

## سالیتهای اپتیکی پوششی یک بعدی در مواد نورشکستی و برهمکنش ناهمدوس میان آنها

علیرضا کشاورز و عبدالناصر ذاکری<sup>۱</sup>

بخش فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز

۱. e-mail: [zakeri@physics.susc.ac.ir](mailto:zakeri@physics.susc.ac.ir)

(دریافت مقاله: ۸۲/۸/۱۸ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۳/۴/۳)

### چکیده

مبانی نظری سالیتهای اپتیکی پوششی یک بعدی در بلورهای نورشکستی بر اساس نظریه پراش یک بعدی و مدل کوختاروف مطالعه می‌شود. به منظور یافتن جواب سالیتهای معادلات غیرخطی حاکم و بررسی انتشار سالیتهای در طول بلور، روش مناسب و جدیدی بر اساس روش عددی کرانک-نیکلسون به همراه روش عددی تفاضل مرکزی معرفی و تابع توزیع شدت سالیتهای و نیز چگونگی تغییرات ضریب شکست در اثر واکنش غیرخطی محیط به دست آورده می‌شود. همچنین پایداری سالیتهای در طول انتشار بررسی می‌شود. بر اساس مدل ارائه شده برهمکنش ناهمدوس میان سالیتهای در یک بعد شبیه سازی و تأثیر فاصله نسبی میان سالیتهای در اثر متقابل با یکدیگر و نیز تأثیر شدت میان پرتوها در برهمکنش مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل علاوه بر اینکه راهنمای خوبی به منظور استفاده در کارهای تجربی است، زمینه مناسبی برای مطالعه خواص فیزیکی سالیتهای نورشکستی دو بعدی را فراهم می‌آورد.

**واژه‌های کلیدی:** اثر نورشکستی، اثر پاکلز، مدل کوختاروف، سالیتهای اپتیکی، سالیتهای نورشکستی، پایداری سالیتهای، برهمکنش سالیتهای، روش عددی کرانک-نیکلسون

### ۱. مقدمه

اولین گزارش از بسته موجهای جایگزیده در سال ۱۸۳۴ میلادی توسط دانشمند اسکاتلندی جان. اس. راسل (*John.S.Russell*) ارائه شد. وی مشاهده کرد که یک موج منفرد خوش ترکیب می‌تواند مسافت زیادی را در یک کانال باریک و کم عمق بدون تغییر شکل یا کاهش سرعت طی کند. حدود پانزده سال بعد کورتوگ (*Korteweg*) و دوریس (*deVries*) متوجه شدند که امواج منفرد دامنه‌ای بزرگتر از حد معمول دارند که ناشی از رفتار غیرخطی محیط است. در سال ۱۹۶۵ میلادی زاباسکی (*Zabusky*) و کراسکل (*Kruskal*) در بررسی برخورد میان چنین بسته موجهایی به نتایج جالبی دست یافتند. آنها متوجه شدند که انرژی و سرعت اولیه این امواج در برخوردها پایسته می‌ماند. در واقع این بسته موجهای جایگزیده در برهمکنش با

یکدیگر مانند ذرات رفتار می‌کنند و به این دلیل آنها را سالیتهای نامیدند [۱ و ۲].

از نظر ریاضی سالیتهای جوابهایی از معادلات دیفرانسیل غیرخطی با مشتقات جزئی انتگرال پذیر هستند. سیستمی که با چنین معادلاتی قابل توصیف باشد یک سیستم انتگرال پذیر نامیده می‌شود. معادله غیرخطی شرودینگر (*NLSE*)، معادله حاکم بر تحول و انتشار پرتو اپتیکی در محیطهای غیرخطی کر<sup>۱</sup>، مثال آشنایی از این گونه معادلات است. جوابهای سالیتهای چنین سیستم انتگرال پذیری، یعنی سالیتهای کر نشان می‌دهد که علاوه بر پایستار بودن انرژی و سرعت هنگام برخورد، تعداد سالیتهای هم پایسته می‌ماند. این جوابها به خوبی توصیف کننده اثر خود-کانونی<sup>۲</sup> نور لیزر در محیطهای غیرخطی است [۳ و ۴]

۱. Kerr nonlinear medium

۲. Self-focusing effect

دانشگاه آرکانزاس (*Arkansas*) هر چند ناپایدار مشاهده گردید [۱۰]، تا اینکه در سال ۱۹۹۴ میلادی برای اولین بار وجود پرتو خود به دام افتاده پایدار یا سالیتون فضایی نور شکستی توسط سگیف (*Segev*) و همکارانش [۱۱] و به طور مستقل توسط کریستو دولیدس (*Christodoulides*) و کاروالهو (*Carvalho*) در سال ۱۹۹۵ میلادی پیش بینی شد [۱۲] و به صورت تجربی هم مورد تأیید قرار گرفت [۱۳ تا ۱۵]. تاکنون نمونه‌های متنوعی از سالیتونها در مواد نور شکستی شناخته شده است، که هر کدام مباحث نظری و عملی بسیاری را به خود اختصاص داده‌اند. در این راستا می‌توان به سالیتونهای شبه پایا<sup>۴</sup> [۹ و ۱۰]، سالیتونهای پوششی<sup>۵</sup> [۱۱ و ۱۵]، سالیتونهای نورولتاژی<sup>۶</sup> [۱۶ و ۱۷] و سالیتونها در مواد غیرخطی نور شکستی با تقارن مرکزی اشاره کرد [۱۸].

مهمترین مشخصه مواد نور شکستی پاسخ غیرخطی محیط به توانهای کم میدان اپتیکی از مرتبه میکرو وات است. این به دلیل وابستگی تغییرات ضریب شکست ( $\Delta n$ ) به نسبت  $I/I_d$  است که در آن  $I$  شدت میدان اپتیکی است و  $I_d$  که به شدت تاریک معروف است، پارامتر مشخصه ماده است که متناسب با هدایت ویژه بلور خاموش است. از آنجا که شدت تاریک نوعاً در مواد نور شکستی کوچک است، حساسیت غیرخطی این مواد در توانهای کم قابل ملاحظه است. علاوه بر این پاسخ غیرخطی ماده به طول موج پرتو اپتیکی نیز بستگی دارد. لیزرهای کم توان هلیم-نئون ( $He-Ne$ )، نيمرسانا و یون-آرگون از جمله لیزرهای هستند که اثر نور شکستی را آشکار کرده‌اند. مزیت دیگر این مواد حذف اثر غیرخطی با اعمال یک میدان الکتریکی قوی یا تأثیرات حرارتی است [۱۹ تا ۲۴].

## ۲. مبانی نظری سالیتونها در مواد نور شکستی

سالیتونهای اپتیکی فضایی پرتوهای خود به دام افتاده‌ای هستند که بدون واگرایی ناشی از پراش، که واضحترین مشخصه انتشار

که امروزه کاندید مناسبی برای سیستمهای ارتباطات اپتیکی طولانی به شمار می‌روند [۵ و ۶]. با این وجود بسیاری از سیستمهای فیزیکی انتگرال‌ناپذیرند، اما هنوز هم می‌توان برای برخی از این سیستمها جوابهای منفردی یافت به طوری که خواصی نظیر سالیتونها داشته باشند. بسته موجهای خود به دام افتاده در چنین سیستمهایی را امواج منفرد می‌نامند. در برخورد میان این امواج بر خلاف سالیتونها تعداد ممکن است پایسته نماند، اما هنوز هم خواص ذره گونه این بسته موجها مشهود است [۷]. با این وجود هر چند که لفظ سالیتون از نظر ریاضی به امواج جایگزیده در سیستمهای انتگرال‌پذیر برمی‌گردد، اما امروزه در اپتیک غیرخطی مدرن به امواج منفرد در سیستمهای انتگرال‌ناپذیر هم سالیتون گفته می‌شود [۸].

امکان انتشار سالیتونها در بسیاری از سیستمهای فیزیکی به اثبات رسیده است و آزمایشها و مبانی نظری بسیاری برای آشکار کردن صورت واقعی سالیتونها و برهمکنش میان آنها در چند بعد گزارش شده است. نمایش چنین سالیتونهایی به صورت  $(m+1)D$  است که  $m$  معرف بعد تولید سالیتون و یک بعد انتشار است. در این میان سالیتونهای اپتیکی فضایی، تحقیقات وسیع و دامنه‌داری را به خود اختصاص داده‌اند. وجود سالیتونهای روشن و تاریک از نوع سالیتونهای نور شکستی<sup>۱</sup> ( $PR$ )، سالیتونهای کر، سالیتونهای درجه دو<sup>۲</sup> و سالیتونها در مواد اشباع‌پذیر در یک بعد و دو بعد به صورت تجربی به اثبات رسیده است. در سالهای اخیر سالیتونهای نور شکستی به دلیل عرضه انواع جالبی از سالیتونها به همراه خواص و فرآیندهای مختلف اشباع غیرخطی و برهمکنش میان آنها با استفاده از توانهای کم میدان اپتیکی، بیش از دیگر سالیتونها مورد توجه قرار گرفته‌اند.

امکان تولید سالیتونها بر پایه اثر نور شکستی برای اولین بار در سال ۱۹۹۲ میلادی پیش‌بینی شد [۹] و یک سال بعد در بلور استراتنیم باریم نیوبیت<sup>۳</sup> ( $SBN$ ) به صورت تجربی در

۱. Photorefractive solitons

۲. Quadratic solitons

۳. Strontium barium Niobate

۴. Quasi-steady state solitons

۵. Screening solitons

۶. Photovoltaic solitons

میدان خارجی  $dc$  در امتداد محور  $C$  بلور (که منطبق بر محور  $x$ ها فرض می شود) قرار گرفته است، چنانچه قطبش پرتو فرودی بر محور اصلی بلور منطبق باشد، جمله مؤثر تانسور الکترواپتیکی  $r_{33}$  خواهد بود. تحت این شرایط با در نظر گرفتن  $\vec{E} = B(x, z)\hat{e}_x$  و تعریف  $x$  و طول پراش  $l_D = kn \cdot x^2$ ، معرف مقیاسهای بهنجارش به ترتیب در جهت عرضی و جهت انتشار، معادله انتشار پیرا محوری اسکالری در مختصات بدون بعد از معادله (۱) به صورت زیر معرفی می شود:

$$i\partial_z B + \frac{1}{4}\partial_{xx} B = \frac{1}{4}\gamma E_{sc} B, \quad (2)$$

به طوری که  $\gamma = k^2 n^4 x^2 r_{33}$  ثابت جفت شدگی در ماده نورشکستی است.

میدان بار فضایی  $E_{sc}$  ناشی از اثر غیرخطی محیط نورشکستی را می توان با استفاده از مدل کوختاروف<sup>۲</sup> و همکارانش به دست آورد [۲۶]. بر اساس این مدل مجموعه معادلات حاکم بر تولید و ترکیب مجدد الکترونها و حفرهها معروف به معادلات ترابرد-بار<sup>۳</sup> در حالت پایا به صورت زیر است:

$$S_r n_e N_D^+ = S_i (I + I_d) (N_D - N_D^+), \quad (3)$$

$$\rho = e(N_D^+ - N_A - n_e) = \varepsilon_r \hat{e}_r \frac{\partial E_{sc}}{\partial x}, \quad (4)$$

$$J = e\mu(n_e E_{sc} + \frac{K_B T}{e} \frac{\partial n_e}{\partial x}), \quad (5)$$

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 0 \Rightarrow J = const., \quad (6)$$

که در آن  $N_D$  چگالی دهندهها،  $N_D^+$  چگالی دهندههای یونیزه شده،  $N_A$  چگالی پذیرندهها،  $n_e$  چگالی الکترونهای آزاد،  $e$  و  $\mu$  به ترتیب بار الکتریکی و جنبش ویژه الکترون،  $S_i$  سطح مقطع نور تحریکی و  $S_r$  آهنگ ترکیب مجدد الکترونها و حفرهها می باشند.  $\rho$  و  $J$  نیز به ترتیب معرف چگالی بار و چگالی جریان است. همچنین  $\hat{e}_r$  تانسور دی الکتریک،  $\varepsilon$  ثابت گذردهی خلاء و  $T$  دمای مطلق است.

یک موج است، منتشر می شوند. انتشار پرتو در محیطهای نورشکستی خاموش که در آنها اثر غیرخطی فعال نیست، با پراش قابل ملاحظه ای همراه است. با این وجود در صورت ایجاد واکنش غیرخطی محیط امکان مناسبی برای شکل گیری سالیتهای به وجود می آید. لفظ سالیتهای در این مورد به موج منفردی اطلاق می شود که بدون تغییر شکل و تغییر در مقطع عرضی شدت درون بلور انتشار می یابد. چنین سالیتهایی را سالیتهای فضایی نورشکستی می نامند.

سالیتهای فضایی جوابهایی از معادلات ماکسول هستند. یک پرتو اپتیکی در حال انتشار در ماده نورشکستی در راستای محور  $z$ ها را در نظر بگیرید به طوری که امکان پراش آن در راستای محور  $x$ ها فراهم باشد، میدان الکتریکی پرتو نورانی  $\vec{E}$  در معادله موج هلمهولتز در محیطهای غیرخطی یعنی  $\nabla^2 \vec{E} + (k\hat{n})^2 \vec{E} = 0$  صدق می کند. که در آن عملگر لاپلاسین،  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  ثابت انتشار در خلاء و  $\hat{n}^2 = \hat{n}^2(|\vec{E}|^2)$  تانسور ضریب شکست محیط غیرخطی است. در تقریب پیرا محوری انتشار پرتو در بلور نورشکستی را می توان با معادله موج پیرا محوری توصیف کرد [۲۵]:

$$i k n \partial_z \vec{E} + \partial_{xx} \vec{E} + k^2 (\hat{n}^2 - n^2) \vec{E} = 0, \quad (1)$$

که در آن  $\vec{E} = \vec{E}(x, z)$  میدان کند تغییر در حال انتشار در راستای محور  $z$ هاست به گونه ای که بتوان از جمله  $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}$  در معادله موج هلمهولتز صرف نظر کرد.  $\partial_{xx} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$  عملگر لاپلاسین عرضی یک بعدی و  $\partial_z = \frac{\partial}{\partial z}$  عملگر مشتق نسبت به  $z$  است. همچنین  $n$  ضریب شکست بلور خاموش می باشد. بر طبق اثر پاکلز<sup>۱</sup> وجود میدان الکتریکی داخل بلور ضریب شکست بلور را به صورت  $\hat{n}^2 = n^2 - n^4 r_{eff} E_{sc}$  تغییر می دهد، به طوری که  $r_{eff}$  جمله مؤثر تانسور الکترواپتیکی است و  $E_{sc}$  مؤلفه میدان بار فضایی در راستای محور  $x$ ها می باشد. در بلور غیرخطی نورشکستی  $SBN$  که تحت اعمال

۲. Kukhtarev model

۳. Charge-transport equations

۱. Pokels effect

$$\Delta n = -\frac{1}{\gamma} n^2 r_{eff} E_{sc} = -\left(\frac{V}{L}\right) \left(\frac{1}{\gamma} n^2 r_{rr}\right) (1+I)^{-1}. \quad (10)$$

در اینجا فرض شده است پهنای بلور  $L$  (از مرتبه میلی متر) خیلی بزرگتر از پهنای میدان اپتیکی (از مرتبه میکرو متر) است و در نتیجه میدان خارجی  $E$  را می توان بر حسب پتانسیل به صورت  $E = \frac{V}{L}$  بیان کرد. همان گونه که مشاهده می شود چنانچه یک پرتو اپتیکی با شدت عرضی غیر یکنواخت مانند یک پرتو گوسی به محیط نورشکستی بتابد، تغییرات ضریب شکست در نقاطی که شدت کمتر است افزایش می یابد، به طوری که ضریب شکست در مرکز پرتو بیشترین مقدار خود را دارد. این تغییرات محیط را به یک عدسی اپتیکی مثبت تبدیل می کند که تمایل به همگرایی پرتو دارد و در شرایط مناسب می تواند به طور کامل اثر واگرایی ناشی از پراش را خنثی کند. در این حالت یک بسته موج خود-کانونی شده در عدسی که خود القا کرده است به دام می افتد. این بسته موج خود به دام افتاده همان سالیتون اپتیکی فضایی است.

به بیان دیگر در حالی که  $\Delta n$  منفی است، تغییرات ضریب شکست محیط را به یک موجبر با ضریب شکست تدریجی<sup>۲</sup> تبدیل می کند. این موجبر محیط مناسبی برای انتشار پرتویی است که موجبر را القاء کرده است. مد اصلی موجبر القاء شده همان سالیتون فضایی پوششی روشن است. در اثر سازگاری این مد با موجبر سالیتون حاصل به صورت پایدار و بدون پراش در موجبر هدایت می شود. این بیانی از اصل خود سازگاری<sup>۳</sup> است [۲۷].

### ۳. حل سالیتونی

سالیتونهای اپتیکی روشن جوابهایی از معادله موج (۹) هستند که بدون تغییر شکل در راستای محور  $z$  در بلور نورشکستی که تحت اعمال میدان خارجی  $E$  در راستای محور  $c$  بلور منطبق بر محور  $x$  قرار گرفته است، انتشار می یابند. در این صورت حل معادله موج را می توان به صورت  $U(x, z) = U(x) \exp(i\beta z / \gamma)$  ارائه کرد که در آن  $\beta$  معرف

$I = I(x, z)$  شدت پرتو اپتیکی است به طوری که بر طبق قضیه پوینتینگ<sup>۱</sup> به صورت  $I = \frac{1}{\gamma} n \cdot c \epsilon \cdot |B|^2$  به میدان اپتیکی  $B$  مربوط می شود.

میدان بار فضایی  $E_{sc}$  را می توان از معادلات ترابرد-بار به دست آورد. چنانچه شدت میدان اپتیکی به ازای  $x \rightarrow \pm\infty$  مقدار ثابت  $I_\infty$  را داشته باشد، معادلات کوختارف لازم می دارد که میدان بار فضایی هم در بینهایت برابر مقدار ثابتی چون  $E$  شود، یعنی:  $E_{sc}(x \rightarrow \pm\infty, z) = E$ . در این صورت پس از محاسبات جبری می توان نشان داد که [۱۲]:

$$E_{sc} = \frac{1+I_\infty}{1+I} E - \frac{K_B T}{e} \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x}, \quad (V)$$

که در آن  $I$  نسبت شدت بهنجار شده به شدت تاریک است. جمله اول در عبارت فوق مربوط به سوق حاملهای بار در میدان خارجی است. این جمله در شرایط مناسب موجب شکل گیری سالیتونهای فضایی پوششی می شود. جمله دوم موجب انتشار حاملهای بار درون بلور می شود که با دمای مطلق  $T$  قابل کنترل است. این موضوع در نهایت موجب خمیدگی پرتو اپتیکی در حال انتشار درون بلور می شود. چنانچه میدان خارجی  $E$  بزرگ (از مرتبه کیلو وات بر سانتی متر) باشد در دماهای کوچک جمله انتشار قابل چشمپوشی است و میدان بار فضایی با تقریب خوبی به شکل زیر بیان می شود:

$$E_{sc} = \frac{1+I_\infty}{1+I} E. \quad (8)$$

با جایگذاری رابطه (۸) در معادله انتشار (۲) و تعریف  $U = \left(\frac{1}{\gamma} n \cdot c \epsilon\right)^{1/2} B$ ، معادله موج حاکم بر تولید و انتشار سالیتونهای فضایی پوششی روشن به شکل زیر نوشته می شود:

$$i\partial_z U + \frac{1}{\gamma} \partial_{xx} U = \frac{1}{\gamma} \gamma E \cdot \frac{U}{1+|U|^2}, \quad (9)$$

که در آن فرض شده است شدت میدان اپتیکی در بینهایت صفر است ( $I_\infty = 0$ ).

به منظور بررسی چگونگی تغییرات ضریب شکست به نسبت شدت میدان اپتیکی با توجه به اثر غیرخطی پاکلز از رابطه (۸) داریم:

۲. Graded index waveguide

۳. Self consistency principle

۱. Poynting's theorem

وارد کرده، تکرار را ادامه داده تا به جواب مورد نظر دست یافت. معیار توقف با برآورد خطا در هر مرحله، با معرفی

به عنوان نرم بینهایت نسبی تعیین

$$\frac{\|B_{new} - B_{old}\|_{\infty}}{\|B_{new}\|_{\infty}} < \varepsilon$$

می شود. در اینجا معیار تخمین  $\varepsilon$  برابر  $10^{-4}$  و گام عددی  $h$  برابر  $0.1$  انتخاب شده است. به منظور یافتن جواب سالیتهای فرض می شود میدان الکتریکی  $E_z = \nu kV/cm$  در راستای محور  $x$ ها در بلور نورشکستی اعمال شده و طول موج میدان اپتیکی فرودی برابر  $\lambda = 0.5 \mu m$  می باشد. با در نظر گرفتن بلور نورشکستی  $SBN$ ، با ضریب شکست  $n_o = 2.33$  و تانسور الکترواپتیکی  $r_{33} = 237 pm/V$ ، همچنین مقیاس بهنجارش عرضی  $x$  برابر  $25 \mu m$  و شدت بیشینه بهنجار برابر با  $25$ ، مقدار ویژه  $\beta$  برابر  $34/4700$  به دست می آید.

نتیجه حل عددی سالیتهای منفرد معادله موج به روش فوق در شکل ۱. (الف) آورده شده است. قطر محاسبه شده در نصف مقدار بیشینه (FWHM) برابر  $16/0.500$  میکرومتر است. قطر پرتو ارتباط مستقیم به مقدار  $E_z$  دارد و این در حالی است که شکل سالیتهای علاوه بر  $E_z$  به شدت تاریک ( $I_d$ ) نیز وابسته است. سالیتهای روشن پوششی ضریب شکست محیط را تغییر می دهد و در آن یک موجبر با ضریب شکست تدریجی مطابق شکل ۱. (ب) القاء می کند. همان گونه که اشاره شد تولید این موجبر به دلیل القای میدان بار فضایی در محیط و فوتیونش ماده و به دنبال آن آرایش جدید بارها در مناطق تاریک و روشن میدان اپتیکی در اثر اعمال میدان خارجی است، که تغییرات منفی در ضریب شکست را به دنبال دارد. این موجبر انتشار پرتویی که خود عامل به وجود آورنده آن بوده است را بدون تغییر در مقطع عرضی شدت تضمین می کند.

#### ۴. پایداری سالیتهای

به منظور بررسی پایداری جواب سالیتهای به دست آمده می توان انتشار سالیتهای در محیط به صورت عددی شبیه سازی کرد. کارهای انجام شده تا کنون برای بررسی پایداری منحصر به انتشار پرتو گوسی با قطر و شدت مناسب

جابه جایی غیرخطی در ثابت انتشار است. از این رو معادله انتشار (۱۲) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\partial_{xx}U(x) - \beta U(x) - \gamma E \frac{U(x)}{1 + |U(x)|^2} = 0 \quad (11)$$

با انتگرال گیری از معادله فوق و اعمال شرایط مرزی مقدار ویژه  $\beta$  به صورت  $\beta = -\gamma E \frac{\ln(1 + I_m)}{I_m}$  به دست می آید، که در آن  $I_m = I(0)$  بیشینه شدت بهنجار شده سالیتهای است.

با جایگذاری این مقدار ویژه در معادله (۱۱) و تبدیل آن به معادله انتگرالی، حل عددی آن با استفاده از روشهای انتگرال گیری عددی میسر می شود. این روش متداولی است که برای حل معادله غیرخطی شرویدینگر همچنین سالیتهای فضایی یک بعدی به کار می رود [۱۲]، اما برای تعمیم سالیتهای نورشکستی یک بعدی به دو بعد مناسب است که معادله دیفرانسیل (۱۱) را با روشهای عددی برای حل معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی حل نماییم. این روش جدیدی است که در این مقاله به کار گرفته می شود. روش حل عددی استفاده شده در این حالت روش عددی تفاضل مرکزی است. در این روش لاپلاسیین عرضی یک بعدی با خطای برشی<sup>۱</sup> از مرتبه  $h^2$  به صورت زیر معرفی می شود [۲۸]:

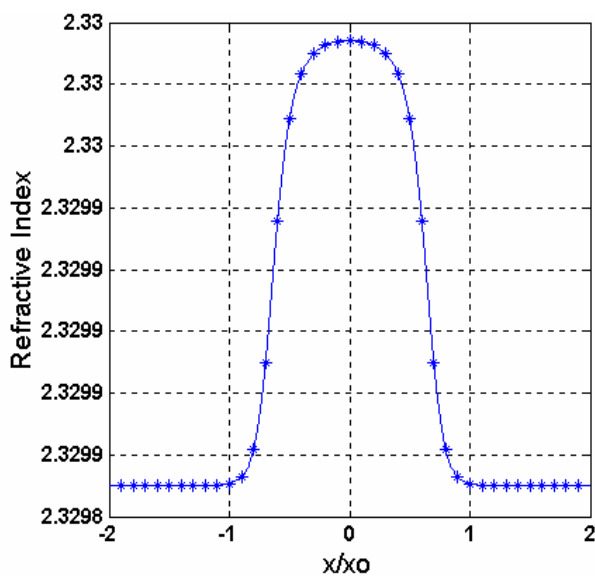
$$\partial_{xx}U = \frac{1}{h^2} \{U_{k-1} - 2U_k + U_{k+1}\} \quad (12)$$

که در آن  $U_k$  تقریبی از تابع  $U(x)$  است و اندیس  $k$  شبکه یک بعدی را با  $x_k = x + kh$  مشخص می کند، به طوری که  $0 \leq k \leq r$  می باشد و  $x$ ،  $r$  و  $h$  که گام عددی نامیده می شود، اختیاری هستند.

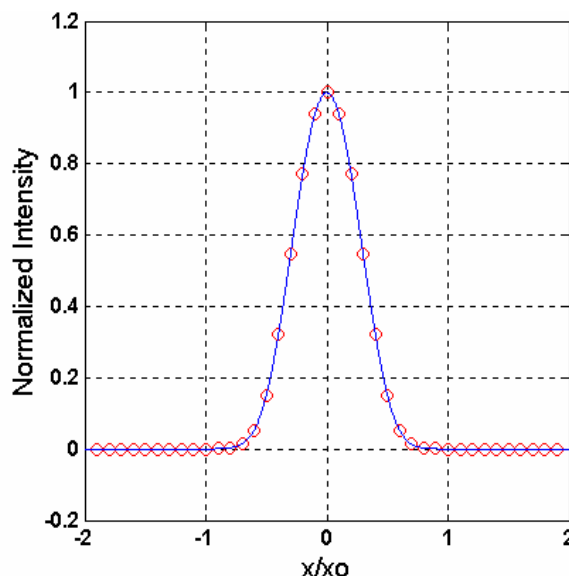
حل معادله (۱۱) به روش فوق و استفاده از روش تکراری<sup>۲</sup> و بهره گرفتن از نمایشهای ماتریسی انجام شده است. در این صورت با انتخاب یک تابع توزیع اولیه میدان و حل مسئله مقدار ویژه با تقریب می توان تابع توزیع جدیدی برای میدان به عنوان حل معادله به دست آورد. سپس به منظور پیدا کردن تقریب بهتر تابع جدید را به عنوان تابع اولیه در حلقه تکرار

۱. Truncation error

۲. Iterative method



(ب)



(الف)

شکل ۱. تابع توزیع شدت سالیونی بهنجار شده (الف)، و ضریب شکست القایی در محیط نورشکستی (ب)، بر حسب مختصات بهنجار شده  $x/x_0$ . هر واحد بهنجار شده در راستای محور  $x$ ها معادل  $25\mu m$  است. دایره‌های تو خالی و ستاره‌ها معرف نتایج عددی هستند و منحنیهای پیوسته به طور دقیق با درونیایی مکعبی رسم شده‌اند.

صحت حل سالیونی انتشار سالیون به ازای سه طول پراش  $(3l_D = 19/5mm)$  بررسی و نتیجه در شکل ۲ (الف) و ۲ (ب) آورده شده است. همان‌گونه که انتظار می‌رود در طول انتشار شکل سالیون دست نخورده باقی می‌ماند. این نتیجه حذف اثر پراش توسط پاسخ غیرخطی محیط است. در بررسی انجام شده مشخص گردید که علاوه بر مشخصات بلور و طول موج پرتو فرودی پارامترهای مؤثر در شکل تابع توزیع سالیون همچنین پایداری آن میدان الکتریکی خارجی به همراه شدت تاریک است، که سالیون منحصر به فردی را با قطر و دامنه مشخص به عنوان جواب معادله موج (۱۲) معرفی می‌کند.

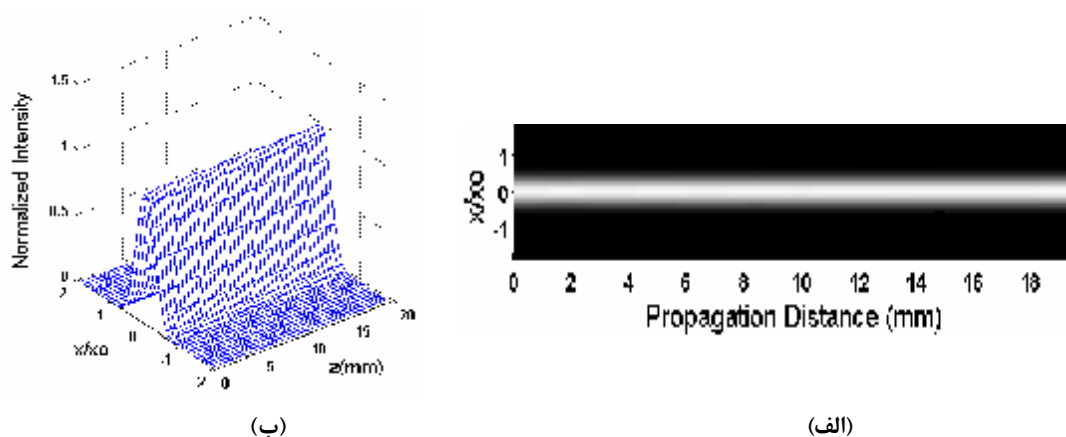
چنانچه به جای پرتو سالیونی با تقریب از پرتو گوسی با همان قطر و بیشینه شدت به عنوان پرتو فرودی استفاده کنیم، مطابق شکل ۳ مشاهده می‌شود که با وجودی که هنوز هم اثر خود-کانونی مشاهده می‌شود، اما با توجه به اینکه توزیع شدت پرتو گوسی بر توزیع شدت پرتو سالیونی منطبق نیست، شدت پرتو در حین انتشار دستخوش نوسانات دوره‌ای

است. این در حالی است که با در نظر گرفتن جواب دقیق سالیونی در این مقاله می‌توان به نتایج دقیقتری دست یافت. برای این منظور معادله انتشار (۹) را به روش عددی کرنک-نیکلسون [۲۸] به عنوان تابع ورودی حل می‌کنیم. مزیت این روش ضمنی، پایداری عددی نامشروط و دقت عددی بالا است. در این روش مشتق در جهت انتشار و لاپلاسین عرضی یک بعدی با خطای برشی از مرتبه  $t^2 + h^2$  به صورت زیر معرفی می‌شود:

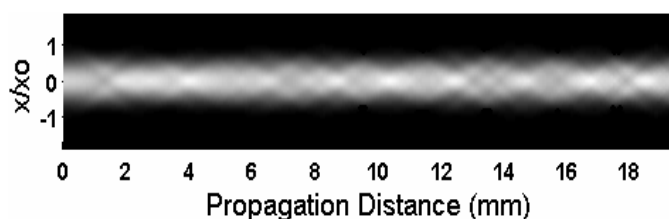
$$\partial_z U = \frac{1}{t} \{U_{m+1} - U_m\}_k, \quad (13)$$

$$\partial_{xx} = \frac{1}{2h^2} \{U_{k-1} - 2U_k + U_{k+1}\}_{m+1} + \frac{1}{2h^2} \{U_{k-1} - 2U_k + U_{k+1}\}_m. \quad (14)$$

در اینجا نیز اندیسهای  $k$  و  $m$  شبکه‌های مربعی را به صورت  $z_m = z_0 + mt$  و  $x_k = x_0 + kh$  مشخص می‌کنند به طوری که  $0 \leq k \leq r$  و  $m \geq 0$  است و  $x$ ،  $z$ ، و  $r$  اختیاری هستند. شبیه سازی انتشار سالیون با روش فوق در طول بلور معادل یک طول پراش برای مقاصد عملی کافی است، اما برای تاکید



شکل ۲. تصویر انتشار پایای سالیتهون با حذف کامل اثر پراش (الف)، و نمایش تابع توزیع شدت سالیتهونی در طول انتشار به ازای سه طول پراش معادل  $19/5\text{mm}$ ، (ب). صفر محور مختصات در راستای انتشار بر ابتدای بلور منطبق است.



شکل ۳. تصویر انتشار پرتو گوسی خود به دام افتاده در بلور نورشکستی *SBN* با قطر و شدت سالیتهونی. محور  $x$ ها بر وجه ورودی بلور منطبق است. مشاهده می شود که شدت پرتو گوسی جایگزین شده به جای سالیتهون، در طول انتشار دستخوش نوسانات دوره‌ای می‌شود.

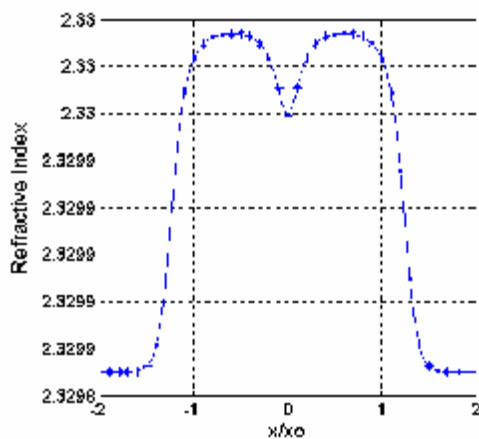
لزوم بررسی برهمکنش و تاثیر متقابل میان پرتوهای سالیتهونی بیشتر مشهود است. همچنین بررسی برهمکنش میان سالیتهونها در روشن کردن پایداری و حفظ ساختار سالیتهونی در طول انتشار می‌تواند بسیار مفید واقع شود. به این جهت در این تحقیق برهمکنش ناهمدوس میان سالیتهونها در بلور نورشکستی در یک بعد به طور کامل بررسی و نتایج ارائه می‌گردد.

همچنان که اشاره شد پدیده خود-کانونی در محیط نورشکستی موجب شکل‌گیری و انتشار پایای سالیتهون می‌شود. این پدیده در محیطهای همسانگرد یک بعدی سبب می‌شود که سالیتهونهای ناهمدوس در اثر متقابل با یکدیگر به ازای فاصله‌های کوچکتر از حدود قطر پرتوها همیشه یکدیگر را جذب کنند. این موضوع به این دلیل است که در ناحیه‌ای که دو پرتو همپوشانی دارند، شدت افزایش یافته و به دنبال آن ضریب

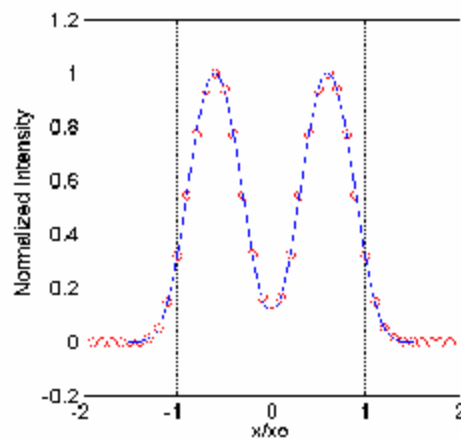
می‌شود. این شبیه‌سازی به وضوح دلیل نوسانات دوره‌ای شدت پرتو در طول انتشار که در مرجع [۲۹] به آن اشاره شده است را روشن می‌کند. این نوسانات به ازای قطرهای کم پرتو گوسی قابل چشمپوشی است و از این رو می‌توان از پرتو لیزر با قطر کم و شدت مناسب که به صورت نظری از شبیه‌سازی عددی به دست می‌آید، با تقریب به عنوان ورودی در کارهای تجربی استفاده کرد.

### ۵. برهمکنش ناهمدوس میان سالیتهونها

برهمکنش سالیتهونها از جذابترین پدیده‌هایی است که به دلیل روشن کردن سیمای واقعی سالیتهونها بسیار مورد توجه قرار گرفته است. علاوه بر این با توجه به اینکه در حالت کلی بیش از یک پرتو در سیستمهای اپتیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد،



(ب)



(الف)

شکل ۴. تابع توزیع شدت سالیونی بهنجار دو پرتو (الف) و ضریب شکست القایی بر حسب مختصات بهنجار شده  $x/x_0$  (ب). فاصله جدایی بهنجار میان دو پرتو  $1/2$  و پارامترهای ورودی و مشخصات بلور مطابق تک سالیون شکل ۱. (الف) در نظر گرفته شده است.

اعمال میدان خارجی، مطابق رابطه (۱۲) انجام شده و نتیجه آن در زیر ارائه شده است. تمام پارامترهای ورودی به همراه مشخصات بلور  $SBN$  مطابق آنچه که برای تک سالیون بخش سوم انجام شد در نظر گرفته شده است.

تابع توزیع شدت سالیونی بهنجار دو پرتو بسته به فاصله جدایی آنها نظیر شکل ۴. (الف) به دست می آید. در این شکل نوعی فاصله جدایی بهنجار  $d$  برابر  $1/2$  در نظر گرفته شده است. در این حالت خاص شدت سالیونی ضریب شکست محیط را مطابق شکل ۴. (ب) تغییر می دهد. تغییرات ضریب شکست القایی در ناحیه همپوشانی دو پرتو بنا بر دلایل ذکر شده سبب می شود که در برهمکنش یک بعدی میان سالیونها همواره شاهد پدیده جذب سالیونهای ناهمدوس باشیم.

شبه سازی عددی برهمکنش میان دو سالیون ناهمدوس به نسبت فاصله های جدایی مختلف بهنجار  $0.4, 0.8, 1.2, 1.6$  و  $2.0$  به ترتیب در شکلهای ۵. (الف) تا ۵. (ث) آورده شده است. طول انتشار در تمام حالتها برابر سه طول پراش گرفته شده است. همان گونه که در شکل ۵. (الف) با فاصله جدایی بهنجار  $d = 0.4$  مشاهده می شود در حالی که دو پرتو همپوشانی کامل دارند، پرتوها شکل اولیه خود را از دست داده و به صورت یک پرتو با تغییرات دوره ای در دامنه و شدت برآیند منتشر

شکست نیز در این ناحیه در مقایسه با تأثیر مستقل هر پرتو به تنهایی افزایش می یابد و این جذب متقابل سالیونها را در بر دارد. این برهمکنش همانند تأثیر متقابل سالیونهای ناهمدوس در محیطهای اشباع پذیر کر است. به ازای فاصله های بزرگتر همچنان که در ادامه در شبه سازی عددی مشاهده می شود، سالیونها به طور مستقل در بلور انتشار می یابند. در ادامه به چگونگی برهمکنش ناهمدوس بین سالیونهای پوششی یک بعدی در مواد نورشکستی می پردازیم.

چنانچه دو پرتو ناهمدوس با میدانهای اپتیکی  $U_1$  و  $U_2$  بر بلور نورشکستی فرود آیند میدان اپتیکی کل را می توان به صورت زیر نوشت:

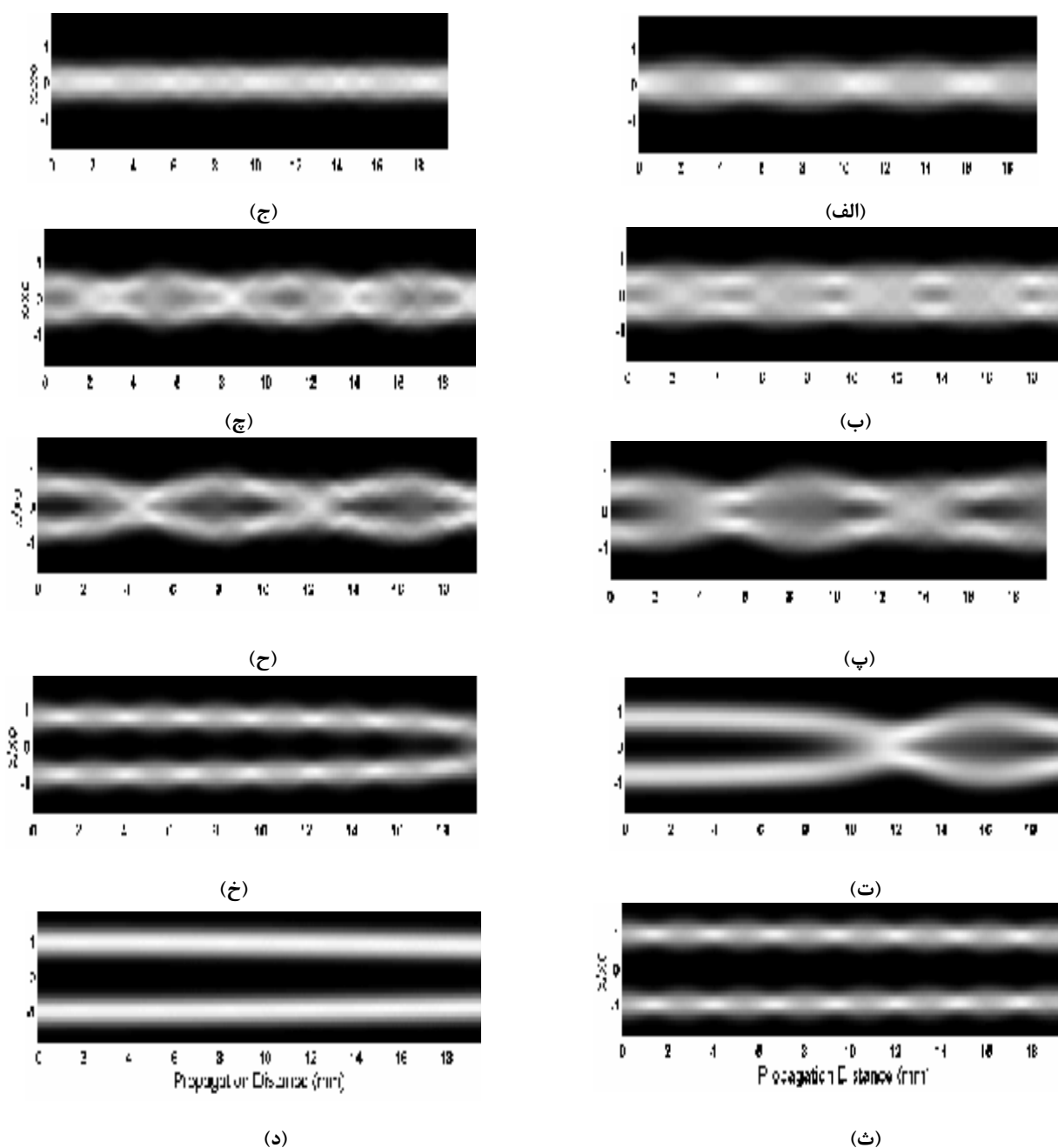
$$U(x, z, t) = (U_1(x; t) + U_2(x; t)e^{-i\Omega t})e^{i(kz - \omega t)}, \quad (15)$$

که در آن جا به جایی فرکانس  $\Omega$  به همراه پاسخ زمانی غیرخطی  $\tau$  در رابطه  $\Omega\tau \gg 1$  صدق می کند. شبه معادله (۹) می توان انتشار پایای میدانهای اپتیکی  $U_1$  و  $U_2$  را در راستای محور  $z$  ها در مختصات بدون بعد با معادلات زیر توصیف کرد:

$$i\partial_z U_{1,2} + \frac{1}{2}\partial_{xx} U_{1,2} = \frac{1}{2}\gamma E \frac{U_{1,2}}{1 + |U_1|^2 + |U_2|^2} \quad (16)$$

حل عددی معادله فوق به منظور یافتن جوابهای سالیونی و بررسی برهمکنش میان آنها به ازای فاصله جدایی بهنجار شده  $d$  به نسبت  $x$  میان سالیونها در راستای محور  $x$  ها، منطبق بر جهت





شکل ۵. تصویر برهمکنش بین سالیتهای ناهمدوس با شدت یکسان و فاصله جدایی بهنجار شده مختلف به  $x$  برابر  $0/4$ ،  $0/8$ ،  $1/2$ ،  $1/6$  و  $2/0$  به ترتیب در شکلهای (الف) تا (ث)، همچنین شکلهای (ج) تا (د) به ازای سه طول پراش نشان داده شده است. شدت پرتوها در ستون سمت چپ نصف شدت پرتوهای سالیتهای متناظر در ستون سمت راست می باشد.

یکدیگر را جذب می کنند و به نظر می رسد که پرتوها تمایل بیشتری به حفظ شکل خود دارند، تا اینکه به ازای فاصله جدایی بزرگتر از قطر پرتوها نظیر آنچه که در شکل ۵. (ث) نمایش داده شده است، سالیتهای بدون برهمکنش و به طور

می شوند، و این درحالی است که به ازای فاصله های بیشتر که به ترتیب در شکلهای ۵. (ب) تا ۵. (ت) آورده شده است، جذب دوره ای میان دو پرتو صورت می گیرد. در این حالت مشاهده می شود که با افزایش فاصله جدایی، پرتوها دیرتر

اشاره شد سالیتهای فضایی اپتیکی پرتوهای خود به دام افتاده‌ای هستند که در محیطهای غیرخطی بدون واگرایی ناشی از پراش انتشار می‌یابند. انتشار این امواج در مواد نور شکستی به روشنی نمایانگر قابلیت کنترل پراش با اثرات غیرخطی است. شناخت سالیتهای در مواد نور شکستی به دلیل تنوع آنها به منظور تولید موجبرهای القایی با میدانهای اپتیکی کم توان که قابلیت هدایت پرتوهای پرتوان را نیز داشته باشند از اهمیت خاصی برخوردار است. توصیف فیزیکی سالیتهای در مواد نور شکستی و در حالت خاص سالیتهای پوششی با حل معادله انتشار موج پیرا محوری که در آن اثر الکترواپتیکی پاکلز منظور شده است و معادلات کوختاروف امکان‌پذیر است. هر چند که حل این معادلات به صورت تحلیلی امکان‌پذیر نیست اما تاکنون چندین روش تقریبی برای آن گزارش شده است، که هر کدام به جنبه‌های مختلفی از رفتار سالیتهای اشاره دارند. با این وجود برای حل معادلات باید به روشهای عددی متوسل شد. مطالعات اخیر نشان می‌دهند که نتایج حاصل از حل عددی می‌تواند در کارهای تجربی بسیار راه‌گشا باشد. روشهای عددی گزارش شده در مقالات به منظور یافتن جواب سالیتهای و بررسی رفتار آن در حین انتشار در یک بعد براساس تبدیل معادله دیفرانسیل انتشار به معادله انتگرالی و حل عددی آن است.

در این مقاله پس از مطالعه مبانی نظری و توصیف فیزیکی چگونگی شکل‌گیری سالیتهای اپتیکی فضایی یک بعدی در مواد غیرخطی نور شکستی، بر پایه روش عددی کرنک-نیکلسون به همراه روش عددی تفاضل مرکزی به طور مستقیم به حل معادلات حاکم بر سالیتهای پوششی در بلورهای نور شکستی پرداخته و به روشنی تأثیر متقابل میان پاسخ غیرخطی محیط در برابر پرتو اپتیکی با ارائه نحوه تغییرات ضریب شکست محیط و بررسی انتشار پرتو در طول بلور، مشخص گردید. حل تک سالیتهای معادلات به خوبی نشان می‌دهد که چگونه پرتو اپتیکی فرودی تغییرات منفی در ضریب شکست بلور نور شکستی را ایجاد و منجر به القای یک موجبر با ضریب شکست تدریجی در آن می‌شود، به طوری که مد اصلی موجبر حاصل همان پرتو اپتیکی القاء کننده با طول موج و شدت مناسب است

مستقل در بلور منتشر می‌شوند. مقایسه شکل‌های ۵. (الف) تا ۵. (ث) به خوبی تأثیر فاصله جدایی در برهمکنش را روشن می‌کند. پدیده جذب سبب می‌شود که پرتو برآیند شدت بالایی در قطر کم ناحیه کانونی پیدا کند. این در حالت عادی سبب واگرایی پرتو می‌شود اما به دلیل پایداری سالیتهای، سالیتهای این وضعیت ناپایدار را پشت سر گذاشته و از یکدیگر جدا می‌شوند و در ادامه، افزایش تغییرات ضریب شکست در ناحیه همپوشانی دو پرتو سبب جذب مجدد آنها می‌شود.

به منظور تعیین اثر شدت سالیتهای پرتوها در اثر متقابل با یکدیگر فرض کنید سالیتهای منفردی را به دو پرتو ناهمدوس با شدت یکسان تقسیم کرده و با فاصله جدایی مشخص بر بلور نور شکستی فعال بتابانیم. برهمکنش میان چنین پرتوهای ناهمدوسی با فاصله جدایی مشخص متناظر با برهمکنش سالیتهای ناهمدوس که در شکل‌های ۵. (الف) تا ۵. (ث) آورده شده است، به ترتیب در شکل‌های ۵. (ج) تا ۵. (د) شبیه‌سازی شده است. به وضوح دیده می‌شود که چنانچه شدت پرتوها کاهش یابد تأثیر متقابل آنها روی یکدیگر نیز کاهش می‌یابد، اما به دلیل کاهش شدت و تغییر از وضعیت سالیتهای، هر پرتو به تنهایی پایداری خود را از دست داده و تغییرات دوره‌ای دامنه و شدت را به دلیل نابرابری اثر خود-کانونی و پراش، تجربه می‌کند. در واقع به دلیل غالب بودن اثر خود-کانونی قطر پرتو در نواحی خاصی از طول انتشار کاهش می‌یابد اما به دلیل افزایش اثر پراش در ناحیه کانونی واگرایی پرتو و در ادامه خود-کانونی مجدد آن را مشاهده می‌کنیم. بررسی برهمکنش پرتوهای ناهمدوس با شکل تابع توزیع سالیتهای اما شدت کمتر در مقایسه با برهمکنش میان سالیتهای ناهمدوس به وضوح پایداری منحصر به فرد سالیتهای را در طول انتشار و نیز در برهمکنش میان آنها نشان می‌دهد.

## ۶. نتیجه‌گیری

امروزه سالیتهای یکی از مباحث جذاب در فیزیک و مهندسی به شمار می‌روند. توجه به سالیتهای اپتیکی در سالهای اخیر منجر به پیشرفتهای زیادی در این زمینه شده است. همان‌گونه که

روشن شد. علاوه بر این مشاهده می‌شود که با وجود درهم رفتگی سالیتهای در فرآیند برهمکنش، سالیتهای به خوبی ساختار خود را حفظ می‌کنند و از درون یکدیگر می‌گذرند. نتایج حاصل به طور کامل از نظر فیزیکی مورد تأیید و قابل استفاده در کارهای تجربی است.

روش عددی یک بعدی معرفی شده در این مقاله در عین سادگی زمینه مناسبی به منظور بررسی چگونگی تولید و انتشار سالیتهای اپتیکی پوششی دو بعدی را فراهم می‌آورد. همچنین به دلیل پیچیدگیهای موجود در حالت دو بعدی استفاده از تقریب یک بعدی مشهور به تقریب همسانگرد<sup>۱</sup> که در آن از مبانی نظری سالیتهای یک بعدی برای بررسی و شناخت سالیتهای دوبعدی استفاده می‌شود نیز می‌تواند بسیار مفید واقع شود. در ادامه باید خاطر نشان کرد که روش به کار رفته راهنمای مناسبی در روشن کردن سیمای دیگر سالیتهای نظیر سالیتهای برداری و زوج سالیتهای و نیز توصیف فیزیکی معادلات حاکم بر دیگر سیستمهای غیرخطی می‌باشد.

که بدون تغییر در مقطع عرضی شدت در محیط منتشر می‌شود. علاوه بر این وابستگی پاسخ غیرخطی محیط به طول موج در عمل این اجازه را می‌دهد تا موجبر، حاصل انتشار پرتوهای پرتوان در طول موجهای دیگر را نیز به صورت پایا تضمین کند.

بررسی برهمکنش میان سالیتهای ناهمدوس به منظور دستیابی به کلیدهای حساس اپتیکی که امروزه بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند نیز در این مقاله عنوان شد. شبیه‌سازی عددی برهمکنش میان سالیتهای ناهمدوس با تأثیر فاصله جدایی و شدت آنها که به طور کامل مورد بررسی قرار گرفت، نشان می‌دهد که در برهمکنش یک بعدی میان سالیتهای ناهمدوس همواره شاهد پدیده جذب هستیم. در این میان ما دریافتیم که با افزایش فاصله جدایی میان سالیتهای، جذب دیرتر صورت می‌گیرد. این موضوع به ساختار پرتوهای سالیتهای وابسته است، به گونه‌ای که پرتوهای سالیتهای مقاومت بیشتری را در برابر فرآیند جذب نسبت به پرتوهای خود به دام افتاده با شدت کمتر از خود نشان می‌دهند. این موضوع با بررسی برهمکنش میان پرتوهای خود به دام افتاده با نصف شدت سالیتهای بوضوح

#### ۱. Isotropic approximation

#### مراجع

1. J S Russell, *British Association Report* (John urray, London, 1984).
2. N J Zabusky and M D Kruskal, *Phys. Rev. Lett.* **15** (1965) 240.
3. M Hercher, *J Opt. Soc. Am.* **54** (1964) 563.
4. R Y Chiao, E Garmire and C H Townes, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 479.
5. A Hasegawa, *Optical Solitons in Fibers* (Springer-Verlag, Berlin, 1989).
6. G P Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* (Academic Press, Boston, 1989).
7. V E Zakharov and A B Shabat, *Sov. Phys. JETP*, **34** (1972) 62.
8. V. E. Zakharov and B. A. Malomed, *Physical Encyclopedia*, (Great Russian Encyclopedia, Moscow, 1994).
9. M Segev, B Crosignani, A Yariv and B Fischer, *Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 923.
10. G Duree et al., *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 533.
11. M Segev, et al., *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 3211.
12. D N Christodoulides and M I Carvalho, *J Opt. Soc. Am.* **B12** (1995) 1628.
13. M Shih, et al., *Electron, Lett.* **31** (1995) 826.
14. M Shih, et al., *Opt. Lett.* **21** (1996) 324.
15. M D Iturbe-Castillo, et al., *Appl Phys. Lett.* **64** (1994) 408.
16. G C Valley et al., *Phys. Rev.* **A50** (1994) R4457.
17. M Segev et al., *J. Opt. Soc. Am.* **B14**, (1997) 1772.
18. M Segev and A Agranat, *Opt. Lett.* **22** (1997) 1299.
19. P Yeh, *Intruction to Photorefractive Nonlinear Optics* (Wiley, New York, 1993).
20. L Solymar, D J Webb and A Grunnet-Jepsen, *The Physics and Applications of Photorefractive Materials*, (Oxford, New York, 1996).
21. K Kurodo, *Progress in Photorefractive Nonlinear Optics* (Taylor and Francis, 2002).
22. R W Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, INC. London, 1992).
23. S He Guang, H Liu Song, *Physics of Nonlinear Optics* (Word Scientific Publishing, 1999).

27. M Segev and G I Stegeman, *Phys.Today*, **51** (1998) 42.
28. G Evans, J Blackledge, and P Yardley, *Numerical Methods for Partial Differential Equations* (Springer Series, 2000).
29. A A Zozulya and D Z Anderson, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 1520.
24. I V Shadrivov, A A Sukhorukov and Y S Kivshar, *Phys. Rev. E* **67**, (2003) 057602-1.
25. A W Snyder and Y S Kivshar, *J. Opt. Soc. Am. B* **14** (1997) 3025.
26. N V Kukhtarev, et al., *Ferroelectrics*, **22** (1979) 949.