکل

$$\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{r_i}{a_0}} \quad (24)$$

بوده و تابع موج حالت پایه اتم پادهیدروژن به صورت

$$\varphi_f = \frac{2}{\sqrt{4\pi}} e^{-r_f} \quad (25)$$

نوشته می‌شود. برای اولین گام پتانسیل اختلالی  $\frac{1}{r_i}$  را به عنوان اندرکنش الکترونی در نظر گرفته و با استفاده از رابطه (۱۸) برای ماتریس گذار در تقریب بورن موج تخت خواهیم داشت

$$T_{BK} = \int e^{i\vec{k}_f \cdot \vec{R}_f} \frac{2}{\sqrt{4\pi}} e^{-r_f} \times \left( -\frac{1}{r_i} \right) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{R}_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{r_i}{a_0}} d\vec{r}_i d\vec{r}_f \quad (26)$$

با توجه به شکل ۱ بردارهای موقعیت به صورت  $\vec{R}_i - \vec{R}_f = \beta \vec{r}_f$  و  $\vec{R}_i + \frac{\vec{r}_i}{\beta} = \vec{r}_f$  با یکدیگر ارتباط دارند که  $\beta = \frac{m_{\bar{p}}}{m_e + m_{\bar{p}}}$  تعریف شده و به دلیل  $m_e \ll m_{\bar{p}}$  اندازه  $\beta$

واحد در نظر گرفته می‌شود. با انجام انتگرال گیری بر روی  $\vec{r}_i$

و  $\vec{r}_f$  ماتریس گذار به صورت

$$T_{BK} = -\frac{16\pi}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{\beta} + \left| \vec{k}_f - \frac{1}{\beta} \vec{k}_i \right|^2 \right)^{-1} \times \left( 1 - \left| \vec{k}_i - \beta \vec{k}_f \right|^2 \right)^{-1}, \quad (27)$$

حاصل می‌شود. اگر در مرحله بعدی جمله  $\frac{1}{R} - \frac{1}{r_i}$  به عنوان پتانسیل اختلالی در نظر گرفته شود با جایگزینی در رابطه (۲۸) ماتریس گذار به صورت

$$T_{JS} = \int e^{i\vec{k}_f \cdot \vec{R}_f} \frac{2}{\sqrt{4\pi}} e^{-r_f} \times \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r_i} \right) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{R}_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{r_i}{a_0}} d\vec{r}_i d\vec{r}_f \quad (28)$$

بازنویسی می‌شود. رابطه (۳۰) را می‌توان به صورت

$$T_{JS} = T_{BK} + I_{JS}, \quad (29)$$

نوشته. با استفاده از تبدیل فوریه

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int \frac{e^{-i\vec{q} \cdot \vec{R}}}{q} d\vec{q}, \quad (30)$$

در روابط وارد شده و  $\varphi(\vec{r}_i)$  و  $\varphi(\vec{r}_f)$  توابع موج زیردستگاه مقید اولیه و نهایی هستند. لازم به ذکر است که  $(\vec{K}_f) \vec{K}_i$  اندازه حرکت ذره آزاد فرودی (پراکنده شده) می‌باشند. در تقریب مرتبه اول، ماتریس گذار را می‌توان به شکل

$$T_{fi} = \langle \psi_f | V_f | \psi_i \rangle, \quad (16)$$

نوشته. با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۱۶) ماتریس گذار جکسون-شیف حاصل می‌شود

$$T_{JS} = \langle \psi_f | R - \frac{1}{r_i} | \psi_i \rangle, \quad (17)$$

و ماتریس گذار برینکمن و کرامرز با صرف نظر از سهم برهم‌کنش الکترون-پادپروتون در پتانسیل برهم‌کنشی به صورت

$$T_{BK} = \langle \psi_f | -\frac{1}{r_i} | \psi_i \rangle, \quad (18)$$

معرفی می‌شود. در تقریب بورن موج کولنی، تابع موج ذره آزاد فرودی به صورت تخت و ذره آزاد پراکنده شده به صورت موج واپیچیده کولنی و به عبارتی به شکل

$$\phi_f(\vec{R}_f) = \exp\left(-\frac{1}{2}\pi\gamma\right) \Gamma(1-i\gamma) \exp(i\vec{k}_f \cdot \vec{R}_f) \times {}_1F_1(i\gamma; \gamma; i(-K_f R_f - \vec{K}_f \cdot \vec{R}_f)), \quad (19)$$

در مسأله وارد می‌شود.  $\gamma$  ضریب زومرفیلد و  $({}_1F_1(i\gamma; \gamma; i(-K_f R_f - \vec{K}_f \cdot \vec{R}_f)))$  تابع فوق هندسی است. به این ترتیب ماتریس گذار در این تقریب به شکل

$$T_C = \int \exp\left(-\frac{1}{2}\pi\gamma\right) \Gamma(1-i\gamma) \exp(i\vec{k}_f \cdot \vec{R}_f) \times {}_1F_1(i\gamma; \gamma; i(-K_f R_f - \vec{K}_f \cdot \vec{R}_f)) \varphi_f(\vec{r}_f) \times \left( -\frac{1}{r_i} \right) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{R}_i} \varphi_i(\vec{r}_i) d\vec{r}_i d\vec{r}_f, \quad (20)$$

باز نویسی می‌شود. بر طبق اصل پایداری انرژی می‌توان نوشت

$$\frac{1}{2} K_f^2 + \varepsilon_i = \frac{1}{2} K_i^2 + \varepsilon_f \quad (21)$$

به طوری که  $\varepsilon_i$  ( $\varepsilon_f$ ) به ترتیب انرژی فیدی اولیه (نهایی) زیردستگاه مقید است.

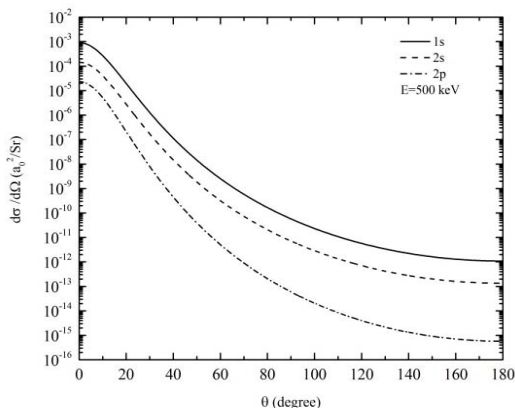
پس از محاسبه ماتریس گذار در هریک از تقریب‌های بیان شده

می‌توان سطح مقطع جزئی و کل را به ترتیب با استفاده از روابط

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \frac{v_i v_f}{(2\pi)^2} \frac{K_f}{K_i} |T|^2, \quad (22)$$

و

$$\sigma_{\text{tot}} = 2\pi \int_0^\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta, \quad (23)$$



شکل ۲. مقایسه سطح مقطع جزئی حالت پایه و حالت‌های برانگیخته با پتانسیل اختلالی الکترونی در انرژی ۵۰۰ keV.

حاصل می‌شود. برای محاسبه ماتریس گذار  $1s \rightarrow 2s$  از تبدیل فوریه

$$(1 - \frac{r_f}{r}) e^{-\frac{r_f}{r}} = \frac{1}{\pi^2} \int \frac{(2q^2 - \frac{1}{r})}{(\frac{1}{r} + q^2)^2} e^{-iq \cdot \vec{r}} d\vec{q} \quad (37)$$

و انتگرال نردسیک [۱۶]

$$[\vec{r} \exp(-\lambda r - iq \cdot \vec{r})]_{\vec{r}} \cdot \vec{r} = \frac{1}{\pi^2} \int \frac{e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}}}{(q^2 + \lambda^2)^2} d\vec{q} \quad (38)$$

و قضیه مانده‌های کوشی استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که از آوردن نتایج تحلیلی مربوط به گذار  $1s \rightarrow 2p$  و زیر لایه‌های آن در تقریب موج کولنی به دلیل پیچیده بودن محاسبات و نیافتن روش تحلیلی برای محاسبه دامنه‌های پراکندگی صرف نظر گردیده است. در بخش بعدی نتایج عددی حاصل شده به شکل نمودارهای سطح مقطع جزئی و کل رسم گردیده و با نتایج نظری و تجربی در دسترس مقایسه شده‌اند.

### ۳. نتایج و بحث

در شکل ۲ سطح مقطع‌های جزئی محاسبه شده در تقریب بورن موج تخت، در انرژی برخورد ۵۰۰ کیلو الکترون ولت و با در نظر گرفتن پتانسیل الکترونی برای تشکیل اتم پادهیدروژن در حالت پایه  $1s$  و حالت‌های برانگیخته  $2s$  و  $2p$  با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همان طور که مشخص است بیشترین احتمال تشکیل اتم پادهیدروژن در حالت پایه بوده و در حالت

و با انتگرال‌گیری بر روی هر یک از متغیرهای انتگرالی و استفاده از انتگرال فاینمن [۱۵]

$$a^{-\nu} b^{-\nu} = \int_0^1 \frac{x(1-x)}{[ax + b(1-x)]^{\nu}} dx, \quad (31)$$

حاصل  $I_{JS}$  به شکل

$$I_{JS} = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\nu}} \int_0^1 x(1-x) dx [\nu \Lambda^{-\nu} (\Lambda - \Upsilon^2)^{-\frac{1}{\nu}} + \Lambda^{-\nu} (\Lambda - \Upsilon^2)^{-\frac{\nu}{\nu}} + \frac{\nu}{\Lambda^{-1} (\Lambda - \Upsilon^2)^{-\frac{5}{\nu}}}], \quad (32)$$

ظاهر خواهد شد. باید دقت نمود که چون  $\Lambda$  و  $\Upsilon$  به  $x$  وابسته هستند باید از حل عددی برای ادامه کار استفاده نمود. در این روابط

$$\Lambda = \frac{1}{4} + \frac{\nu}{4} x + x(\vec{K}_i - \beta \vec{K}_f)^2 + (\frac{1}{4} \vec{K}_i - \vec{K}_f)^2 (1-x), \quad (33)$$

و

$$\Upsilon = (\vec{K}_i - \beta \vec{K}_f)x + (\frac{1}{4} \vec{K}_i - \vec{K}_f)(1-x) \quad (34)$$

برای گذار به حالت پایه تعریف می‌گردند. برای گذارهای  $2s, 2p$  به طور مشابه محاسبات انجام گردیده و از آوردن مجدد آنها صرف نظر شده است. برای محاسبه ماتریس گذار در تقریب بورن موج کولنی از رابطه (۲۰) استفاده می‌گردد. در محاسبات این تقریب از تبدیل فوریه

$$e^{-\lambda r} = \frac{\lambda}{\pi^2} \int \frac{e^{-iq \cdot \vec{r}}}{(q^2 + \lambda^2)^2} d\vec{q}, \quad (35)$$

استفاده شده است. با توجه به انتگرال فاینمن و معرفی متغیرهای

$$g = x + \frac{1}{\beta^2} - \frac{x}{\beta^2},$$

$$\vec{q}_0 = \frac{\frac{\vec{K}_i}{\beta^2} (\frac{\beta}{2} - 1)(1-x)}{g},$$

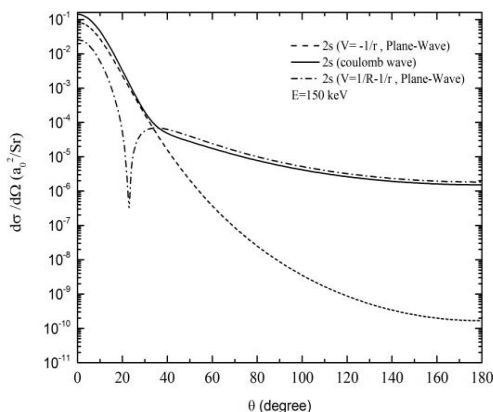
$$\rho^2 = \frac{\nu x + 1}{2g} + \frac{K_i^2 (\frac{\beta}{2} - 1)^2 (1-x)}{\beta^2 g} - \frac{K_i^2 (\frac{\beta}{2} - 1)^2 (1-x)^2}{\beta^2 g^2},$$

و این که

$$\vec{K} = [\frac{1}{\beta} (\vec{K}_i + \vec{q}_0) - \vec{K}_f],$$

است، ماتریس گذار  $1s \rightarrow 1s$  این تقریب به صورت

$$T_C = \frac{-\sqrt{\pi}}{\beta^2 g^2 \sqrt{\nu}} \int_0^1 x dx e^{-\frac{1}{2} \pi \nu} \Gamma(1+i\nu) \times (\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}) (\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}) (K^2 + \frac{\rho^2}{\beta^2})^{-i\nu-1} \times [2\vec{K}_f \cdot \vec{K} - i \frac{\rho}{\beta} K_f + (K^2 + \frac{\rho^2}{\beta^2})^{i\nu}], \quad (36)$$

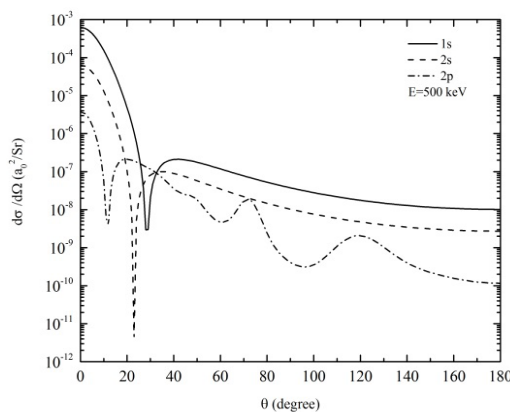


شکل ۴. مقایسه سطح مقطع جزئی موج کولنی و موج تخت با پتانسیل اختلالی الکترونی و پتانسیل اختلالی الکترونی و الکترون-پادپروتون در انرژی ۱۵۰ keV برای گذار  $2s \rightarrow 1s$ .

کولنی با موج تخت توسط یک فاز، که در این کار به واسطه برهم کنش الکترون-پادپروتون ظاهر می‌گردد متمایز می‌شود. با مقایسه منحنی تقریب بورن موج تخت با پتانسیل اختلالی الکترونی و منحنی تقریب بورن موج واپیچیده کولنی مشاهده می‌شود که در زوایای بزرگ پراکندگی تاثیر سهم هسته بیشتر است و سطح مقطع‌های جزئی موج کولنی بزرگ‌تر از سطح مقطع‌های جزئی موج تخت می‌باشند.

با در نظر گرفتن سهم برهم کنش الکترون-پادپروتون سطح مقطع‌های این دو تقریب در زوایای بزرگ‌تر پراکندگی و با افزایش انرژی، به هم نزدیک می‌شوند، و در انرژی‌های بالاتر سطح مقطع‌های جزئی موج کولنی در زوایای بزرگ‌تر، کم‌تر از سطح مقطع‌های جزئی موج تخت با در نظر گرفتن پتانسیل اختلالی الکترونی و الکترون-پادپروتون است. تقریب موج کولنی در انرژی‌های کوچک برخورد نقش برهم کنش الکترون-پادپروتون را به خوبی در مسأله وارد می‌نماید ولی با توجه به شکل ۵ در انرژی‌های بزرگ برخورد تقریب موج تخت به همراه پتانسیل اختلالی الکترونی و الکترون-پادپروتون است که دینامیک درست‌تری از این مسأله را بیان می‌کند.

شکل‌های ۶ و ۷ تغییرات سطح مقطع کل با انرژی ذره فرودی را برای تقریب موج تخت در دو پتانسیل اختلالی الکترونی و الکترونی به علاوه برهم کنش الکترون-پادپروتون

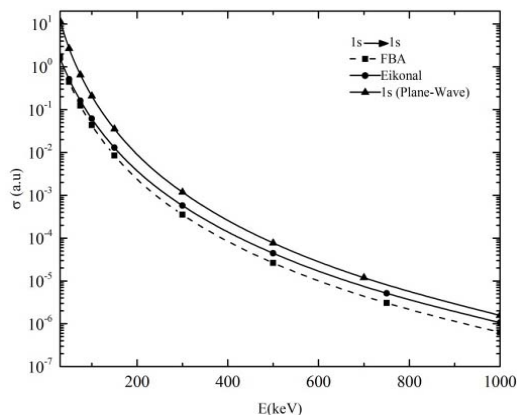


شکل ۳. مقایسه سطح مقطع جزئی حالت پایه و حالت‌های برانگیخته با پتانسیل الکترونی و الکترون-پادپروتون در انرژی ۵۰۰ keV.

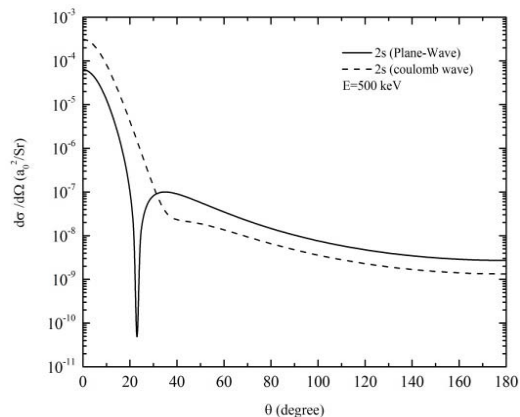
برانگیخته بیشترین سهم را تراز  $2s$  داراست.

شکل ۳ همان نتایج قبلی را با در نظر گرفتن پتانسیل الکترونی به علاوه برهم کنش الکترون-پادپروتون مشخص می‌سازد. همان طور که مشاهده می‌شود، با افزایش زوایای پراکندگی سطح مقطع‌های جزئی بزرگ‌تر شده است و این امر ناشی از افزودن پتانسیل الکترون-پادپروتون است که بیشترین نقش را در زوایای بزرگ پراکندگی ایفا می‌نمایند. در زوایای کوچک پراکندگی سطح مقطع‌های جزئی کمی کوچک‌تر از شکل ۲ می‌باشند که دلیل آن وجود فاز مخرب بین دامنه‌های الکترونی و الکترون-پادپروتون (علامت برهم کنش‌ها با هم متفاوت هستند) است. نتیجه دیگری که از نتایج به دست آمده حاصل می‌شود این است که برای گذارهای بالاتر زاویه تاریک در زوایای کوچک‌تر پراکندگی اتفاق می‌افتد. زاویه تاریک به زاویه‌ای گفته می‌شود که دامنه‌های مربوط به اندرکنش‌های الکترونی و الکترون-پادپروتون به یکدیگر نزدیک می‌شوند و بنا به فاز مخربی که دارند اثر یکدیگر را از بین می‌برند.

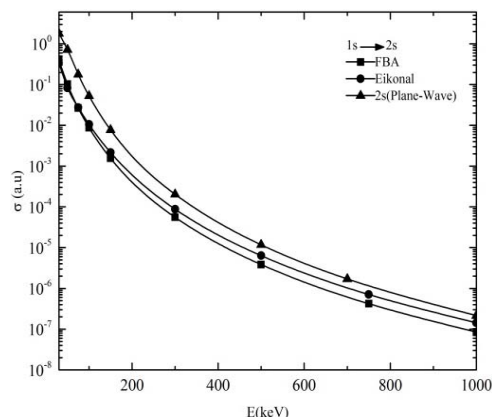
شکل ۴ مقایسه بین سطح مقطع جزئی گذار  $2s \rightarrow 1s$  در تقریب بورن موج تخت و تقریب بورن موج واپیچیده کولنی را نشان می‌دهد. در تقریب بورن موج کولنی سهم برهم کنش الکترون-پادپروتون به علت وجود جمله لگاریتمی در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که در حالت حدی موج



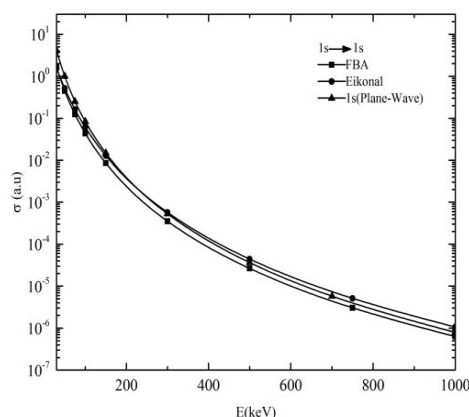
شکل ۶. مقایسه سطح مقطع کل محاسبه شده در تقریب موج تخت با پتانسیل الکترونی با تقریب مرتبه اول بورن و آیکونال برای گذار  $1s \rightarrow 1s$ .



شکل ۵. مقایسه سطح مقطع جزئی موج کولنی و موج تخت با پتانسیل اختلالی الکترونی و الکترون-پادپروتون در انرژی  $500 \text{ keV}$  برای گذار  $2s \rightarrow 2s$ .



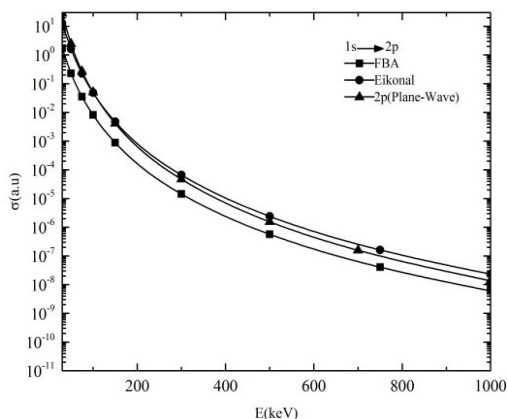
شکل ۸. مقایسه سطح مقطع کل محاسبه شده در تقریب موج تخت با پتانسیل الکترونی با تقریب مرتبه اول بورن و آیکونال برای گذار  $1s \rightarrow 2s$ .



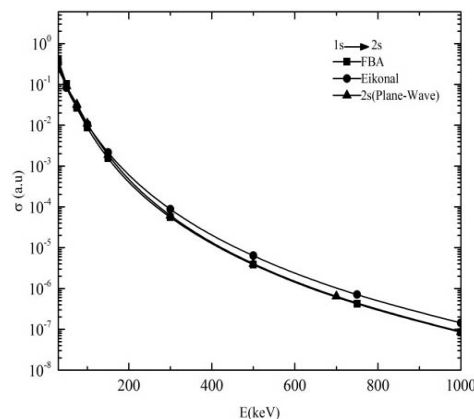
شکل ۷. مقایسه سطح مقطع کل محاسبه شده در تقریب موج تخت با پتانسیل الکترونی و الکترون-پادپروتون با تقریب مرتبه اول بورن و آیکونال برای گذار  $1s \rightarrow 1s$ .

نتایج حاصل شده با افزودن پتانسیل الکترون-پادپروتون و با افزایش انرژی برخورد به تقریب مرتبه اول بورن نزدیک می‌شود. در شکل‌های ۸ و ۹ نتایج به دست آمده از محاسبات برای تقریب موج تخت در دو پتانسیل اختلالی الکترونی و الکترونی به علاوه پتانسیل الکترون-پادپروتون برای گذار  $1s \rightarrow 2s$  با نتایج نظریه حاصل از تقریب مرتبه اول بورن و تقریب آیکونال مقایسه شده است. با توجه به شکل ۸ سطح مقطع کل محاسبه شده توسط پتانسیل اختلالی الکترونی، بالاتر از تقریب آیکونال قرار دارد و با افزایش انرژی به این تقریب نزدیک می‌شود.

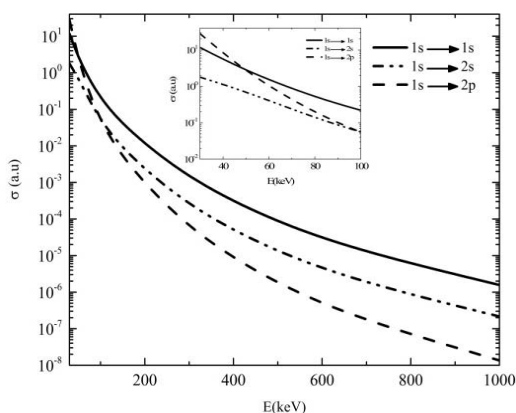
برای گذار  $1s \rightarrow 1s$  نشان می‌دهند. در این نمودارها نتایج به دست آمده از محاسبات، با نتایج نظریه حاصل از تقریب مرتبه اول بورن و تقریب آیکونال [۱۷] مقایسه شده‌اند. در شکل ۶ مشخص است که سطح مقطع کل به دست آمده در پتانسیل اختلالی الکترونی بزرگ‌تر از سطح مقطع کل محاسبه شده در تقریب آیکونال و تقریب مرتبه اول بورن می‌باشد این امر منطقی به نظر می‌رسد زیرا در این تقریب هنوز فاز مخرب برهم‌کنش الکترون-پادپروتون وارد نگردیده است. شکل ۷ نشان می‌دهد که



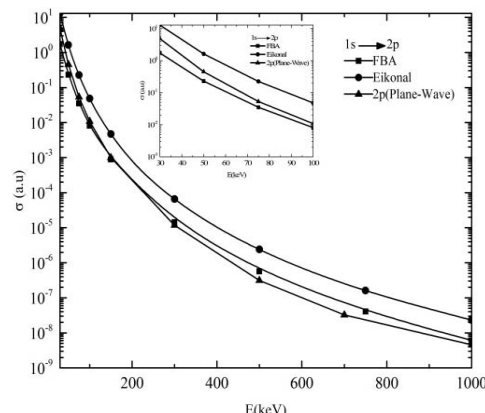
شکل ۱۰. مقایسه سطح مقطع کل محاسبه شده در تقریب موج تخت با پتانسیل الکترونی با تقریب مرتبه اول بورن و آیکونال برای گذار  $1s \rightarrow 2p$ .



شکل ۹. مقایسه سطح مقطع کل محاسبه شده در تقریب موج تخت با پتانسیل الکترونی و الکترون-پادپروتون با تقریب مرتبه اول بورن و آیکونال برای گذار  $1s \rightarrow 2s$ .



شکل ۱۲. مقایسه سطح مقطع کل در حالت‌های برانگیخته  $1s, 2s, 2p$  با پتانسیل اختلالی الکترونی.



شکل ۱۱. مقایسه سطح مقطع کل محاسبه شده در تقریب موج تخت با پتانسیل الکترونی و الکترون-پادپروتون با تقریب مرتبه اول بورن و آیکونال برای گذار  $1s \rightarrow 2p$ .

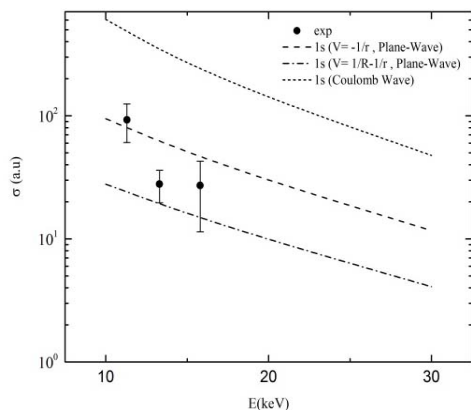
گرفتن این پتانسیل، نتایج به تقریب مرتبه اول بورن نزدیک‌تر است.

شکل ۱۲ سطح مقطع کل محاسبه شده در گذارهای  $1s \rightarrow 1s, 1s \rightarrow 2s, 1s \rightarrow 2p$  با پتانسیل اختلالی الکترونی را با هم مقایسه می‌کند. منحنی‌ها نشان می‌دهند که در انرژی‌های کمتر از  $40 \text{ keV}$  سطح مقطع کل حالت برانگیخته  $2p$  بزرگ‌تر از حالت  $1s$  است و با افزایش انرژی تا  $100 \text{ keV}$  سطح مقطع کل حالت  $2p$  بزرگ‌تر از حالت  $1s$  است و در انرژی‌های بزرگ‌تر، سطح مقطع کل حالت

در نظر گرفتن سهم برهم‌کنش الکترون-پادپروتون، چنان که شکل ۹ نشان می‌دهد، نتایج این کار تا انرژی  $100 \text{ keV}$  بر هردو تقریب منطبق است و در زوایای بزرگ‌تر بر تقریب مرتبه اول بورن منطبق می‌باشد.

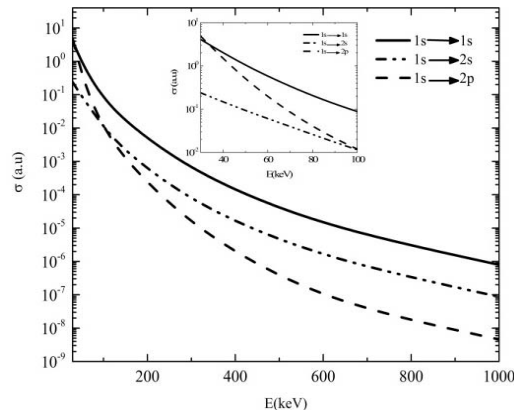
در گذار  $1s \rightarrow 2p$  نیز این مقایسه درباره محاسبات مربوط به سطح مقطع کل در هر دو پتانسیل با نتایج نظریه انجام گردیده است. در شکل ۱۰ نتایج محاسبات حاصل از نادیده گرفتن پتانسیل الکترون-پادپروتون، به تقریب آیکونال نزدیک است و همان طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود با در نظر





شکل ۱۴. مقایسه سطح مقطع کل نتایج به دست آمده با داده‌های تجربی سطح مقطع کل [۱۸].

در نهایت نتایج نشان می‌دهند که برخلاف کانال تهیج که موج کولنی به نتایج بهتری منجر می‌گرددید در این کانال و در انرژی‌های مورد بحث تابع موج تخت به همراه در نظر گرفتن اندرکنش الکترون-پادپروتون منجر به جواب‌های بهتری خواهد شد. در این تقریب پدیده مرتبه اول برخورد رودرو قابل مشاهده است و دینامیک برخورد در زوایای کوچک و بزرگ پراکندگی قابل بحث می‌باشد. همچنین از محاسبات چنین استنباط می‌شود که تقریب موج کولنی در زوایای کوچک پراکندگی که بیشترین سهم را در سطح مقطع کل دارا می‌باشند در کانال انتقال بار قابل استناد نمی‌باشد. از محاسبات سطح مقطع جزئی مشخص است که در زوایای بزرگ پراکندگی و انرژی‌های بالای برخورد تقریب موج کولنی اثر برهم‌کنش الکترون-پادپروتون را کم‌رنگ‌تر از تقریب موج تخت به همراه در نظر گرفتن این پتانسیل در محاسبات وارد می‌سازد. برای فرمول‌بندی و درک بهتر دینامیک برخورد این فرآیند می‌بایست از نظریه‌های جامع‌تر موج واپیچیده که شرایط مرزی مطلوب را برآورده می‌سازند استفاده نمود. همچنین به کارگیری نظریه‌های چندکاناله می‌تواند نتایج را در مقایسه با کارهای تجربی بهبود بخشد. برای بررسی بیشتر دقت محاسبات انجام شده در این کار نیاز به نتایج تجربی و نظریه بیشتری در این محدوده انرژی می‌باشد.



شکل ۱۳. مقایسه سطح مقطع کل در حالت‌های برانگیخته ۱s، ۲s و ۲p با پتانسیل اختلالی الکترونی و الکترون-پادپروتون.

برانگیخته ۲p کمتر از سطح مقطع کل سایر حالات محاسبه شده می‌باشد و از آن جایی که تقریب به کار گرفته شده تقریب انرژی‌های بالا می‌باشد به نظر می‌رسد که محاسبات در این انرژی‌ها منطقی باشند.

با دقت به شکل ۱۳ مشخص می‌شود که حضور پتانسیل الکترون-پادپروتون در محاسبات باعث شده که سطح مقطع‌های محاسبه شده در انرژی‌های بالا که در تقریب به کار رفته معتبر هستند کمی کوچک‌تر از حالت فقط پتانسیل الکترونی باشند و این امر با توجه به منحنی‌های سطح مقطع‌های جزئی منطقی به نظر می‌رسد. هرچند روند نزولی منحنی‌ها در انرژی‌های پائین و بالا از یک الگو تبعیت می‌کنند.

با توجه به این که داده‌های تجربی اندکی یافت شده در شکل ۱۴ مقایسه‌ای بین محاسبات مربوط به سطح مقطع کل باداده‌های تجربی سطح مقطع کل مرجع [۱۸] انجام گردیده است. نتایج نشان می‌دهد که سطح مقطع کل محاسبه شده توسط پتانسیل اختلالی الکترونی به علاوه پتانسیل الکترون-پادپروتون مطابقت بیشتری در این محدوده انرژی با نتایج تجربی دارد. لازم به ذکر است که نویسندگان این مقاله معتقدند که نتایج کار حاضر مربوط به این محدوده از انرژی نبوده و مقایسه باید در انرژی‌های بالاتر صورت پذیرد که متأسفانه به دلیل نبود نتیجه تجربی در محدوده انرژی مورد بحث این امر میسر نشد.

## مراجع

- G Ryzhikh, *J. Phys. B* **32** (1999) 1923.
10. J Mitroy and G Ryzhikh, *J. Phys. B* **30** (1997) L371.
11. N Yamanaka and Y Kino, *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B* **214** (2004) 40.
12. H C Brinkman and H A Kramers, *Proc. Acad. Sci.* **33** (1930) 973.
13. J D Jackson and H Schiff, *Phys. Rev.* **89** (1953) 359.
14. S Geltman, *J. Phys. B* **4** (1971) 1288.
15. R P Feynman, *Phys. Rev.* **76** (1949) 769.
16. A Nordsiek, *Phys. Rev.* **93** (1954) 785.
17. S Tripathi, R Biswas and C Sinha, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 3584.
18. J P Merrison *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 2728.
1. M Charlton *et al.*, *Phys. Rep.* **241** (1994) 65.
2. M H Holzscheiter, and M Charlton, *Rep. Prog. Phys.* **62** (1999) 1.
3. J Eades, and F J Hartmann, *Rev. Mod. Phys.* **71** (1999) 373.
4. M H Holzscheiter *et al.*, *Hyp. Int.* **109** (1997) 1.
5. G Baur *et al.*, *Phys. Lett. B* **368** (1996) 251.
6. M Amoretti *et al.*, *Phys. Lett. B* **583** (2004) 59.
7. G Gabriels *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 113001 (4pp).
8. A Chattopadhyay and C Sinha, *Phys. Rev. A* **74** (2006) 022501.
9. D B Cassidy, J P Merrison, M Charlton, J Mitroy and