

## بررسی دینامیک گذارهای آبشاری اتمهای میوندار با استفاده از روش چند گروهی

سید ظفرالله کلانتری<sup>۱</sup> و محمد هادی پیراحمدیان

۱. دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۴/۷/۱۳ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۵/۳/۱۰)

### چکیده

در این مقاله یکی از اتمهای اگزوتیک، یعنی اتمهای میوندار مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از نتایج این تحقیق، دست یافتن به روشی است که بتوان با گسترش آن از جمله در نظر گرفتن اندرکنشهای قوی با هسته، دیگر اتمهای اگزوتیک را مورد بررسی قرار داد. علاوه بر این، بررسی سینماتیک گذارهای اتمهای میوندار در محاسبات دقیقتر همجوشی کاتالیزور میونی نقش اساسی دارند. لازم به ذکر است که در این مقاله بر خلاف کار دیگران انرژی جنبشی اتمهای میوندار در طی فرآیندهای گذار، ثابت در نظر گرفته نشده است و برای این منظور از روش گروه‌بندی انرژی استفاده کرده‌ایم. شایان ذکر است که روش گروه‌بندی انرژی ما را قادر ساخته است تا علاوه بر اینکه تأثیر انرژی جنبشی اتمهای میوندار را در فرآیندهای برخوردی گذار به حساب بیاوریم، بتوانیم طیف انرژی جنبشی اتمهای میوندار در حالت پایه را نیز استخراج کنیم.

واژه‌های کلیدی: اتمهای اگزوتیک، اتمهای میوندار، همجوشی کاتالیزور میونی، گذارهای آبشاری

### ۱. مقدمه

اتما امکان‌پذیر است [۱]. علاوه بر این، بررسی اتمهای میوندار که یک نوع از اتمهای اگزوتیک است، در همجوشی کاتالیزور میونی اهمیت دارد.

در این مقاله یکی از اتمهای اگزوتیک، یعنی اتمهای میوندار مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از نتایج این تحقیق، دست یافتن به روشی است که بتوان با گسترش آن از جمله در نظر گرفتن اندرکنشهای قوی با هسته، دیگر اتمهای اگزوتیک را مورد بررسی قرار داد. علاوه بر این، بررسی سینماتیک گذارهای اتمهای میوندار در محاسبات دقیقتر همجوشی کاتالیزور میونی ( $\mu\text{CF}$ ) نقش اساسی دارند؛ زیرا تشکیل مولکولهای میوندار به انرژی برخوردی آنها با مولکولهای محیط وابسته است و تابع توزیع انرژی اتمهای میوندار نیز توسط فرآیندهای گذار و پراکندگی کشسان تعیین می‌شود.

وقتی ذرات منفی سنگینتر از الکترون مثل ( $\mu^-$ ،  $\pi^-$ ،  $K^-$ ، ...) در ماده تزریق شوند، در طی متوقف شدن جای الکترون اتمی می‌نشینند و اتمهایی تشکیل می‌دهند که به آنها اتمهای اگزوتیک<sup>۱</sup> گفته می‌شود. این اتمها به دلیل جرم زیاد این ذرات، ابتدا در حالت‌های بسیار برانگیخته تشکیل شده و طی فرآیندهای آبشاری<sup>۲</sup> سریعاً به حالت‌های پایین‌تر انرژی گذار می‌کنند (مثلاً اتم کایوندار در تراز  $n=25$  در حالت برانگیخته تشکیل می‌شود).

بررسی اتمهای اگزوتیک از جنبه‌های مختلف حائز اهمیت است؛ از جمله بررسی اندرکنشهای قوی این ذرات با هسته و بررسی بعضی از جنبه‌های QCD در انرژیهای پایین در این

۱. Exotic atoms

۲. Cascade processes

انتقال<sup>۲</sup>، پراکندگی کشسان<sup>۳</sup>، مخلوط شدگی استارک<sup>۴</sup> و گذارهای تابشی<sup>۵</sup> نیز باعث وانگیخته شدن اتم میوندار از حالت‌های برانگیخته به حالت‌های پایتتر می‌شوند که در قسمت بعد، این گذارها را به طور مفصلتری توضیح خواهیم داد. اتم میوندار در زمان کمتر از  $10^{-11}$  s به حالت پایه خواهد رسید. رسیدن به حالت پایه در حقیقت شروع چرخه  $\mu\text{CF}$  و فرآیندهای مربوط به همجوشی کاتالیزر میونی است [۳ و ۴]. چون فرآیندهای گذار بسیار سریع اتفاق می‌افتند، امکان تشکیل مولکول برای اتمهای میوندار در طی گذار آبشاری خیلی کم است؛ ولی پس از رسیدن به حالت پایه، شروع تشکیل مولکول میوندار و فرآیندهای همجوشی کاتالیزر میونی است. آهنگ تشکیل مولکول میوندار بسیار وابسته به انرژی جنبشی اتمهای میوندار در حالت پایه است؛ پس دانستن چگونگی طیف انرژی جنبشی اتمهای میوندار در زمان رسیدن به حالت پایه در بررسی چرخه  $\mu\text{CF}$  مهم است.

در این مقاله ابتدا فرآیندهای وانگیختگی اتمهای  $d\mu$  و  $t\mu$  بررسی شده‌اند. سپس معادلات حاکم بر جمعیت اتمهای میوندار در تمام زیر حالت‌های  $n \leq 12$  نوشته شده‌اند. لازم به ذکر است که در این مقاله بر خلاف مرجع [۵] انرژی جنبشی اتمهای میوندار ثابت در نظر گرفته نشده است و از روش گروه‌بندی انرژی استفاده کرده‌ایم، به طوری که معادلات سینماتیکی حاکم بر جمعیت اتمهای میوندار را در هر تراز  $n$  به ۱۰ گروه انرژی جدا کرده‌ایم. برای این منظور آهنگ هر یک از فرآیندهای گذار برخوردی اوژه، کولمب، انتقال میون و پراکندگی کشسان را در هر یک از گروه‌های انرژی استخراج کرده و در معادلات به کار برده‌ایم. با این روش وابستگی انرژی آهنگ گذارهای اتمی در نظر گرفته شد و علاوه بر این کاهش انرژی جنبشی توسط پراکندگی کشسان در محاسبات وارد شد. در نهایت پس از حل ۲۴۰ معادله سینماتیکی جفت شده برای ترازها و گروه‌های انرژی اتمهای  $d\mu$  و  $t\mu$ ، نتایج ارائه شده‌اند.

هنگامی که میون وارد محیط می‌شود، در اثر فرآیندهایی مانند پراکندگی غیر کشسان با اتمها، پراکندگی کولمبی و تابشهای رمزری انرژی آن کاهش می‌یابد و زمانی که میون به انرژی در حدود چند کیلو الکترون ولت رسید، می‌تواند توسط اتمهای مجاور تسخیر شود و جایگزین الکترون اتم گردیده و مقداری از انرژی خود را به الکترون اتم بدهد. حال اگر میون توسط هیدروژن یا ایزوتوپهای آن تسخیر شود، از مقایسه انرژی میون مقید شده در حالت نهایی با انرژی الکترون مقیدی که جایگزین آن شده است، به دست می‌آوریم:

$$\frac{n_{\mu}}{n_e} = \sqrt{\frac{m_{\mu}}{m_e}} \quad (1)$$

بنابراین با انتخاب  $n_e=1$  برای حالت زمینه هیدروژن داریم:

$$n_{\mu} = \sqrt{\frac{m_{\mu}}{m_e}}$$

در نتیجه میون در ابتدا در مدار اتمی  $n_{\mu}=14$  تسخیر می‌شود. مدل گیراندازی بهتری که اثرات مولکولی را هم در نظر می‌گیرد، پیش‌بینی می‌کند که توزیع  $n$  اولیه نزدیک  $n=12$  است [۲].

به دلیل اینکه جرم میون ۲۰۷ مرتبه بزرگتر از جرم الکترون است، میون در فاصله‌ای مابین مدارهای الکترونی در مدت زمان  $10^{-14}$  تا  $10^{-15}$  ثانیه تسخیر می‌شود. شعاع بوهر این اتم نیز متناسب با عکس جرم کاهش یافته اتم است. بنابراین در اثر جایگزینی میون با یک الکترون، این شعاع کاهش می‌یابد.

به دلیل اینکه اتم میوندار تشکیل شده در حالت بسیار برانگیخته است، میون به صورت آبشاری به حالت‌های پایین‌تر انرژی گذار می‌کند تا به حالت زمینه (۱s) برسد. در اولین قدم، اتم میوندار با بیرون انداختن الکترونهای اوژه، وانگیخته می‌شود. الکترونهای اوژه، خارجی‌ترین الکترونهای اتمی هستند که در اثر برخورد با اتمهای محیط و گذارهای میونی، انرژی آزاد شده را حمل می‌کنند. برخوردهای کولمبی<sup>۱</sup>،

۱. Coulomb deexcitation

۲. Muon transfer

۳. Elastic scattering

۴. Stark mixing

۵. Radiative deexcitation

جدول ۱. فرآیندهای آبخاری مهم و بستگی آنها به انرژی ( $x$  و  $x'$  معرف ایزوتوپهای هیدروژن و  $x'_p$  معرف مولکول هیدروژن است).

وابستگی به انرژی	فرآیند	نوع فرآیند
ندارد	$(x\mu)_{n_i} \rightarrow (x\mu)_{n_f} + \gamma$	گذار تابش‌زا
ضعیف	$(x\mu)_{n_i} + x'_p \rightarrow (x\mu)_{n_f} + e + x'_p$	اوزه
متوسط	$(x\mu)_n^l + x \rightarrow (x\mu)_n^{l'} + x$	استارک
قوی	$(x\mu)_n + x \rightarrow (x\mu)_n + x$	پراکندگی کشسان
قوی	$(x\mu)_{n_i} + x' \rightarrow (x\mu)_{n_f} + x'$	وانگیختگی کولمبی
قوی	$(x\mu)_{n_i} + x' \rightarrow (x'\mu)_{n_f} + x$	انتقال

## ۲. بررسی گذارهای اتمهای میوندار

بعد از اینکه میون در تراز برانگیخته اتمی قرار گرفت، با انجام گذارهای آبخاری، به حالت پایه وانگیخته می‌شود. تاکنون مطالعات فراوانی در زمینه فرآیندهای وانگیختگی اتمهای آگزوتیک از جمله اتمهای میوندار صورت گرفته است [۶]. فرآیندهای گذار آبخاری، شامل فرآیندهای برخوردی مختلف و گسیل تابش می‌باشند. مهمترین این فرآیندها و خصوصیات اصلی آنها در جدول ۱ آمده است [۷].

### ۱. گذار تابشی

با یک بررسی الکترو دینامیک کوانتومی در مورد گذار خود به خودی یک اتم الکترونی از حالت  $n$  به حالت  $n'$  با گسیل یک فوتون، می‌توان رابطه زیر را برای احتمال گذار در واحد زمان به دست آورد [۸]

$$\lambda_{nn'} = \frac{4}{3} \alpha^2 (\Delta E_{nn'})^2 |R_n^{n'}|^2, \quad (2)$$

که در آن  $\alpha$  ثابت ساختار ریز است.  $R_n^{n'}$  المان ماتریسی گذار دوقطبی بین حالت‌های  $n$  و  $n'$  است و  $\Delta E_{n,n'}$  اختلاف انرژی بین حالت‌های اولیه و نهایی است. حال اگر به جای الکترون میون داشته باشیم به طور مشابه به فرمول زیر می‌رسیم [۷]

$$\lambda_{nn'}^{\mu\text{on}} = \frac{4}{3} (\Delta E_{n,n'})^2 (R_n^{n'})^2 \bar{M}^{-2} \times 1/6 \times 10^9 (\text{sec}^{-1}), \quad (3)$$

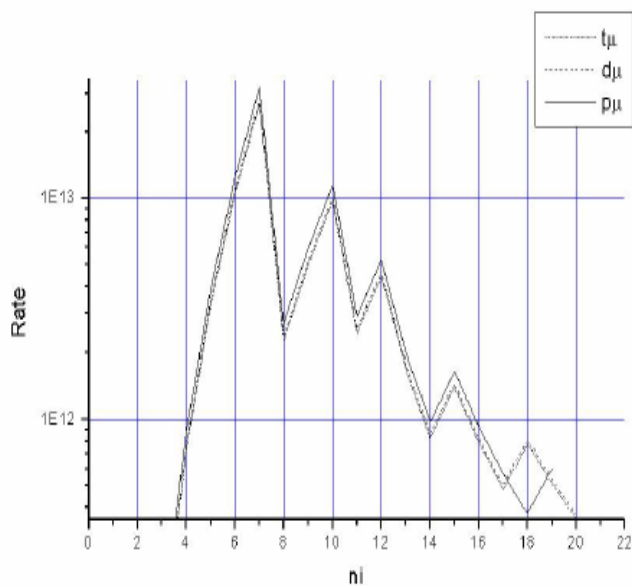
که  $\lambda_{nn}^{\mu\text{on}}$  آهنگ وانگیختگی تابشی اتم میوندار است.  $\bar{M}$  جرم کاهش یافته اتم میونی و  $R_n^{n'}$  از همان توابع موج اتم هیدروژن به دست می‌آید. اختلاف انرژی بین حالت‌های اولیه و نهایی اتم میونی با عدد اتمی  $Z$  است و به صورت زیر تعریف می‌شود [۹]

$$\Delta E_{n,n'} = -\frac{1}{2} m_x \mu Z^2 \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (4)$$

بر اساس روابط (۳) تا (۴) برنامه کامپیوتری تهیه شده است که مقادیر عددی آهنگ گذار تابشی را از هر تراز  $n$  به تراز  $n'$  محاسبه می‌کند. این مقادیر در معادلات سینماتیکی فرآیندهای آبخاری استفاده شد. مشاهده شد که آهنگ گذار تابشی با افزایش  $n$  شدیداً افت می‌کند.

### ۲. فرآیند اوزه خارجی

اگر در برخورد اتمهای میوندار به اتمها یا مولکولهای محیط، اختلاف انرژی بین دو تراز اتم میونی به الکترون اتم (یا مولکول) مجاور منتقل شود، باعث جدا شدن الکترون می‌شود که این فرآیند را اوزه خارجی گویند. در این حالت به دلیل سبک بودن الکترون، انرژی آزاد شده حاصل از وانگیختگی، توسط الکترون حمل می‌شود، لذا انرژی جنبشی اتم میوندار تغییر چندانی نمی‌کند [۱۰].



شکل ۱. آهنگ و انگیزگی اوژه برای اتمهای  $t\mu$  و  $d\mu$  و  $p\mu$  [۱۳].

می‌تواند در عمق ابر الکترونی اتمها و مولکولها نفوذ کند. و انگیزگی کولمبی یک مکانیزم شتاب دهنده مهم است که اتمهای میونی داغ  $E \gg 1\text{eV}$  تولید می‌کند. این فرآیند طبق برهم‌کنش زیر صورت می‌گیرد [۱۱]

$$(a\mu)_n + b \xrightarrow{\lambda_{nm}'} (a\mu)_{n'} + b (n'n') \quad (a,b) = (p,d,t) \quad (\lambda)$$

نکته دیگری که در فرآیند کولمبی مهم است، نوع اتم محیط است. لذا با دو نوع واکنش کولمبی روبه‌رو هستیم. واکنشهای متقارن (برخورد اتم میوندار با ایزوتوپ هم‌جنس خود) و واکنشهای غیر متقارن (برخورد اتم میوندار با ایزوتوپ غیر هم‌جنس خود). این برهم‌کنش‌ها در محیط  $d-t$  عبارتند از:

$$\left. \begin{aligned} (d\mu)_n + t &\rightarrow (d\mu)_{n-1} + t \\ (t\mu)_n + d &\rightarrow (t\mu)_{n-1} + d \end{aligned} \right\} \text{ نامتقارن}$$

$$\left. \begin{aligned} (d\mu)_n + d &\rightarrow (d\mu)_{n-1} + d \\ (t\mu)_n + t &\rightarrow (t\mu)_{n-1} + t \end{aligned} \right\} \text{ متقارن}$$

محاسبات مختلف برای سطوح مقطع این فرآیندها، با نتایج آزمایشگاهی بیش از یک درجه بزرگی متفاوت می‌باشند [۱۴]. فرآیند و انگیزگی کولمبی، حداقل برای ترازهای برانگیخته بالا ( $n > 10$ )، آنجایی که آهنگها قابل مقایسه با آهنگ و انگیزگی اوژه می‌باشد، مهم است [۱۴]. همچنین گذار با  $\Delta n = 1$  از اهمیت بیشتری برخوردار است. در تراز  $n \approx 10$ ، فرآیندهای

$$(x\mu)_i + X \rightarrow (x\mu)_f + X^+ + e \quad (5)$$

$$(X=H,D,T), (x=p,d,t)$$

با استفاده از تقریب مرتبه اول بورن، احتمال گذار به صورت زیر به دست می‌آید [۱۱]

$$\lambda_{if} = Nv_i \sigma_{if} = \frac{4}{3} \times 10^{15} (\text{sec}^{-1}) (R_{nl}^{n'l'})^2 \overline{M}^{-2} (2\Delta E + 1/39)^{-\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

که در آن

$$R_{nl} = \left(\frac{Z}{a}\right)^{\frac{2}{r}} e^{Zr/na} f_{nl}\left(\frac{Zr}{a}\right), \quad a = \frac{1}{M}, \quad (7)$$

و  $\Delta E = \Delta E_{x\mu} - \delta_H$  است.  $\delta_H$  انرژی یونیزاسیون اتم هیدروژن و  $\Delta E_{x\mu}$  انرژی برانگیختگی اتم میونی  $x\mu$  است.

اگر فقط حالت‌های اولیه و نهایی از لحاظ عدد کوانتومی اصلی  $n$  مهم باشد، به جای  $R_{nl}^{n'l'}$  می‌توان از  $R_n^{n'}$  که متوسط  $R_{nl}^{n'l'}$  بر روی حالت‌های  $l$  و  $l'$  است، استفاده کرد. در این قسمت نیز مقادیر  $R_{nl}^{n'l'}$  با یک برنامه کامپیوتری به صورت عددی محاسبه و در نهایت مقادیر عددی آهنگ گذار اوژه از هر تراز اولیه به هر تراز نهایی محاسبه شد تا در معادلات سینماتیکی قرار گیرند.

نتایج محاسبات در شکل ۱ نشان داده شده است. مشاهده می‌گردد که گذار اوژه برای ایزوتوپهای مختلف هیدروژن تفاوت کمی دارد. همچنین برای گذارهای با  $\Delta n = 1$ ، و انگیزگی برای  $\Delta n = 1$  ممنوع می‌شود، زیرا اختلاف  $\Delta E_{x\mu}$  و  $\delta_H$  که به صورت  $\Delta E$  نمایش داده می‌شود، منفی خواهد شد.

همچنین گذارهای با  $\Delta n = 2$  در  $n = 10$  ممنوع می‌شود [۱۲]. هر چه به ترازهای بالاتر می‌رسیم، ممنوعیت برای گذارهای بیشتری اعمال می‌شود، یعنی به طور کلی در ترازهای بالا با توجه به پایداری انرژی، گذارهای با تغییر کم در عدد کوانتومی اصلی اتم میوندار، نمی‌تواند اتفاق بیفتد و در نتیجه در ترازهای بالا آهنگ و انگیزگی اوژه کاهش می‌یابد.

### ۳.۲. برخورد کولمبی

اتم میوندار به علت کوچک بودن و نداشتن بار الکتریکی،

$$(t\mu)_n + d \rightarrow (d\mu)_n + t ,$$

باید بزرگتر از  $0.33 \text{ eV}$  باشد. نتایج مرجع [۵] نشان می‌دهد که آهنگ انتقال شبه رزونانسی با آهنگ شبه رزونانسی معکوس تقریباً برابر است.

انتقال معکوس میون از ایزوتوپ سنگینتر به ایزوتوپ سبکتر به همراه کاهش  $n$  به اندازه یک واحد نیز اتفاق می‌افتد که به آن انتقال معکوس غیر رزونانسی<sup>۳</sup> گویند.

$$(t\mu)_n + d \rightarrow (d\mu)_{n-1} + t ,$$

$$(d\mu)_n + p \rightarrow (p\mu)_{n-1} + d ,$$

$$(t\mu)_n + p \rightarrow (p\mu)_{n-1} + t .$$

انرژی آزاد شده در همه واکنشهای بالا را می‌توان به طور تقریبی با استفاده از رابطه زیر به دست آورد [۱۱]

$$\Delta u = \frac{n-1/2}{n^2(n-1)^2} .$$

آهنگ انجام واکنشهای بالا نیز بر اساس محاسبات مرجع [۵] در این مقاله استفاده شده است.

## ۵.۲. برخورد کشسان

در طی فرایندهای مختلف آبخاری که باعث گذار میون از حالت برانگیخته اتم میونی به حالت پایه می‌شود، برخورد کشسان باعث کند شدن اتم میونی و از دست دادن انرژی جنبشی آن می‌شود، اما تراز اتم میوندار عوض نمی‌شود

$$(x\mu)_n + H \rightarrow (x\mu)_n + H \quad (x=p,d,t) .$$

با این وجود این اتمها در پایان فرآیند آبخاری یعنی هنگام رسیدن به حالت پایه هنوز به انرژی حرارتی محیط نمی‌رسند. آهنگ فرآیند کشسان به صورت زیر در مرجع [۷] محاسبه شده است:

$$\lambda_n^{dec}(E) = N \cdot v \frac{M_{x\mu} M_H}{(M_{x\mu} + M_H)^2} \sigma_n^{tr}(E) , \quad (12)$$

که در آن

$$\sigma_n^{tr}(E) = \frac{\pi^2(n^2-1)}{4m_{x\mu}E} . \quad (13)$$

در رابطه (۱۲)،  $N$  چگالی هیدروژن مایع و  $v$  سرعت نسبی اتم میوندار و  $E$  انرژی نسبی اتم میوندار می‌باشد که می‌توان با

کولمبی و اوژه با هم قابل مقایسه می‌شوند؛ ولی این روند تا مرحله نهایی فرآیندهای آبخاری  $n < 5$  که در آن فرآیند تابشی اهمیت دارد ادامه نمی‌یابد. در این مقاله در محاسبات از آهنگهای واانگیختگی کولمبی ارائه شده در مرجع [۵] برای ترازهای مختلف و در انرژیهای مختلف استفاده شده است.

## ۴.۲. انتقال میون

از آنجا که هسته اتم تریتیوم از دوتریوم سنگینتر است، ترازهای انرژی میون در تریتیوم دارای انرژی منفی تر نسبت به معادل‌های آن در دوتریوم هستند. این امر باعث می‌شود که در برخوردهایی که بین اتمهای دوتریوم میوندار و اتمهای تریتیوم معمولی رخ می‌دهد، میون از دوتریوم به تریتیوم منتقل شود. واکنشی که میون از اتم سبکتر به اتم سنگینتر منتقل می‌شود را انتقال شبه رزونانس<sup>۱</sup> گویند [۱۵].

مانند واکنشهای زیر:

$$(d\mu)_n + t \rightarrow (t\mu)_n + d + \Delta u_1 , \quad (9)$$

$$(p\mu)_n + d \rightarrow (d\mu)_n + p + \Delta u_2 , \quad (10)$$

$$(p\mu)_n + t \rightarrow (t\mu)_n + p + \Delta u_3 . \quad (11)$$

در طی انجام این واکنش، انرژی آزاد می‌شود. انرژی آزاد شده برابر است با:

$$\Delta u = E_2 - E_1 .$$

می‌دانیم در اتمهای هیدروژن گونه،  $E = -1/2 mc^2 \frac{z^2 \alpha^2}{n^2}$  که در آن  $m$  جرم کاهیده اتم هیدروژن گونه می‌باشد. به عبارتی داریم:

$$\Delta u = (\mu_2 - \mu_1) / 2n^2 ,$$

که در آن  $\mu_{1,2} = m_{1,2} c^2 z^2 \alpha^2$  می‌باشد.

اگر در فرآیند انتقال، میون از اتم سنگینتر بتواند جایگزین اتم سبکتر شود، انتقال شبه رزونانس معکوس<sup>۲</sup> خواهیم داشت. شرط اینکه واکنش معکوس اتفاق بیفتد، الزاماً داشتن انرژی جنبشی بیشتر از  $\Delta u$  است؛ یعنی  $E \rangle \Delta u$  باشد. به طور مثال انرژی مجاز برای تراز  $n=12$  در فرآیند زیر

۱. Quasi resonant

۲. Inverse quasi resonant transfer.

۳. Inverse nonresonant transfer

آشکار است [۱۷]. بنابراین در چگالیهای پایین، فرآیند تابش نسبت به فرآیندهای برخوردی اهمیت بیشتری دارد. به این ترتیب همه آهنگهای برخوردی باید در چگالی محیط  $\rho$  ضرب شوند.

فرآیند تعویض ایزوتوپ به غلظت نسبی محیط بستگی دارد، زیرا این فرآیند در اثر برخورد دو ایزوتوپ غیر همجنس هیدروژن در محیط رخ می‌دهد. بنابراین آهنگ تعویض ایزوتوپ اتم میوندار در یک محیط (مثلاً اتم  $d\mu$ ) باید در غلظت ایزوتوپ دیگر در آن محیط ( $t$ ) ضرب شود. به همین دلیل در غلظتهای پایین هر یک از ایزوتوپهای هیدروژن، اهمیت فرآیند تعویض ایزوتوپ کاهش می‌یابد.

در واکنجستگی کولمبی و پراکندگی کشسان نیز چون برخوردها را به صورت متقارن و نامتقارن بررسی می‌کنیم باید آهنگ هر فرآیند در غلظت ایزوتوپی محیط هدف ضرب شوند.

#### ۴. گروه‌بندی انرژی

همان‌طور که در قسمت قبل گفته شد، اتم میوندار برانگیخته، یا توسط فرآیندهای برخوردی گذار انجام می‌دهد و یا اینکه توسط فرآیند تابشی واکنجسته می‌شود. از جمله فرآیندهای مهم برخوردی که در انرژی جنبشی اتم میوندار مؤثر هستند، برخوردهای کولمبی، انتقال میون و پراکندگی کشسان هستند. از طرفی آهنگ این فرآیندها خود تابعی از انرژی است. برای بررسی دینامیک گذارهای آبخاری و استخراج طیف انرژی جنبشی اتمهای میوندار در ترازهای مختلف، از روش چند گروهی انرژی استفاده کرده‌ایم. این در حالی است که در بررسیهای دیگران مربوط به واکنجستگی اتمهای میوندار [۵ و ۱۸]، فقط تغییرات جمعیت ترازها نسبت به زمان در نظر گرفته شده و اتم میوندار به صورت تک انرژی فرض شده است. در این مقاله انرژی جنبشی اتم میوندار در هر تراز، به گروههای انرژی تقسیم شده است و تغییرات جمعیت هر تراز در هر گروه انرژی بررسی شده و در نهایت طیف انرژی اتم

جایگزین کردن و ساده کردن فرمولها، به رابطه کلی زیر رسید:

$$\lambda = \frac{(n^2 - 1)A_{x\mu}}{\sqrt{E}}, \quad (14)$$

که در آن

$$A_{x\mu} = \sqrt{2} N \cdot \pi^2 \frac{M_{x\mu} M_H}{(M_{x\mu} + M_H)^2 m_{x\mu}^{\frac{1}{2}}}$$

برخوردهای کشسان نیز شامل برخوردهای متقارن و نامتقارن است:

$$\left. \begin{aligned} (d\mu)_n + d &\rightarrow (d\mu)_n + d \\ (t\mu)_n + t &\rightarrow (t\mu)_n + t \end{aligned} \right\} \text{مقارن}$$

$$\left. \begin{aligned} (d\mu)_n + t &\rightarrow (d\mu)_n + t \\ (t\mu)_n + d &\rightarrow (t\mu)_n + d \end{aligned} \right\} \text{نامتقارن}$$

آهنگ این فرآیندها بر اساس رابطه (۱۴) به طور عددی در ترازهای مختلف  $n$  و در انرژیهای برخوردی مختلف محاسبه و در حل معادلات سینماتیکی استفاده شده است.

#### ۳. بستگی فرآیندهای آبخاری به چگالی و انرژی

همان‌طور که قبلاً گفته شد، فرآیندهای آبخاری اتمهای میوندار شامل دو دسته فرآیندهای برخوردی (اوژه، مخلوط شدگی استارک، واکنجستگی کولمبی، انتقال میون و پراکندگی کشسان) و غیر برخوردی (تابش) می‌شوند. فرآیند تابش به شرایط فیزیکی محیط بستگی ندارد، بنابراین تنها فرآیند آبخاری غیر وابسته به چگالی و انرژی است. در رابطه‌ای که برای سطح مقطع گذار تابشی ارائه شد (رابطه ۳)، مشخص است که آهنگ تابش به انرژی اتم میوندار بستگی ندارد. فرآیندهای آبخاری اتمهای میوندار به انرژی در جدول ۱ آورده شده است.

آهنگ واکنجستگی اوژه که در تقریب اول بورن [۱۶] محاسبه شده است نیز به انرژی بستگی ندارد؛ زیرا همان‌طور که دیده شد، سطح مقطع محاسبه شده در این تقریب، به طور معکوس متناسب با سرعت اتم میوندار است و در محاسبه آهنگ واکنش، این بستگی از بین می‌رود (رابطه ۶).

آهنگ تمامی فرآیندهای برخوردی به طور خطی با چگالی محیط متناسب هستند. این امر از روابط این واکنشها به خوبی

جدول ۲. تقسیم بندی گروههای انرژی.

بازه انرژی	گروه انرژی
$0 \leq E < 0.1$ (eV)	۱
$0.1 \leq E < 0.2$ (eV)	۲
$0.2 \leq E < 0.3$ (eV)	۳
$0.3 \leq E < 0.4$ (eV)	۴
$0.4 \leq E < 0.5$ (eV)	۵
$0.5 \leq E < 1$ (eV)	۶
$1 \leq E < 2$ (eV)	۷
$2 \leq E < 3$ (eV)	۸
$3 \leq E < 4$ (eV)	۹
$E > 4$ (eV)	۱۰

جنبشی آن بعد از برخورد تغییر می‌کند. برای محاسبه انرژی اتم میوندار بعد از برخورد با اتمها و مولکولهای محیط از روش ساچ و تلر [۱۹] استفاده شده است. اگر برخورد از نوع کشسان باشد، اندازه سرعت نسبی قبل از برخورد و بعد از برخورد یکسان خواهد بود؛ یعنی:  $|\vec{v}'_{rel}| = |\vec{v}_{rel}|$  در غیر این صورت سرعت نسبی بعد از برخورد  $|\vec{v}'_{rel}|$  تغییر خواهد کرد.

اگر  $\Delta u$ ، انرژی آزاد شده یا انرژی دریافت شده در طی فرآیندهای غیرکشسان باشد (اگر انرژی آزاد شود  $\Delta u$  مثبت و اگر انرژی دریافت شود،  $\Delta u$  منفی خواهد بود)، داریم:

$$|\vec{v}'_{rel}| = |\vec{v}_{rel}| \sqrt{1 + \frac{\Delta u}{E}} \Rightarrow |v'_{rel}| = \sqrt{v_{rel}^2 + \frac{2\Delta u}{m}} \quad (15)$$

که در آن  $m$ ، جرم کاهیده اتم میوندار و  $E$  انرژی جنبشی نسبی اتم میوندار و مولکول مورد برخورد است.

حال می‌توان گروه انرژی را پس از برخورد تعیین کرد. برای این کار برای هر یک از برخوردهای کولمبی، انتقال و پراکندگی برنامه کامپیوتری جداگانه‌ای با لحاظ کردن این نکته که انرژی و انرژی‌نگی بین دو ذره برخوردی تقسیم می‌شود، نوشته شده است. در هر یک از این برنامه‌ها، در ابتدا جنس برخورد (مقارن- نامقارن) و اینکه تراز اتم میوندار تغییر می‌کند یا خیر، مشخص می‌شود؛ سپس با در نظر گرفتن اتمها و مولکولهای محیط در دمای اتاق ( $T=300$  K)، برای هر تراز و گروه انرژی، تراز و گروه انرژی پس از برخورد تعیین شده است.

## ۵. معادلات سینماتیک مربوط به فرآیندهای آبخاری اتمهای میوندار در گروههای مختلف انرژی

برای نوشتن معادلات سینماتیک گذارهای آبخاری اتمهای میوندار، انرژی جنبشی اتمهای میوندار را در حالت  $n$  به ۱۰ گروه انرژی تقسیم کرده‌ایم (به جدول ۲ مراجعه شود). سپس با در نظر گرفتن گذارهای ممکن از هر تراز به گروههای انرژی ترازهای دیگر، معادلات دیفرانسیل مربوط به جمعیت آنها را می‌نویسیم. در نوشتن معادلات، بستگی فرآیندهای برخوردی به

میوندار در حالت پایه به دست آمده است. تقسیم‌بندی گروههای انرژی در جدول ۲ آمده است.

در مرحله بعد باید با توجه به نوع برخورد اتم میوندار با اتمهای محیط (برخوردهای کولمبی، انتقال میون و پراکندگی کشسان)، انرژی اتم میوندار بعد از برخورد را تعیین و گروه انرژی بعد از برخورد را مشخص کنیم. به عبارت دیگر باید مشخص شود که به ازای هر برخورد کولمبی، انتقال و پراکندگی که در یک گروه انرژی انجام می‌شود و باعث افزایش یا کاهش انرژی جنبشی اتم میوندار می‌گردد، بعد از برخورد، اتم میوندار به چه گروه انرژی منتقل می‌شود. در این حالت در معادلات باید تعیین کنیم که چگونه از جمعیت یک گروه انرژی کاسته و به گروه دیگر انرژی افزوده می‌شود.

### ۴.۱. تعیین انرژی جنبشی اتمهای میوندار بعد از برخورد

وقتی اتم میوندار به حالت‌های پایین‌تر توسط فرآیندهای برخوردی و انرژی‌نگی شده یا پراکندگی کشسان انجام داد، انرژی

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{i(i>n)} \phi \lambda_{au}^{\{i \rightarrow n\}} P_{(i,m)_{d\mu}} - \sum_{i(i<n)} \phi \lambda_{au}^{\{n \rightarrow i\}} P_{(n,m)_{d\mu}} \\
 & + \sum_l \phi(c_d) \lambda_{coul}^{\{n+1 \rightarrow n\}} P_{(n+1,l)_{d\mu}} - \sum_l \phi(c_d) \lambda_{coul}^{\{n \rightarrow n-1\}} P_{(n,m)_{d\mu}} \\
 & + \sum_l \phi(c_t) \lambda_{coul}^{\{n+1 \rightarrow n\}} P_{(n+1,l)_{d\mu}} - \sum_l \phi(c_t) \lambda_{coul}^{\{n \rightarrow n-1\}} P_{(n,m)_{d\mu}} \\
 & + \sum_l \phi(c_d) \lambda_{tr}^{\{n \rightarrow n\}} P_{(n,l)_{d\mu}} - \sum_l \phi(c_t) \lambda_{tr}^{\{n \rightarrow n\}} P_{(n,m)_{d\mu}} \\
 & + \sum_l \phi(c_d) \lambda_{tr}^{\{n+1 \rightarrow n\}} P_{(n+1,l)_{d\mu}} - \sum_l \phi(c_t) \lambda_{tr}^{\{n \rightarrow n-1\}} P_{(n,m)_{d\mu}} \\
 & + \sum_{l(l>m)} \phi(c_d) \lambda_{dec}^{\{n \rightarrow n\}} P_{(n,l)_{d\mu}} - \sum_{l(l<m)} \phi(c_d) \lambda_{dec}^{\{m \rightarrow l\}} P_{(n,m)_{d\mu}} \\
 & + \sum_{l(l>m)} \phi(c_t) \lambda_{dec}^{\{n \rightarrow n\}} P_{(n,l)_{d\mu}} - \sum_{l(l<m)} \phi(c_t) \lambda_{dec}^{\{m \rightarrow l\}} P_{(n,m)_{d\mu}}
 \end{aligned} \tag{۱۶}$$

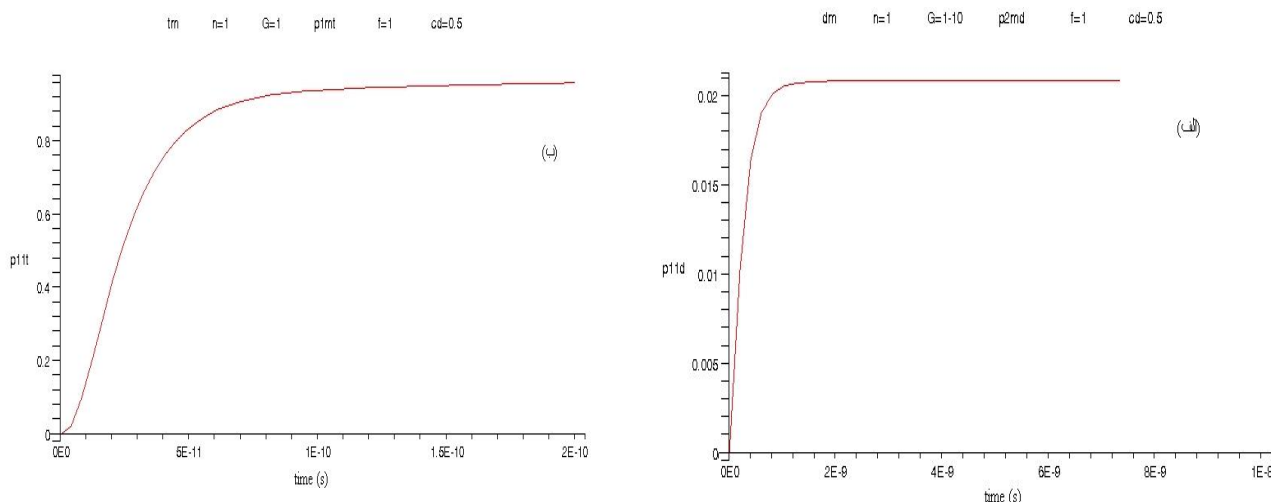
$$\begin{aligned}
 \frac{dP_{(n,m)_{t\mu}}}{dt} & = \sum_{i(i>n)} \lambda_{ra}^{\{i \rightarrow n\}} P_{(i,m)_{t\mu}} - \sum_{i(i<n)} \lambda_{ra}^{\{n \rightarrow i\}} P_{(n,m)_{t\mu}} \\
 & + \sum_{i(i>n)} \phi \lambda_{au}^{\{i \rightarrow n\}} P_{(i,m)_{t\mu}} - \sum_{i(i<n)} \phi \lambda_{au}^{\{n \rightarrow i\}} P_{(n,m)_{t\mu}} \\
 & + \sum_l \phi(c_d) \lambda_{coul}^{\{n+1 \rightarrow n\}} P_{(n+1,l)_{t\mu}} - \sum_l \phi(c_d) \lambda_{coul}^{\{n \rightarrow n-1\}} P_{(n,m)_{t\mu}} \\
 & + \sum_l \phi(c_t) \lambda_{coul}^{\{n+1 \rightarrow n\}} P_{(n+1,l)_{t\mu}} - \sum_l \phi(c_t) \lambda_{coul}^{\{n \rightarrow n-1\}} P_{(n,m)_{t\mu}} \\
 & + \sum_l \phi(c_t) \lambda_{tr}^{\{n \rightarrow n\}} P_{(n,l)_{d\mu}} - \sum_l \phi(c_d) \lambda_{tr}^{\{n \rightarrow n\}} P_{(n,m)_{t\mu}} \\
 & + \sum_l \phi(c_t) \lambda_{tr}^{\{n+1 \rightarrow n\}} P_{(n+1,l)_{d\mu}} - \sum_l \phi(c_d) \lambda_{tr}^{\{n \rightarrow n-1\}} P_{(n,m)_{t\mu}} \\
 & + \sum_{l(l>m)} \phi(c_d) \lambda_{dec}^{\{n \rightarrow n\}} P_{(n,l)_{t\mu}} - \sum_{l(l<m)} \phi(c_d) \lambda_{dec}^{\{m \rightarrow l\}} P_{(n,m)_{t\mu}} \\
 & + \sum_{l(l>m)} \phi(c_t) \lambda_{dec}^{\{n \rightarrow n\}} P_{(n,l)_{t\mu}} - \sum_{l(l<m)} \phi(c_t) \lambda_{dec}^{\{m \rightarrow l\}} P_{(n,m)_{t\mu}}
 \end{aligned} \tag{۱۷}$$

چگالی و غلظت محیط، را در نظر می‌گیریم. نوشتن معادلات برای هر تراز و هر گروه انرژی به این صورت است که فرآیندهایی که باعث افزایش جمعیت آن تراز و گروه انرژی می‌شوند را با علامت مثبت و فرآیندهایی که باعث کاهش جمعیت آن تراز و گروه انرژی می‌شوند را با علامت منفی وارد معادلات می‌کنیم. در معادلات (۱۶ و ۱۷) شکل کلی آنها در محیط D/T برای جمعیت اتمهای  $d\mu$  و  $t\mu$  آورده شده است که در آن P معرف جمعیت تراز، n شماره تراز اتم و m شماره گروه انرژی جنبشی اتم است و  $\lambda_{coul}$ ,  $\lambda_{ra}$ ,  $\lambda_{au}$  و  $\lambda_{tr}$ ,  $\lambda_{dec}$ ,  $\lambda_{tr}$  به ترتیب عبارتند از؛ آهنگ گذار اوژه، گذار تابش‌زا، و آهنگیختگی کولمبی، آهنگ تعویض ایزوتوپ و آهنگ پراکندگی کشسان. همچنین  $\phi$  چگالی محیط نسبت به چگالی هیدروژن مایع است ( $\phi = \frac{N}{N_0}$ ) که در آن  $N_0 = 4.25 \times 10^{22}$ . باید توجه داشت که تغییر جمعیت از یک تراز به تراز دیگر (تغییر n) توسط فرآیندهای گذار اتمی اتفاق می‌افتد که بعضی از آنها مانند کولمب و انتقال باعث تغییر در گروه انرژی (m) نیز خواهند شد. همچنین تغییر در گروه انرژی علاوه بر اینکه در طی بعضی از گذارهای اتمی اتفاق می‌افتد، می‌تواند توسط پراکندگی کشسان نیز رخ دهد که در آن صورت بدون تغییر در n، فقط باعث تغییر در m می‌شود.

نکته حائز اهمیت این است که هر جمله متناظر با فرآیندی که از تراز n و گروه انرژی m کم می‌شود، باید در تراز و گروه انرژی دیگری، با علامت مثبت ظاهر شود. مثلاً در تعویض ایزوتوپ، جمله‌هایی که با ضریب  $c_t$  برای تغییرات جمعیت مربوط به اتم  $d\mu$  با علامت منفی ظاهر می‌شود، در معادلات تغییرات جمعیت مربوط به اتم  $t\mu$  با علامت مثبت آورده می‌شود (توجه شود که فقط در فرآیند تعویض ایزوتوپ است که نوع اتم می‌بندار عوض می‌شود).

$$\frac{dP_{(n,m)_{d\mu}}}{dt} = \sum_{i(i>n)} \lambda_{ra}^{\{i \rightarrow n\}} P_{(i,m)_{d\mu}} - \sum_{i(i<n)} \lambda_{ra}^{\{n \rightarrow i\}} P_{(n,m)_{d\mu}}$$





شکل ۲. نمودارهای مربوط به تغییر جمعیت تراز  $n=1$  در گروه انرژی  $m=1$ . (الف) برای اتم  $d\mu$  و (ب) اتم  $t\mu$ .

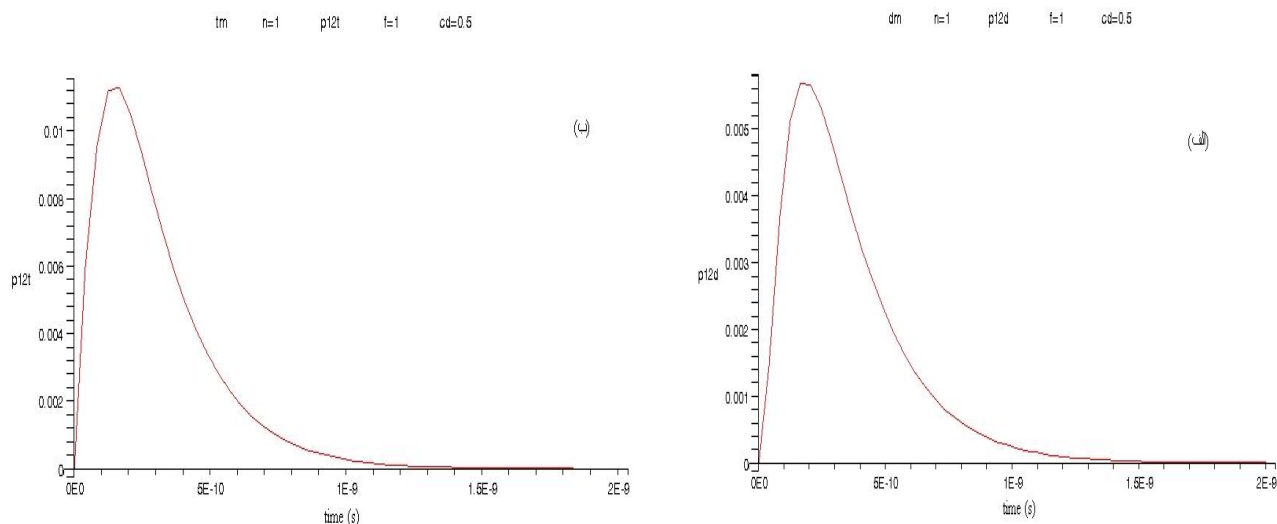
دیفرانسیل جفت شده خطی مربوط به سینماتیک فرآیندهای آبخار میونی آورده شده است. در ابتدا نمودارهای مربوط به تغییر جمعیت تراز  $n=1$  و به ازای گروههای انرژی  $m=1$  و  $m=2$  نسبت به زمان رسم شده‌اند. در شکل‌های ۲ و ۳ مشاهده می‌شود که جمعیت تراز  $n=1$  و گروه  $m=2$  از صفر شروع شده و به یک مقدار ماکزیمم رسیده و در نهایت جمعیت گروه  $m=2$  خالی شده و اتم میوندار به حالت پایه در گروه انرژی  $m=1$  رفته است. تغییرات گروه انرژی  $m > 2$  نیز به همین صورت به دست آمده است. نمودارهای مربوط به تغییر جمعیت کل تراز  $n=1$  و  $n=12$  مربوط به مجموع جمعیت همه گروههای انرژی نسبت به زمان در شکل‌های ۴، ۵ و ۶ نشان داده شده است و با نتایج مربوط به شبیه سازی به روش مونت کارلو [۲۰]، مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که جمعیت تراز و مدت زمانی که جمعیت تراز  $n=1$  برای اتمهای  $d\mu$  و  $t\mu$  به یک مقدار تقریباً ثابتی می‌رسد در دو روش از تطابق خوبی برخوردار است. در شکل ۶ مشاهده می‌شود که جمعیت تراز  $n=12$  با توجه به شرایط اولیه در لحظه  $t=0$ ، پر بوده و شروع به خالی شدن می‌کند و در مدت زمان کوتاهی خالی می‌شود ( $\sim 10^{-12}$  s). بر خلاف این تراز، دیگر ترازاها از حالت جمعیت صفر در لحظه  $t=0$ ، بعد از شروع واانگیختگی اتم، شروع به پر شدن می‌کنند و در همه ترازاها به غیر از تراز

این معادلات دیفرانسیل از نوع خطی است؛ زیرا در هر جمله این معادله‌ها، فقط متغیر مربوط به جمعیت هر تراز و هر گروه انرژی به صورت خطی وجود دارد. چون  $n \leq 12$  در نظر گرفته شده است و به ازای هر  $n$ ، ۱۰ گروه انرژی جنبشی داریم پس جمعاً ۱۲۰ معادله برای جمعیت اتمهای  $d\mu$  و همین تعداد برای اتمهای  $t\mu$  در ترازاها و گروههای انرژی مختلف خواهیم داشت. جمع همه معادلات باید صفر شود. جمع کردن این ۲۴۰ معادله دیفرانسیل جفت شده خطی قبل از حل آنها، روش خوبی برای امتحان درست نوشتن معادلات است.

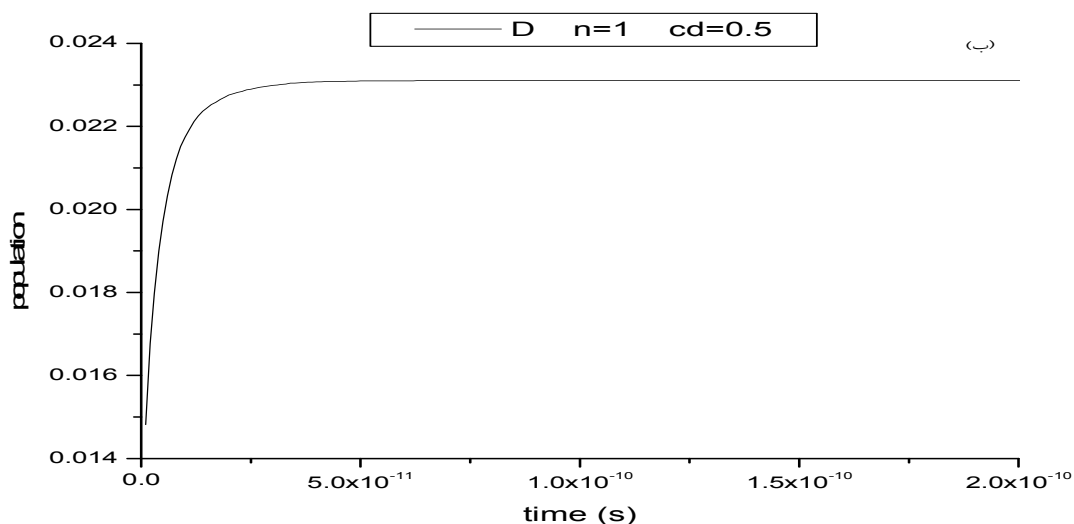
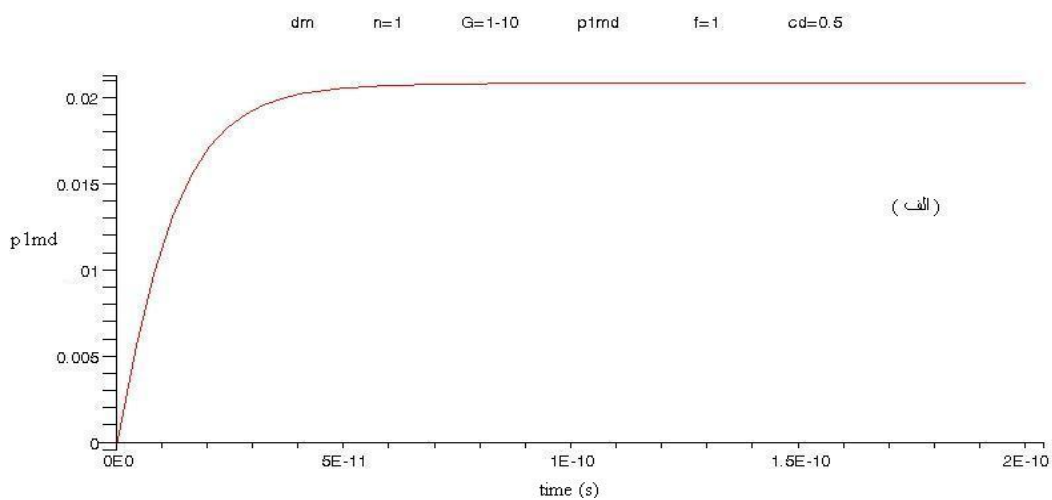
برای حل این دستگاه معادلات دیفرانسیل جفت شده خطی از روش رونگ-کوتا، مرتبه چهارم، استفاده می‌کنیم که به عنوان روش پیش فرض حل دستگاه معادلات دیفرانسیل جفت شده خطی در نرم‌افزار Maple9 به کار رفته است. در نهایت با استفاده از این نرم‌افزار، این دستگاه معادلات دیفرانسیل را با شرایط اولیه‌ای که در آن جمعیت تمام ترازهای  $n$  و تمام گروههای انرژی  $m$  صفر هستند و فقط جمعیت اتمهای  $d\mu$  و  $t\mu$  در تراز  $n=12$  و  $m=10$  به نسبت غلظت ایزوتوپی قرار دارد  $(P_{(12,10)}d\mu=c_d)$  و  $(P_{(12,10)}t\mu=c_t)$ ، حل کرده‌ایم.

## ۶. نتایج

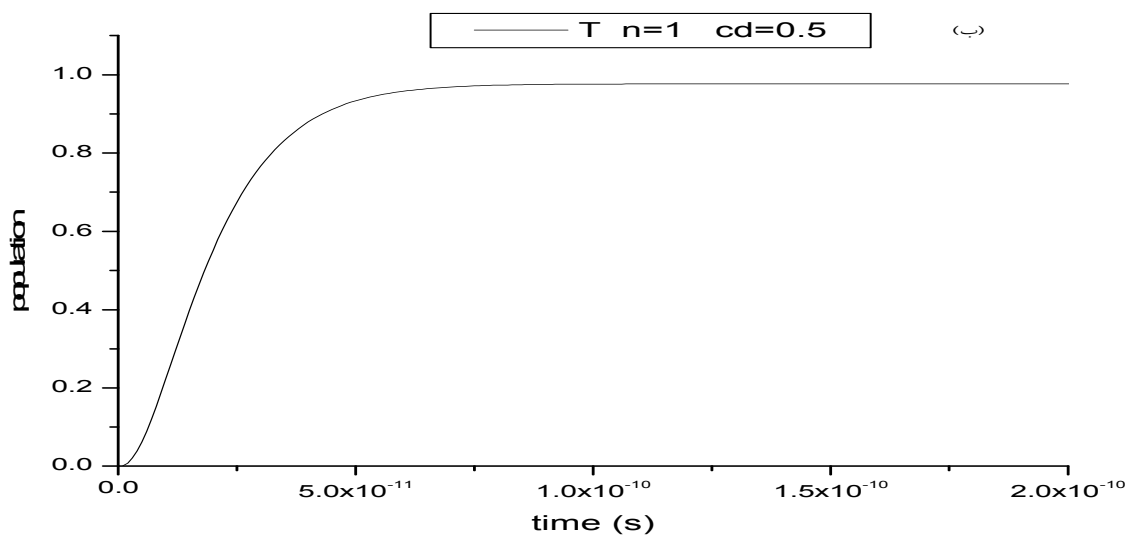
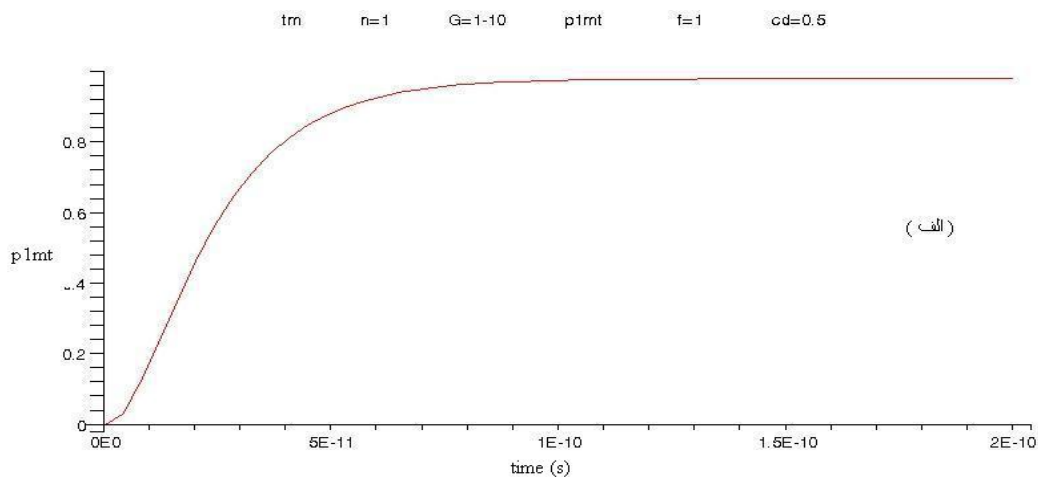
در این قسمت نتایج به دست آمده از حل دستگاه معادلات



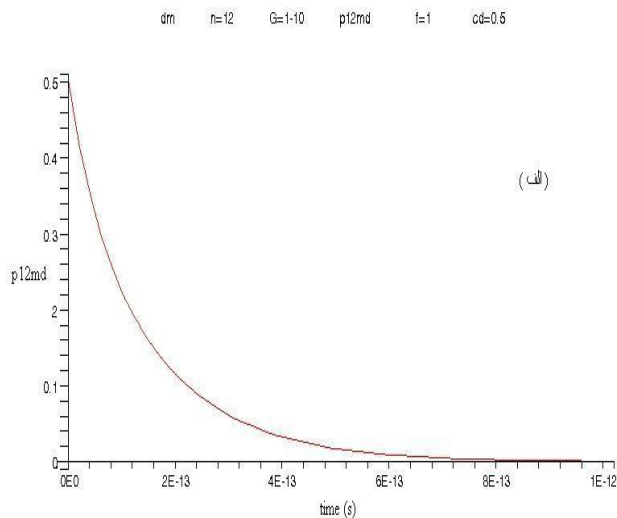
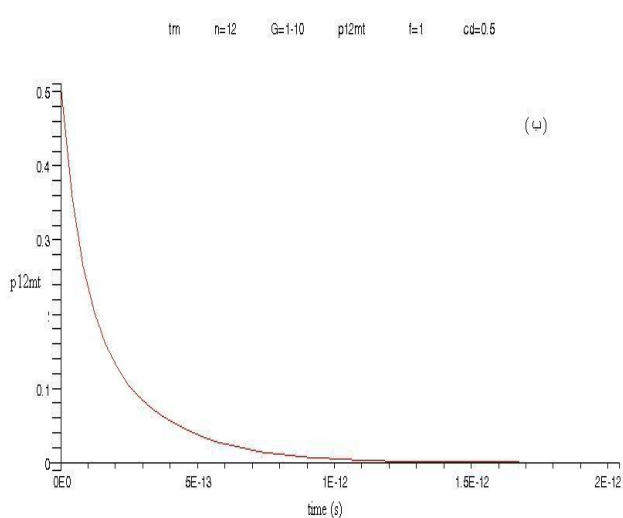
شکل ۳. نمودارهای مربوط به تغییر جمعیت تراز  $n=1$  در گروه انرژی  $m=2$ . (الف) برای اتم  $d\mu$  و (ب) اتم  $t\mu$ .



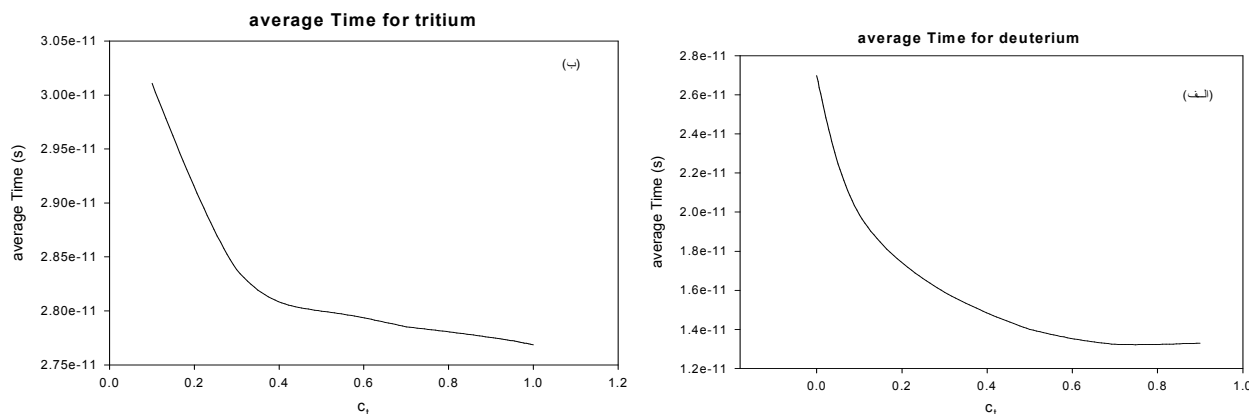
شکل ۴. تغییرات مجموع جمعیت تراز  $n=1$  در تمام گروههای انرژی نسبت به زمان برای اتم  $d\mu$ . (الف) با استفاده از روش حل معادلات سینماتیکی. (ب) شبیه سازی مونت کارلو.



شکل ۵. تغییرات مجموع جمعیت تراز  $n=1$  در تمام گروه‌های انرژی نسبت به زمان برای اتم  $t\mu$ . (الف) با استفاده از روش حل معادلات سینماتیکی. (ب) شبیه سازی مونت کارلو.



شکل ۶. تغییرات مجموع جمعیت تراز  $n=12$  در تمام گروه‌های انرژی نسبت به زمان. (الف) برای اتم  $d\mu$ . (ب) برای اتم  $t\mu$ .



شکل ۷. زمان متوسط گذار با استفاده از حل سینماتیک (الف) برای اتم  $d\mu$  و (ب) برای اتم  $t\mu$ .

جدول ۳. مقایسه زمان واانگیختگی گذارهای آبشار میونی برای محیطهای خالص D و T به دو روش سینماتیک و مونت کارلو.

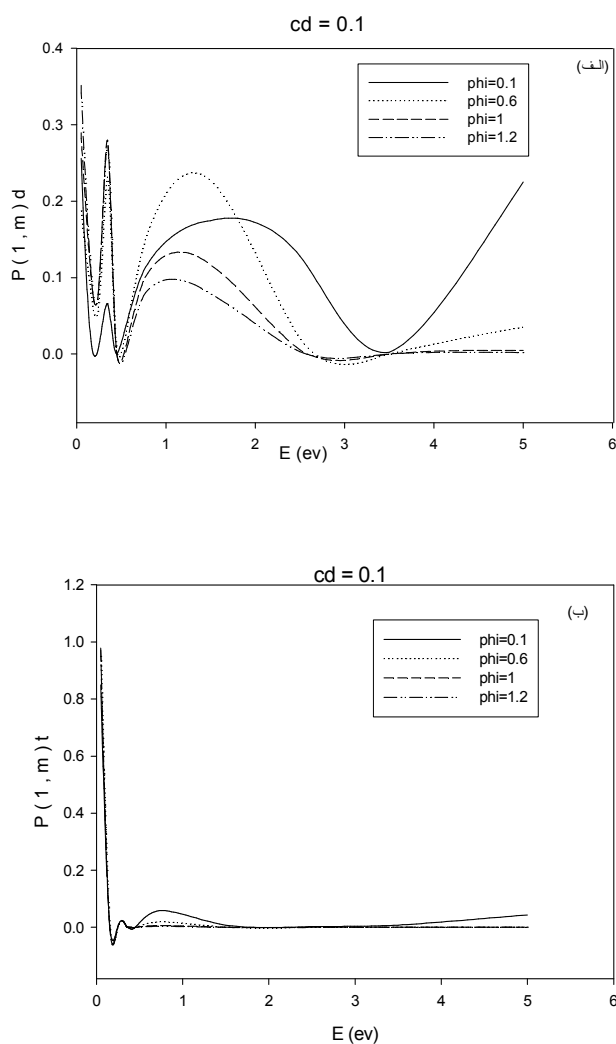
روش	زمان واانگیختگی	
	اتم $d\mu$	اتم $t\mu$
سینماتیک	$2/7 \times 10^{-11}$ s	$2/8 \times 10^{-11}$ s
شبیه سازی مونت کارلو [۲۰]	$2/4 \times 10^{-11}$ s	$2/1 \times 10^{-11}$ s

زمانهای واانگیختگی به دست آمده از روش مونت کارلو [۲۰] که در جدول ۳ آورده شده است، از توافق خوبی برخوردار است.

تمام اتمهای  $d\mu$  که در حالت برانگیخته تشکیل می شوند، موفق به گذار به حالت پایه نمی شوند. بنابراین کمیت احتمال رسیدن به حالت پایه برای اتمهای  $d\mu$  تعریف می شود که با پارامتر  $q_{1s}$  نشان داده می شود. این کمیت در بررسی چرخه  $\mu CF$  کمیت مهمی است. برای محاسبه  $q_{1s}$ ، ابتدا با توجه به نمودارهای تغییر جمعیت کل تراز  $n=1$  در تمام گروههای انرژی، زمانی را که جمعیت تراز  $n=1$  به مقدار ثابتی می رسند را از روی نمودار پیدا می کنیم (شکل ۴). در این لحظه از زمان که با توجه به شکل ۴ برابر است با  $2 \times 10^{-11}$  s، مجموع جمعیت  $d\mu(1s)$  در تمام گروههای انرژی را استخراج می کنیم. طبق تعریف پارامتر  $q_{1s}$  را که عبارت است از احتمال رسیدن اتم  $d\mu$  به

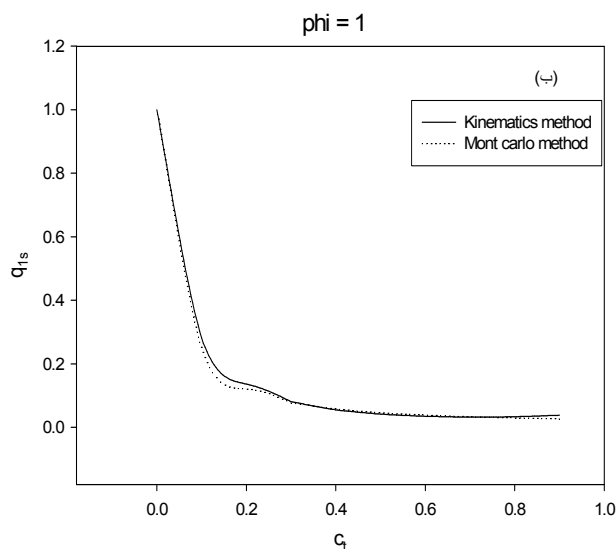
$n=1$  دوباره جمعیت تراز خالی می شود و اتم میوندار به حالتی پایتتر انرژی می رود و فقط تراز  $n=1$  است که جمعیت در آن پر می شود تا لحظه ای که دیگر جمعیت در این تراز افزایش پیدا نمی کند و همه اتمهای میوندار به حالت پایه رسیده اند.

در نمودارهای زمان متوسط گذار اتم میوندار به حالت پایه، شکل ۷، می توان زمان واانگیختگی اتم میوندار را نیز به دست آورد. این زمان برای اتم  $d\mu$  مربوط به نقطه ای است که غلظت محیط خالص باشد؛ یعنی  $c_i=0$  ( $c_d+c_t=1$ ) و چون محیط فقط شامل مولکولهای دوتریم است، انتقال میون به ایزوتوپ دیگر در گذارهای آبشار میونی وجود ندارد و زمان محاسبه شده فقط بیانگر زمان متوسط گذار آبشاری به  $1s$  در اتم  $d\mu$  است. برای اتم  $t\mu$  نیز این زمان مربوط به نقطه ای روی شکل ۷ می شود که  $c_t=1$  است و در نتیجه باز هم انتقال میون در محیط وجود ندارد. مشاهده شد که این زمانها با نتایج قبلی که در آنها زمان واانگیختگی اتمهای میوندار به دست آمده است [۱۸] و با



شکل ۹. طیف انرژی برای غلظت  $c_d = 0.1$ . (الف) برای اتم  $d\mu_{1s}$  و (ب) برای اتم  $t\mu_{1s}$ .

نکته‌ای که باید به آن توجه شود این است که جمعیت در هر گروه انرژی نسبت به جمعیت کل گروه‌های انرژی آن تراز بهنجار می‌شود. در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ طیف انرژی اتم‌های  $d\mu$  و  $t\mu$  در غلظت‌های  $c_d = 0.1$  و  $c_d = 0.5$  و  $c_d = 0.9$  و در چگالی‌های  $\phi = 0.1$ ،  $\phi = 0.6$ ،  $\phi = 1$  و  $\phi = 1/2$  رسم شده‌اند. نکته حائز اهمیت در این نمودارها این است که طیف انرژی ماکسولی نیست و به دلیل فرآیندهای برخوردی از جمله گذار کولمبی و انتقال میون که فرآیندهای انرژی‌زا هستند، گروه انرژی اتم بعد از برخورد اتم، به گروه انرژی بالاتر، به خصوص



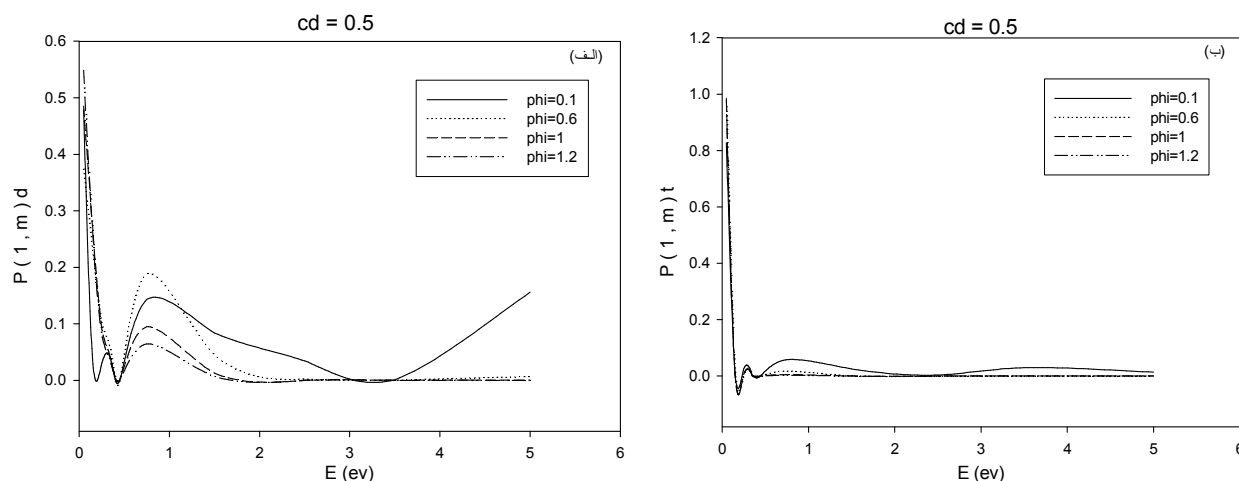
شکل ۸. مقایسه نمودار کمیت  $q_{1s}$  از روش سینماتیک و شبیه‌سازی مونت کارلو

حالت  $1s$ ، محاسبه می‌کنیم.

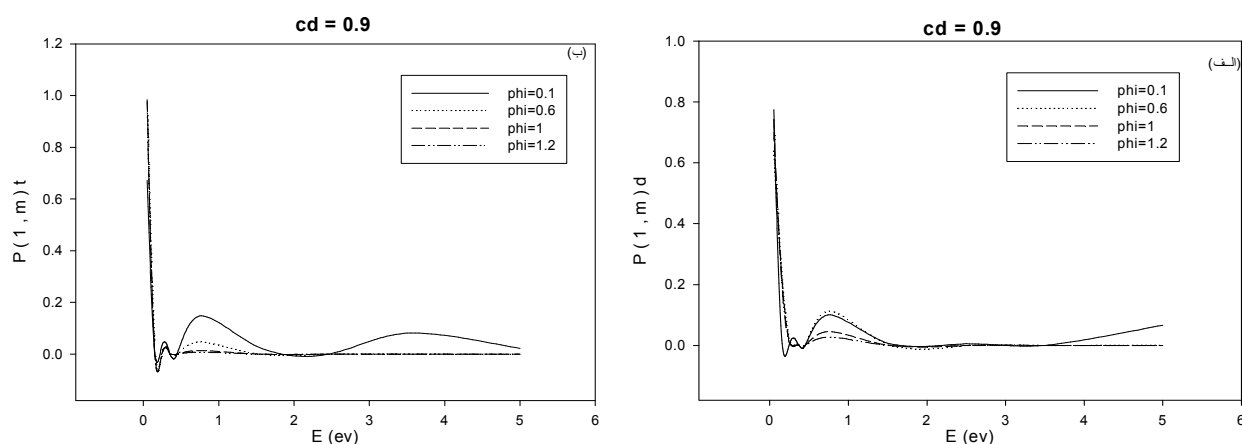
$$q_{1s} = \frac{\sum p_{md}(t)}{c_d} \quad (18)$$

این کمیت را نسبت به غلظت‌های مختلف  $c_t$  و در چگالی‌های مختلف محاسبه کرده‌ایم و آنها را با شبیه‌سازی مونت کارلو مقایسه کرده‌ایم. شکل ۸ نشان می‌دهد که مقدار محاسبه  $q_{1s}$  از روش حل معادلات سینماتیکی با مقدار حاصل از روش مونت کارلو [۲۰] توافق خوبی دارد.

روش گروه‌بندی انرژی ما را قادر می‌سازد تا طیف انرژی اتم‌های میوندار را در هر تراز  $n$  از جمله حالت پایه استخراج کنیم. برای رسم طیف انرژی اتم‌های  $d\mu$  و  $t\mu$  در حالت پایه، جمعیت در هر گروه انرژی مربوط به تراز  $n = 1$  را نسبت به انرژی گروه‌های انرژی در زمانی که جمعیت اتم‌های  $d\mu$  و  $t\mu$  نسبت به زمان تقریباً ثابت می‌شوند و اکثر اتم‌ها به حالت پایه رسیده‌اند، رسم می‌کنیم. با استفاده از شکل ۵ این لحظه تقریباً برابر با  $2 \times 10^{-10}$  s به دست می‌آید. دقت شود که طیف انرژی در لحظه‌های مختلف، با هم فرق دارند. با استفاده از گروه‌بندی ریزتر می‌توان به نتایج دقیقتری دست یافت ولی با اضافه کردن یک گروه جدید، ۲۴ معادله به دستگاه معادلات اضافه خواهد شد و باعث بالا رفتن حجم محاسبات می‌شود.



شکل ۱۰. طیف انرژی برای غلظت  $c_d = 0.5$ . (الف) برای  $d\mu_{1s}$  و (ب) برای  $t\mu_{1s}$ .



شکل ۱۱. طیف انرژی برای غلظت  $c_d = 0.9$ . (الف) برای  $d\mu_{1s}$  و (ب) برای  $t\mu_{1s}$ .

برخوردی گذار به انرژی جنبشی، تقریب مناسبی نیست. همچنین از نتایج استخراج شده برای طیف انرژی اتمهای میوندار در حالت پایه می توان در حل چرخه  $\mu CF$  که در آن تشکیل مولکول میوندار وابسته به انرژی برخوردی اتم میوندار در حالت پایه است، استفاده کرد. علاوه بر این روش ارائه شده در این مقاله می تواند در بررسی گذارهای آبشاری سایر اتمهای اگزوتیک به کار رود.

$m = 10$  می رود و باعث افزایش دنباله طیف در انرژیهای زیاد، شده است. شایان ذکر است که روش گروه بندی انرژی که در این مقاله استفاده شده است، ما را قادر ساخته است تا علاوه بر اینکه تأثیر انرژی جنبشی اتمهای میوندار را در فرآیندهای برخوردی گذار به حساب بیاوریم، بتوانیم طیف انرژی جنبشی اتمهای میوندار در حالت پایه را نیز استخراج کنیم. در کارهای مشابه [۲، ۱۹] معادلات سینماتیکی در انرژی ثابت (در یک گروه انرژی) حل شده است که به دلیل وابستگی فرآیندهای

## مراجع

12. L I Ponomarev and E A Solov'ev, *Hyperfine Interactions*, **119** (1999) 55-62.
۱۳. محمد ترکیهای اصفهانی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، (۱۳۸۳).
14. P Froelich, *Advances in Phys.*, **41** (1992) 5405-508.
15. R J Blin-stoyle, *Nuclear and Particle Physics*, Chapman and hall (1992).
16. J J Sakurai, "Modern Quantum Mechanics.", Academic Press (1999) 406-508.
17. V E Markushin, *Phys. Rev. A.*, **50** (1994) 1137.
18. V Bystritsky, W Czaplinski, M Filipowicz, E Gula and N Popov, *Eur. Phys. J. D.* (2005) 75.
19. J S Cohen, *Phys. Rev. A.*, **34** (1986) 1.
۲۰. سید ظفراله کلانتری و مرتضی رئیسی، کنفرانس هسته‌ای ایران، مشهد (۱۳۸۴).
1. G Beer, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **94** (2005) 212302.
2. N L Bodanova, V E Markushin, V S. Melezhik and L I Ponomarev, *Sov. Phys JETP.*, **56** (1982) 5-931.
3. M R Eskandari, et al., *Iranian Journal of Sci. & Tech.A*, **25** (2001) 355.
4. S Z Kalantari, *Hyperfine Interactions*, **128** (2000) 481.
5. W Czaplinski, A Gula, A Kravtson, A Mikhilov and N Popov, *Phys. Rev. A.*, **50** (1994) 1-525.
6. T S Jensen, V E Markushin, *arXiv: nucl- th / 9812019*, (1983).
7. V E Markushin, *Hyperfine Interactions*, **119** (1999) 11-21.
8. B Lauss, *Phys. Let.*, **76**, 25 (1976).
9. M Leon, H Beth, *Phys. Rev.*, **127** (1962).
10. D Chatellard, et al., *Phys.Rev. A.* **60** (1999) 209.
11. M C Struensee ,and J S Cohen, *Phys. Rev. A.* **38** (1988) 1-44.