

## خواص ترمودینامیکی هسته‌های $^{185}\text{W}$ و $^{184}\text{W}$ با به کارگیری نظریه گینزبرگ- لاندائو اصلاح شده

وحید دهقانی، علی اکبر مهمان دوست خواجه داد و پریش محمدی

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

پست الکترونیکی: vdehghani@phys.usb.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۴/۱۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۱۲/۱۰)

### چکیده

در این مقاله به ارائه فرمول‌بندی مدل اصلاح شده گینزبرگ- لاندائو در گذار فاز مرتبه دوم پرداخته‌ایم. با استفاده از این مدل، خواص ترمودینامیکی، از جمله ظرفیت گرمایی، انرژی کل، آنتروپی و پارامتر نظم هسته‌های  $^{184}\text{W}$  و  $^{185}\text{W}$  محاسبه شده‌اند. در نمودار ظرفیت گرمایی محاسبه شده بر حسب دما، قله‌ای ظاهر شده است که نشان دهنده انتقال از فاز زوج شده به معمولی در این دستگاه‌ها است که این چنین رفتاری، در داده‌های تجربی ظرفیت گرمایی نیز مشاهده می‌شود. محاسبات این مدل نشان‌دهنده آن است که مقدار چشم‌داشتی پارامتر نظم با افزایش دما با شیب ملایم‌تری به نسبت مدل معمول گینزبرگ- لاندائو به سمت صفر میل می‌کند، که این مطلب بیانگر وجود زوجیت بین نوکون‌ها حتی در دماهای بالاست. داده‌های تجربی نتایج به دست آمده از این مدل را به صورت کیفی تأیید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: گذار فاز، گینزبرگ- لاندائو، افت و خیز، زوجیت، پارامتر نظم

### ۱. مقدمه

می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که اگر چه منشأ نیروی زوجیت در هسته‌ها و در ابررساناها با هم متفاوت است اما سازوکار ریاضی یکسانی را می‌توان در این دستگاه‌های فرمیونی زوج شده به کار گرفت [۳، ۵ و ۶].

نظریه نیمه تجربی انتقال فاز نخستین بار توسط اهرنفسست، در سال ۱۹۳۳ بنا شد. لاندائو و شاگردش گینزبرگ، از این نتایج استفاده کردند و نظریه انتقال فاز پیوسته ابررسانا را در سال ۱۹۵۰ ارائه دادند [۷] و از طریق پدیده‌شناسی به ویژگی‌های

در سال ۱۹۵۷ باردین، کوپر و شریفی [۱] فرمول‌بندی میکروسکوپی ابررسانایی (BCS) را بر اساس هامیلتونی بس‌ذره‌ای بنا نهادند. آنها دریافتند که ویژگی‌های میکروسکوپی ابررساناها را می‌توان توسط سازوکار زوجیت، توصیف کرد [۲]. کمی پس از استفاده موفقیت‌آمیز این نظریه در ابررساناهای نوع یک، به کارگیری سازوکار زوجیت در دستگاه‌های محدود مانند هسته‌ها توسط بوهر، ماتلسون و پینر [۳] و بلايو [۴] آغاز شد. از این کوشش‌های اولیه

ماکروسکوپی ابرسانا رسیدند. از این رو موفق به ارائه نظریه گینزبرگ-لانداؤ [۸، ۹] شدند. این نظریه یکی از مشهورترین نظریه‌ها در زمینه انتقال فازی است و اساس بسیاری از مدل‌ها در این زمینه بوده است.

نظریه معمول گینزبرگ-لانداؤ یکی از روش‌های میدان میانگین [۱۰]، جهت بررسی گذار فاز مرتبه دوم است، که تأثیر افت و خیزهای آماری در آن لحاظ نشده است [۱۱ و ۱۲]. از این جهت برای دستگاه‌های در ابعاد بزرگ قابل استفاده می‌باشد و برای توصیف ویژگی‌های دستگاه‌های محدود نیازمند اصلاحات می‌باشد. به عبارتی دیگر به کارگیری مستقیم این روش در دستگاه‌های کوچک مانند هسته، با توجه به نقش تعیین کننده افت و خیزهای آماری در این ابعاد، امکان پذیر نیست. به همین دلیل استفاده از مدل‌های تصحیح شده این نظریه در ابعاد هسته، ضروری است [۱۳ و ۱۴]. این امر با استفاده از انرژی آزاد و تابع توزیعی که بر اساس آن ساخته می‌شود، شدنی است. در نتیجه این تصحیحات، اگر تعداد ذرات دستگاه از عدد آووگادرو بسیار کمتر باشد، تفاوت مشخص فازها از بین می‌رود [۱۵]. به عبارتی در این دستگاه‌ها ناپیوستگی یا تکینگی در توابع پاسخ محو می‌شود [۱۶]. تحقیق همخوانی یا عدم همخوانی نتایج حاصل از این مدل تصحیح شده با نتایج تجربی، رد یا اثبات کننده این تصحیحات است، که یکی از نخستین تصحیحات اساسی بر نظریه گینزبرگ-لانداؤ، به منظور به کارگیری این نظریه برای دستگاه‌های محدود [۱۷] می‌باشد.

با توجه به وجود پتانسیل زوجیت بین نوکلئون‌ها می‌توان انتظار داشت که در هسته‌ها شاهد گذار از فاز زوج شده نوکلئون‌ها به معمولی باشیم [۱۸]. این گذار فاز در دستگاه‌های بزرگ برخلاف دستگاه‌های محدود، به شکل یک گذار فاز مرتبه دوم مشخص انجام می‌گیرد [۱۹]. به کارگیری سازوکارهای بس‌ذره‌ای (مانند BCS) یا ترمودینامیکی (مانند نظریه گینزبرگ لانداؤ) بدون توجه به تأثیر افت و خیزها در نقطه انتقال فاز [۲۰]، باعث محاسبه ناپیوستگی‌های غیر واقعی در ظرفیت گرمایی [۲۱-۲۳] دستگاه‌های کوچک می‌شود [۹]. با در نظر گرفتن تأثیر افت و خیزهای آماری بر ویژگی‌های

ترمودینامیکی [۲۴] دستگاه‌های کوچک مانند هسته، این گذار فاز به شکل معمول آن انجام پذیر نیست. چرا که افت و خیزها بر ویژگی‌های ترمودینامیکی دستگاه به خصوص ظرفیت گرمایی که مشخصه مهمی در تشخیص گذار فاز است، تأثیر می‌گذارد به طوری که ناپیوستگی تابع پاسخ را به پیوستگی تبدیل می‌کند [۲۵-۲۸].

اخیراً گروه اسلو [۲۹] چگالی تراز بعضی از هسته‌ها را در انرژی برانگیختگی پایین با استفاده از هشت تلسکوپ با زاویه ۴۵ درجه نسبت به باریکه و ۲۸ آشکارساز NaI با بازده کل ۱۵٪ اندازه گرفته‌اند [۳۰ و ۳۱]. با استفاده از این داده‌ها، ظرفیت گرمایی تجربی برخی هسته‌ها محاسبه شده است. تمام این ظرفیت‌های گرمایی رفتار S شکلی را نشان می‌دهند که بیانگر انتقال فازی از فاز نرمال به فاز زوج شده در هسته‌ها می‌باشد [۲۶، ۳۲-۳۴].

در این مقاله ابتدا به معرفی مدل اصلاح شده گینزبرگ-لانداؤ می‌پردازیم که قابلیت به کارگیری در دستگاه‌های کوچک مانند هسته را دارد. در ادامه به انجام محاسبات با استفاده از این مدل در مورد هسته‌های  $^{184}\text{W}$  و  $^{185}\text{W}$  به عنوان دو دستگاه کوچک دارای خاصیت زوجیت می‌پردازیم.

## ۲. مدل سازی

نظریه گینزبرگ-لانداؤ با تکیه بر بسط انرژی آزاد بر حسب پارامتر نظم بنا شده است [۳۵]. اساس این بسط بر فرض کوچک بودن پارامتر نظم در محدوده بحرانی و تحلیلی بودن تابع انرژی آزاد [۳۶] استوار است. بنابراین این فرمول بندی تا حدی برای دستگاه‌های زوج شده بس‌ذره مانند ابرساناها جواب گو است. اما، در دستگاه‌های کوچک که بعد دستگاه کوچک‌تر از طول همبستگی می‌باشد، یعنی محدوده‌ای که افت و خیزها غالب می‌شوند (دستگاه محدود مانند هسته) این فرمول بندی نیاز به تصحیح اساسی خواهد داشت. فرمول بندی متعارف گینزبرگ-لانداؤ به قرار زیر است

$$f\{\mathcal{E}\} = \int d^3x \left( a(T)|\mathcal{E}|^2 + \frac{b(T)}{4}|\mathcal{E}|^4 + c|\nabla\mathcal{E}|^2 \right) \quad (1)$$

در رابطه بالا،  $f$  انرژی آزاد دستگاه (که می‌تواند به عنوان مثال انرژی کل یا انرژی آزاد هلمهولتز باشد)،  $\mathcal{E}$  چگالی پارامتر نظم

بحرانی است. مقادیر  $\bar{b}$  و  $\bar{c}$  به صورت زیر است

$$\bar{b} = v' (3) / 16 = 0.526, \quad \bar{c} = N(0) \Omega = u / K_B T_c$$

با استفاده از این تابع پارش به دست آمده، انرژی آزاد هلمهولتز  $A_{GL}$ ، آنتروپی  $S_{GL}$ ، ظرفیت گرمایی  $C_{GL}$  و مقدار چشم‌داشتی قدر مطلق پارامتر نظم  $\langle |E| \rangle_{GL}$  دستگاه به صورت زیر به دست می‌آیند

$$A_{GL} = -K_B T \text{Ln } Z_{GL} \quad (4)$$

$$S_{GL} = K_b \left[ \text{Ln} Z + \frac{1}{T} \left( -\frac{1}{2} g f \frac{1}{v} \right) \frac{te^{-\Delta t}}{(1 \pm \text{erf}(|\Delta t|))} \right], \quad (5)$$

$$C_{GL} = \frac{f t K_b}{b u} \left[ \frac{\left( f \frac{1}{v} t \Delta t - \frac{1}{2} \left( \frac{b u}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \right) e^{-\Delta t}}{1 \pm \text{erf}(|\Delta t|)} - \frac{te^{-\Delta t}}{(1 \pm \text{erf}(|\Delta t|))} + f \left( \frac{3}{2} t - 1 \right) \right], \quad (6)$$

$$\langle |E| \rangle_{GL} = \frac{f \int_0^\infty \frac{1}{v} e^{-\left( f \sqrt{\frac{b}{u}} \right) + \frac{f(t-1)}{\sqrt{b u}}} d}{S_c \sqrt{\frac{u f}{2 b S_c}} (1 \pm \text{erf}(|\Delta t|))} \quad (7)$$

روابط (۳) تا (۷) که در مرجع [۱۳] محاسبه شده‌اند، با توجه به تقریب به کار برده شده در محاسبه آنها، برای تمام محدوده دمایی قابل به کارگیری نیست و تنها در نزدیکی دمای بحرانی قابل استفاده است. به عنوان مثال ظرفیت گرمایی در دماهای پایین‌تر از  $\frac{T_c}{4}$  مقادیر منفی خواهد داشت (شکل ۱)، که نتیجه‌ای غیر فیزیکی است. از این رو سعی داریم بدون استفاده از تقریب به کار برده شده در مرجع فوق فرمول‌بندی ارائه دهیم که برای تمام محدوده دمایی مقادیری فیزیکی داشته باشد. پس فرمول‌های انرژی آزاد هلمهولتز، آنتروپی، انرژی، ظرفیت گرمایی و مقدار چشم‌داشتی پارامتر نظم را با استفاده از شکل دقیق تابع پارش  $Z_{MGL}$  به دست می‌آوریم و نتایج این روابط را با داده‌های تجربی هسته‌های  $^{184}\text{W}$ ،  $^{185}\text{W}$  مقایسه

و  $a$  و  $b$  دو ثابت وابسته به دما می‌باشند. در فرمول‌بندی معمول مدل گینزبرگ-لاندائو، به دنبال پیدا کردن  $|E|$  هایی که انرژی آزاد را کمینه کند، هستیم زیرا پارامتر نظم در حال تعادل، کمترین انرژی آزاد را تولید می‌کند [۳۷ و ۳۸].

از آنجا که افت‌وخیزهای آماری متناسب با  $\frac{1}{\sqrt{N}}$  می‌باشد [۳۹ و ۴۰]، یکی از تفاوت‌های اصلی بین دستگاه‌های بزرگ و کوچک نقش افت‌وخیزها در دستگاه‌های کوچک است. با توجه به اهمیت افت‌وخیز در دستگاه‌های محدود، می‌توان با در نظر گرفتن تابع پارش به صورت تابعی و با انتگرال‌گیری بر روی تمام مقادیر ممکن پارامتر نظم تابع پارش  $Z$  را محاسبه کرد و تأثیر افت‌وخیزهای پارامتر نظم را در نظر گرفت [۴۱].

$$Z = \int_0^\infty d|E| |E| \exp \left[ -s \Omega \left( a |E|^2 + \frac{1}{4} b |E|^4 \right) \right] \quad (2)$$

که انتگرال‌گیری در فضای مختلط پارامتر نظم انجام شده است. در مرجع [۱۳] مقادیر

$$a = \frac{N(0) (T - T_c)}{T_c}, \quad b = \frac{v (3) N(0)}{4 f^2 (K_B T_c)^2}$$

با استفاده از مدل BCS [۴۲] در نزدیکی نقطه بحرانی محاسبه شده است. در روابط بالا  $T_c$  دمای بحرانی دستگاه [۴۵] که در آن زوج‌های نوکلئونی شکسته می‌شوند،  $\frac{1}{T} = \text{عکس دما}$ ،  $\Omega$  حجم دستگاه،  $N(0) = \frac{1}{u}$  و  $u$  فاصله ترازهای تک‌ذره‌ای می‌باشد [۴۳].

در مرجع [۱۳] برای محاسبه تابع پارش از رابطه (۲)، از تقریب  $S = S_c$  (که در رابطه (۲) پشت  $\Omega$  قرار دارد) استفاده کردند که  $S_c$  عکس دمای بحرانی است. بنابراین تابع پارش  $Z_{GL}$  و سپس ویژگی‌های ترمودینامیکی دستگاه را به صورت زیر محاسبه کردند

$$Z_{GL} = \sqrt{\frac{u f}{2 b S_c}} e^{\Delta t} (1 \pm \text{erf}(|\Delta t|)) \quad (3)$$

$$\Delta t = \frac{1}{4} (t-1) / (\bar{b}^-)^{\frac{1}{2}}$$

در رابطه بالا علامت بالایی (+) مربوط به دماهای کمتر از دمای بحرانی و علامت پایینی (-) مربوط به دماهای بزرگ‌تر از دمای

$$C_{MGL} = \frac{K_b t f}{\sqrt[3]{b \bar{u}}} \left\{ \left( -\sqrt{\frac{\bar{b} \bar{u}}{f}} \right) \right. \\ \left. \left( \left( \frac{1}{\sqrt[3]{t}} + \frac{\sqrt[3]{t}}{2} \right) + \left( \frac{\Delta t}{t} - \frac{\sqrt[3]{g \Delta t}}{t} \right) \left( \frac{1}{\sqrt[3]{t}} + \frac{\sqrt[3]{t}}{2} \right) \right) e^{-\frac{\Delta t}{t}} \right. \\ \left. \left( 1 \pm \operatorname{erf} \left( \frac{\Delta t}{t} \frac{1}{\sqrt[3]{t}} \right) \right) \right. \\ \left. - \frac{(t^{-1} + 1)^{\sqrt[3]{\frac{\Delta t}{t}}}}{\left( 1 \pm \operatorname{erf} \left( \frac{\Delta t}{t} \frac{1}{\sqrt[3]{t}} \right) \right)^{\sqrt[3]{\frac{\Delta t}{t}}}} + \sqrt[3]{f} \left( \frac{\bar{b} \bar{u}}{t f^{\sqrt[3]{t}}} + 1 \right) \right\} \quad (12)$$

رابطه‌ای که در بالا، به دست آورده ایم با رابطه (۶) در حالت کلی شباهت دارد، با این تفاوت که در تمام محدوده دمایی فیزیکی مثبت است. و در نهایت از طریق تابع پاراش  $Z_{MGL}$ ، مقدار چشمداشتی پارامتر نظم را نیز در این فرمول بندی به صورت زیر به دست آوردیم

$$\langle |E| \rangle_{MGL} = \frac{f^{\sqrt[3]{t}} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt[3]{t}} e^{-\left( f \sqrt{\frac{\bar{b}}{t \bar{u}}} \right) + \frac{f(t-1)}{\sqrt[3]{t \bar{b} \bar{u}}}} \right\} d\lambda}{B_c^{\sqrt[3]{t}} \sqrt{\frac{\bar{u} f^{\sqrt[3]{t}} T}{\sqrt[3]{S_c^{\sqrt[3]{t}} \bar{b}}}} t^{\frac{1}{\sqrt[3]{t}}} \left( 1 \pm \left( \operatorname{erf} \left( \frac{\Delta t}{t} \frac{1}{\sqrt[3]{t}} \right) \right) \right)} \quad (13)$$

در انتهای این بخش نظر خواننده را به این نکته جلب می‌کنیم که نظریه گینزبرگ-لانداؤ جهت مطالعه دستگاه‌ها در حد ترمودینامیکی و در بازه دمایی کوچکی حول وحوش دمای بحرانی طراحی شده است. این دستگاه‌ها دارای تعداد ذرات زیادی هستند و در نتیجه امکان گذار فاز را دارا هستند. بنابراین دمای بحرانی به عنوان نقطه‌ای که مشخصاً گذار فاز در آن اتفاق می‌افتد در این دستگاه‌ها قابل تعریف است. اما در مورد دستگاه‌های کوچک (مانند هسته) با توجه به رخ ندادن گذار فاز، دمای بحرانی نیز معنای خود را از دست می‌دهد. در نتیجه محدود شدن صحت نظریه به بازه‌ای اطراف این دما نیز بی‌معنی خواهد شد. در نتیجه به عنوان جایگزین برای دمای بحرانی به عنوان مرکز بازه صحت نظریه، از محدوده‌ای دمایی که قطعاً از محدوده اولیه صحت نظریه بزرگ‌تر است، می‌توان استفاده کرد. بنابراین انتظار داریم با نظریه‌ای سروکار داشته باشیم که در دستگاه‌های کم‌ذره در بازه دمایی بزرگ‌تری قابل

می‌کنیم. در شکل ۱ ظرفیت گرمایی برای هر دو تقریب برای مقایسه نشان داده شده است.

بنابر این فرمول بندی نظریه گینزبرگ-لانداؤ اصلاح شده که در این مقاله مورد نظر است را بر این اساس که تابع پاراش به صورت تابعی از پارامتر نظم در نظر گرفته می‌شود، را بدون استفاده از تقریب  $S = S_c$ ، جهت در نظر گرفتن تمام افت و خیزها، به صورت زیر به دست می‌آوریم (یعنی حاصل انتگرال رابطه (۲) بدون تقریب زدن) [۱۴]

$$Z_{MGL} = \sqrt{\frac{\bar{u} f^{\sqrt[3]{t}}}{\sqrt[3]{S_c^{\sqrt[3]{t}} \bar{b}}}} t^{\frac{1}{\sqrt[3]{t}}} e^{-\frac{\Delta t}{t}} \left( 1 \pm \left( \operatorname{erf} \left( \frac{\Delta t}{t} \frac{1}{\sqrt[3]{t}} \right) \right) \right) \quad (8)$$

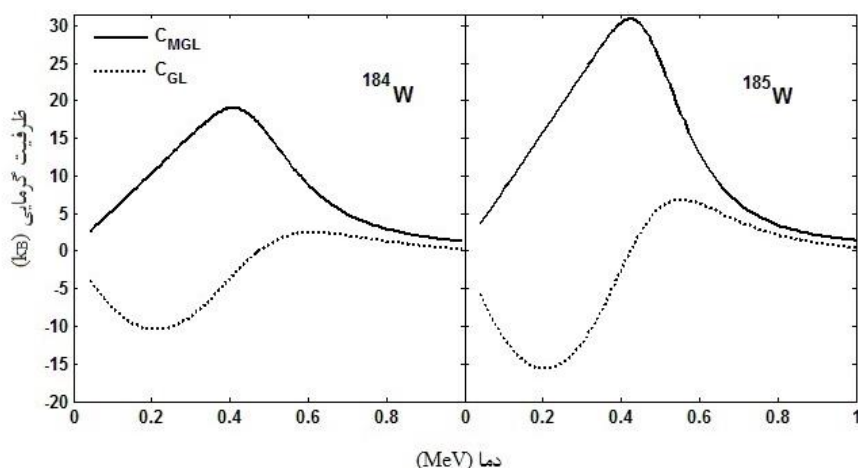
سپس با استفاده از تابع پارشی که در رابطه (۸) به دست آوردیم، به محاسبه انرژی آزاد هلمهولتز  $A_{MGL}$ ، ظرفیت گرمایی  $C_{MGL}$ ، آنتروپی  $S_{MGL}$  انرژی  $E_{MGL}$  و مقدار انتظاری قدر مطلق پارامتر نظم  $\langle |E| \rangle_{MGL}$ ، برای فاز زوج شده می‌پردازیم.

$$A_{MGL} = -K_B T \operatorname{Ln} Z_{MGL} \quad (9)$$

$$E_{MGL} = -\frac{\partial}{\partial S} \operatorname{Ln}(Z_{MGL}) \\ = T^{\sqrt[3]{t}} \left( \frac{1}{\sqrt[3]{t}} + \left( \frac{\sqrt[3]{g \Delta t}}{t} - \frac{\Delta t}{t^{\sqrt[3]{t}}} \right) \right. \\ \left. - \frac{g \left( \frac{1}{\sqrt[3]{t}} + \frac{\sqrt[3]{t}}{2} \right) \frac{1}{\sqrt[3]{t}} e^{-\frac{\Delta t}{t}}}{1 \pm \operatorname{erf} \left( \frac{\Delta t}{t} \frac{1}{\sqrt[3]{t}} \right)} \right), \quad (10)$$

بعد از محاسبه انرژی  $E_{MGL}$  به محاسبه آنتروپی  $S_{MGL}$  و ظرفیت گرمایی  $C_{MGL}$  پرداختیم.

$$S_{MGL} = K_b \left( \operatorname{Ln}(Z_{MGL}) + \frac{1}{\sqrt[3]{t}} + \left( \frac{\sqrt[3]{g \Delta t}}{t} - \frac{\Delta t}{t^{\sqrt[3]{t}}} \right) \right. \\ \left. - \frac{g \left( \frac{1}{\sqrt[3]{t}} + \frac{\sqrt[3]{t}}{2} \right) \frac{1}{\sqrt[3]{t}} e^{-\frac{\Delta t}{t}}}{1 \pm \operatorname{erf} \left( \frac{\Delta t}{t} \frac{1}{\sqrt[3]{t}} \right)} \right) \quad (11)$$



شکل ۱. ظرفیت گرمایی فاز زوج شده  $^{184}\text{W}$  و  $^{185}\text{W}$ . علامت‌های خط پر و نقطه‌چین به ترتیب ظرفیت گرمایی مدل گینزبرگ-لاندائو اصلاح شده با فرمول‌بندی این مقاله و ظرفیت گرمایی مدل اطلاع شده مرجع [۱۳] می‌باشند.

شده‌اند. از آنجا که در روابط مدل اصلاح شده گینزبرگ-لاندائو ضرایب  $T_c$  و  $u$  به کار برده می‌شوند ابتدا به محاسبه آنها می‌پردازیم.  $u$  با استفاده از انرژی حالت‌های نیلسون به صورت  $u \sim \frac{A}{5}$  [۳] محاسبه شد. دمای بحرانی  $T_c$  از طریق برازش داده‌های تجربی با مقادیر محاسبه شده ظرفیت گرمایی محاسبه می‌شود. برای به دست آوردن نتایج بهتر رابطه (۱۲) را با  $\Delta C = C_{\text{EXP}} - C_{\text{Fermi}}$  در محدوده‌های دمایی که  $\Delta C \geq 0$  برازش کردیم.

شکل ۱ ظرفیت گرمایی فاز زوج شده برای دو هسته  $^{184}\text{W}$  و  $^{185}\text{W}$  را با به کارگیری روابط (۶) و (۱۲) برای ظرفیت گرمایی نشان می‌دهد. خط پر نتایج فرمول اصلاح شده این مقاله و خط‌چین نتایج تقریب مرجع [۱۳] را نشان می‌دهد. همان گونه که مشاهده می‌شود فرمول‌بندی مرجع [۱۳] در دماهای پایین مقادیر منفی برای ظرفیت گرمایی پیش‌بینی می‌کند که غیر فیزیکی است و با استفاده از رابطه (۱۲) در تمام دماها مقادیر مثبت برای ظرفیت گرمایی به دست آمده است.

شکل (۲) ظرفیت گرمایی کل  $C_{\text{total}} = C_{\text{Fermi}} + C_{\text{MGL}}$  دو هسته  $^{184}\text{W}$  و  $^{185}\text{W}$  را بر حسب دما با استفاده از مدل اصلاح شده گینزبرگ-لاندائو را نشان می‌دهد. در این شکل ظرفیت گرمایی تجربی [۴۴] (دایره‌های توخالی)، ظرفیت گرمایی کل به دست آمده با تقریب مورد نظر این مقاله

استفاده باشد و با بزرگ شدن دستگاه محدوده صحت آن به بازه دمایی کوچکی محدود شود.

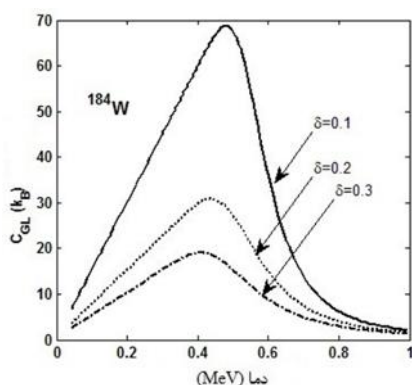
### ۳. محاسبات

در این محاسبات مطابق با فرض اساسی لاندائو هسته به عنوان مجموع دو فاز زوج شده و نرمال در نظر گرفته شده است. بنابراین انرژی کل، آنتروپی کل و ظرفیت گرمایی کل، مجموع قسمت نرمال و بخش زوج شده می‌باشد. به عنوان مثال:

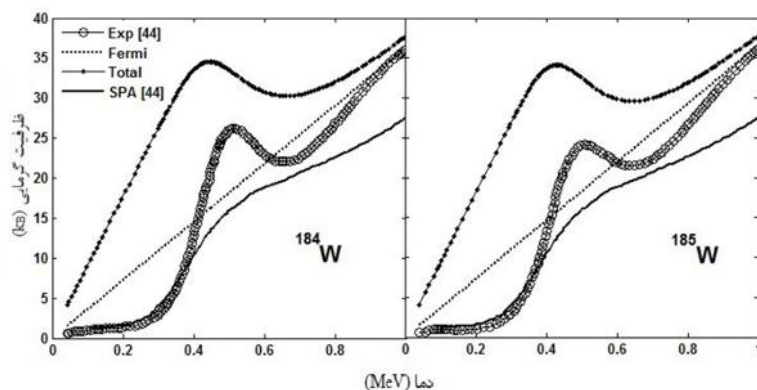
$$E_{\text{total}} = E_{\text{normal}} + E_{\text{paired}}$$

پاسخ گرمایی هسته‌های محدود معمولاً منجر به انتقال فازی از حالت زوج شده به نرمال، در دمای  $T = 0.78 - 0.74 \text{ MeV}$  می‌شود [۳۲ و ۴۵]. در این مقاله فاز نرمال هسته به عنوان یک گاز فرمیونی بدون برهم‌کنش در نظر گرفته شده [۴۴] که هیچ گونه زوج‌شدگی در آن وجود ندارد [۲]. بنابراین از رابطه  $C_{\text{Fermi}} = \gamma a T$  (ظرفیت گرمایی گاز فرمی) برای محاسبه سهم فاز نرمال، که برای هر دو هسته مورد مطالعه  $a \sim \frac{A}{10}$ ، عدد جرمی هسته و  $T$  دمای ترمودینامیکی است، کمک می‌گیریم و ظرفیت گرمایی فاز زوج شده را با استفاده از فرمول اصلاح شده گینزبرگ-لاندائو، رابطه (۱۲)، جایگذاری می‌کنیم.

تمام ویژگی‌های ترمودینامیکی فاز زوج شده را با استفاده از فرمول‌های اصلاح شده گینزبرگ-لاندائو (۸) تا (۱۳) محاسبه



شکل ۳. ظرفیت گرمایی فاز زوج شده به ازای  $T_c = 1 \text{ MeV}$  و  $u = 0.1, 0.2, 0.3$ .



شکل ۲. ظرفیت گرمایی کل برحسب دما برای هسته‌های  $^{184}\text{W}$ ,  $^{185}\text{W}$ . علامت‌های دایره توخالی، خط و دایره توپر ریز، نقطه چین و خط پر به ترتیب ظرفیت گرمایی تجربی، ظرفیت گرمایی کل، ظرفیت گرمایی تقریب مسیر ایستایی (SPA) و ظرفیت گرمایی فاز نرمال (مدل گاز فرمی) برحسب دما.

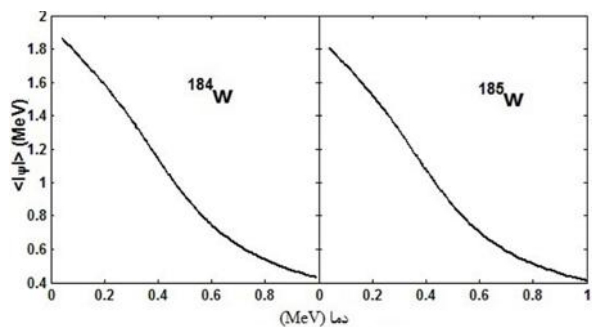
شدن اندازه دستگاه گذار فاز به شکل معمول آن یعنی ناپیوستگی در ظرفیت گرمایی دیده خواهد شد. حضور قله و پیوستگی در این نمودار، مربوط به تعداد محدود نوکلئون‌های هسته می‌باشد. در این شکل ملاحظه می‌شود که با کاهش حجم دستگاه، قله منحنی پهن تر می‌شود [۲۲].

انرژی برانگیخته کل  $E_{\text{total}}$  (خط پر) و انرژی برانگیختگی فاز زوج شده  $E_{\text{MGL}}$  (نقطه چین) برحسب دما در شکل ۴ نمایش داده شده است. همان گونه که در شکل مشاهده می‌شود انرژی فاز زوج شده در ابتدا با دما افزایش خوبی نشان می‌دهد ولی به تدریج کمتر و کمتر با دما افزایش می‌یابد که دلیل این امر کم اهمیت شدن فاز زوج شده در دماهای بالا می‌باشد. مقدار انتظاری قدر مطلق پارامتر نظم  $\langle |\Psi| \rangle$  بر حسب دما در شکل ۵ رسم شده است. نکته مهم در این نمودار پیش‌بینی دنباله‌ای برای پارامتر نظم است که در دماهای بالا به صورت مجانبی و به کندی به صفر میل می‌کند که در توافق با تجربه و در تضاد با نظریه گینزبرگ لاندائو است که تاکید می‌کند، همه جفت‌های کوپر در دمای بحرانی شکسته می‌شود.

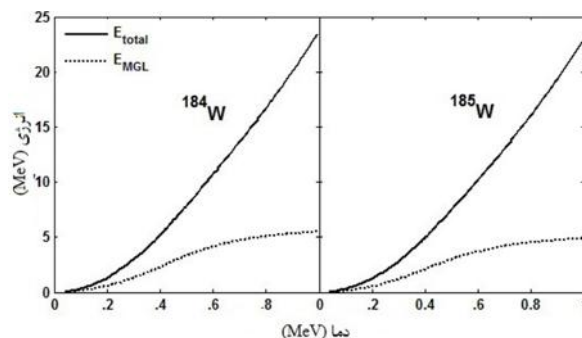
با افزایش دما پارامتر نظم افزایش می‌یابد پس آنتروپی نیز افزایش می‌یابد که در شکل ۶ همچنین رفتاری را مشاهده می‌کنیم. و ملاحظه می‌شود با افزایش دما آنتروپی (میل به بی‌نظمی) دستگاه در حال افزایش است.

(خط و دایره توپر ریز)، ظرفیت گرمایی با استفاده از تقریب مسیر ایستایی، SPA [۴۴]، (خط پر) و ظرفیت گرمایی فاز نرمال که از طریق مدل گاز فرمی (نقطه چین) جهت مقایسه نشان داده شده‌اند. در این شکل با به کارگیری مدل تقریب مسیر ایستایی هیچ قله‌ای مشاهده نشده که عدم هماهنگی با نتایج تجربی را می‌رساند. افزودن نتایج مدل گینزبرگ- لاندائو اصلاح شده مورد مطالعه به مدل گاز فرمی، منجر به ایجاد یک قله در ظرفیت گرمایی شده است که مانند داده‌های تجربی سایر هسته‌ها [۲۶] و [۴۶] نشانه‌ای از گذار هسته از فاز جفت شده به نرمال با افزایش دما است. با توجه به این شکل می‌توان دید که رفتار مشاهده شده در شکل ۲ با نمودار تجربی به صورت کیفی همخوانی دارد. مقدار دمای بحرانی  $T_c = 0.59, 0.58 \text{ MeV}$  و فاصله ترازهای تک‌ذره‌ای برای  $^{184}\text{W}$ ,  $^{185}\text{W}$  به ترتیب برابر  $u = 0.3, 0.27 \text{ MeV}$  است.

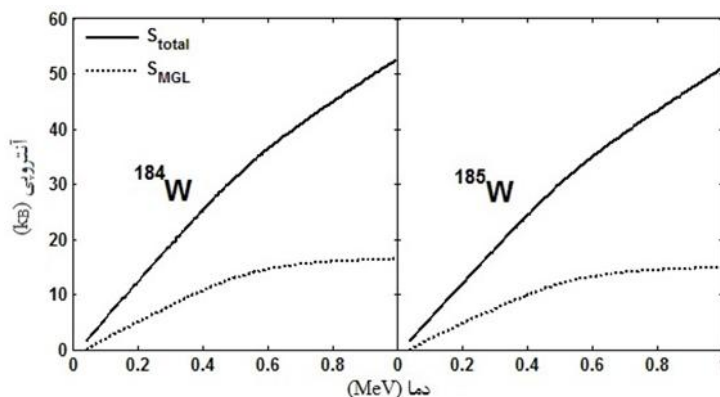
شکل ۳ وابستگی ظرفیت گرمایی مدل اصلاح شده گینزبرگ- لاندائو  $C_{\text{MGL}}$  در هسته  $^{184}\text{W}$  به مقدار  $u$  را نشان می‌دهد. در این نمودار مقدار دمای بحرانی به صورت ثابت  $T_c = 1 \text{ MeV}$  نگاه داشته شده است و با کم کردن تدریجی  $u$  مشاهده می‌شود که ظرفیت گرمایی دارای قله‌ای بلندتر خواهد بود و از آنجا که  $\Omega \sim N(0) = \frac{1}{u}$  در حد  $u \rightarrow 0$  این رفتار به ناپیوستگی در ظرفیت گرمایی منجر خواهد شد (زیرا با بزرگ



شکل ۵. مقدار انتظاری قدر مطلق پارامتر نظم بر حسب دما.



شکل ۴. انرژی کل (خط پر) و انرژی فاز زوج شده (نقطه‌چین) بر حسب دما.



شکل ۶. آنترپی کل (خط پر) و آنترپی فاز زوج شده (نقطه‌چین) بر حسب دما.

می‌تواند به صورت کیفی پیش‌بینی نمایند. مطالعه پارامتر نظم این مدل نشان داد که فاز زوج شده هسته در دماهای بالا نیز همچنان حضور دارد و در دمایی خاص از بین نمی‌رود. این نتایج یعنی رفتار  $S$  - شکل ظرفیت گرمایی و از بین نرفتن فاز زوج شده در یک دمای خاص (دمای بحرانی) هر دو نتیجه وارد کردن افت و خیزهای آماری در فرمول‌بندی اولیه گینزبرگ-لاندائو می‌باشد.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله به معرفی مدل اصلاح شده گینزبرگ-لاندائو پرداختیم و به کمک این مدل به محاسبه ظرفیت گرمایی و دیگر خواص ترمودینامیکی هسته‌های  $^{184}\text{W}$  و  $^{185}\text{W}$  پرداختیم. نمودار ظرفیت گرمایی کل هسته‌های مورد مطالعه نشان می‌دهد که روابط تصحیح شده گینزبرگ-لاندائو، نتایج این مقاله، در دستگاه‌های کوچک رفتار  $S$  - شکل ظرفیت گرمایی هسته را

#### مراجع

1. J Bardeen, L N Cooper, and J R Schrieffer, *Phys. Rev.* **108** (1957) 1175.
2. D Lang, *Nucl. Phys* **42** (1963) 353.
3. A Bohr, B R Mottelson, and D Pines, *Phys. Rev. C* **110** (1958) 936.
4. S T Belayev, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk* **31** (1959) 11.
5. M Masayuki, "Spatial Structure of Cooper Pairs in Nuclei", World Scientific (2013) 61.
6. M Sang and Sh Yamasaki, *Theor. Phys.* **29** (1963) 397.
7. V L Ginzburg and L D Landau, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **20** (1950) 1064.
8. A Fursikov, M Gunzburger, and J Peterson, *Int. Math. Series* **10** (1966) 26.
9. N A Mancini and G Giaquinta, *La Rivista del Nuovo Cimento* **1** (1978) 1.
10. A L Goodman, *Nucl. Phys. A* **406** (1983) 94.
11. A Aharony et al., *Lith. J. Phys.* **52** (2012) 81.
12. D R J Devadhason, *Nucl. Phys.* **58** (2013) 76.
13. B Muhlschlegel, D J Scalapino, and B Denton, *Phys. Rev. B* **6** (1972) 1767.

- 034311.
31. N Quang Hung and N Dinh Dang, *Phys. Rev. C* **79** (2009) 054328.
  32. T R Rajasekaran and G Kanthimathi, *Eur. Phys. J. A* **35** (2008) 57.
  33. B K Agrawal, Tapas Sil, J N De, and S K Samaddar, *Phys. Rev. C* **62** (2000) 044307.
  34. M Sang and Sh Yamasaki, *Theor. Phys.* **29** (1963) 397.
  35. E F Gramsbergen, L Longa, and H Wim, *Phys. Rep.* **135** (1986) 195.
  36. R A Ritchie, H G Miller, and F C Khanna, *Eur. Phys. J. A* **10** (2001) 97.
  37. O Yu Dinariev, *Russ. Phys. J.* **41** (1998) 555.
  38. H L Morrison and A D Speliotopoulos, *J. Nonlin. Math. Phys.* **9** (2002) 464
  39. B Cowan, "Topics in Statical Mechanics", Imperial College Press (2005).
  40. C Bustamante, J Liphardt, and F Ritort, *Phys. Today* **58** (2005) 43.
  41. Y Alhassid, *Int. J. Mod. Phys. B* **15** (2001) 1447.
  42. J Bardeen, L N Cooper, and J R Schrieffer, *Phys. Rev.* **108** (1957) 1175.
  43. J Kirtley, Y Imry, and P Hansma, *J. Low Temp. Phys.* **17** (1974) 247.
  44. K Kaneko and M Hasegawa, *Phys. Rev. C* **72** (2011) 024307.
  45. B K Agrawal, Tapas Sil, J N De, and S K Samaddar, *Phys. Rev. C* **63** (2001) 024002.
  46. M K G Kruse, H G Miller, A R Plastino, A Plastino, and S Fujita, *Eur. Phys. J. A* **25** (2005) 339.
  14. P Mohammadi, V Dehghani, and A A Mehmandoost-Khajeh-Dad, *Phys. Rev. C* **90** (2014) 054304.
  15. K Kaneko and A Schiller, *Phys. Rev. C* **76** (2007) 064306.
  16. G Kanthimathi, N Boomadevi, and T R Rajasekaran, *Commun. Theor. Phys.* **56** (2011) 718.
  17. B Muhlschlegel, *Math. Phys.* **522** (1962) 3.
  18. L G Moretto, *Nucl. Phys. A* **185** (1972) 145.
  19. C Gilbreth and Y Alhassid, *Phys. Rev. A* **88** (2013) 063643.
  20. V Galitski, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 127001.
۲۱. ز کارگر و و دهقانی، مجله پژوهش فیزیک ایران، ۱۳، ۳ (۱۳۹۲) ۲۶۷.
21. Z Karegar and V Dehghani, *Iranian Journal of Physics Research* **13**, 3 (2013) 267.
  22. J Helgesson *et al.*, *Nucl. Phys. A* **734** (2004) 549.
  23. K Kaneko and *et al.*, *Phys. Rev. C* **74** (2006) 024325.
  24. J Hurault, K Maki, and M Beal-Monod, *Phys. Rev. B* **3** (1971) 762.
  25. R Quick and H Miller, *Z. Phys. A* **336** (1990) 279.
  26. Y F Niu *et al.*, *Phys. Rev. C* **88** (2013) 034308.
  27. R Rossignoli, N Canosa, and P Ring, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 1853.
  28. N Q Hung and N D Dang, *Phys. Rev. C* **77** (2008) 064315.
  29. M Guttormsen *et al.*, *Phys. Rev. C* **89** (2014) 014302.
  30. M. Guttormsen *et al.*, *Phys. Rev. C* **68** (2003)