

## بررسی سیستم جفت شده $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$ با استفاده از روش فدیف

سجاد مرّی<sup>۱</sup>، سید ظفراله کلانتری<sup>۱</sup> و جعفر اسماعیلی<sup>۲</sup>

۱. دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

پست الکترونیکی: jesmaili@ph.iut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۱۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۰۹/۰۴)

### چکیده

بر اساس روش غیرنسبیتی فدیف AGS، محاسبات سه جسمی را برای سیستم جفت شده و شبه مقید  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  در فضای تکانه انجام داده‌ایم. برای مطالعه وابستگی انرژی سیستم دوکائونی به برهم کنش جفت شده  $\bar{K}N - \pi\Sigma$ ، از مدل‌های مختلف پدیده شناختی که دارای ساختار تک قطبی و دوقطبی حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  هستند، استفاده کرده‌ایم. همچنین نقش برهم کنش دافعه  $\bar{K}\bar{K}$  در این سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه نتایج کار حاضر، انرژی حالت شبه مقید  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  در بازه  $17-28 \text{ MeV}$  و پهنای آن در بازه  $61-110 \text{ MeV}$  قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی:  $\Lambda(1405)$ ، هسته‌های کائونی و  $K^-K^-p$

### ۱. مقدمه

تشدید، به کانال‌های  $\bar{K}N$ ،  $(\Sigma\pi)^0$  و  $\Lambda\pi$  واپاشی کند. نتایج تجربی و نظری بیانگر این واقعیت هستند که مهم‌ترین کانال واپاشی، کانال  $\Sigma\pi$  است. به همین منظور در بیشتر مدل‌های نظری از اثر کانال‌های دیگری چون  $\Lambda\pi$  چشم پوشی می‌شود. یکی از حالت‌های میانی تشدید در برهم کنش  $\bar{K}N$ ، تشدید  $\Lambda(1405)$  است. تشدید  $\Lambda(1405)$ ، یک باریون با پاریته منفی، اسپین  $s = \frac{1}{2}$ ، ایزواسپین  $I = 0$  و شگفتی  $S = -1$  است [۸]. این تشدید پایین‌تر از آستانه  $\bar{K}N$  قرار گرفته است و تحت برهم کنش قوی به کانال  $\Sigma\pi$  واپاشی می‌کند.

در دو دهه اخیر مطالعه سیستم‌های هادرونی شگفت، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این میان هسته‌های کائونی که از حضور یک یا چند پادکائون در کنار دیگر نوکلئون‌ها شکل می‌گیرند، به طور گسترده‌ای از جنبه‌های نظری [۱-۴] و تجربی [۵-۷] مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. چنین هسته‌هایی را می‌توان از طریق دو فرایند در حال توقف و یا در- پرواز بر روی هسته‌های هدف تولید کرد. در اثر برهم کنش قوی، کائون- نوکلئون می‌تواند از طریق تشکیل یک حالت میانی به صورت

یکی از مسائل جذاب فیزیک هسته‌ای کائونی، ماهیت شدید  $\Lambda(1405)$  است. در سال‌های اخیر ساختار  $\Lambda(1405)$  از جنبه‌های مختلف در بخش شگفت کرومودینامیک غیراختلالی اهمیت زیادی پیدا کرده است و همزمان با مطالعات نظری، داده‌های تجربی مربوط به حالت تشدید  $\Lambda(1405)$ ، از جمله طیف‌های جرمی  $\Sigma\pi$  هسته‌های کائونی [۹ و ۱۰] و انرژی ترازهای هیدروژن کائونی [۱۱ و ۱۲] رشد قابل ملاحظه‌ای کرده است.

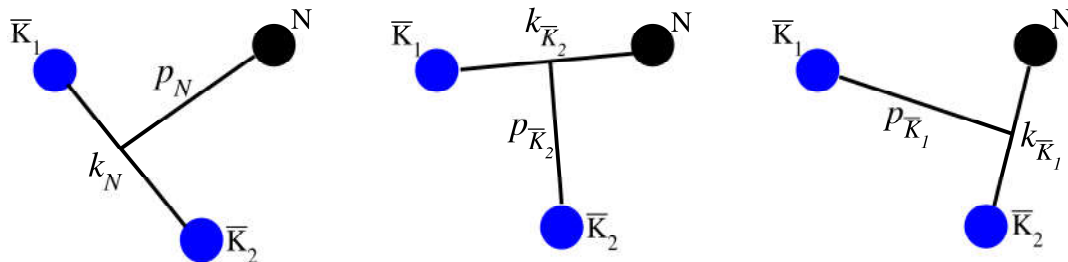
پس از تشکیل  $\Lambda(1405)$  در هسته هدف، کائون می‌تواند در اثر برهم‌کنش با دیگر نوکلئون‌های هدف یک حالت شبه مقید هسته‌ای را به وجود آورد. انرژی حالت‌های شبه مقید سیستم‌های کائونی قویا به انرژی حالت میانی  $\Lambda(1405)$  وابسته است. سیستم‌های چند ذره‌ای کائونی را می‌توان با استفاده از محاسبات دینامیکی مورد بررسی دقیق‌تر قرار داد و تأثیر مدل‌های برهم‌کنشی مختلف  $\bar{K}N$  را بر روی ماهیت و انرژی تشدید  $\Lambda(1405)$  مورد بررسی قرار داد. این پیشنهاد که  $\Lambda(1405)$  یک حالتی شبه مقید از سیستم  $\bar{K}N$  است اولین بار توسط نوگامی [۱۳] جهت مطالعه سیستم  $\bar{K}NN$  به عنوان یک حالت شبه مقید و سپس در مرجع [۲] با رویکرد جدیدتری معرفی شده است. سیستم  $K^-pp$  با ایزواسپین  $I = \frac{1}{2}$  به عنوان سبک‌ترین هسته تک کائونی، تاکنون با رویکردهای نظری [۲ و ۱۴-۲۳] و تجربی [۶، ۷، ۲۴ و ۲۵] مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است و در تمامی مطالعات نظری وجود یک حالت شبه مقید با پهنای زیاد برای  $K^-pp$  تأیید شده است ولی تاکنون نتایج نظری و تجربی به مقدار خاصی همگرا نشده‌اند. قسمتی از اختلاف در نتایج نظری ناشی از تفاوت در تکنیک حل مسئله سه ذره‌ای و تفاوت در مدل برهم‌کنش  $\bar{K}N$  [۲ و ۲۶] است، ولی قسمت اعظم این اختلاف ناشی از کمبود داده‌های تجربی درباره برهم‌کنش  $\bar{K}N$  در انرژی‌های پایین‌تر از آستانه است [۲۷].

با توجه به این که برهم‌کنش  $\bar{K}N$  در حالت ایزواسپین صفر جذاب‌تر از حالت ایزواسپین یک است، هرچه تعداد زوج برهم‌کنش‌های  $\bar{K}N$  با ایزواسپین صفر نسبت به ایزواسپین یک در یک سیستم هسته‌ای کائونی بیشتر باشد، چنین سیستمی می‌تواند حالت هسته‌ای مقیدتر، با پهنایی کمتر را نتیجه دهد.

سبک‌ترین سیستم هسته‌ای دوکائونی  $K^-K^-p$  است که انتظار می‌رود حالت برانگیخته‌ای از باریون  $\Xi$  باشد. نسبت تعداد زوج برهم‌کنش‌های  $\bar{K}N$  با ایزواسپین صفر به زوج برهم‌کنش‌های ایزواسپین یک در  $K^-K^-p$ ، سه به یک است. مطالعه چنین سیستم دو کائونی می‌تواند در درک صحیحی از برهم‌کنش  $\bar{K}N$  مفید واقع شود. به همین جهت در این مقاله به بررسی سیستم متشکل از دو پادکائون و نوکلئون یعنی

$[N(\bar{K}\bar{K})]_{I=1}$  با اسپین-پارپته  $J^P = \frac{1}{2}^+$  و ایزواسپین  $I = \frac{1}{2}$  خواهیم پرداخت. سیستم سه ذره‌ای  $[N(\bar{K}\bar{K})]_{I=1}$  در مرجع [۲۸] با استفاده از روش وردشی بسط پایه‌های گاوسی برای پتانسیل‌های پدیده شناختی آکایشی-یامازاکی [۲] و پتانسیل هیودو-وایزه [۲۹] که مبتنی بر دینامیک کایرال  $SU(3)$  است، و همچنین در مرجع [۳۰] با استفاده از روش فدیف برای دو پتانسیل پدیده شناختی [۳۱] و یک پتانسیل کایرال [۳۲]  $\bar{K}N$  مورد بررسی قرار گرفته است. اگر چه در روش‌های وردشی می‌توان فهم خوبی از ساختار حالت مقید با استفاده از تابع موج حاصله به دست آورد، ولی دینامیک کانال  $\pi\bar{K}\Sigma$  تنها به صورت مؤثر در قسمت موهومی برهم‌کنش  $\bar{K}N$  لحاظ می‌شود. از طرف دیگر در روش فدیف می‌توان تأثیر کانال  $\pi\bar{K}\Sigma$  را به طور مستقیم در محاسبات وارد کرد ولی در این روش برای حل‌پذیر بودن مسئله باید از پتانسیل‌های جداپذیر استفاده کرد. الگوی واپاشی حالت سیستم  $\bar{K}\bar{K}N$  به انرژی بستگی آن وابسته است. اگر انرژی سیستم سه جسمی بالاتر از آستانه حالت شبه مقید  $\bar{K}N$  و  $\bar{K}$  باشد این سیستم علاوه بر واپاشی به کانال  $\pi\bar{K}\Sigma$  می‌تواند به  $\Lambda(1405)$  و  $\bar{K}$  نیز واپاشی کند و انتظار داریم که پهنای بزرگ‌تری نسبت به  $\Lambda(1405)$  داشته باشد. در حالتی که انرژی سیستم  $\bar{K}\bar{K}N$  پایین‌تر از آستانه  $\bar{K} + \Lambda(1405)$  قرار گیرد، کانال واپاشی  $\Lambda(1405)$  برای آن بسته می‌شود و سیستم تنها با کانال واپاشی  $\pi\bar{K}\Sigma$  جفت خواهد شد، در این حالت سیستم پهنایی از مرتبه پهنای  $\Lambda(1405)$  خواهد داشت.

به همین منظور در این مقاله قصد داریم که انرژی و پهنای



شکل ۱. مختصه‌های تکانه ژاکوبی برای سه کانال فدیف سیستم سه ذره‌ای  $\bar{K}\bar{K}N$ .

ناظر  $i$  نسبت به مرکز جرم زوج ذره  $jk$  است. هامیلتونی سیستم در دستگاه مرکز جرم برحسب مختصه‌های ژاکوبی  $\bar{p}_i$  و  $\bar{k}_i$  به صورت

$$H_0 = \frac{(\bar{k}_i)^2}{2m_{jk}} + \frac{(\bar{p}_i)^2}{2\mu_i}, \quad (2)$$

مشخص می‌شود که در آن  $m_{jk}$  و  $\mu_i$  با عبارتهای

$$m_{jk} = \frac{m_j m_k}{m_j + m_k}, \quad \mu_i = \frac{m_i (m_j + m_k)}{m_i + m_j + m_k}, \quad i \neq j \neq k, \quad (3)$$

داده می‌شوند.

برای حل این معادله به روش فدیف دو رویکرد تقریباً متفاوت را می‌توان پیش گرفت. رویکرد نخست روش فدیف یا گبوسکی [۳۴] است که خروجی آن تابع موج و ویژه مقدار انرژی سیستم است و رویکرد دوم فدیف AGS [۳۵] است که ویژه مقدارهای انرژی و دامنه‌های پراکندگی خروجی روش فدیف AGS هستند. در کار حاضر، با استفاده از رویکرد فدیف AGS به مطالعه سیستم شبه مقید  $\bar{K}\bar{K}N$  خواهیم پرداخت. معادله فدیف AGS برای عملگرهای  $U_{ij}$  به صورت زیر نوشته می‌شود [۳۵].

$$U_{ij} = (1 - \delta_{ij}) G_0^{-1} + \sum_{k=1}^3 (1 - \delta_{ik}) T_k G_0 U_{kj}, \quad (4)$$

که در آن  $G_0(E) = (z - H_0)^{-1}$  و  $T_k$  به ترتیب تابع گرین آزاد مربوط به هامیلتونی آزاد و ماتریس‌های دامنه گذار دو ذره‌ای در سیستم سه ذره‌ای هستند. دامنه‌های گذار دو ذره‌ای با استفاده از معادله لیپمن-شوئینگر به دست خواهند آمد

$$T_i = V_i - V_i G_i T_i, \quad (5)$$

$$G_i(z) = (z - H_i)^{-1}, \quad H_i = H_0 + V_i. \quad (6)$$

برای یافتن انرژی حالت شبه مقید  $K^- K^- p$  در نظر گرفتن

حالت شبه مقید کائونی  $\bar{K}\bar{K}N$  را با استفاده از روش فدیف غیرنسبیتی [۳۳-۳۵] برای پتانسیل‌های  $\bar{K}N$  پدیده شناختی مختلف [۳۱ و ۳۶] مورد بررسی قرار دهیم. به همین منظور ابتدا مرور کوتاهی بر حل مسئله بر اساس روش فدیف خواهیم داشت و در ادامه به ارائه نتایج خواهیم پرداخت.

## ۲. روش فدیف

برای مطالعه سیستم‌های اگزوتیک سه‌جسمی، حل معادلات جفت شده فدیف که دینامیک سیستم‌های چند ذره‌ای را به صورت دقیق توصیف می‌کنند، پیشنهاد می‌شود. روش فدیف، یک روش مستقیم برای حل مسائل ویژه مقدار است. این روش تکنیکی برای تبدیل معادله شرودینگر سیستمی با شرایط مرزی به معادلات جفت شده انتگرالی است که اولین بار فدیف آن را برای سیستم‌های سه ذره‌ای به کار بست [۳۳]. جواب‌های حاصل از معادلات فدیف، به عنوان بهترین جواب‌ها برای حل مسئله سه ذره‌ای محسوب می‌شوند.

با حذف انرژی جنبشی مرکز جرم سیستم سه ذره‌ای  $\bar{K}\bar{K}N$ ،

هامیلتونی سیستم  $\bar{K}\bar{K}N$  در دستگاه مرکز جرم به صورت

$$H = H_0 + \sum_{i=1}^3 V_i, \quad (1)$$

تعریف می‌شود.  $V_i$  بیانگر پتانسیل برهم‌کنشی ذرات  $j$  و  $k$  ( $j \neq k \neq i$ ) و  $H_0$  انرژی جنبشی سیستم سه ذره‌ای در دستگاه مرکز جرم است. برای حل معادله شرودینگر در فضای تکانه، از مختصه‌های تکانه ژاکوبی  $\bar{p}_i$  و  $\bar{k}_i$  نشان داده شده در شکل ۱، برای سه کانال فدیف سیستم مورد بررسی استفاده می‌کنیم.  $\bar{k}_i$  تکانه نسبی ذرات  $j$  و  $k$ ، و  $\bar{p}_i$  تکانه نسبی ذره

باید دستگاه معادلات همگن متناظر با رابطه (۹) را حل کنیم.

$$X_{i,I_i}^\alpha = \frac{1}{\lambda_n} \sum_{k=\gamma=1}^3 \sum_{I_k} Z_{ik,I_i I_k}^\alpha \tau_{k,I_k}^{\alpha\gamma} X_{k,I_k}^\gamma, \quad (12)$$

برای به دست آوردن این رابطه از بسط پتانسیل مؤثر  $Z_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta}$  و دامنه‌های پراکندگی  $X_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta}$  استفاده شده است.

$$Z_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} = \sum_n \lambda_n X_{i,I_i}^{\alpha,n} X_{j,I_j}^{\beta,n}, \quad (13)$$

$$X_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} = \sum_n X_{i,I_i}^{\alpha,n} \frac{\lambda_n}{\lambda_n - 1} X_{j,I_j}^{\beta,n}. \quad (14)$$

در روابط (۱۲) تا (۱۴)، کمیت‌های  $X_{i,I_i}^\alpha$  و  $\lambda_n$  به ترتیب ویژه بردارها و ویژه مقادیر کرنل معادلات فدیف (۹) هستند. برای حل دستگاه معادلات همگن (۱۲) ابتدا باید عملگرهای شامل دو بوزون یکسان را متقارن کنیم [۳۰]. برای حل سیستم همگن و متقارن شده ابتدا باید معادلات انتگرالی را به شکل جبری درآورد و در ادامه به دنبال یک انرژی مختلط باشیم که درمینان ماتریس کرنل این معادلات برابر صفر شود. ما به دنبال یک قطب انرژی سه ذره‌ای هستیم که قسمت حقیقی آن مابین آستانه  $\bar{K}\bar{K}N$  و  $\pi\bar{K}\Sigma$  قرار گیرد. این قطب مطابق با یک تشدید در کانال  $\pi\bar{K}\Sigma$  و یک حالت شبه مقید در کانال  $\bar{K}\bar{K}N$  است.

### ۳. برهم‌کنش‌های دو ذره‌ای

در این بخش به معرفی برهم‌کنش‌های دو ذره‌ای مورد نیاز برای حل سیستم سه جسمی  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  خواهیم پرداخت. پتانسیل به کار رفته برای برهم‌کنش‌های  $\bar{K}\bar{K}$  و  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  از نوع جداپذیر و به صورت

$$V_{i,I_i}^{\alpha\beta}(\vec{k}_i^\alpha, \vec{k}_i^\beta) = \lambda_{i,I_i}^{\alpha\beta} g_{i,I_i}^\alpha(\vec{k}_i^\alpha) g_{i,I_i}^\beta(\vec{k}_i^\beta), \quad (15)$$

است که اندیس‌های  $\alpha, \beta = 1, 2$  نشان دهنده کانال برهم‌کنش هستند. مهم‌ترین برهم‌کنش در محاسبات فدیف سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$ ، برهم‌کنش  $\bar{K}N$  است که نقش تعیین کننده‌ای در انرژی سیستم دارد. از آنجاکه برهم‌کنش  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  قویاً تحت تأثیر تشدید  $\Lambda(1405)$  قرار دارد، و این تشدید در حالت موج s است، بنابراین تکانه زاویه‌ای مدارای تمامی برهم‌کنش‌ها در محاسبات فدیف آتی را صفر  $l=0$  در نظر خواهیم گرفت.

برهم‌کنش  $\bar{K}N$  ضروری است. چون برهم‌کنش  $\bar{K}N$  از طریق حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  به کانال  $\pi\Sigma$  جفت شده است، بنابراین برای حل معادلات فدیف سیستم جفت شده  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  باید سه کانال ذره‌ای  $(\bar{K}, \bar{K}, N)$ ،  $(\pi, \bar{K}, \Sigma)$  و  $(\bar{K}, \pi, \Sigma)$  و در نتیجه اندیس‌های ذره‌ای را در محاسبات فدیف مربوط به سیستم سه جسمی وارد کنیم. بنابراین باید برهم‌کنش‌های دوجسمی موجود در سیستم جفت شده  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  را به وسیله اندیس‌های فدیف و ذره‌ای نشان دهیم. احتساب کانال‌های ذره‌ای، و اندیس‌های ایزواسپینی در معادلات فدیف مستلزم تغییر در نمایش پتانسیل‌های جداپذیر مسئله  $V_i \rightarrow V_{i,I}^{\alpha\beta}$  است.

$$V_{i,I}^{\alpha\beta} = |g_{i,I}^\alpha \lambda_{i,I}^{\alpha\beta} g_{i,I}^\beta|. \quad (7)$$

در این رابطه اندیس‌های  $\alpha$  و  $i$  را به ترتیب برای نشان دادن اندیس ذره‌ای و فدیف به کار برده‌ایم. کمیت‌های  $g_{i,I}^\alpha$  و  $\lambda_{i,I}^{\alpha\beta}$  به ترتیب نشان دهنده شدت و تابع ساختار برهم‌کنش هستند. پتانسیل‌های جداپذیر رابطه (۷) به ماتریس‌های دامنه گذار جداپذیر با اندیس‌های متناظر منجر خواهند شد.

$$T_{i,I}^{\alpha\beta} = |g_{i,I}^\alpha \tau_{i,I}^{\alpha\beta} g_{i,I}^\beta|, \quad (8)$$

وجود اندیس‌های جدید و استفاده از پتانسیل‌های جداپذیر منجر به تغییرات زیر در نمایش تابع گرین آزاد سیستم سه جسمی  $G_* \rightarrow G_*^{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} G_*^\alpha$  و معادلات فدیف خواهد شد.

$$X_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} Z_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} + \sum_{k=\gamma=1}^3 \sum_{I_k} Z_{ik,I_i I_k}^\alpha \tau_{k,I_k}^{\alpha\gamma} X_{kj,I_k I_j}^{\gamma\beta}, \quad (9)$$

$$X_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} = g_{i,I_i}^\alpha |G_*^\alpha U_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} G_*^\beta| g_{j,I_j}^\beta, \quad (10)$$

$$Z_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} Z_{ij,I_i I_j}^\alpha = \delta_{\alpha\beta} (1 - \delta_{ij}) g_{i,I_i}^\alpha |G_*^\alpha| g_{j,I_j}^\beta. \quad (11)$$

در روابط (۹) تا (۱۱) عملگر  $X_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta}$  بیانگر دامنه پراکندگی و عملگر  $Z_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta}$  بیانگر پتانسیل مؤثر هستند. در دستگاه معادلات فوق‌الذکر به ازای هر اندیس ذره‌ای  $\alpha$  یک دسته مختصه تکانه ژاکوبی مربوط به اندیس‌های فدیف، ویژه حالت  $|\vec{q}_i^\alpha, \vec{p}_i^\alpha$ ، انرژی جنبشی درونی متناظر با مختصه‌ها و جرم‌های کاهش یافته  $\mu_i^\alpha, m_{jk}^\alpha \rightarrow \mu_i^\alpha, m_{jk}^\alpha$  معرفی می‌شود.

برای یافتن حالت‌های مقید و تشدید سیستم سه ذره‌ای،

۳.۱. برهم کنش  $K^-p$  در نزدیکی آستانه

کانال  $\bar{K}N$  در نزدیکی آستانه با کانال‌های باز  $\pi\Sigma$ ،  $\pi\Lambda$ ،  $K\Sigma$ ،  $\Lambda\eta$  و  $\Sigma\eta$  جفت شده است ولی جفت شدگی کانال  $\bar{K}N$  با کانال  $\pi\Sigma$  مهم‌تر از کانال‌های دیگر است [۲۹]. این موضوع را می‌توان از اندازه سطح مقطع‌های برهم کنش  $K^-p$ ، خصوصاً از مقایسه برهم کنش  $K^-p \rightarrow \pi^+\Sigma^-$  با برهم کنش کشسان  $K^-p$  دریافت. برای توصیف برهم کنش  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  به داده‌های تجربی‌ای که بتوان پارامترهای آزاد موجود در مدل برهم کنشی را تعیین کنند، نیاز داریم. قیدهایی که از آنها برای به دست آوردن پارامترهای پتانسیل استفاده می‌شود عبارتند از داده‌های مربوط به برهم کنش کشسان و ناکشسان  $K^-p$ ، طول پراکندگی  $K^-p$  [۳۷] و جرم و پهنای  $\Lambda(1405)$ . فرض می‌شود که تشدید  $\Lambda(1405)$  یک حالت شبه مقید با ایزواسپین  $I=0$  در کانال  $\bar{K}N$  و یک تشدید در کانال  $\pi\Sigma$  است. در کار حاضر از دو دسته مدل پدیده شناختی با ساختار تک قطبی و دو قطبی برای تشدید  $\Lambda(1405)$ ، در توصیف برهم کنش  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  استفاده خواهیم کرد [۳۱ و ۳۶]. پارامترهای این پتانسیل‌ها به گونه‌ای به دست آمده‌اند که داده‌های پراکندگی کشسان و ناکشسان  $K^-p$  به کانال‌های مختلف با کمترین خطا بازتولید شده‌اند و با استفاده از پارامترهای به دست آمده، جرم و پهنای حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  و سایر کمیت‌های فیزیکی مانند جابه‌جایی و پهنای انرژی تراز  $1s$  اتم هیدروژن کائونی بازتولید شده‌اند. تابع ساختار استفاده شده برای پتانسیل‌های تک قطبی و دو قطبی پدیده شناختی  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  در کانال  $\bar{K}N$  از نوع یاماگوچی [۳۸] و به صورت

$$g_I^\alpha(k_\alpha) = \frac{1}{(k^\alpha)^2 + (\Lambda_I^\alpha)^2}, \quad (16)$$

و در کانال  $\pi\Sigma$  با کمی تفاوت به شکل

$$g_I^\alpha(k_\alpha) = \frac{1}{(k^\alpha)^2 + (\Lambda_I^\alpha)^2} + \frac{s(\Lambda_I^\alpha)^2}{\left[(k^\alpha)^2 + (\Lambda_I^\alpha)^2\right]^2}, \quad (17)$$

است که در آن، پارامتر  $s$  در پتانسیل‌های تک قطبی برابر صفر است. پارامترهای این پتانسیل‌ها در مرجع [۳۱ و ۳۶] ارائه

شده‌اند. برای به دست آوردن این پارامترها از جرم‌های فیزیکی ذرات استفاده شده و همچنین اثر برهم کنش کولنی در نظر گرفته شده است. در کار حاضر، برای برهم کنش  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  از چهار سری پتانسیل استفاده شده است که دارای ساختار تک قطبی و دو قطبی تشدید  $\Lambda(1405)$  هستند. پتانسیل‌هایی که باز تولید کننده داده‌های مربوط به آزمایش SIDDHARTA [۳۱] و آزمایش KEK [۳۶] هستند در ادامه به ترتیب با نمادهای SIDD و KEK نشان داده شده‌اند. محل قطب‌های انرژی  $Z_{\bar{K}N}^{pole}$ ، برای چهار پتانسیل جفت شده  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  با ساختار تک قطبی  $(V_{\bar{K}N - \pi\Sigma}^{one-pole})$  و دو قطبی  $(V_{\bar{K}N - \pi\Sigma}^{two-pole})$  نسبت به آستانه  $\bar{K}N$  در جدول ۱ گزارش شده است.

۳.۲. برهم کنش  $\bar{K}\bar{K}$ 

داده‌های تجربی اندکی برای برهم کنش  $\bar{K}\bar{K}$  وجود دارد. این برهم کنش از نوع دافعه است و از آنجایی که برهم کنش  $\bar{K}\bar{K}$  در حالت مداری  $s$  و ایزواسپینی  $I=0$  غیرممکن است، برهم کنش تنها در حالت ایزواسپینی  $I=1$  امکان پذیر خواهد بود. در کار حاضر برهم کنش  $\bar{K}\bar{K}$  را به صورت یک پتانسیل جداپذیر با تابع ساختار یاماگوچی در نظر خواهیم گرفت.

$$g_{I=1}^{\bar{K}\bar{K}}(k_{\bar{K}\bar{K}}) = \frac{1}{(k_{\bar{K}\bar{K}})^2 + (\Lambda_{I=1}^{\bar{K}\bar{K}})^2}, \quad (18)$$

تنها مجهول‌های موجود در برهم کنش کائون-کائون، پارامتر شدت برهم کنش و پارامتر مربوط به برد برهم کنش هستند. برای تعیین این دو پارامتر به دو قید نیاز داریم ولی از آنجایی که اطلاعات کمی در رابطه با این برهم کنش وجود دارد، پارامتر مربوط به برد برهم کنش را به صورت دستی انتخاب خواهیم کرد و پارامتر شدت را نیز به نحوی انتخاب خواهیم کرد که این پتانسیل طول پراکندگی مربوط به برهم کنش  $K^+K^+$  را باز تولید کند. در این برهم کنش مقدار پارامتر  $\Lambda_{I=1}^{\bar{K}\bar{K}}$  (برد برهم کنش) را  $3/9 \text{ fm}^{-1}$  در نظر گرفته‌ایم [۳۹] تا اثرات مربوط به انتقال مزون‌های سنگینی چون  $\rho$  مزون در نظر گرفته شود. با توجه به اینکه طول پراکندگی محاسبه شده برای برهم کنش  $K^+K^+$  با استفاده از محاسبات شبیه‌سازی QCD شبکه‌ای برای

جدول ۱. محل قطب‌های انرژی  $z_{\bar{K}N}^{pole}$ ، برای پتانسیل جفت شده  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  با ساختار تک‌قطبی  $(V_{\bar{K}N-\pi\Sigma}^{one-pole})$  و دوقطبی  $(V_{\bar{K}N-\pi\Sigma}^{two-pole})$ . مقدار حقیقی هر کدام از قطب‌ها نسبت به آستانه جرمی  $\bar{K}N$  محاسبه شده است.

	$V_{\bar{K}N-\pi\Sigma}^{one-pole}$	$V_{\bar{K}N-\pi\Sigma}^{two-pole}$
$z_{\bar{K}N}^{pole} [MeV]$ پتانسیل SIDD [۳۱]	$-۶/۶ - i۴۶/۶$	$-۱۶/۵ - i۵۶/۹$ $-۵۲/۶ - i۱۰۴/۲$
$z_{\bar{K}N}^{pole} [MeV]$ پتانسیل KEK [۳۶]	$-۲۳/۳ - i۳۵/۸$	$-۲۳/۸ - i۳۵/۹$ $-۵۳/۸ - i۱۰۴/۸$

پتانسیل‌های پدیده شناختی در سه حالت مختلف (الف) حالتی که برهم‌کنش  $(\bar{K}N)_{I=1}$  در محاسبات منظور شده  $(\bar{K}N)$  کامل، (ب) حالتی که برهم‌کنش  $(\bar{K}N)_{I=1}$  در محاسبات منظور نشده  $(\bar{K}N)_{I=1}$  خاموش) و (ج) حالتی که برهم‌کنش  $\bar{K}\bar{K}$  در محاسبات منظور نشده  $(\bar{K}\bar{K})$  خاموش) باشد، محاسبه و در جدول ۲ گزارش شده است.

مقایسه مقادیر حقیقی انرژی سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  در جدول ۲ با مقادیر متناظر قطب انرژی  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  در جدول ۱ به ازای پتانسیل‌های برهم‌کنشی مختلف، بیانگر آن است که انرژی بستگی سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  نسبت به حالت تشدید  $\Lambda(۱۴۰۵)$  افزایش یافته است. چنین افزایش انرژی بستگی‌ای می‌تواند کانال واپاشی  $\bar{K} + \Lambda(۱۴۰۵)$  را برای سیستم سه‌ذره‌ای  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  مسدود کند و نهایتاً سیستم سه جسمی پهنایی کوچک‌تر و یا از مرتبه پهنای  $\Lambda(۱۴۰۵)$  داشته باشد. مقایسه نتایج جدول ۱ و ۲ به وضوح بیانگر کاهش پهنای سیستم سه جسمی در مقایسه با پهنای حالت  $\Lambda(۱۴۰۵)$  هستند. نتایج کار حاضر نشان می‌دهند که قطب انرژی سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  به اندازه چند  $MeV$  پایین‌تر از آستانه  $\bar{K} + \Lambda(۱۴۰۵)$  قرار می‌گیرد که با نتایج حاصل از محاسبات وردشی [۲۸] و فدیف [۳۰] در توافق است.

مقایسه مقادیر انرژی سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  در جدول ۲ به ازای پتانسیل‌های مختلف در دو حالت  $\bar{K}N$  کامل و  $(\bar{K}N)_{I=1}$  خاموش بیانگر آن است که در چنین سیستمی اثرات برهم‌کنش  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  در حالت ایزواسپین  $I=1$  در انرژی سیستم مورد بررسی ناچیز است و نقش غالب را برهم‌کنش  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  در حالت ایزواسپینی  $I=0$  ایفا می‌کند. این مسئله با توجه به اینکه پتانسیل مؤثر برهم‌کنش  $\bar{K}N$

جرم‌های کواری متناظر با  $m_{\pi} = 170 - 710 MeV$  برابر مقدار  $a_{K^+K^+} = -0.141 \pm 0.006 fm$  است [۴۰]، شدت برهم‌کنش  $\lambda_{\bar{K}\bar{K}} = 0.182 fm^{-2}$  نتیجه خواهد شد.

#### ۴. نتایج

در کار حاضر محاسبات سه جسمی را برای حالت شبه مقید  $[N(\bar{K}\bar{K})_{I=1}]_{I=\frac{1}{2}, J^P=\frac{1}{2}^+}$  در سیستم کانال‌های جفت شده  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$ ، با استفاده از روش فدیف غیرنسبیتی در فضای تکانه با فرض این که تمامی برهم‌کنش‌ها در حالت موج  $s$  رخ می‌دهند، انجام داده‌ایم. در حال حاضر هیچ داده تجربی مربوط به برهم‌کنش  $\bar{K}\bar{K}$  در دسترس وجود ندارد. در حالی که در مورد برهم‌کنش  $\pi\bar{K}$ ، می‌توان با استفاده از داده‌های تجربی مربوط به برهم‌کنش  $\pi K$  یک مدل برهم‌کنشی برای سیستم  $\pi\bar{K}$  به دست آورد. در محاسبات حاضر فرض خواهیم کرد که برهم‌کنش‌های دو ذره‌ای  $\pi\bar{K}$  و  $\bar{K}\Sigma$  تأثیر چندانی بر انرژی سیستم تحت بررسی نخواهند داشت و از آنها صرف نظر خواهیم کرد. با توجه به این که در کار حاضر برهم‌کنش‌های دو ذره‌ای  $\pi\bar{K}$  و  $\bar{K}\Sigma$  مستقیماً در نظر گرفته نخواهند شد، نقش کانال  $\pi\bar{K}\Sigma$  به صورت مؤثر با استفاده از پتانسیل اپتیکی معادل کانال‌های جفت شده که تقریب بسیار خوبی است، در محاسبات منظور خواهد شد [۱۵].

برای بررسی وابستگی انرژی سیستم سه جسمی به برهم‌کنش دو جسمی  $\bar{K}N - \pi\Sigma$ ، از چهار نوع پتانسیل پدیده شناختی معرفی شده در جدول ۱ استفاده کرده‌ایم. مقادیر قطب انرژی سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  نسبت به آستانه  $\bar{K}\bar{K}N$  برای

جدول ۲. وابستگی قطب انرژی  $\bar{K}\bar{K}N$  به برهم کنش های دو ذره ای در سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  با استفاده از پتانسیل های پدید شده شناختی جفت شده  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\Sigma$  با ساختار تک قطبی ( $V_{\bar{K}\bar{K}N-\pi\Sigma}^{one-pole}$ ) و دو قطبی ( $V_{\bar{K}\bar{K}N-\pi\Sigma}^{two-pole}$ ) در جدول ۱. مقادیر قطب انرژی نسبت به آستانه جرمی  $\bar{K}\bar{K}N$  (قسمت حقیقی) برای سه حالت  $\bar{K}\bar{K}N$  کامل،  $(\bar{K}\bar{K}N)_{I=1}$  خاموش و  $\bar{K}\bar{K}$  خاموش، محاسبه و گزارش شده است.

		$V_{\bar{K}\bar{K}N-\pi\Sigma}^{one-pole}$	$V_{\bar{K}\bar{K}N-\pi\Sigma}^{two-pole}$
	کامل $\bar{K}\bar{K}N$	$-17/8 - i56/7$	$-27/6 - i41/2$
SIDD	$z_{\bar{K}\bar{K}N}^{pole} [MeV]$ پتانسیل	$(\bar{K}\bar{K}N)_{I=1}$ خاموش	$-12/1 - i53/8$
	$\bar{K}\bar{K}$ خاموش	$-27/9 - i55/1$	$-32/0 - i35/9$
	کامل $\bar{K}\bar{K}N$	$-27/5 - i38/1$	$-26/7 - i30/6$
KEK	$z_{\bar{K}\bar{K}N}^{pole} [MeV]$ پتانسیل	$(\bar{K}\bar{K}N)_{I=1}$ خاموش	$-26/4 - i35/8$
	$\bar{K}\bar{K}$ خاموش	$-33/2 - i37/9$	$-30/4 - i27/2$

می باشند. به همین منظور ابتدا در شکل ۲، رفتار رد قطب حالت تشدید  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\Sigma$  را با افزایش تصنعی شدت برهم کنش  $\bar{K}\bar{K}N$  در حالت ایزواسپینی صفر برای دو ساختار تک قطبی و دو قطبی پتانسیل KEK (جدول ۱) محاسبه و نشان داده ایم. با افزایش تصنعی شدت پتانسیل  $\bar{K}\bar{K}N$  در حالت ایزواسپینی صفر، در هر دو ساختار تک قطبی و دو قطبی انرژی بستگی حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  افزایش می یابد و پهنای حالت، ابتدا رفتاری افزایشی و در ادامه کاهشی را پیش رو می گیرد. رفتار کاهشی پهنای حالت تشدید  $\Lambda(1405)$ ، ناشی از تضعیف جفت شدگی کانال  $\bar{K}\bar{K}N$  به کانال واپاشی  $\pi\Sigma$  است. کاهش پهنای  $\Lambda(1405)$  تا جایی که کانال های واپاشی نهایی به خاطر انرژی سیستم مسدود شوند، ادامه می یابد و نهایتاً پهنای  $\Lambda(1405)$ ، در انرژی های پایین تر از آستانه  $\pi\Sigma$  صفر می شود تا  $\pi\Sigma$  از یک حالت شبه مقید به یک حالت مقید تبدیل شود.

رفتار رد قطب حالت تشدید سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  را برای دو ساختار تک قطبی و دو قطبی پتانسیل KEK محاسبه و در شکل ۳ نشان داده ایم. با افزایش تصنعی  $\lambda_{\bar{K}\bar{K}N-\bar{K}N}^{I=0}$ ، انرژی و پهنای سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  رفتاری کاملاً شبیه به رفتار رد قطب سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\Sigma$  از خود نشان می دهد که منجر به افزایش انرژی بستگی سیستم و به طور همزمان کاهش پهنای حالت سیستم می شود.

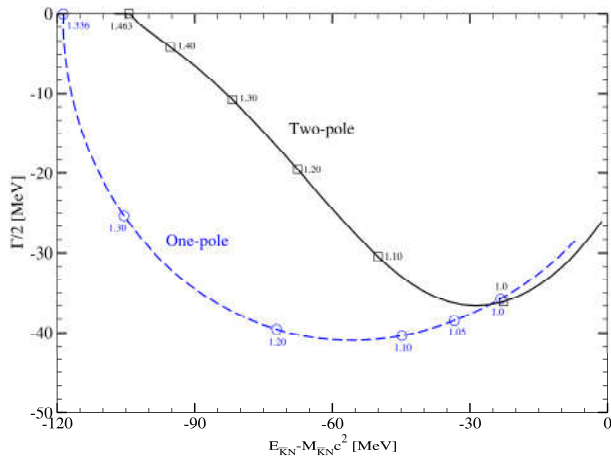
در سیستم سه ذره ای حاضر، به گونه ای است که نسبت سهم برهم کنش های  $(\bar{K}\bar{K}N)_{I=0}$  به  $(\bar{K}\bar{K}N)_{I=1}$  به صورت ۳ به ۱ است و این که برهم کنش  $(V_{\bar{K}\bar{K}N}^{eff} = \frac{3}{4}V_{\bar{K}\bar{K}N}^{I=0} + \frac{1}{4}V_{\bar{K}\bar{K}N}^{I=1})$  نسبت به  $(\bar{K}\bar{K}N)_{I=1}$  بسیار جاذب تر است، در توافق کامل و قابل درک است.

به منظور بررسی اثر برهم کنش دافعه  $\bar{K}\bar{K}$  بر انرژی بستگی سیستم سه جسمی  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$ ، انرژی بستگی سیستم را در حالتی که برهم کنش دافعه کائون-کائون در محاسبات منظور نشده است ( $\bar{K}\bar{K}$  خاموش)، در جدول ۲ گزارش کرده ایم. همان گونه که از نتایج پیداست، این برهم کنش در سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  به صورت دافع اثرگذار است و قادر است که انرژی بستگی سیستم را  $10-4 MeV$  تغییر دهد.

در ادامه برای بررسی قطب دامنه پراکندگی سه جسمی، رفتار رد قطب حالت تشدید  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  را به طور تصنعی با افزایش شدت برهم کنش  $\bar{K}\bar{K}N \rightarrow \bar{K}\bar{K}N$  در حالت ایزواسپینی  $I=0$  از مقدار فیزیکی آن، دنبال می کنیم. ضریب  $f$  را به عنوان یک ضریب شدت به صورت

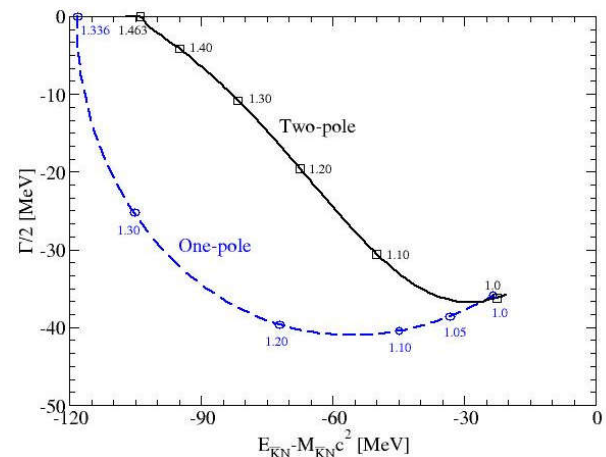
$$\bar{\lambda}_{\bar{K}\bar{K}N-\bar{K}N}^{I=0} = f * \lambda_{\bar{K}\bar{K}N-\bar{K}N}^{I=0}, \quad (19)$$

تعریف می کنیم که در آن  $\lambda_{\bar{K}\bar{K}N-\bar{K}N}^{I=0}$  و  $\bar{\lambda}_{\bar{K}\bar{K}N-\bar{K}N}^{I=0}$  به ترتیب پارامترهای شدت پتانسیل فیزیکی و پتانسیل تصنعی



شکل ۳. رفتار رد قطب حالت تشدید  $\bar{K}\bar{K}N - \bar{K}\pi\Sigma$  برای دو پتانسیل جفت شده با ساختار تک قطبی و دو قطبی پتانسیل KEK با محاسبات انجام شده در کانال‌های جفت شده. شدت برهم‌کنش  $\bar{K}N$  در حالت ایزواسپینی صفر را به طور تصنعی با ضریب  $f$  از مقدار فیزیکی آن افزایش داده‌ایم. مقادیر  $f$  در کنار نمودارها نشان داده شده است.

گونه‌ای به دست آورده‌ایم که طول پراکندگی  $\bar{K}\bar{K}$  به دست آمده از محاسبات QCD شبکه‌ای را بازتولید کند. در نهایت نشان دادیم که علی‌رغم وجود دافعه  $\bar{K}\bar{K}$ ، سیستم  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  دارای یک حالت شبه مقید با انرژی  $17-28$  MeV است و پهنای آن در بازه  $61-110$  MeV قرار دارد. نتایج محاسبات بیانگر آن است که انرژی بستگی سیستم  $\bar{K}\bar{K}N$  تنها چند MeV پایین‌تر از آستانه  $\bar{K} + \Lambda(1405)$  قرار می‌گیرد که در توافق با نتایج دیگران [۲۸، ۳۰] است.



شکل ۴. رفتار رد قطب حالت تشدید  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  برای دو پتانسیل جفت شده با ساختار تک قطبی و دو قطبی پتانسیل KEK با محاسبات انجام شده در کانال‌های جفت شده. شدت برهم‌کنش  $\bar{K}N$  در حالت ایزواسپینی صفر را به طور تصنعی با ضریب  $f$  از مقدار فیزیکی آن افزایش داده‌ایم. مقادیر  $f$  در کنار نمودارها نشان داده شده است.

## ۵. جمع‌بندی

در این مقاله با استفاده از روش فدیف سیستم سه جسمی  $\bar{K}\bar{K}N - \pi\bar{K}\Sigma$  را مورد بررسی قرار داده‌ایم. به عنوان ورودی، از پتانسیل‌های مختلف پدیده شناختی برای توصیف برهم‌کنش  $\bar{K}N - \pi\Sigma$  استفاده کرده‌ایم. پتانسیل‌های مورد استفاده، داده‌های تجربی مربوط به برهم‌کنش  $\bar{K}N$  را بازتولید می‌کنند و همزمان توصیف کننده ساختار تک قطبی و دو قطبی تشدید  $\Lambda(1405)$  هستند. در کار حاضر پارامترهای برهم‌کنش دافعه  $\bar{K}\bar{K}$  را به

## مراجع

1. C J Batty, E Friedman and A Gal, *Phys. Rep.* **287** (1997) 385.
2. Y Akaishi, and T Yamazaki, *Phys. Rev. C* **65** (2002) 0444005.
3. T Yamazaki, and Y Akaishi, *Phys. Lett. B* **535** (2002) 70.
4. T Yamazaki, and Y Akaishi, *Phys. Rev. C* **76** (2007) 045201.
5. T Kishimoto *et al.*, *Nucl. Phys. A* **745** (2005) 383.
6. M Agnello *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 212303.
7. T Yamazaki *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **104** (2010) 132502.
8. K Nakamura, *J. Phys. G* **37** (2010) 075021.
9. J Esmaili, Y Akaishi, and T Yamazaki, *Phys. Lett. B* **686** (2010) 23.
10. J Esmaili, Y Akaishi, and T Yamazaki, *Phys. Rev. C* **83** (2011) 055207.
11. M Iwasaki *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 3067; T M Ito, *et al.*, *Phys. Rev. C* **58** (1998) 2366.
12. G Beer *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 212302.
13. Y Nogami, *Phys. Lett.* **7** (1963) 288.
14. N V Shevchenko, A Gal, and J Mares, *Phys. Rev. Lett.* **98** (2007) 082301.
15. N V Shevchenko, A Gal, J Mares, and J Revai, *Phys. Rev. C* **76** (2007) 0444004.
16. Y Ikeda, and T Sato, *Phys. Rev. C* **76** (2007) 035203.
17. Y Ikeda, and T Sato, *Phys. Rev. C* **79** (2009) 035201.
18. A Dote, T Hyodo, and W Weise, *Nucl. Phys. A* **804**



28. Y Kanada-En'yo, and D Jido, *Phys. Rev. C* **78** (2008) 025212.
29. T Hyodo, and W Weise, *Phys. Rev. C* **77** (2008) 035204.
30. N V Shevchenko, and J Haidenbauer, *Phys. Rev. C* **92** (2015) 044001.
31. N V Shevchenko, *Nucl. Phys. A* **890-891** (2012) 50.
32. N V Shevchenko, and J Revai, *Phys. Rev. C* **90** (2014) 034003.
33. L D Faddeev, *Sov. Phys. JEPT* **12** (1961) 1014; "Mathematical aspects of the three-body problem in quantum scattering theory", Stelov Math. Institute 69 (1963).
34. A Yacubovsky, *Sov. J. Nucl. Phys.* **5** (1967) 1312.
35. E O Alt, P Grassberger, and W Sandhas, *Nucl. Phys. B* **2** (1967) 167.
36. N V Shevchenko, *Phys. Rev. C* **85** (2012) 034001.
37. Y Ikeda, T Hyodo, and W Weise, *Nucl. Phys. A* **881** (2012) 98.
38. Y Yamaguchi, *Phys. Rev.* **95** (1954) 1628.
39. S Maeda, Y Akaishi, and T Yamazaki, *Proc. Jpn. Acad. Ser. B* **89** (2013) 418.
40. S R Beane, *et al.*, (NPLQCD Collaboration), *Phys. Rev. D* **77** (2008) 094507.
- (2008) 197.
19. A Dote, T Hyodo, and W Weise, *Phys. Rev. C* **79** (2009) 014003.
20. Y Ikeda, H Kamano, and T Sato, *Prog. Theor. Phys.* **124** (2010) 533.
21. J. Esmaili *et al.*, *Iranian Journal of Physics Research* **12** 2 (2012) 137.
۲۱. ج اسماعیلی و همکاران، مجله پژوهش فیزیک ایران ۱۲ ۲ (۱۳۹۱) ۱۳۷.
22. S Marri and S Z Kalantari, *Eur. Phys. J. A* **52** (2016) 282.
23. S Marri, S Z Kalantari, and J Esmaili, *Eur. Phys. J. A* **52** (2016) 361.
24. T Nagae, J-PARC proposal E27; Y Ichikawa *et al.*, *Prog. Theor. Exp. Phys.* **021 D** (2015) 01.
25. M Iwasaki *et al.*, J-PARC E15 proposal; T Hiraiwa, *et al.*, *Int. J. Mod. Phys. A* **26** (2011) 561.
26. N Kaiser, P B Siegel, and W Weise, *Nucl. Phys. A* **594** (1995) 325; E Oset and A Ramos, *ibid. A* **635** (1998) 99; J A Oller, and U G Meissner, *Phys. Lett. B* **500** (2001) 263; M F M Lutz, and E E Kolomeitsev, *Nucl. Phys. A* **700** (2002) 193.
27. Y Ikeda *et al.*, *Prog. Theor. Phys.* **125** (2011) 1205.