

## RLC

h-pahlavani@qom.ac.ir :

(دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۲/۲۰؛ پذیرش: ۱۳۸۸/۱۲/۱۶)

LC  
R LC

$$\hat{H} = \frac{1}{2L} \hat{p}^2 + \frac{1}{2C} \hat{q}^2 \quad (4)$$

که در آن متغیرهای  $\hat{q}$  و  $\hat{p}$  در رابطه جابه‌جایی زیر صدق می‌کنند

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar. \quad (5)$$

مقاومت الکتریکی (قانون اهم) یکی از پارامترهای اساسی در مدارهای الکتریکی است و نقش مهمی در رسانش الکتریکی دارد. در مکانیک کوانتومی روش‌هایی برای بررسی کوانتس سیستم‌های اتلافی وجود دارد [۲-۹]. یکی از این روش‌ها که در آن با ارائه هامیلتونی برای سیستم اتلافی کوانتس کانونیک به‌طور پدیده شناختی از این سیستم به عمل می‌آید، نظریه کالدریلا-کانای [۲-۵] است. بر این اساس می‌توان هامیلتونی مدار LC شامل مقاومت  $R$  را به شکل زیر نوشت

$$\hat{H} = \frac{1}{2L} \hat{p}^2 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{1}{2C} \hat{q}^2 e^{\frac{R}{L}t} \quad (6)$$

که با استفاده از آن می‌توان معادله حرکت زیر را به دست آورد

هامیلتونی کلاسیکی یک مدار الکتریکی LC غیر اتلافی تحت تأثیر یک پتانسیل اختیاری وابسته به زمان  $\varepsilon(t)$  به شکل زیر است

$$H(t) = \frac{1}{2L} p^2 + \frac{1}{2C} q^2 + \varepsilon(t)q. \quad (1)$$

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}, \quad (2)$$

که در آن  $L$  خودالقا،  $C$  ظرفیت مدار،  $q$  متغیر بار الکتریکی و  $p(t) = L \frac{dq}{dt}$  جریان الکتریکی مدار است. با استفاده از این هامیلتونی می‌توان معادله‌ای برای تحول بار الکتریکی به صورت زیر به دست آورد

$$\frac{d^2 q(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} q(t) - \frac{1}{L} \varepsilon(t) = 0, \quad (3)$$

از آنجایی که معادله کلاسیکی حرکت مدار الکتریکی LC با نوسانگر هماهنگ یکسان است، به طور مشابه با آن، می‌توان مدارهای الکتریکی را کوانتیده کرد [۱] بنابراین داریم:

میدان خارجی اختیاری وابسته به زمان به روش احتمالی محاسبه شده است و در بخش پنجم بحث و نتیجه گیری ارائه گردیده است.

### LC

اولین بار لی و چن در قالب یک نظریه کوانتومی، برای مدارهای مزوسکوپی گسستگی بار الکتریکی را معرفی کردند [۱۰] و نشان دادند که طیف گسسته‌ای از عملگر خود الحاقی  $\hat{q}$  به شکل زیر به دست می‌آید

$$\hat{q}|q\rangle = nq_e|q\rangle, \quad (8)$$

که در آن  $n \in \mathbb{Z}$  است و  $q_e = 1/602 \times 10^{-19} C$ ، کوانتوم بار می‌باشد. با توجه به این گسستگی، آنها کمینه عملگر جابه جایی  $\hat{Q}$  را به شکل زیر معرفی کردند

$$\hat{Q} = e^{iq_e \frac{\hat{p}}{\hbar}}, \quad (9)$$

به طوری که در روابط جابه‌جایی زیر صدق کند

$$\begin{aligned} [\hat{q}, \hat{Q}] &= -q_e \hat{Q}, \\ [\hat{q}, \hat{Q}^\dagger] &= q_e \hat{Q}^\dagger, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\hat{Q}^\dagger \hat{Q} = \hat{Q} \hat{Q}^\dagger = 1.$$

بر این اساس، شکل انتگرالی ضرب اسکالری در نمایش بار به جمع تبدیل شده و می‌توان با تعریف مشتق‌های گسسته‌ای بر حسب عملگرهای نردبانی  $\hat{Q}$  و  $\hat{Q}^\dagger$  به شکل زیر

$$\nabla_{q_e} = \frac{\hat{Q} - 1}{q_e}, \quad \bar{\nabla}_{q_e} = \frac{1 - \hat{Q}^\dagger}{q_e}. \quad (11)$$

معادله دیفرانسیل شرودینگر را برای مدارهای الکتریکی کوانتومی مزوسکوپی LC به صورت متناهی زیر به دست آورد.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \left[ -\frac{\hbar^2}{2q_e L} (\nabla_{q_e} - \bar{\nabla}_{q_e}) + V(\hat{q}) \right] |\psi\rangle = \hat{H} |\psi\rangle \quad (12)$$

که در آن  $V(\hat{q})$  عملگر پتانسیل مدار مربوطه است. معادله (۱۲) در حد  $q_e \rightarrow 0$  به معادله دیفرانسیل شرودینگر برای مدارهای الکتریکی کوانتومی با بار پیوسته (مکانیک کوانتومی قراردادی) تبدیل می‌شود.

با استفاده از معادله هایزنبرگ  $\hat{I}(t) = \frac{d\hat{q}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{q}, \hat{H}]$  و

روابط جابه‌جایی (۱۰) می‌توان از معادله (۱۲) عملگر جریان را

$$L \frac{d^2 \hat{q}}{dt^2} + R \frac{d\hat{q}}{dt} + \frac{\hat{q}}{C} = 0. \quad (7)$$

با توجه به اهمیت اتلاف در مدارهای الکتریکی، ما در این مقاله هامیلتونی کالدیرلا-کانای را برای مدار کوانتومی مزوسکوپی RLC به کار خواهیم برد و در مورد دینامیک آن بحث می‌کنیم. مدارهای کوانتومی LC [۱۰-۲۰] یک مدل ساده از سامانه‌های مزوسکوپی هستند. در چنین سامانه‌هایی رفتار الکترون به صورت موجی است و این رفتار به شکل هندسی نمونه بستگی دارد. وقتی ابعاد سامانه در حدود طول همدوسی حامل‌هاست (طول همدوسی حامل‌ها حداکثر فاصله‌ای است که یک ذره می‌تواند با حفظ اطلاعات مربوط به فاز خود طی نماید) برای بررسی دینامیک سامانه، باید مکانیک کوانتومی به کار گرفته شود. در این حالت گسسته بودن بار (بارها مضارب درستی از بار الکترون هستند) در بررسی مدارهای کوانتومی مزوسکوپی باید به حساب آورده شود. برای اولین بار لی و چن یک نظریه کوانتومی برای مدارهای مزوسکوپی با بار گسسته ارائه نمودند [۱۰]. در این نظریه گسسته بودن بار الکتریکی توسط عملگر خودالحاق بار  $\hat{q}$  که دارای یک طیف گسسته است در نظر گرفته می‌شود.

در این مقاله با در نظر گرفتن مقاومت الکتریکی به عنوان یکی از پارامترهای اصلی در مدارهای الکتریکی مزوسکوپی کوانتومی LC که تحت تأثیر یک میدان خارجی اختیاری وابسته به زمان قرار دارد به بررسی ویژگی‌های دینامیک کوانتومی آنها می‌پردازیم. در بخش دوم مدارهای الکتریکی کوانتومی مزوسکوپی معرفی شده و بر اساس روش‌های موجود در بررسی اتلاف در سیستم‌های کوانتومی، هامیلتونی وابسته به زمان کالدیرلا-کانای برای مدارهای مزوسکوپی با بار گسسته RLC بیان شده است. در بخش سوم، ما معادله‌های حرکت عملگرهای نردبانی و عملگر بار را در تصویر هایزنبرگ برای یک مدار مزوسکوپی RLC به دست آورده و سپس به طور تقریبی جریان ماندگاری را برای این مدار کوانتومی مزوسکوپی محاسبه کرده و نشان می‌دهیم که در حالت‌های حدی با کارهای دیگران [۱۰] سازگاری کامل دارد. در بخش چهارم طیف انرژی برای یک مدار کوانتومی مزوسکوپی RLC تحت تأثیر یک

به شکل زیر به دست آورد

$$\dot{\hat{Q}}(t) = \frac{-iq_e}{\hbar} e^{\frac{Rt}{L}} \left[ \frac{1}{\sqrt{C}} (\hat{q}(t)\hat{Q}(t) + \hat{Q}(t)\hat{q}(t)) + \varepsilon(t)\hat{Q}(t) \right], \quad (18)$$

$$\dot{\hat{Q}}^\dagger(t) = \frac{iq_e}{\hbar} e^{\frac{Rt}{L}} \left[ \frac{1}{\sqrt{C}} (\hat{Q}^\dagger(t)\hat{q}(t) + \hat{q}(t)\hat{Q}^\dagger(t)) + \varepsilon(t)\hat{Q}^\dagger(t) \right], \quad (19)$$

$$\hat{I}(t) = \dot{\hat{Q}}(t) = \frac{\hbar}{\sqrt{iLq_e}} e^{-\frac{Rt}{L}} (\hat{Q}(t) - \hat{Q}^\dagger(t)), \quad (20)$$

در حقیقت حل دقیق معادله

$$\dot{\hat{Q}}(t) = -\frac{iq_e}{\hbar} e^{\frac{Rt}{L}} \left[ (\varepsilon(t) + \frac{q_e}{\sqrt{C}}) + \frac{\hat{q}(t)}{C} \right] \hat{Q}(t) \quad (21)$$

کار ساده‌ای نیست و باید از تقریب استفاده کرد. برای این منظور جوابی به شکل زیر در نظر می‌گیریم

$$\hat{Q}(t) = \hat{A}(t) \exp\left[ \frac{-iq_e}{\hbar} \int_0^t e^{\frac{Rt'}{L}} \left( \varepsilon(t') + \frac{q_e}{\sqrt{C}} \right) dt' \right], \quad (22)$$

با جای گذاری این معادله در رابطه (۲۱) خواهیم داشت

$$\dot{\hat{A}}(t) = \frac{-iq_e}{\hbar C} e^{\frac{Rt}{L}} \hat{q}(t) \hat{A}(t). \quad (23)$$

جواب معادله (۲۳) پس از انتگرال‌گیری به صورت زیر دست می‌آید

$$\hat{A}(t) = \hat{A}(0) - \frac{iq_e}{\hbar C} \int_0^t e^{\frac{Rt'}{L}} \hat{q}(t') \hat{A}(t') dt'. \quad (24)$$

در تقریب مرتبه اول معادله (۲۴) را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$\hat{A}(t) = \left[ 1 - \frac{iq_e}{\hbar C} \int_0^t e^{\frac{Rt'}{L}} \hat{q}(t') dt' \right] \hat{A}(0). \quad (25)$$

برای محاسبه عملگر  $\hat{q}(t)$  ابتدا از طرفین معادله هاینبرگ

(۲۰) نسبت به زمان مشتق گرفته، سپس با جای گذاری

رابطه‌های (۱۸) و (۱۹) آن را در حالت حدی  $q_e \approx 0$  (حدی

که بار پیوسته می‌شود) محاسبه می‌کنیم. در این حالت

$$\hat{Q} = \hat{Q}^\dagger = 1$$

$$\frac{d^2 \hat{q}(t)}{dt^2} + \left( \frac{1}{LC} \right) \hat{q}(t) = \frac{-1}{L} \varepsilon(t). \quad (26)$$

با روش تابع گرین می‌توان جواب‌های معادله دیفرانسیل (۲۶)

را به شکل زیر به دست آورد

$$\hat{q}(t) = \hat{q}(0) \cos(\omega t) + \frac{1}{\omega} \int_0^t \varepsilon(t') \sin[\omega(t-t')] dt', \quad (27)$$

$$\hat{I}(t) = \frac{\hbar}{\sqrt{iLq_e}} (\hat{Q}(t) - \hat{Q}^\dagger(t)), \quad (13)$$

با استفاده از معادله  $\hat{I}|I_\varphi\rangle = I_\varphi|I_\varphi\rangle$  می‌توان جریان ماندگاری و ویژه توابع عملگر جریان را به شکل زیر محاسبه کرد

$$I_\varphi = \frac{\hbar}{q_e L} \sin\left(\frac{q_e}{\hbar} \varphi\right), \quad (14)$$

$$|I_\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp\left(\frac{inq_e}{\hbar} \varphi\right) |n\rangle, \quad (15)$$

که در آن  $\varphi \in \mathbb{R}$  یک عدد کوانتومی حقیقی با ویژه مقادیر پیوسته  $\langle \varphi | \varphi \rangle = 2\pi$  که به طور معمول به آن شبه شار گویند.

معادله شرودینگر (۱۲) توصیف کننده یک مدار الکتریکی

کوانتومی مزوسکوپی LC با بار گسسته است که در آن اتلاف

در نظر گرفته نشده است. همان‌طور که می‌دانیم همیشه در

مدارهای الکتریکی مقاومت الکتریکی وجود دارد و قانون اهم

یکی از پدیده‌های اساسی در رسانش الکتریکی است. بنابراین

یک جمله اتلافی شبیه  $R \frac{dq}{dt}$  باید در معادله تحول زمانی برای

بار در نظر گرفت. برای این منظور شبیه تئوری کالدیرلا-کانای

برای یک ذره اتلافی در مکانیک کوانتومی، می‌توان با استفاده از

معادله‌های (۶) و (۱۲) هامیلتونی وابسته به زمانی مطابق شکل

زیر برای یک مدار الکتریکی کوانتومی مزوسکوپی RLC نوشت

$$\hat{H}(t) = -e^{\frac{Rt}{L}} \frac{\hbar^2}{2Lq_e^2} (\hat{Q} + \hat{Q}^\dagger - 2) + e^{\frac{Rt}{L}} V(\hat{q}). \quad (16)$$

## RLC

هامیلتونی (۱۶) برای یک مدار کوانتومی مزوسکوپی RLC در

نمایش بار تحت تأثیر پتانسیل خارجی اختیاری وابسته به زمان

به شکل زیر است

$$\hat{H}(t) = -e^{\frac{Rt}{L}} \frac{\hbar^2}{2Lq_e^2} (\hat{Q} + \hat{Q}^\dagger - 2) + e^{\frac{Rt}{L}} \left( \frac{\hat{q}^2}{\sqrt{C}} + \varepsilon(t)\hat{q} \right) \quad (17)$$

با استفاده از معادله حرکت هاینبرگ و با کمک روابط جابه

جایی (۱۰) می‌توان تحول عملگرهای  $\hat{Q}$ ،  $\hat{Q}^\dagger$  و  $\hat{q}$  را در

نمایش بار به شکل زیر به دست آورد

موارد حدی زیر را مطالعه می‌کنیم

(الف) در حد  $q_e \rightarrow 0$  (حالت بار پیوسته) جریان عبارت است از

$$I_\varphi(t) = \frac{1}{L} e^{-\frac{Rt}{L}} \left( \varphi - \eta(t) - \frac{\gamma(t)}{C} \right), \quad (36)$$

که یک رابطه معمول در مکانیک کوانتومی قراردادی است.

(ب) وقتی ظرفیت مدار کوانتومی مزوسکوپی LC فوق العاده زیاد ( $C \rightarrow \infty$ ) فرض شود، می‌توان از جملات متناسب با معکوس ظرفیت C صرف نظر کرد و مدار RLC به یک مدار RL تبدیل کرد. در این صورت از معادله‌های (۳۴) و (۳۶) می‌توان جریان ماندگاری را برای یک حلقه کوانتومی که دارای اتلاف اهمی است به دست آورد. همچنین وقتی  $R \rightarrow 0$  این معادله‌ها جریان ماندگاری یک حلقه کوانتومی بدون اتلاف را می‌دهند که با کار لی و چن در [۱۰ و ۱۱] سازگاری کامل دارد.

### RLC

از آنجایی که روش کوانتس برای مدارهای LC با نوسانگر هماهنگ یکسان است، می‌توان در هامیلتونی (۴) عملگرهای  $\hat{q}$  و  $\hat{p}$  را بر حسب عملگرهای  $\hat{a}$  و  $\hat{a}^\dagger$  به شکل زیر تعریف کرد.

$$\begin{aligned} \hat{q} &= \sqrt{\frac{\hbar\omega C}{2}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}), \\ \hat{p} &= i\sqrt{\frac{\hbar\omega L}{2}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}), \\ [\hat{a}, \hat{a}^\dagger] &= 1, \end{aligned} \quad (37)$$

که در آن  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  بسامد نوسانگر است و رابطه جابه‌جایی برای متغیرهای پیوسته عبارت است از

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar. \quad (38)$$

برای احتساب گسستگی بار، با جای‌گذاری (۳۷) در معادله (۹)، عملگرهای  $\hat{Q}$  و  $\hat{Q}^\dagger$  را می‌توان بر حسب عملگرهای  $\hat{a}$  و  $\hat{a}^\dagger$  به شکل زیر نوشت

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= e^{-\frac{q_e}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar\omega L}{2}}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}), \\ \hat{Q}^\dagger &= e^{\frac{q_e}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar\omega L}{2}}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}). \end{aligned} \quad (39)$$

روش اصلی ما در این بخش به نحوی است که بتوان

که در آن  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  است.

در این مرحله با استفاده از معادله‌های (۲۷) و (۲۵) از رابطه (۲۲) عملگر  $\hat{Q}(t)$  به شکل زیر به دست می‌آید

$$\hat{Q}(t) = \left[ 1 - \frac{iq_e}{\hbar C} \zeta(t) \hat{q}(\cdot) - \frac{iq_e}{\hbar C} \gamma(t) \right] \hat{Q}(\cdot), \quad (28)$$

$$\exp\left[ -\frac{iq_e}{\hbar} (\eta(t) + \frac{q_e}{2C} \chi(t)) \right] \hat{Q}(\cdot),$$

که در آن توابع  $\gamma(t)$ ،  $\eta(t)$ ،  $\zeta(t)$  و  $\chi(t)$  به شکل زیر تعریف می‌شوند

$$\gamma(t) = \frac{1}{\omega} \int_0^t \int_0^{t'} \varepsilon(t'') e^{-\frac{Rt'}{L}} \sin[\omega(t' - t'')] dt'' dt', \quad (29)$$

$$\eta(t) = \int_0^t \varepsilon(t') e^{-\frac{Rt'}{L}} dt', \quad (30)$$

$$\zeta(t) = \int_0^t e^{-\frac{Rt'}{L}} \cos \omega t' dt', \quad (31)$$

$$\chi(t) = \int_0^t e^{-\frac{Rt'}{L}} dt'. \quad (32)$$

با یک روش مشابه می‌توان عملگر  $\hat{Q}^\dagger(t)$  را به دست آورد یعنی

$$\hat{Q}^\dagger(t) = \hat{Q}^\dagger(\cdot) \left[ 1 + \frac{iq_e}{\hbar C} \zeta(t) \hat{q}(\cdot) + \frac{iq_e}{\hbar C} \gamma(t) \right] \exp\left[ \frac{iq_e}{\hbar} (\eta(t) + \frac{q_e}{2C} \chi(t)) \right]. \quad (33)$$

حال با جای‌گذاری معادله‌های (۲۸) و (۳۳) در معادله (۲۰) می‌توان جریان ماندگاری را برای یک مدار کوانتومی مزوسکوپی RLC تحت تأثیر پتانسیل خارجی اختیاری وابسته به زمان  $\varepsilon(t)$  به شکل زیر تعیین کرد

$$\begin{aligned} I_\varphi(t) &= \langle I_\varphi | \hat{I}(t) | I_\varphi \rangle \\ &= e^{-\frac{Rt}{L}} \left( \frac{\hbar}{Lq_e} \sin\left[ \frac{q_e}{\hbar} (\varphi - \eta(t) - \frac{q_e}{2C} \chi(t)) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{\gamma(t)}{LC} \cos\left[ \frac{q_e}{\hbar} (\varphi - \eta(t) - \frac{q_e}{2C} \chi(t)) \right] \right), \end{aligned} \quad (34)$$

که در آن از عبارت

$$\langle I_\varphi | \hat{q}(\cdot) | I_\varphi \rangle = 0, \quad (35)$$

استفاده شده است.

در ادامه این بخش به منظور تعیین درجه اعتبار معادله (۳۴)

$$\hat{A} = \hat{a} + \lambda(t), \quad \hat{A}^\dagger = \hat{a}^\dagger + \lambda(t), \quad (45)$$

با شرط اینکه

$$\lambda(t) = \varepsilon(t) \sqrt{\frac{C}{2\hbar\omega}}, \quad (46)$$

باشد می‌توان هامیلتونی  $\hat{H}_0$  را بر حسب عملگرهای جدید  $\hat{A}$  و  $\hat{A}^\dagger$  به شکل زیر به دست آورد.

$$\hat{H}_0(t) = [\hbar\omega (\hat{A}^\dagger \hat{A} + \frac{1}{2}) - \frac{C}{\gamma} \varepsilon^\dagger(t)] e^{\frac{Rt}{L}}. \quad (47)$$

که دارای ویژه مقادیر انرژی زیر است

$$E_n(t) = [\hbar\omega (n + \frac{1}{2}) - \frac{C}{\gamma} \varepsilon^\dagger(t)] e^{\frac{Rt}{L}}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (48)$$

اولین مرتبه انتقال انرژی برای هامیلتونی  $\hat{H}_1$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta E_n = \hbar\omega (e^{\frac{Rt}{L}} - e^{-\frac{Rt}{L}}) \langle n | (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^\dagger | n \rangle \quad (49)$$

$$- \frac{1}{96} q_e^\dagger \omega^\dagger L \langle n | (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^4 | n \rangle e^{\frac{Rt}{L}}.$$

با اضافه کردن جمله اصلاحی (۴۹) به معادله (۴۸)، طیف انرژی یک مدار کوانتومی مزوسکوپی RLC که تحت تأثیر یک منبع اختیاری وابسته به زمان قرار دارد به شکل زیر تعیین می‌گردد

$$E_n(t) = [\hbar\omega (n + \frac{1}{2}) - \frac{C}{\gamma} \varepsilon^\dagger(t)] e^{\frac{Rt}{L}} - \hbar\omega (e^{\frac{Rt}{L}} - e^{-\frac{Rt}{L}}) - \frac{1}{32} \frac{q_e^\dagger}{C} (\gamma n^\dagger + \gamma n + 1) e^{-\frac{Rt}{L}}. \quad (50)$$

از آنجایی که در مدارهای الکتریکی، مقاومت الکتریکی (قانون اهم) یکی از پارامترهای اصلی بوده و نقش اساسی در رسانش الکتریکی دارد باید اثر آن را در قالب یک جمله اتلافی شبیه  $R \frac{dq}{dt}$  در معادله تحول زمانی بار برای یک مدار الکتریکی کوانتومی مزوسکوپی LC در نظر گرفت. برای این منظور در این مقاله، ابتدا مدارهای الکتریکی کوانتومی مزوسکوپی LC مورد بررسی قرار گرفت، سپس با استفاده از تئوری کالدریلا-کانای مربوط به یک ذره اتلافی در مکانیک کوانتومی، هامیلتونی برای این مدارها نوشته شد. بر اساس این هامیلتونی، جریان ماندگاری

عملگرهای  $\hat{Q}$  و  $\hat{Q}^\dagger$  را بر حسب توان‌هایی از  $q_e$  بسط داد، در حد  $q_e = 0$  این عملگرها در رژیم بار پیوسته (مکانیک کوانتومی قراردادی) هستند ولی با توجه به مقدار عددی  $q_e$  ( $C = 10^{-19} \times 1/602$ )، قابل قبول است که  $q_e$  را بتوان به عنوان یک پارامتر اختلال در نظر گرفت. بنابراین

$$\hat{Q} = 1 - \frac{q_e}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar\omega L}{2}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}) + \frac{1}{4\hbar} q_e^\dagger \omega L (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^2 - \frac{1}{3!} q_e^\dagger \left(\frac{\omega L}{2\hbar}\right)^{\frac{3}{2}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^3 + \frac{q_e^\dagger}{4*4!} \left(\frac{\omega L}{2\hbar}\right)^2 (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^4 + \dots, \quad (40)$$

$$\hat{Q}^\dagger = 1 + \frac{q_e}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar\omega L}{2}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}) + \frac{1}{4\hbar} q_e^\dagger \omega L (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^2 + \frac{1}{3!} q_e^\dagger \left(\frac{\omega L}{2\hbar}\right)^{\frac{3}{2}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^3 + \frac{q_e^\dagger}{4*4!} \left(\frac{\omega L}{2\hbar}\right)^2 (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^4 + \dots, \quad (41)$$

اگر تا مرتبه  $q_e^\dagger$  از بسط فوق را در معادله (۱۷) جای گذاری کنیم، بعد از انجام محاسبات، هامیلتونی مدار کوانتومی مزوسکوپی RLC به شکل زیر به دست می‌آید

$$\hat{H}(t) = \hbar\omega e^{\frac{Rt}{L}} (\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}) + \varepsilon(t) e^{\frac{Rt}{L}} \sqrt{\frac{\hbar\omega C}{2}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \hbar\omega (e^{\frac{Rt}{L}} - e^{-\frac{Rt}{L}}) (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^2 - \frac{1}{96} e^{-\frac{Rt}{L}} q_e^\dagger \omega^\dagger L (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^4. \quad (42)$$

این هامیلتونی را می‌توان به دو قسمت تجزیه کرد یعنی

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_0(t) + \hat{H}_1(t), \quad (43)$$

که در آن

$$\hat{H}_1(t) = \hbar\omega (e^{\frac{Rt}{L}} - e^{-\frac{Rt}{L}}) (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^2 - \frac{1}{96} q_e^\dagger \omega^\dagger L (\hat{a}^\dagger - \hat{a})^4 e^{-\frac{Rt}{L}}. \quad (44)$$

با استفاده از تغییر متغیرهای زیر

وابسته به زمان است، محاسبه شد. در حالت‌های حدی سازگاری این روش با کار دیگران نشان داده شد.

و طیف انرژی یک مدار الکتریکی کوانتومی مزوسکوپی LC که شامل یک مقاومت الکتریکی R و یک منبع پتانسیل خارجی

12. J C Flores, *Phys. Rev. B* **64** (2001) 235309.
13. H S Snyder, *Phys. Rev* **71** (1947) 38.
14. S Mantecinos, I Saavedra and O Kunstmann, *Phys. Lett. A* **109** (1985) 139.
15. H Cheung, Y Gefen, E K Riedel and W H Shih, *Phys. Rev. B* **37** (1988) 6050.
16. Y Q Li, in Proc. 5th Wigner Symposium, eds. P Kasperkovitz and D Grau, World Scientific, Singapore (1998) 307-310.
17. F Kheirandish and H pahlavani, *Iranian Journal of Physics Research*, **8** (2008) 149.
18. B Chen, X Shen, Y Li, L Sun and R Han, *Physica E* **31** (2006) 27.
19. B Chen, X Shen, Y Li, D Yu and R Han, *Physica E* **31** (2006) 165.
20. J C Flores, *Euro. Phys. Lett* **69** (2005) 116.
1. W H Louisell, "Quantum statistical properties of radiation" John Wiley (1973).
2. P Caldirola, *Nuovo Cimento* **18** (1941) 393.
3. E Kanai, *Prog. Theor. Phys.* **3** (1948) 440.
4. V E Tarasov, *Phys. Lett. A* **288** (2001) 173.
5. D C Latimer, *Preprint quat-ph/0410078*, V 1 (2004).
6. W E Brittin, *Phys. Rev.* **150** (1966) 1079.
7. Chung-In Um, K. H. Yeon, T F George, *Phys. Rep.* **362** (2002) 63.
8. G W Ford, J T Lewis, R F O Connell, *Phys. Rev. A* **37** (1988) 4419.
9. A O Caldeira, A J Leggett, *Ann. Phys. (N. Y)* **153** (1984) 445.
10. Y Q Li, B. Chen, *Phys. Rev. B* **53** (1996) 4027.
11. B Chen, X Shen and Y Q Li, *Phys. Lett. A* **313** (2003) 431.