Downloaded from ijpr.iut.ac.ir at 9:10 IRST on Wednesday March 20th 2019

مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران

مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱، شمارهٔ ۵، زمستان ۱۳۷۷

چسبندگی برشی ابرشاره گاز دوتریوم

محمد علی شاهزمانیان

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ۸۱۷۴۴، ایران

(دریافت مقاله: ۷۷/۵/۱۴ پذیرش مقاله: ۷۷/۱۱/۱۳)

چکیده

ضریب چسبندگی برشی ابرشاره گاز دوتریوم در میدانهای مغناطیسی بسیار بالا و دماهای پایین را برحسب توابع گرین فرمولبندی و با محاسبه این توابع، ضریب را برحسب طول عمر شبه ذرات دوتریوم نوشته‌ایم. چسبندگی برشی حالت عادی به شکل قانون T^{-2} با دما افزایش و در دماهای کمتر و نزدیک دمای گذار، T_c، به شکل $(1-\frac{T}{T_c})^{1/2}$ کاهش می‌یابد. با استفاده از رابطه طول عمر شبه ذرات در دماهای خیلی پایین نشان داده‌ایم که این ضریب باز هم مانند حالت عادی از قانون T^{-2} پیروی می‌کند.

۱. مقدمه

ابرشارگی اولین بار در مایع هلیوم چهار کشف شد. هنگام گذار $(T=T_c)$ از حالت عادی به این حالت، چسبندگی مایع کاهش می‌یابد و پدیده‌های جالب دیگری نیز رخ می‌دهد [۱]. حالت ابرشارگی در مایع هلیوم سه، ستارگان نوترونی و اخیراً در اتمهایی که توسط روشهای اپتیکی یا مغناطیسی به تله افتاده و سرد می‌شوند نیز مشاهده یا پیش بینی شده است [۲ و ۳]. ساز وکار ابرشارگی در مایعهای هلیوم متفاوت است. مایع هلیوم چهار از توزیع آماری بوز-انشتین (شاره بوزی) و مایع هلیوم سه از توزیع آماری فرمی- دیراک (شاره فرمی) پیروی می‌کند. در ابرشارگی مایع فرمی جفتهای کوپر تشکیل می‌شوند که همانند تشکیل جفتهای کوپر بین دو الکترون در حالت ابررسانایی است، منتها با این تفاوت که حالت ابرشارگی مایع هلیوم سه از نظر اسپینی سه گانه و ابررساناهای نوع اول یگانه است و سازوکار اندرکنش برای تشکیل جفت کوپر شرایط متفاوت محیطهای خود را می‌طلبد.

وضعیت جالبی ممکن است در باره گاز اتمهای قطبیده اسپینی پیش آید. گازی از اتمها مانند دوتریوم (D^2) یا لیتیوم (Li^6) را در نظر می‌گیریم که اسپین هسته آنها، J، عدد درست و دارای یک الکترون تنها در مدار آخرشان باشند، اگر دو اتم از این گاز دو الکترون تبادل کنند که در یک حالت اسپینی باشند. اتمها به مانند یک گاز فرمی عمل می‌کنند. چنانچه این گاز سرد شود تحت شرایط مناسب تشکیل جفتهای کوپر را می‌دهد و چگالش بوز- انشتین در آن منجر به بوجود آمدن حالت ابرشارگی می‌شود. چگالی گاز اتمهای D^2 و Li^6 که بتوانند این شرایط مناسب را داشته باشند فعلاً کم است $(n \sim 10^{15} cm^{-3})$. پیش بینی شده است که برای $J = 1$ و $I = 0$ در یک گاز از چنین اتمهایی ابرشارگی اتفاق افتد [۳]. شایان ذکر است که چگالش بوز-انشتین برای گاز قلیایی قطبیده اسپینی Rb^{87} اتفاق افتاده است [۳]. کرولف و لیبرمن [۴ و ۵] نشان داده‌اند که در شرایط متفاوتی با

Downloaded from ijpr.iut.ac.ir at 9:10 IRST on Wednesday March 20th 2019

آنچه در بالا در مورد گاز دوتریوم به آن اشاره شد، می‌توان حالت ابرشارگی در این گاز را قبل از اینکه به حالت جامد برود ایجاد کرد. این گاز در دماهای پایین ($T_c \sim 25K$)، چگالی $10^{23}cm^{-3} < n < 10^{27}cm^{-3}$ و حضور میدان مغناطیسی بسیار بالا، $H > H_c = m^2e^2c/\hbar^3$ تسلا به حالت ابرشارگی می‌رود. اندرکنش جفتی بین اتمهای این گاز ناهمسانگرد است. کرولف و لیبرمن شکل زیر را برای انرژی اندرکنشی در نظر گرفتند.

$$u = u_0 \exp\left(-\frac{R}{R_0}\right) P_4(\cos\alpha) \qquad (1)$$

که در آن R فاصله بین هسته‌های دوتریوم، α زاویه بین محور ملکول و جهت میدان مغناطیسی اعمالی، u_0 عمق چاه پتانسیل، R_0 اندازه ملکول در حالت زمینه‌اش و P چندجمله‌ای لژاندر است. کرولف و لیبرمن با تعمیم نظریه BCS پارامتر نظم را چنین به دست آوردند:

$$\Delta_k = \Delta_0 Y_1^0(\theta,\phi) - \Delta_0 a_1 Y_3^0(\theta,\phi) \qquad (2)$$

که در آن Δ_0 شکاف انرژی، $a_1 \sim 1$، θ و ϕ زوایای قطبی و سمتی بردار k با محور Z که آن را در جهت میدان مغناطیسی انتخاب کرده‌ایم و Yها هماهنگهای کروی هستند. چون اندرکنش گاز اتم دوتریوم ضعیف است، برطبق نظریه BCS شکاف انرژی Δ_0 تابعی از دماست و مقدارش در صفر کلوین برابر $1/75 K_B T_C$ است. گاز دوتریوم به صورت نسبتاً وسیع در فضای کائنات پخش است و احتمالاً اگر در اطراف ستارگان نوترونی و کوتوله‌های سفید باشد می‌تواند به فاز ابرشارگی برود. در میدان مغناطیسی بسیار بالا، حالت ابرشارگی این گاز، ناهمسانگرد و ترکیبی از مؤلفه‌های l برابر یک و سه است. محاسبه و شناخت تغییرات دمایی ضرایب چسبندگی این گاز در حالت ابرشارگی می‌تواند کمک بسزایی در فهم و توجیه ساختار ستارگان نوترونی یا کوتوله‌های سفید بنماید [۲]. در بخش دوم رابطه ای برای جریان ذرات، $J(k, \omega)$، به دست می‌آوریم و سپس ضریب چسبندگی برشی، η_{ijkl}، ابرشاره را برحسب توابع گرین شبه ذرات دوتریوم می‌نویسیم. در بخش سوم توابع گرین را برای ابرشاره به دست می‌آوریم و سرانجام η_{ijkl} را برحسب طول عمر شبه ذرات $\tau(E,T)$ می‌نویسیم. بخش چهارم اختصاص به محاسبه تحلیلی η_{ijkl} در حدهای دمایی $T \sim T_C$ و $T \sim 0$ دارد در پایان این بخش بحث و نتیجه گیری داریم.

۲. معادله جریان و ضریب چسبندگی

با توجه به معادلات هیدرودینامیک حاکم بر شاره می‌توان ضریبهای چسبندگی را تعریف کرد. این معادلات برای ابر شاره همسانگرد هیلیوم چهار، He^4، توسط خلت نیکوف [۶] با روابط ریاضی پیکربندی شده‌اند. ما در اینجا این پیکربندی ریاضی را برای گاز ابرشاره ناهمسانگرد که در آن اتلاف نیز وجود دارد تعمیم می‌دهیم. در این حوزه فقط جملاتی که در حدود $k \to 0$ و $\omega \to 0$ باقی بمانند در مسئله دخالت دارند و از جملاتی که مرتبه آنها نسبت به k یا ω از مرتبه دوم به بالا باشد، مانند جملات مربوط به بافت ابرشاره، صرف نظر می‌کنیم. به عبارتی معادلات هیدرودینامیک را خطی می‌کنیم.

معادلهٔ پایستگی اندازه حرکت ابرشاره را می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{\partial J_i}{\partial t} + \nabla.\pi_i = 0 \qquad (3)$$

که در آن تانسور تنش چنین است:

$$\pi_{ij} = -\eta_{ijkl}\left(\nabla_k V_l^n + \nabla_l V_k^n - \frac{2}{3}\delta_{lk}\nabla.V^n\right) - (\xi_1)_{ij}\nabla.(J - \rho V^n) - (\xi_2)_{ij}\nabla.V^n + P\delta_{ij} \qquad (4)$$

که در آن P فشار، ξ_1 و ξ_2 ضرایب چسبندگی دوم، η_{ijkl} تانسور چسبندگی برشی است و هدف این مقاله محاسبه آن است. بردار جریان J با سرعت عادی، V^n، و ابرسرعت، V^s، چنین رابطه دارد:

$$J_i = \rho_{ij}^s . V_j^s + \rho_{ij}^n . V_j^n \qquad (5)$$

قانون شبه - پایستار برای تغییرات فاز کلی پارامتر نظم را می‌توان چنین نوشت [۷].

$$\frac{\partial V_i^s}{\partial t} + \nabla_i J_\psi = 0 \qquad (6)$$

$$j_\psi = \mu - \xi_3\nabla.(J - \rho V^n) - (\xi_1)_{ij}\nabla_i . V_j^n + A(k^2) \qquad (7)$$

که در آن μ پتانسیل شیمیایی برجرم واحد، ξ_3 ضریب دیگر چسبندگی دوم و جمله $A(k^2)$ به خاطر بافت ابرشاره در معادله ۷ ظاهر می‌شود. چون این جمله در نتیجه نهایی نقشی ندارد از محاسبه آن صرف نظر می‌کنیم. معادله تعریف فشار برای ابرشاره چنین است [۸].

Downloaded from ijpr.iut.ac.ir at 9:10 IRST on Wednesday March 20th 2019

$$\nabla_i P + \rho\nabla_i\mu + B(k^2) = 0 \qquad (8)$$

که در آن جمله $B(k^2)$ باز به بافت ابرشاره مربوط می‌شود. با حذف فشار، P، از معادلات ۳، ۶ و ۸ و تبدیل فوریه معادله نهایی به دست آمده، داریم:

$$\begin{aligned}
J_i(k,\omega) = {} & [\eta_{ijkl}k_j(ik_k V_l^n + ik_l V_k^n + \\
& - \frac{2}{3}ik_m V_m^n\delta_{kl}) + i\rho^2\xi_3 k_i k_m V_m^n + \\
& \rho\omega V_i^s - \rho(\xi_1)_{ij}ik_j k_m V_m^n + (\xi_2)_{ij}ik_j k_m V_m^n + \\
& - \rho(\xi_1)_{ij}ik_j k_j V_j^n]x\{-\omega + [i\rho\xi_3 k_i k_m + \\
& - i(\xi_1)_{ij}k_j k_m]\frac{J_m}{J_i}\}^{-1} + O(k^3)
\end{aligned} \qquad (9)$$

توجه داشته باشیم که این یک رابطه کلی برای به دست آوردن جریان $J_i(k,\omega)$ نیست، چون در مخرج معادله ۹ جملات $J_i(k,\omega)$ نیز وجود دارند. ولی به هر حال در حد $k \rightarrow 0$ که ما به آن علاقمند برای پیدا کردن ضریب تانسور برشی، η_{ijkl}، هستیم، این جملات و جملات مربوط به بافت ابرشاره گاز دوتریوم شرکت نمی کنند. در این حد معادله ۹ رابطهٔ جریان را همانند ابرشاره هلیوم سه به دست می‌دهد و بنابراین می‌توان از همان روش به دست آوردن ضریب چسبندگی η_{ijkl} ابرشاره هلیوم سه برحسب توابع گرین استفاده کرد. این روش به طور مبسوط در مراجع [۹، ۱۰ و ۱۲] آمده است و ما در اینجا به ذکر نتایج بسنده می‌کنیم.

$$\eta_{ijkl} = -\frac{\beta\nu(0)k_F^4}{16m^2}\int_0^\infty d\xi_k\frac{d\Omega}{4\pi}\frac{d\omega}{2\pi}g_{ij}g_{kl}\mathrm{Sech}^2\left(\frac{\beta\omega}{2}\right)$$
$$\mathrm{Tr}\,[(G(k,\omega^+) - G(k,\omega^-))(G(k,\omega^+) - G(k,\omega^-))] \qquad (10)$$

که در آن $g_{ij} = \hat{k}_i\hat{k}_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}$، $\omega^{\pm} = \omega \pm i\eta$ $(\eta \rightarrow 0^+)$، $\nu(0)$ چگالی حالتها در تراز فرمی‌و $G(k,\omega)$ توابع گرین ابرشاره گاز دوتریوم هستند که در بخش بعدی به محاسبه آنها می‌پردازیم. در اینجا مناسب است که برای استفاده‌های بعدی، ضریب چسبندگی η_{ijkl} حالت عادی گاز دو تریوم را به دست آوریم.

گاز اتم دوتریوم یک گاز با اندرکنش جاذبه‌ای ضعیف در میدانهای مغناطیسی بسیار بالا است [۵]. جهت اسپین الکترون اتمها همه مخالف جهت میدان قرار دارند. بنابراین در پراکندگی اسپینها می‌توان از سهم تبادل اسپینی در احتمال گذار، $W(\theta,\phi)$، چشم پوشی کرد. ضریب چسبندگی مایع عادی هلیوم سه در ادبیات فیزیک به طور مبسوط با روشهای گوناگون محاسبه و اندازه‌گیری شده است [۱]. چون اندرکنش بین اتمهای گاز دوتریوم ضعیف است می‌توان از تقریب زمان واهلش [۱۳] و تابع پتانسیل از روش معادله بولتزمن برای محاسبه ضریب چسبندگی نیز استفاده کرد و تغییرات ضریب چسبندگی با دما را به دست آورد. تابع گرین شبه ذره گاز دوتریوم در حالت عادی را می‌توان چنین نوشت:

$$G(k,\omega) = \frac{1}{\omega - \xi_k - \sum(k,\omega)} \qquad (11)$$

که در آن $\sum(k,\omega)$ تابع خود - انرژی شبه ذره دوتریوم است. قسمت موهومی تابع $\sum(k,\omega)$ برابر نصف آهنگ تضعیف شبه ذره است، یا $\mathrm{Im}\sum(k,\omega) = 1/(2\tau(k,\omega))$. $\tau(k,\omega)$ طول عمر شبه ذرات است که برای گاز اتم دوتریوم می‌توان آن را با تقریب خوبی مستقل از ω و k در نظر گرفت. با قرار دادن $G(k,\omega)$ در معادله ۱۰ و انجام برخی از محاسبات چنین داریم:

$$\eta^n_{ijkl} = \frac{\eta}{2}\gamma_{ijkl} \qquad (12)$$

که در آن $\eta = \frac{1}{5}\rho V_F^2\tau$، $\gamma_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}$ است. τ، طول عمر شبه ذرات با دما به شکل T^{-2} تغییر می‌کند [۱] و بنابراین $\eta^n_{ijkl} \propto T^{-2}$ است. باز هم در اینجا خاطرنشان می‌کنیم که در دماهای پایین و میدانهای مغناطیسی بسیار بالا این نتیجه برای گاز دوتریوم درست است.

۳. توابع گرین و ضریب چسبندگی ابرشاره

توابع گرین را در فضای چهار بعدی که از ضرب مستقیم فضای اسپینی و فضای حفره - ذره تشکیل می‌شود، نمایش می‌دهیم: در این فضا تابع موج یک ذره را با $\Psi(r)$ نمایش و تابع گرین ذره، $G(r,\tau;r',\tau')$، را چنین تعریف می‌کنیم:

$$\Psi(r) \equiv \begin{bmatrix} \psi \uparrow (r) \\ \psi \downarrow (r) \\ \psi^+ \uparrow (r) \\ \psi^+ \uparrow (r) \end{bmatrix} \qquad (13)$$

Downloaded from ijpr.iut.ac.ir at 9:10 IRST on Wednesday March 20th 2019

$$G(\mathrm{r},\tau;\mathrm{r}',\tau') = -\mathrm{i} < \mathrm{T}_\tau [\Psi(\mathrm{r},\tau)\Psi^+(\mathrm{r}',\tau')] > \tag{14}$$

که در آن T_τ عملگر تنظیم زمانی و τ زمان موهومی است. در این فضا عملگر اسپین برحسب ماتریسهای پائولی ρ_i و σ_i در فضاهای حفره - ذره و اسپین چنین است:

$$\alpha = \frac{1}{2}(1+\rho_3)\sigma + \frac{1}{2}(1-\rho_3)\sigma_2\sigma\sigma_2 \tag{15}$$

در ابرشاره گاز دوتریوم فقط جفتهای کوپر با اسپینهای $\downarrow\downarrow$ در حضور میدان مغناطیسی بسیار بالا تشکیل می‌شوند. با در نظر گرفتن این پیکربندی اسپینی، معادله حرکت هایزنبرگ و معادلات جابه‌جاگر برای عملگرهای $\Psi(\mathrm{r})$ و $\Psi^+(\mathrm{r})$ می‌توان شکل توابع گرین را به دست آورد. پس از انجام محاسبات لازم چنین داریم:

$$G(\mathrm{k},\omega) = \frac{\omega Z_k(\omega)\xi_k\rho_3\otimes 1}{\omega^2 Z_k^2(\omega) - \xi_k^2 - (\Delta^2\Omega)Z_k^2(\omega)} + \\ - \frac{Z_k(\omega)\Delta(\Omega)[(\sqrt{2}/2)\rho_3\otimes(\sigma_1 - i\sigma_2)]\sigma_2\otimes\rho_2}{\omega^2 Z_k^2(\omega) - \xi_k^2 - (\Delta^2\Omega)Z_k^2(\omega)} \tag{16}$$

که در آن $Z_k(\omega)$ تابع باز بهنجارش است. قسمت موهومی این تابع متناسب با طول عمر شبه ذرات بوگولیوبوف اتم دوتریوم، $\tau(\mathrm{E, T})$، است.

با قرار دادن توابع گرین از معادله ۱۶ در معادله ۱۰ و انجام انتگرال‌گیری برروی ξ_k داریم.

$$\eta_{ijkl} = \frac{3}{4}\rho V_F^2\beta \int\frac{d\Omega}{4\pi} g_{ij}g_{kl}\int_{|\Delta(\Omega)|}^{\infty} dE\left\{\tau(E,T)\,\frac{(E^2 - |\Delta(\Omega)|^2)}{E}\,\mathrm{Sech}^2\left(\frac{\beta E}{2}\right)\right\} \tag{17}$$

شکاف انرژی، $\Delta(\Omega)$، برای ابرشاره گاز دوتریم (معادله ۲) دارای تقارن محوری در امتداد میدان مغناطیسی اعمال شده است. بنابراین ضریب چسبندگی η_{ijkl} را می‌توان برحسب پنج ضریب A_d، B_d، C_d، D_d، E_d نوشت [۱۰]. این ضرایب فقط تابعی از دمای ابرشاره هستند.

$$\begin{aligned}\eta_{ijkl} &= A_d(\delta_{ik}\delta_{jl} + k\leftrightarrow l) + V_d(\delta_{ik}\hat{H}_j\hat{H}_l \\ &+ \delta_{jk}\hat{H}_i\hat{H}_l + k\leftrightarrow l) + C_d\delta_{ij}\delta_{kl} \\ &+ D_d\hat{H}_i\hat{H}_j\hat{H}_k\hat{H}_l + E_d(\delta_{ij}\hat{H}_l\hat{H}_k + \delta_{kl}\hat{H}_i\hat{H}_j)\end{aligned} \tag{18}$$

که در آن $\hat{H}$ بردار یکه در امتداد میدان مغناطیسی است. با جایگذاری معادله ۱۸ در معادله ۱۷ داریم:

$$\begin{aligned}
A_d &= \frac{3}{64}\rho V_F^2\beta\int_0^\pi d\theta\left\{\mathrm{Sin}\,\theta(1-\mathrm{Cos}^2\theta)^2 \int_0^\infty d\xi\frac{\xi^2}{E^2}\mathrm{Sech}^2\left(\frac{\beta E}{2}\right)\tau(E,T)\right\}\\
B_d &= \frac{3}{64}\rho V_F^2\beta\int_0^\pi d\theta\left\{\mathrm{Sin}\,\theta(-5\mathrm{Cos}^4\theta + 6\mathrm{Cos}^2\theta - 1) \int_0^\infty d\xi\frac{\xi^2}{E^2}\mathrm{Sech}^2\left(\frac{\beta E}{2}\right)\tau(E,T)\right\}\\
C_d &= \frac{3}{64}\rho V_F^2\beta\int_0^\pi d\theta\left\{\mathrm{Sin}\,\theta(\mathrm{Cos}^4\theta + \frac{2}{3}\mathrm{Cos}^2\theta - \frac{7}{9}) \int_0^\infty d\xi\frac{\xi^2}{E^2}\mathrm{Sech}^2\left(\frac{\beta E}{2}\right)\tau(E,T)\right\}\\
D_d &= \frac{3}{64}\rho V_F^2\beta\int_0^\pi d\theta\left\{\mathrm{Sin}\,\theta(35\mathrm{Cos}^4\theta - 30\mathrm{Cos}^2\theta + 3) \int_0^\infty d\xi\frac{\xi^2}{E^2}\mathrm{Sech}^2\left(\frac{\beta E}{2}\right)\tau(E,T)\right\}\\
E_d &= \frac{3}{64}\rho V_F^2\beta\int_0^\pi d\theta\left\{\mathrm{Sin}\,\theta - 5\mathrm{Cos}^4\theta + 2\mathrm{Cos}^2\theta + \frac{1}{3}) \int_0^\infty d\xi\frac{\xi^2}{E^2}\mathrm{Sech}^2\left(\frac{\beta E}{2}\right)\tau(E,T)\right\}
\end{aligned} \tag{19}$$

برای محاسبه این ضرایب و نهایتاً ضریب چسبندگی برشی ابرشاره گاز دوتریوم، نیاز به دانستن رابطه طول عمر شبه ذرات، $\tau(\mathrm{E, T})$، با انرژی شبه ذرات، E، و دما داریم. محاسبه این طول عمر حتی برای حالت عادی شاره پیچیده است که بیشتر آن ناشی از قطبیدگی اسپینی شاره است. خوشبختانه مطالعات و محاسبات اولیه نشان می‌دهند که وابستگی دمایی این طول عمر شبیه سایر شاره‌های فرمی است و پیچیدگی در محاسبه ضریب تناسب ظاهر می‌شود. در محاسبه احتمال گذار شبه ذرات بوگولیوبوف که در محاسبه طول عمر آنان ظاهر می‌شود باید ساز وکارهای برخورد: دو شبه ذره به دو شبه

Downloaded from ijpr.iut.ac.ir at 9:10 IRST on Wednesday March 20th 2019

ذره، یک شبه ذره به سه شبه ذره و سه شبه ذره به یک شبه ذره را در نظر گرفت. انجام محاسبه τ در اینجا با توجه به روند فرمولبندی این مقاله امکان پذیر نیست و آن را به کار دیگری واگذار می‌کنیم.

۴. محاسبه ضریب چسبندگی

محاسبه ضریب چسبندگی، η_{ijkl} در دو حد $T \sim T_c$ و $T \sim \circ$ را به صورت تحلیلی انجام می‌دهیم. ابتدا ضریب چسبندگی ابرشاره را برای دماهای نزدیک T_c محاسبه می‌کنیم. تمام ضرایب در معادله ۱۹ با انتگرال I که در زیر آمده است متناسب هستند.

$$I = \int_{\circ}^{\infty} d\xi \frac{\xi^{2}}{E^{2}} \operatorname{Sech}^{2}\left(\frac{\beta E}{2}\right)\tau(E,T) \qquad (۲۰)$$

تابع Δ توسط رابطه $E^{2} = \xi^{2} + \Delta^{2}(\Omega)$ در I ظاهر می‌شود. در حد $T \to T_c$، مقدار تابع Δ، خیلی کوچک است. [نظریه BCS وابستگی دمایی آن را در این حد چنین می‌دهد $\Delta_\circ = 3/2 K_B T_C \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2}$]. بنابراین می‌توان I را برحسب Δ بسط داد. یعنی:

$$I = I_n + \frac{\partial I}{\partial \Delta}\Big|_{\Delta = \circ} \Delta + \ldots \qquad (۲۱)$$

در محاسبه $\frac{\partial I}{\partial \Delta}\Big|_{\Delta=\circ}$ توابع $\frac{\xi^{2}}{E^{2}}$، $\operatorname{Sech}^{2}\left(\frac{\beta E}{2}\right)$ و $\tau(E,T)$ شرکت می‌کنند که سهم مربوط به تابع $\operatorname{Sech}^{2}\left(\frac{\beta E}{2}\right)$ صفر است.

بنابراین:

$$I = I_n(1 - (\pi + C)\Delta(\Omega)) \qquad (۲۲)$$

که در آن:

$$I_n \equiv \int_{\circ}^{\infty} d\xi \operatorname{Sech}^{2}\left(\frac{\beta\xi}{2}\right) \tau(\xi, T_c)$$

$$C \equiv \frac{2\beta}{\tau(T_c)} \int_{\circ}^{\infty} d\xi \operatorname{Sech}^{2}(\beta\xi/2) \frac{\partial \tau(E,T)}{\partial \Delta}\Big|_{\Delta=\circ} \qquad (۲۳)$$

بنابراین اختلاف تمام ضرایب A_d، B_d، C_d، D_d و E_d از مقدار آنها در $T = T_c$ متناسب با $\Delta_\circ$ است، یا به عبارتی طبق معادله ۱۸ اختلاف ضریب چسبندگی ابرشاره گاز دوتریوم از حالت عادی آن در دمای گذار T_c با دما به صورت $\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2}$ کاهش می‌یابد.

برای محاسبه ضریب چسبندگی ابرشاره در دماهای خیلی پایین، $T << T_c$، نیاز به دانستن رابطه $\tau(E, T)$ به E و T داریم. در حضور میدان مغناطیسی بسیار زیاد فقط روند دو شبه ذره با اسپین پایین با دو شبه ذره با اسپین پایین در برخورد شبه ذرات شرکت می‌کنند [۱۲]. از طرف دیگر شکاف انرژی معادله ۲ را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\Delta_k = 0/12 K_B T_C [1 - 1/61 \operatorname{Cos}^{2}\theta] \operatorname{Cos}\theta \qquad (۲۴)$$

این معادله دارای گره‌هایی در $\theta_1 = \pm \frac{\pi}{2}$ و $\theta_2 \sim 21/1^{\circ}$ و $158/9^{\circ}$ است. بنابراین در دماهای خیلی پایین که انرژی شبه ذرات کم است احتمال توزیع برانگیخته‌ها در اطراف این گره‌ها زیاد است، و بیشترین سهم در انتگرال برروی θ از این نواحی حاصل می‌شود.

چون در دماهای خیلی پایین فقط روند برخوردی دو شبه ذره با دو شبه ذره وجود دارد می‌توان طول عمر شبه ذرات بوگولیوبوف را چنین نوشت [۱۵].

$$\tau(E,T)^{-1} = \frac{m^{3}}{16\pi^{4}} < \frac{W(\theta,\phi)}{\operatorname{Cos}(\theta/2)} > ((\pi K_B T)^{2} + E_k^{2}) / [1 + \exp(-E_k/K_B T)] \qquad (۲۵)$$

که در آن $W(\theta, \phi)$ احتمال گذار روند دو شبه ذره‌ای است، $<f> \equiv \frac{1}{4\pi}\int d\Omega f$ و فرض کرده‌ایم $\hbar = 1$ باشد. با استفاده از تبدیل بوگولیوبوف [۱] می‌توان چنین نوشت:

$$W_{22}(\downarrow\downarrow) = \frac{1}{16} \left\{ \left| V_{k_1, -k_2} + V_{k_3, -k_1}) \right| \left| (V_{-k_3, k_1} + V_{k_3, -k_2}) \right| \left(1 - \frac{\Delta^{2}(\Omega)\xi_3\xi_4}{E_3 E_4}\right) \left(1 - \frac{\Delta^{2}(\Omega)\xi_1\xi_2}{E_1 E_2}\right) \right\} \qquad (۲۶)$$

که در آن $V_{k,k'}$ عناصر ماتریسی پتانسیل برخورد بین اتمهای گاز دوتریوم است و می‌توان آن را به شکل زیر نوشت [۵].

$$V_{k,k'} = b \cdot (Y_1(\theta',\phi') Y_2(\theta\,\phi) + Y_2(\theta',\phi') Y_1(\theta,\phi)) \qquad (۲۷)$$

که در آن (θ,ϕ) و (θ',ϕ') زوایای بردارهای k و k' به ترتیب با محور Z، که آن را در امتداد میدان مغناطیسی می‌گیریم، است. کمیت $b_\circ$ تابعی از شدت میدان مغناطیسی، عمق چاه پتانسیل u و بردار موج فرمی k_F است.

در دماهای خیلی پایین انرژی شبه ذرات کم است و چون بیشتر آنها در اطراف گره‌ها تجمع کرده‌اند، با توجه به معادله ۲۵ که متناسب با آهنگ گذار است می‌توان نوشت: $E_k \sim \pi K_B T$ و $\Delta(T=۰)\,\theta_m \sim \pi K_B T$ و از اینجا مقداری تقریبی برای بیشینه θ_m پیدا کرد یعنی $\theta_m \sim \pi K_B T/\Delta(۰)$. با قرار دادن معادله ۲۷ در معادله ۲۶ و انجام انتگرالها در اطراف گره‌ها داریم:

$$\left\langle \frac{W(\theta,\phi)}{(\cos\theta/۲)} \right\rangle = \frac{۲۹۱ b_\circ^۲}{(۴\pi)^۲}\,\theta_m \qquad (۲۸)$$

با قرار دادن معادله ۲۸ در معادله ۲۵ و سپس با جایگزینی رابطه $\tau(E,T)$ در معادلات ۱۹ و انجام محاسبات لازم داریم:

$$C_d = ۰/۱۱\eta,\quad B_d = ۱۳/۹۴,\ A_d = ۲/۱۱\eta$$

$$E_d = -۸/۲۳\eta \text{ و } D_d = -۳۰/۹۸\eta$$

که در آن: $\eta \equiv \rho V_F^۲ \tau_\circ$ و

$$\tau_\circ = \frac{\pi^۴ h^۶}{m^۳ b_\circ^۲ k_B^۲}\left(\frac{۱}{T^۲}\right) \qquad (۲۹)$$

وابستگی دمایی تمام ضرایب متناسب با $T^{-۲}$ است و بنابراین طبق معادله ۱۸ در دماهای خیلی پایین برای η_{ijkl} چنین داریم $(\hat{H}\,\|\,\hat{k})$

$$\eta_{ijkl} = [۴/۱۱(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + ۰/۱۱\delta_{ij}\delta_{kl}]\eta \qquad (۳۰)$$

بنابراین وابستگی دمایی η_{ijkl} در دماهای خیلی پایین همانند این ضریب در حالت عادی گاز دوتریوم است. البته باید خاطرنشان کرد که پیش ضریب $T^{-۲}$ در هر دو حالت متفاوت است. همان طور که قبلاً متذکر شدیم به دست آوردن رابطه‌ای کامل برای $\tau(E,T)$ در خور حوصله این مقاله نیست، ولی چون تغییرات دمایی ضریب چسبندگی η_{ijkl} در دماهای خیلی پایین همانند آن در حالت عادی است و از طرف دیگر اختلاف این ضریب در دو حالت ابرشاره و عادی، $\delta\eta_{ijkl}$ متناسب با $\Delta_\circ$ در دماهای نزدیک دمای گذار است شاید بتوان تصور کرد که $\eta_{ijkl} = \frac{\alpha(\Delta)}{T^۲}$ و ضریب α را به صورت وردشی با توجه به مقادیر η_{ijkl} در دو حد تعیین کرد. نکتهٔ مهم در اینجا این است که سازوکار محاسبه η_{ijkl} در دماهای خیلی پایین با دیگر دماها متفاوت است. در دماهای پایین فقط روند دو شبه ذره-دو شبه ذره شرکت می‌کنند در صورتی که سایر روندها در دماهای بالاتر نیز وجود دارند. همچنین در دماهای پایین برانگیخته‌ها اطراف گره‌های شکاف انرژی توزیع شده‌اند در صورتی که در دماهای بالاتر این چنین نیست.

رُبل و همکارانش [۱۶] اخیراً در لیدن چسبندگی برشی ابرشاره هلیوم سه را در حضور میدان مغناطیسی به شدت پانزده تسلا اندازه‌گیری کردند. آنان در دماهای خیلی پایین $T<<T_c$ دریافتند که ضریب چسبندگی برشی از قانون $T^{-۲}$ پیروی می‌کند. [شدت میدان مغناطیسی ۱۵T را با $۲/۳۵\times۱۰^۹ T$ که در آن گاز دوتریوم در دماهای پایین به حالت ابرشارگی می‌رود مقایسه کنید].

ساز وکار ابرشارگی در مایع هلیوم سه وگاز دوتریوم بسیار متفاوت از یکدیگر است [۱ و ۵] ولی این دو حالت از نظر پیکربندی اسپینی یکسان هستند. در هر دو ابر شاره فقط جفتهای کوپر با اسپین $\downarrow\downarrow$ وجود دارند. شکاف انرژی هر دو ابر شاره دارای گره است. شکاف انرژی هلیوم مایع در فاز $A_۱$ به شکل $\Delta_k = \Delta_\circ \sin\theta$ است. در دماهای خیلی پایین اکثر برانگیخته‌ها در حوالی این گره‌ها توزیع شده‌اند. بنابراین با توجه به این موضوع که وابستگی دمایی ضریب چسبندگی برشی در دماهای خیلی پایین را از پیکربندی اسپینی، از طریق تابع گرین، و گره‌ها تعیین می‌کنند انتظار داریم که ضریب چسبندگی مایع هلیوم سه در حضور میدان مغناطیسی به شدت ۱۵T در دماهای خیلی پایین نیز با $T^{-۲}$ تغییر کند که با نتایج روبل و همکارانش دقیقاً یکسان است. باید متذکر شویم که ضریب تناسب در هر دو ابر شاره فرق می‌کند و فرمولبندی مسئله چسبندگی ابرشاره هلیوم سه در میدان مغناطیسی به شدت ۱۵T و محاسبه آن در جای دیگری ارائه خواهد شد.

تشکر و قدردانی

این کار تحت طرح پژوهشی ۷۳۱۰۱۹ دانشگاه اصفهان انجام گرفت. در اینجا به جاست از زحمات مسئولین و کارمندان معاونت پژوهشی دانشگاه اصفهان به خاطر مساعدتهای لازم در ایجاد امکانات برای این طرح تشکر و قدردانی کنم.

Downloaded from ijpr.iut.ac.ir at 9:10 IRST on Wednesday March 20th 2019

Downloaded from ijpr.iut.ac.ir at 9:10 IRST on Wednesday March 20th 2019

مراجع

1. D Vollhardt and P Wolfle, "The Superfluid Phases of Helium 3," Taylor & Francis, 1990.

۲. محمدتقی زائری- پایان نامه کارشناسی ارشد، ابرشارگی در ستارگان نوترونی، گروه فیزیک دانشگاه اصفهان، چاپ نشده، ۷۶-۱۳۷۵.

3. A G K Modawi and A J Leggett, *J. Low Temp. Phys.* **109**, 625, 1997.

4. A V Korolev and M A Liberman, *Phys. A,* **45**, 1762, 1992.

5. A V Korolev and M A Liberman, *Physica A,* **193**, 347, 1993.

6. I. M Khalatnikov, *Introduction to the Theory of Superfluidity,* Benjamin, New York, 1965.

7. P Wolfle, *Prog. Low Temp. Phys. A VII,* **191**, 1978.

8. H E Hall and J R Hook, *Prog Low Temp. Phys. IX,* **143**,. 1986.

9. L P Kadanoff and P C Martin Ann, *Phys.* **24**, 419, 1963.

10. M A Shahzamanian, *J. Phys. C:Solid State Phys.*, **21**, 553, 1988.

11. G D Mahan, *Many-Particle Physics,* Plenum Press, 1981.

12. M A Shahzamanian Ph.D. Thesies, University of Sussex, England, Unbublished, 1975.

13. D Pines and P Nozieres, *The Theory of Quantum Liquids,* Benjamin. 1966.

14. K Maki, "Superconductivity," Ed R D Parks, New York, 1969.

15. M A Shahzamanian, *J Phys.: Condens Matter 1,* 1965, 1989.

16. L P Roobol, P. Remeijer, S C Steel, R Jochemsen, V S Shumeiko and G Frossati, *Phy. Rev. Letter.* **79**, 685, 1977.