

## محاسبه خصوصیات اشباع ماده هسته‌ای متقارن با در نظر گرفتن ایزوبار $\Delta$

غلامحسین بردبار

بخش فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز، شیراز ۷۱۴۵۴، ایران

و

مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات (IPM)، تهران، صندوق پستی ۵۵۳۱-۱۹۳۹۵ ایران

دریافت نسخه نهایی: ۸۰/۴/۲۷

(دریافت مقاله: ۷۹/۷/۱۰)

### چکیده

اثر ایزوبار  $\Delta$  روی خصوصیات ماده هسته‌ای متقارن مورد مطالعه قرار گرفته است. این کار توسط به کار بردن پتانسیل دو نوکلئونی  $V_{2N}$  انجام شده است. نتایج محاسبات نشان می‌دهند که ایزوبار  $\Delta$  باعث جا به جایی منحنی اشباع ماده هسته‌ای در چگالیهای پایین (بالا) به سمت پایین (بالا) می‌شود. تغییر قابل ملاحظه‌ای در خصوصیات نقطه اشباع ماده هسته‌ای با در نظر گرفتن ایزوبار  $\Delta$  در محاسبات دیده می‌شود. نشان داده شده است که معادله حالت ماده هسته‌ای با پتانسیل  $V_{2N}$  سخت‌تر از معادله حالت محاسبه شده با پتانسیل  $AV_{14}$  است.

**واژه‌های کلیدی:** ایزوبار  $\Delta$ ، ماده هسته‌ای، خواص اشباع، معادله حالت

### ۱. مقدمه

یکی از موضوعات جالب و مهم در فیزیک هسته‌ای، تعیین خصوصیات ماده هسته‌ای و خصوصاً انرژی همبستگی آن است. این مساله هنوز به طور کامل حل نشده است، به طوری که بین نتایج به دست آمده از محاسبات نظری و نتایج تجربی توافق کامل برقرار نیست. روی همین اصل تاکنون روشهای بس‌ذره‌ای مختلفی برای محاسبات ماده هسته‌ای با پتانسیلهای گوناگونی به کار رفته است. یکی از روشها، روش وردشی پایتترین مرتبه مقید (LOCV) می‌باشد که ابتدا برای محاسبه خصوصیات سیالات کوانتمی بنا گردیده است [۱]. در سالهای اخیر، این روش برای محاسبات ماده هسته‌ای در دمای صفر [۲ و ۳] و نیز در دمای معین [۴] با یک محدوده وسیع از پتانسیلهای دونوکلئونی به کار گرفته شده است. در تمام محاسبات بالا

نتایج به دست آمده از روش LOCV با نتایج روشهای وردشی دیگر که در آنها احتیاج به محاسبه جملات مراتب بالای بسط خوشه‌ای انرژی وجود دارد، دارای توافق خوبی می‌باشند. در جدول ۱ نتایج به دست آمده از روش LOCV برای چگالی  $(\rho)$  و انرژی  $(E(\rho))$  و تراکم ناپذیری  $(\kappa_0)$  نقطه اشباع ماده هسته‌ای با نتایج روشهای دیگر برای پتانسیلهای مختلف مقایسه شده است.

برهمکنش نوکلئون-نوکلئون شامل فرایندهای میانی نیز می‌باشد (شکل ۱) که در نظر گرفتن آنها در محاسبات باعث تغییرات قابل ملاحظه‌ای در نتایج به دست آمده برای خصوصیات ماده هسته‌ای می‌گردد. در سالهای اخیر یک پتانسیل دونوکلئونی ارائه شده است که به طور واضحی شامل اثر ایزوبار  $\Delta$  می‌باشد. این پتانسیل  $V_{2N}$  [۱۰] می‌باشد که دارای

جدول ۱. چگالی، انرژی و تراکم ناپذیری نقطه اشباع ماده هسته‌ای برای پتانسیلها و روشهای مختلف

$\kappa$ (MeV)	$E(\rho_0)$ (MeV)	$\rho$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	مؤلف	روش	پتانسیل
۳۰۲	-۱۸/۴۷	۰/۳۱۰	[۳] BM	LOCV	$AV_{18}$
۲۴۸	-۱۵/۹۹	۰/۲۹۰	[۳] BM	LOCV	$AV_{14}$
۲۰۵	-۱۵/۶۰	۰/۳۱۹	[۵] WFF	وردشی	"
۲۴۷	-۱۷/۸۰	۰/۲۸۰	[۶] DW	BB	"
-	-۱۸/۲۶	۰/۲۵۶	[۷] BBB	BHF	"
۳۰۸	-۲۰/۸۱	۰/۳۶۲	[۲] BM	LOCV	$UV_{14}$
-	-۲۰/۰۰	۰/۳۴۹	[۸] CP	وردشی	"
۲۴۳	-۱۷/۱۰	۰/۳۲۶	[۵] WFF	وردشی	"
۲۷۶	-۱۷/۳۳	۰/۱۷۰	[۲] BM	LOCV	$UV_{14} + \text{TNI}$
۲۶۱	-۱۶/۶۰	۰/۱۵۷	[۵] WFF	وردشی	"
۲۶۹	-۱۸/۳۰	۰/۱۶۳	[۹] FFP	CBF	"
۳۴۰	-۲۲/۸۳	۰/۲۹۴	[۱] OBI	LOCV	Reid

اینجا، اثر در نظر گرفتن ایزوبار  $\Delta$  و در نظر نگرفتن آن را در محاسبات LOCV خود با یکدیگر مقایسه کرده‌ایم.

## ۲. روش وردشی پایبندترین مرتبه مقید (LOCV)

یک دستگاه از نوکلئونهای برهمکنش کننده را در نظر بگیرید. برای این دستگاه یک تابع موج آزمایشی به شکل  $\psi = F\phi$  را در نظر می‌گیریم که  $\phi$  دترمینان اسلیتر توابع موج تخت و  $F$  یک عملگر همبستگی چندذره‌ای است. برای  $F$  شکل آشنای جاسترو را در نظر می‌گیریم،

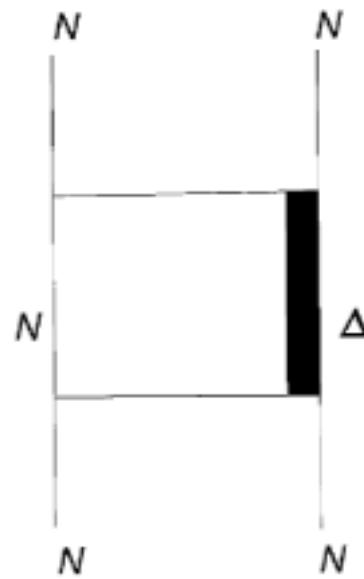
$$F = S \prod_{i < j} f(ij), \quad (1)$$

که در آن  $S$  عملگر متقارن کننده می‌باشد. حال بسط خوشه‌ای زیر را برای انرژی در نظر می‌گیریم،

$$E([F]) = \frac{1}{A} \frac{\langle \psi | H | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} = E_1 + E_2 + \dots \quad (2)$$

در معادله بالا،  $E_1 = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$  عبارت است از انرژی تک‌ذره‌ای (ذرات بدون برهمکنش) و  $E_2$  را به صورت زیر داریم،

$$E_2 = \frac{1}{2A} \sum_{ij} \langle ij | -\frac{\hbar^2}{2m} \left[ f(i_2), \left[ \nabla^2, f(i_1) \right] \right] + f(i_2) V(i_2) f(i_2) | ij \rangle_a, \quad (3)$$



شکل ۱. برهمکنش نوکلئون-نوکلئون با حالت میانی  $N\Delta$

۲۸ عملگر مختلف است. در پتانسیل  $V_{18}$  ابتدا با یک قسمت برای کانالهای NN شروع می‌کنیم و سپس ۱۴ عملگر دیگر که نشان‌دهنده همه فرایندهای میانی با اثر ایزوبار  $\Delta$  می‌باشند را به آن اضافه می‌کنیم.

در این مقاله، ما با در نظر گرفتن اثر ایزوبار  $\Delta$  در برهمکنش نوکلئون-نوکلئون به محاسبه خصوصیات ماده هسته‌ای متقارن با استفاده از روش LOCV خواهیم پرداخت. در

$\langle O^{15} \rangle$  و  $\langle O^{16} \rangle$  عبارتند از عناصر ماتریسی عملگرهای  $O^{15}$  و  $O^{16}$  [۱۰]. ضریب  $a_\alpha$  به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$a_\alpha^1(x) = x^1 I_L(x) \quad (9)$$

که

$$I_L(x) = \varepsilon \lambda \int_0^1 dz \left[ z^\nu \left( 1 - \frac{\nu}{\nu} z + \frac{1}{\nu} z^\nu \right) \right] J_L^\nu(xz) \quad (10)$$

$J_L(x)$  توابع بسل می‌باشند.

حال بایستی انرژی خوشه‌ای دوجسمی  $E_\nu$  را نسبت به توابع همبستگی  $f_\alpha^{(i)}$  تحت قید بهنجارش

$$\frac{1}{A} \sum_{ij} \langle ij | h^\nu(12) - f^\nu(12) | ij \rangle_a = 0 \quad (11)$$

کمینه نماییم [۱-۳]. در اینجا تابع پاولی  $h(x)$  را به صورت زیر داریم،

$$h(x) = \left[ 1 - \frac{9}{v} \frac{J_1(x)}{x} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

که در آن  $v=4$ ، است.

همان طوری که در بالا ذکر شد، انرژی دوجسمی  $E_\nu$  را به دو قسمت، یکی مربوط به کانالهای NN و دیگری مربوط به کانالهای  $N\Delta$ ، تقسیم کرده‌ایم. بنابراین از کمینه کردن  $E_\nu(NN)$ ، معادلات اوپلر-لاگرانژ حاصل برای کانالهای NN کاملاً شبیه به معادلات ارائه شده در مرجع [۲] می‌باشند. اما از کمینه کردن  $E_\nu(N\Delta)$ ، برای کانالهای  $N\Delta$  خواهیم داشت،

$$g_\alpha^{(i)\nu}(\tau) - \left\{ \frac{a_\alpha''(\tau)}{a_\alpha(\tau)} + \left( \frac{\nu\mu}{\hbar^\nu} \right) \left[ V^c - \nu V^\sigma + (V^\tau - \nu V^{\sigma\tau}) (\tau T - \nu) \right] + (V^q - \nu V^{q\sigma} + (V^{q\tau} - \nu V^{q\sigma\tau}) (\tau T - \nu)) L(L+1) - \lambda \right\} g_\alpha^{(i)\nu}(\tau) - \left( \frac{\nu\mu}{\hbar^\nu} \right) \left[ V^{\sigma\tau II} \langle O^{15} \rangle + V^{\tau II} \langle O^{16} \rangle \right] g_\alpha^{(i)\nu}(\tau) = 0 \quad (13)$$

و

$$g_\alpha^{(\nu)\nu}(\tau) - \left\{ \frac{a_\alpha''(\tau)}{a_\alpha(\tau)} + \left( \frac{\nu\mu^*}{\hbar^\nu} \right) \left[ V^{\sigma\tau II} \langle O^{15} \rangle + (m_\Delta - m) C^\nu - \lambda \right] + \frac{\varepsilon}{r^\nu} \right\} g_\alpha^{(\nu)\nu}(\tau) - \left( \frac{\nu\mu}{\hbar^\nu} \right) \left[ V^{\sigma\tau II} \langle O^{15} \rangle + V^{\tau II} \langle O^{16} \rangle \right] g_\alpha^{(i)\nu}(\tau) = 0 \quad (14)$$

که در آن اندیس  $a$  نشان دهنده پادمتقارن بودن توابع موج دوزره‌ای است. توابع  $f(12)$  عبارتند از عملگرهای همبستگی دوزره‌ای و دارای شکل کلی زیر هستند،

$$f(ij) = \sum_{p=1}^r f^{(p)}(r_{ij}) O_{ij}^p, \quad (4)$$

که با اعمال اثر ایزوبار  $\Delta$  در معادله بالا خواهیم داشت،

$$O_{ij}^{p=1-\nu} = \nu \left( \frac{\nu}{\nu} + \frac{1}{\varepsilon} S_{ij}^I \right), \left( \frac{1}{\nu} - \frac{1}{\varepsilon} S_{ij}^I \right), S_{ij}^{II} \quad (5)$$

در اینجا عملگرهای  $S_{ij}^I$  و  $S_{ij}^{II}$  به ترتیب عملگرهای تانسوری در کانالهای NN و  $N\Delta$  می‌باشند [۱۰]. در معادله (۳)،  $V(12)$  پتانسیل برهمکنش نوکلئون-نوکلئون می‌باشد که شکل کلی آن به صورت زیر است،

$$V(12) = \sum_{p=1}^{\tau A} v^{(p)}(r_{12}) O_{12}^p \quad (6)$$

عملگرهای  $O_{12}^{p=1-\tau A}$  در مرجع [۱۰] داده شده‌اند.

چون عملگرهای  $O_{12}^{p=1-\nu}$  فقط در کانالهای NN مخالف صفر هستند و نیز چون عملگر  $S_{ij}^{II}$  فقط در کانالهای  $N\Delta$  صفر نیست [۱۰]، لذا می‌توانیم انرژی دوجسمی  $E_\nu$  را به دو قسمت به صورت زیر تقسیم کنیم،

$$E_\nu = E_\nu(NN) + E_\nu(N\Delta), \quad (7)$$

که انرژیهای دوجسمی  $E_\nu(NN)$  و  $E_\nu(N\Delta)$  به ترتیب مربوط به کانالهای NN و  $N\Delta$  می‌باشند.  $E_\nu(NN)$  در مرجع [۲] به دست آمده است. برای  $E_\nu(N\Delta)$  از قرار دادن معادلات (۴) و (۶) در معادله (۳) خواهیم داشت،

$$E_\nu(N\Delta) = \frac{1}{\nu} \frac{\varepsilon}{\rho \pi^\nu} \sum_{JLST} (\nu T + 1)(\nu J + 1) \frac{1}{\nu} \left[ -(\nu)^{L+S+T} \right] \int_0^\infty dr \left\{ \frac{\hbar^\nu}{\nu\mu} \left[ \left( f_\alpha^{(i)\nu} \right)^\nu + \left( \frac{\mu}{\mu^*} \right) \left( \left( f_\alpha^{(\nu)\nu} \right)^\nu + \frac{\varepsilon}{r^\nu} \left( f_\alpha^{(\nu)\nu} \right)^\nu \right) \right] + \left( f_\alpha^{(i)\nu} \right) \left[ V^c - \nu V^\sigma + (V^\tau - \nu V^{\sigma\tau}) (\tau T - \nu) \right] + \left[ V^q - \nu V^{q\sigma} + (V^{q\tau} - \nu V^{q\sigma\tau}) (\tau T - \nu) \right] L(L+1) + \left( f_\alpha^{(\nu)\nu} \right) \left[ V^{\sigma\tau II} \langle O^{15} \rangle + (m_\Delta - m) C^\nu \right] + \nu f_\alpha^{(i)\nu} f_\alpha^{(\nu)\nu} \left[ V^{\sigma\tau II} \langle O^{15} \rangle + V^{\tau II} \langle O^{16} \rangle \right] \right\} a_\alpha^\nu(\tau) \quad (8)$$

در معادله بالا،  $\mu$  و  $\mu^*$  به ترتیب جرمهای کاهش یافته در کانالهای NN و  $N\Delta$  و نیز  $\alpha = (JLST)$  می‌باشد. در این معادله

پتانسیل  $V_{\tau 8}$  در چگالیهای پایین دارای جاذبه بیشتری نسبت به پتانسیل  $AV_{14}$  می‌باشد، اما با افزایش چگالی، دافعه آن بیشتر می‌شود.

**۲.۳. معادله حالت ماده هسته‌ای متقارن**

معادله حالت ماده هسته‌ای را می‌توان توسط معادله زیر از روی انرژی آن به دست آورد،

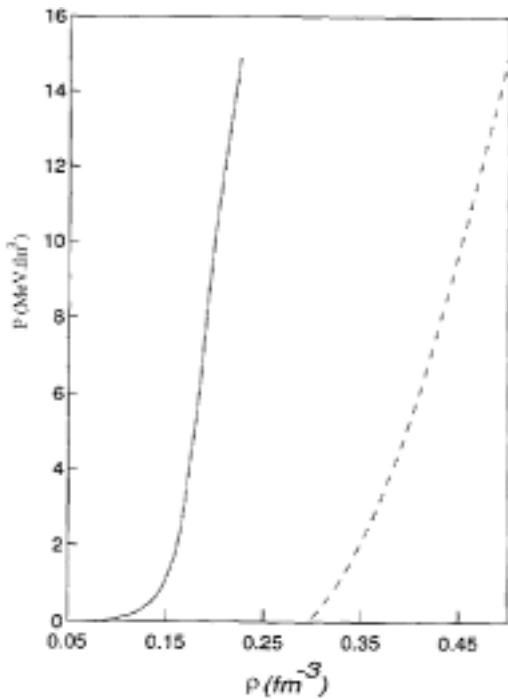
$$P(\rho) = \rho^2 \frac{\partial E(\rho)}{\partial \rho} \quad (16)$$

در شکل ۳، نتایج محاسبات ما برای معادله حالت ماده هسته‌ای متقارن با پتانسیلهای  $V_{\tau 8}$  و  $AV_{14}$  آورده شده است. از این شکل می‌توان دید که اثر ایزوبار  $\Delta$  باعث سخت‌تر شدن معادله حالت ماده هسته‌ای، خصوصاً در چگالیهای بالا، می‌شود. این در حقیقت به خاطر افزایش دافعه با زیاد شدن چگالی در پتانسیل  $V_{\tau 8}$  است.

**۳.۳. خصوصیات نقطه اشباع ماده هسته‌ای متقارن**

در جدول ۲، چگالی  $\rho$ ، انرژی  $E(\rho)$  و تراکم ناپذیری  $\kappa_0$ ،

$$\kappa_0 = 9\rho^2 \left. \frac{\partial^2 E(\rho)}{\partial \rho^2} \right|_{\rho} \quad (17)$$



شکل ۳. معادله حالت ماده هسته‌ای متقارن برای پتانسیلهای  $V_{\tau 8}$  (منحنی پر) و  $AV_{14}$  (منحنی خط چین)

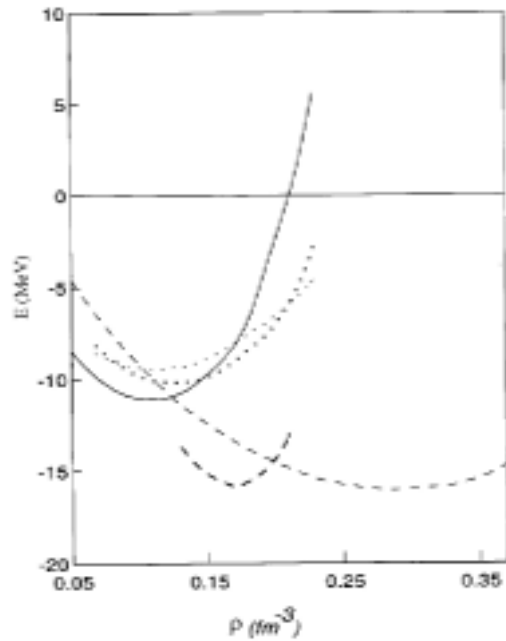
در معادلات بالا علامت پریم نشان دهنده مشتق نسبت به  $\tau$  می‌باشد و نیز داریم،

$$g_{\alpha}^{(i)}(\mathbf{r}) = a_{\alpha}(\mathbf{r})f_{\alpha}^{(i)}(\mathbf{r}) \quad (15)$$

**۳. نتایج**

**۱.۳. منحنی اشباع ماده هسته‌ای متقارن**

نتایج محاسبات ما برای انرژی ماده هسته‌ای با در نظر گرفتن اثر ایزوبار  $\Delta$  و با استفاده از پتانسیل دونوکلوونی  $V_{\tau 8}$  به صورت تابعی از چگالی در شکل ۲ آمده است. در این شکل، نتایج محاسبات LOCV بدون در نظر گرفتن اثر ایزوبار  $\Delta$  یعنی با پتانسیل  $AV_{14}$  [۳] و نتایج تجربی و به طور مشابه نتایج محاسبات BF [۱۱] و HM [۱۲] با پتانسیل  $V_{\tau 8}$  برای مقایسه آورده شده است. در اینجا یک توافق کلی بین نتایج ما و نتایج BF و HM دیده می‌شود. از شکل ۲ می‌توان دریافت که در نظر گرفتن اثر ایزوبار  $\Delta$  در محاسبات، خصوصیات ماده هسته‌ای را به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌دهد. از مقایسه نتایج پتانسیلهای  $V_{\tau 8}$  و  $AV_{14}$  دیده می‌شود که با وارد کردن اثر ایزوبار  $\Delta$ ، منحنی اشباع ماده هسته‌ای در چگالیهای پایین (بالا) به طرف پایین (بالا) جابه جا می‌شود. بنابراین نتیجه می‌شود که



شکل ۲. منحنی اشباع ماده هسته‌ای متقارن برای پتانسیلهای  $V_{\tau 8}$  (منحنی پر) و  $AV_{14}$  (منحنی خط چین)، BF [۱۱] (منحنی نقطه‌چین) و HM [۱۲] (منحنی نقطه‌چین ضخیم‌تر) برای مقایسه آورده شده‌اند.

اینجا با استفاده از  $V_{\tau 8}$  به بررسی اثر ایزوبار  $\Delta$  روی خصوصیات ماده هسته‌ای متقارن پرداخته شده است. از مقایسه نتایج به دست آمده برای پتانسیلهای  $V_{\tau 8}$  و  $AV_{14}$ ، دیده می‌شود که ایزوبار  $\Delta$  باعث تغییرات قابل ملاحظه‌ای در خصوصیات ماده هسته‌ای می‌گردد. همین طور ایزوبار  $\Delta$  باعث سخت تر شدن معادله حالت ماده هسته‌ای می‌شود. محاسبات ما نشان می‌دهند که زیاد بودن جاذبه پتانسیل  $V_{\tau 8}$  در چگالیهای پایین و زیاد بودن دافعه آن در چگالیهای بالا باعث کاهش چگالی و تراکم ناپذیری و نیز افزایش انرژی نقطه اشباع ماده هسته‌ای نسبت به حالتی که اثر ایزوبار  $\Delta$  در نظر گرفته نشده است، می‌شود. در آخر می‌توان نتیجه گرفت که برای خصوصیات ماده هسته‌ای متقارن، حتی با وارد کردن اثر ایزوبار  $\Delta$ ، هنوز بین نتایج محاسبات نظری و نتایج تجربی تواق کامل برقرار نیست. بنابراین بایستی اثرات دیگری مثل برهمکنش سه جسمی و غیره را نیز در محاسبات در نظر گرفت.

جدول ۲. مقایسه بین نتایج به دست آمده برای خصوصیات نقطه اشباع ماده هسته‌ای متقارن

$\kappa_0$	$E(\rho_0)$	$\rho_0$	
۱۱۵	-۱۱/۴۰	۰/۱۱	$V_{\tau 8}$
۲۴۸	-۱۵/۹۹	۰/۲۹	$AV_{14}$
۲۰۰-۳۰۰	-۱۵/۸۶	۰/۱۷	Empirical

مربوط به نقطه اشباع ماده هسته‌ای متقارن برای پتانسیلهای  $V_{\tau 8}$  و  $AV_{14}$  آمده است. نتایج تجربی نیز در این جدول قرار داده شده است. از این جدول دیده می‌شود که تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین نتایج محاسبه شده با پتانسیلهای  $V_{\tau 8}$  و  $AV_{14}$  وجود دارد. در این جا می‌توان دید که وارد کردن اثر ایزوبار  $\Delta$ ، خصوصیات نقطه اشباع ماده هسته‌ای را به میزان نسبتاً زیادی تغییر می‌دهد، اما نتایج تجربی را برآورده نمی‌سازد.

#### ۴. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، بعضی از خصوصیات ماده هسته‌ای متقارن مثل انرژی، معادله حالت و تراکم ناپذیری آن محاسبه شده است. در

#### مراجع

1. J C Owen, R F Bishop, and J M Irvine, *Nucl. Phys. A* **277** (1977) 45.
2. G H Bordbar and M Modarres, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **23** (1997) 1631.
3. G H Bordbar, and M Modarres, *Phys. Rev. C* **57** (1998) 714.
4. M Modarres, and G H Bordbar, *Phys. Rev. C* **58** (1998) 2781.
5. R B Wiringa, V Fiks, and A Fabrocinci, *Phys. Rev C* **38** (1 988) 1010.
6. B D Day, and R B Wiringa, *Phys. Rev. C* **32** (1985) 1957.
7. M Baldo, I Bombaci, and G F Burgio, *Astron. Astrophys.* **328** (1997) 274.
8. J Carlson, and V R Pandharipande, *Nucl. Phys. A* **401** (1983) 821.
9. S Fantoni, B L Friman, and V R Pandharipande, *Nucl. Phys. A* **399** (1983) 51.
10. R B Wiringa, R A Smith and T L Ainsworth, *Phys. Rev. C* **29** (1984) 1207.
11. M Baldo, and L S Frreira, *Nucl. Phys. A* **569** (1994) 645.
12. B terHaar, and R Malfliet, *Phys. Rep.* **149** (1987) 207.