

تحلیل سیگنال‌های الکتریکی قلب (ECG) با روش حذف شیب چند فرکتالی

احمد نادری‌بنی، بهروز میرزا، فرهاد شهبازی و علی کاظم‌پور

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۴/۸/۲۳ ؛ پذیرش: ۸۵/۲/۱۳)

چکیده

در سال‌های اخیر تحلیل سری‌های زمانی ناشی از فاصله ضربان قلب توسط روش‌های DFA و MF-DFA مورد توجه بوده است. در این مقاله به جای بررسی سری‌های فاصله ضربان قلب که در کارهای قبلی انجام شده است، با روش‌های فوق‌الذکر به طور مستقیم به مطالعه و بررسی سیگنال‌های الکتریکی قلب پرداخته و رفتار مقیاسی متفاوتی را برای قلب سالم و قلب بیمار مشاهده کرده‌ایم.

واژه‌های کلیدی: چند فرکتالی، سیگنال‌های الکتریکی قلب ECG

۱. مقدمه

جمله این روش‌ها هستند. این سه روش نشان می‌دهند سری فاصله ضربان مربوط به قلب سالم چند فرکتالتر و در نتیجه پیچیده‌تر از ضربان‌های قلب بیمار است. ما در این مقاله به جای بررسی سری‌های فاصله ضربان که در کارهای قبلی انجام شده است به مطالعه و بررسی مستقیم سری زمانی سیگنال‌های الکتریکی قلب، ECG^۳ پرداخته‌ایم. با استفاده از روش چند فرکتالی، ابتدا خواص چند فرکتالی را برای سری ECG اثبات کرده‌ایم. سپس همبستگی‌های بلندبرد را در سری زمانی ECG با روش DFA و روش MF-DFA تعیین نموده و مقادیر مربوط به قلب سالم و بیمار را مقایسه نموده‌ایم [۸].

هرگاه بخواهیم خواص فیزیکی سیستم‌های فیزیکی نامنظم را مورد بررسی قرار دهیم دیگر نظریه اختلال قابل کاربرد نخواهد بود. چنین سیستم‌هایی را ممکن است بتوان از روی خواص

بسیاری از سیستم‌های پیچیده فیزیکی بیولوژیک و اقتصادی از خود حالت‌های ناوردا-مقیاس و خود شبیه نشان می‌دهند. یکی از پدیده‌های ناوردا-مقیاس، چند فرکتالها هستند [۱]. روش‌های جدید به دست آمده از مکانیک آماری آشکار کننده همبستگی‌های بلندبرد قانون-توانی در سیستم‌های چند فرکتالی است [۲]. در سال‌های اخیر پژوهشگران نشان داده‌اند که سیگنال‌های فیزیولوژیکی مثل سری زمانی فاصله ضربان قلب^۱ دارای ساختار چند فرکتالی هستند و برای توصیف آنها به تعداد زیادی از پارامترهای مقیاسی نیاز داریم. برای آنالیز سری فاصله ضربان قلب روش‌های مختلفی به کار گرفته شده است [۳]. آنالیز چند فرکتالی [۴]، تحلیل موجک^۲ (WTMM) [۵]، حذف شیب (DFA) [۶] و حذف شیب چند فرکتالی (MF-DFA) [۷] از

۱. Interbeat interval

۲. Wavelet Transform Modulus Maxima

۳. Electrocardiogram

۲. فرکتال

همان طوری که گفته شد فرکتالها ساختاری خود شبیه هستند و به دو دسته معین و تصادفی تقسیم می‌شوند. یک مثال قابل فهم از فرکتالهای معین، فرکتال مندلبروت است [۱۲] که با شروع از یک ساختار هشت قسمتی و اعمال یک تبدیل روی آن بعد از بی نهایت بار تکرار به دست می‌آید (شکل ۱).

فرکتالهای معین تحت تبدیلات همسانگرد مقیاس - ناوردا هستند. فرکتالهای تصادفی تحت تبدیل ناهمسانگرد، ناوردا هستند و به همین جهت فرکتالهای تصادفی را فرکتالهای خودآفین^۳ نیز می‌نامند [۱۳]. از مثالهای فوق روشن است مهمترین خاصیت فرکتالها این است که هیچ مقیاس مشخصی ندارند. این درست است که فرکتالها هیچ مقیاس منحصر به فردی ندارند ولی در عوض می‌توان نوعی بعد، بنام بعد فرکتالی برای آنها تعریف کرد. همه به تجربه می‌دانند که بعد فضایی خط یک و بعد صفحه دو است. همچنین معنی فضای سه بعدی را نیز می‌دانند. ابعاد اقلیدسی مقادیر صحیح به خود می‌گیرند، یکی از تعاریف بعد به این صورت است که فرض می‌شود یک پاره خط، یک مربع و یک مکعب به قسمتهای مساوی تقسیم شود به طوری که بزرگی خطی هر قسمت نصف بزرگی خطی شکل اصلی می‌باشد. با این تقسیم‌بندی پاره خط به دو قسمت مشابه، مربع به چهار و مکعب هم به هشت بخش یکسان تقسیم خواهد شد. اعداد دو، چهار و هشت می‌توانند با رابطه $N(r) = 2^d$ به هم مربوط شوند، لذا توانهای d (۱ و ۲ و ۳) با رابطه زیر داده می‌شوند.

$$d = \frac{\log N(r)}{\log r} \quad (۱)$$

در اینجا بعد اقلیدسی d ، مقادیر صحیح به خود گرفته است. با تعمیم تعریف فوق می‌توان بعد ساختارهای فرکتالی را تعریف کرد. فرکتالهای معین می‌توانند از $N(a)$ بخش مشابه با بزرگی $\frac{1}{a}$ تشکیل شده باشند. بعد تعمیم یافته با عبارت زیر تعریف می‌شود:

ناوردا - مقیاسی آنها شناخت. یکی از مهمترین ساختارهای مقیاس - ناوردا، بنام فرکتالها توصیف ساده‌ای از ساختارهای پیچیده فراهم می‌آورند و در حال حاضر در بسیاری از شاخه‌های فیزیک ماده چگال مورد کاربرد قرار می‌گیرند. مندلبروت در سال (۱۹۷۰) تعریف ساده‌ای از عبارت فرکتال ارائه کرده است:

فرکتال شکلی است متشکل از بخشهایی که هر کدام از این بخشها از بعضی جهات شبیه شکل اصلی هستند [۹].

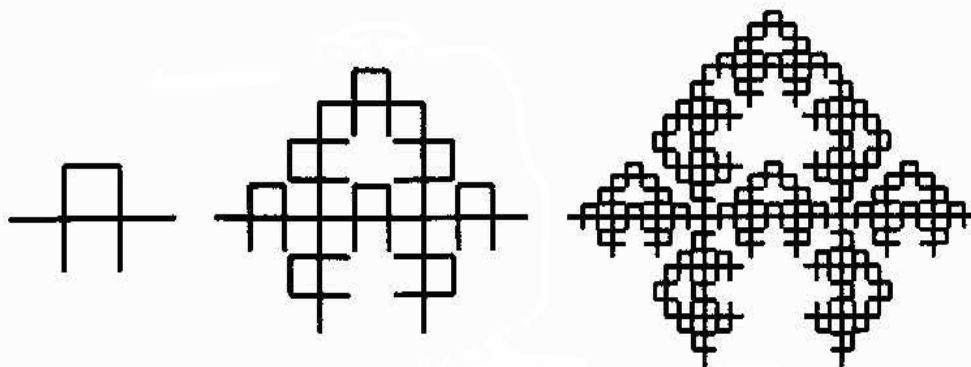
جنبه مهم فرکتال مبتنی بر خاصیت خود شبیهی ساختارهای پیچیده است [۱۰]. بسیاری از مسائل فیزیک بدین صورت حل می‌شوند که ابتدا خواص جزئی‌ترین قسمت سیستم به طور کامل مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس با توجه به اینکه سیستم فقط دچار اختلال کوچکی شده است و هنوز خواص تقارنی سیستم محفوظ است، مشخصه‌های جزء بررسی شده با استفاده از نظریه گروه به کل سیستم تعمیم داده می‌شود. مثال ساده آن در فیزیک ماده چگال، محاسبه طیف انرژی الکترونها با استفاده از نظریه باندهای الکترونها در جامد است. با این حال برای بررسی سیستمهای نامنظم و پیچیده استفاده از نظریه اختلالی نادرست است و باید از مفاهیمی چون فرکتال بهره جست.

مثالهایی از ساختارهای فرکتالی عبارتند از: پلیمرها، مواد متخلخل، سطوح ناصاف و پیکربندی اسپینی مغناطیسیهای رقیق. پدیده‌های بحرانی گذارهای فاز مثال دیگری است که خود شبیهی در آن نقش مهمی را ایفا می‌کند [۱۱]. خواص فرکتالی توابع موج الکترونها در گذار فلز - عایق اندرسون نمونه دیگری از این خود - شبیهی است. ساختارهای فرکتالی به دو گروه متعلق هستند، یکی فرکتال معین^۱ که وقتی سیستم تحت بزرگنمایی، باز مقیاس^۲ می‌شود، دوباره شبیه حالت اصلی خودش است؛ دیگری فرکتال تصادفی است که در آن تقارن بزرگنمایی، تنها معنی آماری دارد. برخلاف فرکتال معین، ساختار اصلی فرکتال تصادفی تحت بزرگنمایی، کاملاً حفظ نمی‌شود. فرکتالهایی که در طبیعت مشاهده می‌شوند معمولاً متعلق به گروه دوم هستند.

۱. Deterministic

۲. Rescale

۳. Self-affine



شکل ۱. فرکتال مندلیبروت: که شکل اولیه (سمت چپ) دارای هشت پاره خط است. شکل دوم از جایگزینی هر کدام از هشت پاره خط آن با شکل اولیه به دست آمده است. شکل سوم (سمت راست) از جایگزینی هر کدام از پاره خطهای شکل دوم ایجاد شده است. اگر این روند به تعداد دفعات زیاد تکرار شود فرکتال مندلیبروت به دست می آید که دارای ساختار کاملاً خود شبیه است.

می شود:

$$\langle \mu^q \rangle = \sum_i \mu_i^q \alpha L^{-\tau(q)}, \quad (3)$$

$\tau(q)$ ، نمای جرمی^۶ نامیده می شود. در فرکتالها بعد منحصر به فرد D_f برای مشخص کردن تک فرکتال کافی بود ولی در چند فرکتالها بعد تعمیم یافته چند فرکتالی، D_q ، تعریف می شود:

$$D_q = \left(\frac{1}{q-1} \right) \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\log \langle \mu_l^q \rangle}{\log l}. \quad (4)$$

در این تعریف سیستم به جعبه‌هایی با اندازه l با سنجۀ میانگین μ_l (جعبه آم) تقسیم شده است. D_q به ازای مقادیر مختلف q معانی مختلفی از توزیعها را به همراه خواهد داشت. به ازای $q=0$ ، بعد تک فرکتالی سیستم D_f به دست خواهد آمد. با $q=1$ ، D_1 همان بعد اطلاعات خواهد بود [۲]. در فیزیک آماری نیز می توان بعد اطلاعات را به آنتروپی مربوط کرد. در حالی که $\tau(q)$ بیانگر قانون توانی موجود بین عبارت میانگین $\langle \mu_l^q \rangle$ و بعد سیستم است، پارامتر دقیقتر و بهتری به نام توان هولدر - لپیشیتز^۷ بیان کننده شدت توزیع کمیتها در جعبه‌های سیستم است و به این صورت تعریف می شود:

$$D_f = \frac{\log N(a)}{\log a} \quad (2)$$

برای مثال با اعمال این تعریف به فرکتال مندلیبروت (شکل ۱) برای محاسبه بعد فرکتالی $D_f = \log^{\wedge} = 1/1.89278$ است. برای محاسبه بعد فرکتالی سیستمها، روشهای متفاوتی وجود دارد [۲] که در اینجا فقط به نام آنها اشاره می شود: اندازه‌های فیزیکی^۱، شمارش جعبه‌ای^۲، جذب مولکولی^۳ و تابع همبستگی^۴.

۳. چند فرکتال

چند فرکتال سیستمی است که توصیف کننده توزیعی از شدت یا چگالی بر روی محملهای^۵ سیستم است. برای توصیف سیستم چند فرکتالی ابتدا یک توزیع از کمیتها تعمیم یافته μ_i در بخشهای سیستم تعریف می کنند. در اینجا این کمیت، سنجه یا اندازه نامیده می شود. این کمیت روی کل سیستم بهنجار شده است یعنی $\sum \mu_i = 1$ ؛ یعنی μ_i یک کمیت فیزیکی نیست بلکه احتمالی از یافتن یک کمیت فیزیکی در موقعیت آم از سیستم است [۲].

اکنون وابستگی سنجه سیستم به q -امین گشتاور بررسی

۱. Physical measures

۲. Box-counting

۳. Molecular adsorption

۴. Correlation function

۵. Supports

۶. Mass exponent

۷. Holder-lipschits

نشان خواهد داد. در ادامه با استفاده از روش حذف شیب چند فرکتالی MF-DFA که ترکیبی از دو روش قبلی است؛ ابتدا چند فرکتالی بودن سری ECG با استفاده از این روش تأیید شده و سپس یک تحلیل روی سری اختلاف داده‌ها به عمل آمده است. پارامتر α_{MD} (رابطه ۱۸) در این روش برای قلب عادی و قلب بیمار مقادیر متفاوتی است و باز هم این امکان را فراهم می‌کند تا بتوان پیش‌بینی‌هایی را در مورد وضعیت فیزیولوژیکی قلب به عمل آورد.

۴.۱. روش چند فرکتالی استاندارد

الگوریتم روش چند فرکتالی استاندارد به این قرار است:

۱- سری زمانی سیگنالهای الکتریکی قلب با $x(i)$ نشان داده می‌شود. ۲- تابع سنج μ_i به صورت $\mu_{i,j} = \text{abs}(x(i+j) - x(i))$ تعریف می‌شود. (در اینجا j یک فاصله همسایگی در داده‌های اصلی است). ۳- توان جرمی، $\tau(q)$ ، از روی معادله $\sum_i \mu_{i,j}^q \propto j^{\tau(q)}$ به دست می‌آید. ۴- پارامتر $C_{q,j}$ از روی معادله زیر به ازای یک j خاص و q های مختلف تعیین و مقدار $(C_{q,j})_{\max}$ مشخص می‌گردد.

$$C_{q,j} = \frac{d^{\tau} \tau(q)}{d q^{\tau}} \quad (7)$$

۵- بعد از تعیین شدن $(C_{q,j})_{\max}$ به ازای زهای متفاوت α_c از روی معادله قانون توانی زیر به دست می‌آید.

$$(C_{q,j})_{\max} = j^{-\alpha_c} \quad (8)$$

در نمودارهای زیر دیده می‌شود که اولاً در نمودار $C_q - q$ یک $(C_q)_{\max}$ وجود دارد (شکل ۲- الف). ثانیاً مقادیر $(C_q)_{\max}$ به ازای زهای مختلف به صورت قانون توانی افت می‌کند (شکل ۲- ب). مقدار α_c میانگین برای قلب عادی $\alpha_c = 0.70$ و برای قلب ناسالم با بیماری احتقان $\alpha_c = 0.78$ به دست آمده است. این پارامتر برای قلب با بیماری انقباض دهلیزی $\alpha_c = 0.77$ می‌باشد.

$$\alpha = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\log \mu_b(l)}{\log l} \quad (5)$$

برای به دست آوردن یک کمیت مهم دیگر در چند فرکتالها یعنی طیف چند فرکتالی $f(\alpha)$ لازم است توزیع جعبه‌ها با پارامتر α خاص، توسط بعد فرکتالی $f(\alpha)$ بررسی شود. لذا با فرض اینکه تعداد جعبه‌های متناظر با پارامتر α ، $f(\alpha)$ باشد:

$$f(\alpha) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\log N(\alpha)}{\log L} \quad (6)$$

همان طوری که اشاره شد، $f(\alpha)$ طیف چند فرکتالی نامیده می‌شود.

۴. معرفی روشهای آنالیز سری زمانی چند فرکتالی

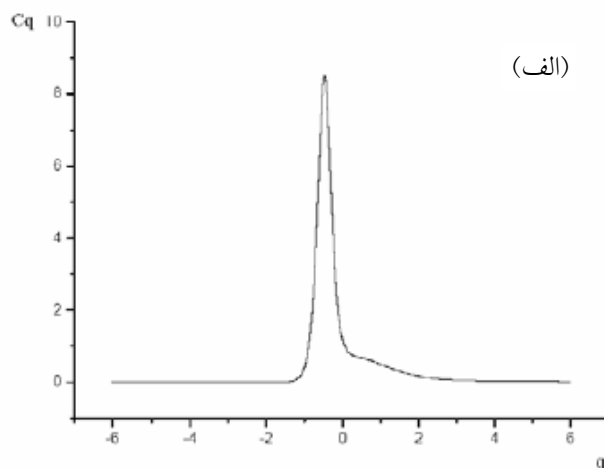
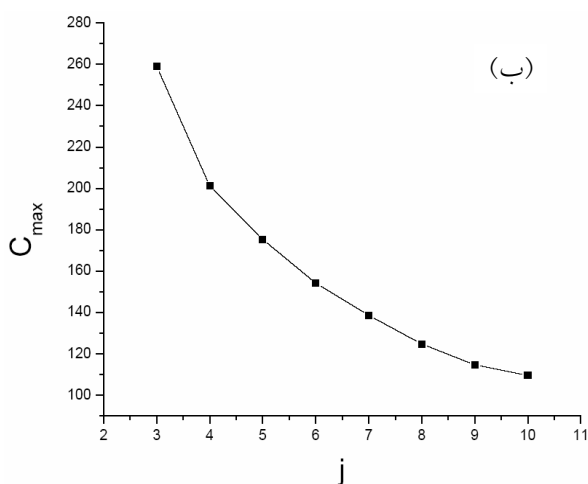
بسیاری از سریهای زمانی فیزیکی و فیزیولوژیکی دارای ساختار زمانی فرکتالی هستند [۱۴]. این نوع سیگنالها را معمولاً سیستمهای پیچیده و خود-منظم^۱ تولید می‌کنند. رکوردهای زلزله، مقادیر تابع موج در یک استادیوم آشوبناک و سری سیگنالهای الکتریکی قلب تنها بخشی از این سیستمهای غیرخطی هستند. ممکن است روشهای مقیاسی معمولی چون آنالیز عکس فرکانسی باعث مخفی ماندن همبستگی بلند برد چنین سیستمهایی گردد. در چنین مواقعی از آنالیز حذف شیب^۲ استفاده می‌شود [۷]. در این مقاله سری ECG قلب به عنوان مثالی برای کاربرد روشهای چند فرکتالی و حذف شیب برگزیده شده است. ابتدا نشان داده شده است که سری ECG چند فرکتال است. در ادامه با استخراج پارامتر مقیاسی α_c (رابطه ۸) که بیانگر وجود یک رابطه قانون توانی است و با استفاده از میانگین‌گیری روی پارامترهای ۱۰ نمونه از داده‌های قلب فرد سالم و بیمار به دست آمده است، تا حدی، آنالیز تشخیصی بین این دو قلب انجام شده است. سپس با استفاده از روش DFA، همبستگیهای بلند برد در دو نمونه از داده‌های گفته شده بررسی گردیده و باز هم رفتار کاملاً متفاوتی برای قلب سالم و بیمار به ثبت رسیده است. پارامتر α_d (رابطه ۱۲) این اختلاف واضح را

۳. Auricular fibrillation

۴. Congestive heart failure

۱. Self-regulating

۲. Detrended fluctuation analysis



شکل ۲. خواص چند فرکتالی سری سیگنالهای الکتریکی قلب ECG از رفتار پارامترهای چند فرکتالی آن کاملاً مشهود است. الف) نشان دهنده رفتار کمیت چند فرکتالی $C_{q,j}$ (معادله ۷) به ازای گشتاورهای q مختلف و یک z معلوم است؛ همان طوری که دیده می‌شود $C_{q,j}$ در نزدیکی $q=0$ دارای رفتار بحرانی است. ب) تغییرات $(C_{q,j})_{\max}$ (معادله ۸) را به ازای زهای مختلف نشان می‌دهد؛ این تغییرات از قانون توانی تبعیت می‌کنند.

۲.۴. روش حذف شیب

برای اجرای این روش مراحل زیر را باید انجام داد:

۱- مشخص کردن سری زمانی ECG قلب، $X(i)$ ، به طول N .

۲- محاسبه سری نمایه (پروفایل):

$$y(i) = \sum_{i=1}^j [X(i) - \langle X \rangle], \quad \langle X \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i) \quad (9)$$

۲- تقسیم سری نمایه، $y(i)$ ، به بازه‌هایی با طول یکسان^۱. در این صورت سری نمایه با طول N به $l (= N/n)$ قسمت هرکدام به طول n تقسیم‌بندی خواهد شد.

۳- محاسبه تابع $Y_n(i)$ برای هرکدام از بازه‌های به دست آمده در مرحله قبل:

$$Y_n(i) = y_n(i) - y_{fit} \quad (10)$$

همان طوری که دیده می‌شود، در بازه $-n$ ام، تابع $Y_n(i)$ از تفریق یک تابع چند جمله‌ای، $y_{fit}(i)$ ، از مقادیر سری نمایه در آن بازه، $y_n(i)$ ، به دست آمده است. این کار در واقع برای حذف کردن روندهای موجود در هر بازه انجام می‌شود. ممکن است از تابع چند جمله‌ای درجه اول، درجه دوم و درجات بالاتر برای این کار استفاده شود. در این صورت روش به کار

۱. منظور از طول یکسان، داشتن تعداد داده‌های برابر است.

رفته را به ترتیب DFA_1 ، DFA_2 و ... می‌نامند.

۴- به دست آوردن تابع خطای $F(n)$:

$$F(n) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [Y_n(i)]^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

$$Y_n(i) = y_n(i) - y_{fit}(i).$$

واضح است که برای هر تقسیم‌بندی که در آن $l (= N/n)$ بازه، با طول n داشته باشیم، یک $F(n)$ هم داریم. تقسیم‌بندیها طوری است که معمولاً n می‌تواند در محدوده $\frac{N}{4} \leq n \leq \frac{N}{2}$ تغییر نماید [۶].

۵- محاسبه توان مقیاسی (توان همبستگی) از رابطه مقیاسی زیر که معرفی کننده همبستگی سیگنالهاست:

$$F(n) \propto n^{\alpha_d} \quad (12)$$

به طوری که

- اگر $\alpha = 0.5$ ، سری $X(i)$ ناهمبسته است.

- اگر $0 < \alpha < 0.5$ ، سری $X(i)$ پاد همبسته است.

- اگر $\alpha \geq 0.5$ ، سری $X(i)$ همبسته است.

با استفاده از روش تحلیلی فوق، ۱۰ نمونه از داده‌های قلب سالم و ۱۰ نمونه از داده‌های قلب بیمار با بیماری انقباض دهلیزی و نیز بیماری احتقان مورد بررسی قرار گرفته است

جدول ۱. مقادیر متوسط پارامترهای مقیاسی در دو روش چند فرکتالی و حذف شیب برای نمونه‌های مختلف از وضعیتهای متفاوت قلب (برای هر وضعیت از ۱۰ نمونه داده استفاده شده است).

وضعیت قلب	روش چند فرکتالی (α_c)	روش حذف شیب (α_d)
سالم	۰/۷۰	۰/۵۸
بیمار: انقباض دهلیزی	۰/۷۷	۱/۰۸
بیمار: احتقان	۰/۷۸	۱/۱۷

[۸]. مقادیر میانگین‌گیری شده نشان می‌دهند که سیگنالهای

الکتریکی قلب سالم دارای همبستگی کمتری نسبت به سیگنالهای قلب ناسالم است. مقدار عددی میانگین برای مورد قلب عادی $\alpha_d = 0/58$ و برای قلب با عارضه انقباض دهلیزی $\alpha_d = 1/08$ و این مقدار برای قلب با ناراحتی احتقان $\alpha_d = 1/17$ محاسبه شده است (جدول ۱).

می‌آید:

$$F^{\nu}(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y_s[(v-1)s+i] - y_v(i)\}^{\nu}, \nu = 1, \dots, N_s, \quad (14)$$

$$F^{\nu}(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y_s(N - [(v - N_s)s + i]) - y_v(i)\}^{\nu}, \nu = N_s + 1, \dots, 2N_s. \quad (15)$$

در اینجا $y_v(i)$ یک تابع چند جمله‌ای در بازه v -ام است. متناظر با مرتبه چند جمله‌ای، مراتب مختلفی از MF-DFA به دست خواهد آمد. سپس روی مقادیر انحراف معیار در تمام بازه‌ها (بازه‌های با طول s) میانگین‌گیری نموده و تابع افت و خیز، $F_q(s)$ ، به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^{\nu}(v, s)]^{q/2} \right\}^{1/q}. \quad (16)$$

متغیر q می‌تواند هر مقدار حقیقی ممکن را بگیرد. در $q = 0$ ، $F_q(s)$ با تابع دیگری تعریف می‌شود. از آنجایی که برای $F_q(s)$ در $q = 0$ واگرایی رخ می‌دهد، داریم:

$$F_0(s) \equiv \exp \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln [F^{\nu}(v, s)] \right\}. \quad (17)$$

در مرحله پنجم، تقارن مقیاسی تابع افت و خیز با استفاده از نمودار log-log تعیین می‌گردد.

$$F_q(s) \sim s^{h(q)}, \quad (18)$$

۳.۴. روش حذف شیب چند فرکتالی

الگوریتم روش MF-DFA شامل پنج مرحله است [۷]. این مراحل، اساساً مشابه با مراحل روش DFA است، اما دارای یک تفاوت است که در ادامه توضیح داده می‌شود. فرض می‌شود، x_k یک سری زمانی با طول N است. در مرحله اول سری نمایه تعیین می‌شود:

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i [x_k - \langle x \rangle] \quad i = 1, \dots, N. \quad (13)$$

در مرحله دوم نمایه به $N_s = \text{int} \left(\frac{N}{S} \right)$ قسمت تقسیم

می‌شود. اما برخلاف روش DFA از آنجایی که فرض می‌شود طول N از سری ممکن است مضرب درستی از مقیاس زمانی s (طول هر بازه) نباشد و ممکن است بخش کوچکی از سری نمایه در این تقسیم‌بندی به حساب نیاید، لذا این تقسیم‌بندی بار دیگر از انتهای سری نمایه عیناً تکرار می‌شود. بدین ترتیب کلاً $2N_s$ بازه (با طول s) به دست خواهد آمد. در مرحله بعد روندهای محلی برای هر کدام از $2N_s$ بازه با روش DFA حذف می‌گردد. آنگاه تابع خطای $F^{\nu}(v, s)$ برای هر بازه v ، با طول s ، به صورت زیر به دست

طبق روال عادی MF-DFA بقیه محاسبات انجام می‌شود تا نوبت به محاسبه توان مقیاسی $\tilde{h}(q)$ برسد. رابطه $h(q)$ و $\tilde{h}(q)$ به صورت $\tilde{h}(q) = h(q) + 1$ است؛ یعنی:

$$\tilde{F}(q) \propto s^{\tilde{h}(q)} = s^{h(q)+1}. \quad (20)$$

در نتیجه رفتار مقیاس می‌تواند حتی برای $h(q)$ با مقادیر کوچکتر از صفر و بزرگتر از -1 به درستی برای q تعیین گردد. خاصیت مهم آنالیز MF-DFA، ارتباط آن با آنالیز چند فرکتالی است. برای سریهای ایستان^۱ و بهنجار با تعریف یک سنجه با خاصیت محمل-فشرده بودن^۲، توان مقیاس چند فرکتالی $h(q)$ که قبلاً (معادله ۱۸) تعریف شد به طور مستقیم به توان مقیاسی $\tau(q)$ که در فرمول بندی استاندارد چند فرکتالی ارائه گردید مرتبط است [۷]. این رابطه که به طور تحلیلی و دقیق به دست می‌آید به صورت زیر است:

$$\tau(q) = qh(q) - 1. \quad (21)$$

متعاقب آن با توجه به رابطه طیف تکنیگیا، $f(\alpha)$ با پارامتر $\tau(q)$ توسط تبدیل لژاندر، می‌توان α و $f(\alpha)$ را به $h(q)$ مربوط کرد:

$$\alpha = h(q) + qh'(q) \quad f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1$$

$$h'(q) = \frac{dh(q)}{dq}. \quad (22)$$

حال نوبت ارائه نتایج این روش برای سیگنالهای الکتریکی قلب سالم و قلب آسیب دیده است. آنالیز MF-DFA چند فرکتالی بودن سری ECG را نشان می‌دهد. شکل ۳ طیف تکنیگیا قلب را نشان می‌دهد. سپس آنالیز روش MF-DFA با $q=2$ نمای تعمیم یافته Hurst برای ۵ نمونه قلب سالم و ۵ نمونه قلب بیمار به صورتی که توضیح داده می‌شود، به انجام رسیده است.

ابتدا از هر سری داده شده ECG که به صورت x_k است، دو نمونه سری به نامهای سری علامت و سری مقدار^۳ ساخته

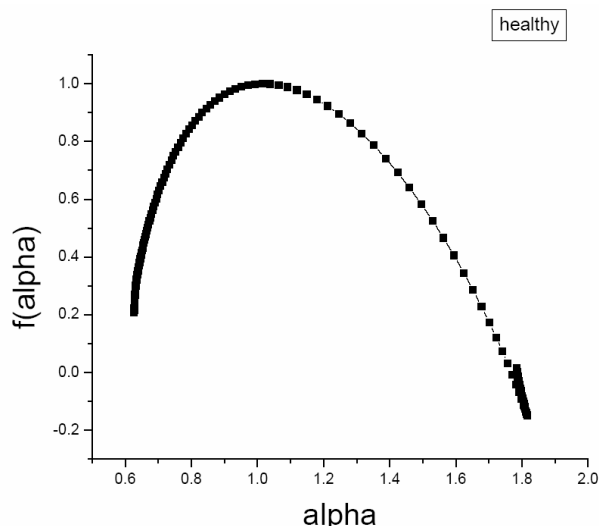
۱. Stationary.

۲. Compact support

۳. برای یک سری مفروض x_k ، سری علامت (sign) و سری مقدار (magnitude) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

سری علامت: $s_k = \text{sign}(x_{k+1} - x_k)$ ، یعنی اگر $x_{k+1} - x_k \geq 0$ ، آنگاه $s_k = 1$ و اگر $x_{k+1} - x_k < 0$ ، آنگاه $s_k = -1$.

سری مقدار: $m_k = |x_{k+1} - x_k|$. واضح است که طول سری علامت و مقدار با طول سری اصلی یکسان است.



شکل ۳. نمودار طیف تکنیگیا (singularities) برای سری زمانی سیگنالهای الکتریکی قلب. طیف تکنیگیا برای یک سیستم نشان‌دهنده میزان پیچیدگی آن است، به این معنی که برای توصیف آن نیاز به تعداد زیادی از پارامترهای مقیاسی داریم. (معادله ۲۲ را ببینید.)

$H(q)$ توان تعمیم یافته Hurst نامیده می‌شود. زیرا $h(q=2)$ همان Hurst در روش DFA است که در قسمت قبل با α_d نشان داده شد.

برای سری زمانی تک فرکتالی $h(q)$ مستقل از q است. اما وقتی سری چند فرکتال باشد وابستگی $h(q)$ نسبت به q قابل مشاهده خواهد بود. نکته قابل تأکیدی در این قسمت وجود دارد. اگر چه روش MF-DFA فقط می‌تواند توان تعمیم یافته Hurst با مقادیر مثبت را تعیین می‌کند با این وجود برای سیگنالهای پاد همبسته قوی که برای آنها $h(q)$ نزدیک به صفر است، آنالیز نامبرده نادرست است. در این حالت یک تکنیک اصلاح شده از MF-DFA مورد استفاده قرار می‌گیرد بدین صورت که جمع یگانه معادله (۱۳) که توصیف کننده نمایه مربوط به داده‌های x_k است با جمع دوگانه زیر جایگزین می‌شود.

$$\tilde{Y}(i) = \sum_{k=1}^i \left[\left(\sum_{j=1}^k x_j - \langle x \rangle \right) \langle y \rangle \right], \quad (19)$$

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j, \quad \langle y \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k).$$

جدول ۲. پارامترهای به دست آمده از روش تحلیل MF-DFA برای دو نوع سری زمانی، سری علامت و سری مقدار سیگنالهای الکتریکی قلب. سری مقدار برای قلب سالم پاد همبسته و در مورد قلب بیمار همبسته است. سری علامت برای قلب سالم همبسته در حالی که در مورد قلب بیمار پادهمبسته است. نتایج ثبت شده مربوط به متوسط داده‌هاست.

قلب سالم		قلب با بیماری CHF	
سری مقدار	سری علامت	سری مقدار	سری علامت
$h(q=2) = 0.464$	$h(q=2) = 0.687$	$h(q=2) = 0.684$	$h(q=2) = 0.444$

۵. نتیجه‌گیری

سری زمانی سیگنالهای الکتریکی قلب ECG دارای رفتار پیچیده چند فرکتالی هستند و لذا می‌توان آنها را با آنالیز چندفرکتالی تحلیل کرد. همچنین سری زمانی ECG به عنوان یک سری نایستان دارای همبستگیهای بلندبرد است. پارامترهای همبستگی به دست آمده از تحلیل DFA برای سری ECG قلب سالم و بیمار کاملاً متفاوت است، به طوری که این تفاوت هم در سری اصلی از ECG، هم در سری قدرمطلق اختلاف مقادیر (مقادیر سری اصلی) و همچنین در سری علامت اختلاف مقادیر به خوبی مشهود است.

شده است. بدین ترتیب از سریهای علامت و مقدار هر کدام ۱۰ نمونه داده وجود دارد که پنج نمونه برای قلبهای سالم و پنج نمونه متعلق به قلبهای بیمار است. با استفاده از روش MF-DFA با $q=2$ سری علامت قلب سالم و بیمار مقایسه شده است. همین آنالیز برای سری مقدار اعمال گردیده است. نتایج نشان دهنده یک رفتار متفاوت از قلب سالم و قلب بیمار است. بدین ترتیب این روش به وضوح قادر است داده‌های قلب را دسته‌بندی کند و نوعی آنالیز تشخیصی ارائه نماید. نتایج در جدول ۲ خلاصه شده است.

مراجع

1. B B Mandelbrot: "fractals and Multifractals: Noise, Turbulance and Galaxies ", (Springer, New York, 1998).
2. T Nakayama and et al.,: *Fractal Concepts in Condense Matter Physics*, Springer, New York, (2003).
3. Akselrod, S. et al : *science* **213** (1981) 220-222.
4. canessa, Multifractality in time Series, *J. Phys. A. : Mathematical and general* (2000).
5. Ivonov et al, : Multifractality in human Hearbeat Dynamics, *Nature* **399** (1999).
6. Ivonov, et. al., *cond-matt/0409545* (2004).
7. Jan W kantelhart et al., *Physica A*. 31688 (2002) 114.
8. WWW.physionet.org.
9. J Feder, "fractals" (Plenum, New York 1988).
10. B B Mandelbrot, "Fractals: Form, Chance and Dimension" (Freeman, San Francisco, 1977).
11. B B Mandelbrot, "The Fractal Geometry of Nature" (Freeman, San Francisco, 1982).
12. A L Barabaasi, H E Stanley, *fractal Concepts in Surface growth* (Cambride University Press, Cambridge, 1995).
13. H Takayasou, *fractals in the Physical Science* (Manchester University Press, Manchester 1990).
14. J B Bassingthwaight et al., "Fractal Physiology" (Oxford University Press New York 1994).