

(دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۱/۲۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۹/۶/۶)

$$\begin{aligned}
 & -Jg\sigma_n^x \\
 \langle \sigma_n^z \rangle \quad \langle \sigma_n^x \rangle & \quad -Jg\sigma_n^x \\
 C^x(j) = \langle \sigma_n^x \sigma_{n+j}^x \rangle - \langle \sigma_n^x \rangle^2 & \\
 & (-1)^j Jg\sigma_n^x
 \end{aligned}$$

میدان مغناطیسی  $-Jg\sigma_n^x$  بر حالت‌های اسپینی در راستای محور  $z$  اثر می‌کند و با وارون کردن اسپین‌ها در این راستا، باعث مختل شدن نظم اسپینی در این راستا می‌گردد.

$$\sigma^x |\uparrow\rangle = |\downarrow\rangle, \quad \sigma^x |\downarrow\rangle = |\uparrow\rangle, \quad (3)$$

جمله دوم، برهم‌کنش فرومغناطیس بین دو اسپین که در همسایگی هم قرار دارند را نشان می‌دهد. این جمله باعث ایجاد یک نظم مغناطیسی در سیستم می‌شود. بنابراین رقابت بین ثابت‌های جفت شدگی فرومغناطیس  $J$  و میدان مغناطیسی  $-Jg\sigma_n^x$ ، تعیین کننده فاز این سیستم می‌باشد.

در حد  $g \gg 1$ ، جمله اول در هامیلتونی (۱) جمله غالب بوده و حالت پایه سیستم تقریباً یک حالت پارامغناطیس است که در آن اسپین‌ها در راستای محور  $x$  و  $-x$  جهت‌گیری کرده‌اند:

مدل آیزینگ کوانتمی با برهم‌کنش همسایه اول در میدان مغناطیسی عرضی  $-Jg\sigma_n^x$  توسط هامیلتونی زیر توصیف می‌شود [۱]:

$$H = -J \sum_n (g\sigma_n^x + \sigma_n^z \sigma_{n+1}^z), \quad (1)$$

در این رابطه  $J > 0$ ، ثابت جفت شدگی برهم‌کنش فرومغناطیس و  $g > 0$  یک ثابت بی بعد و قابل تنظیم برای ایجاد گذار فاز کوانتمی در این مدل است.  $\sigma_n^z$  و  $\sigma_n^x$  هم ماتریس‌های پائولی هستند که رابطه جابه جاگری زیر بین آنها برقرار است:

$$[\sigma_n^\alpha, \sigma_m^\beta] = 2i\delta_{nm}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\sigma_n^\gamma, \quad (2)$$

در این رابطه  $\delta_{mn}$  دلتای کرونکر،  $\{\alpha, \beta, \gamma\} = \{x, y, z\}$ ، لوی چی ویتا و  $n, m$  اندیس جایگاه است. در این هامیلتونی،

$$|\psi_{gs}\rangle = |\rightarrow\rangle|\rightarrow\rangle\dots|\rightarrow\rangle|\rightarrow\rangle, \tag{4}$$

$$|\psi_{gs}\rangle = |\leftarrow\rangle|\leftarrow\rangle\dots|\leftarrow\rangle|\leftarrow\rangle, \tag{5}$$

در این رابطه داریم،

$$|\rightarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle), \tag{6}$$

$$|\leftarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle), \tag{7}$$

در حد  $g \ll 1$ ، جمله اول در هامیلتونی (۱) در مقابل جمله دوم قابل چشم پوشی است. به طوری که، هامیلتونی مدل آیزینگ کوانتمی به هامیلتونی  $H \approx -J \sum_n \sigma_n^z \sigma_{n+1}^z$  تقلیل می‌یابد. در این حد، حالت پایه سیستم تقریباً فرومغناطیس بوده و در آن جهت تمامی اسپین‌ها در راستای  $+z$  و یا  $-z$  است:

$$|\psi_{gs}\rangle = \prod_n |\uparrow\rangle_n, \tag{8}$$

$$|\psi_{gs}\rangle = \prod_n |\downarrow\rangle_n, \tag{9}$$

واضح است که سیستم، تبهگنی دوگانه دارد که در حد ترمودینامیکی تنها یکی از حالت‌های فوق را به عنوان حالت پایه انتخاب می‌کند (شکست خود به خودی تقارن). بنابراین وقتی که پارامتر  $g$  را روشن می‌کنیم و مقدار آن را از صفر تا مقادیر خیلی بزرگتر از ۱ تغییر می‌دهیم، یک گذار فاز کوانتمی از فاز فرومغناطیس به فاز پارامغناطیس در نقطه بحرانی  $g = g_c$  اتفاق می‌افتد.

نکته دیگر آن که مدل‌های آیزینگ کوانتمی یک بعدی در میدان عرضی  $-Jg\sigma_n^x$  و میدان متناوب  $Jg\sigma_n^x (-1)^n$ ، با یک تبدیل ساده که عبارت است از دواران به اندازه  $180^\circ$  درجه برای اسپین‌های زوج یا فرد به هم تبدیل می‌شوند.

در این مقاله با معرفی روش تبدیلات یکانی پیوسته [۲-۶]، به حل دقیق این مدل در دو میدان مغناطیسی  $-Jg\sigma_n^x$  و  $Jg\sigma_n^x (-1)^n$  پرداخته و طیف انرژی، نقطه بحرانی کوانتمی  $g_c$  و نمای بحرانی  $zV$  را برای آن به دست می‌آوریم. از آن جا که این دو مدل تحت یک تبدیل  $180^\circ$  درجه به یکدیگر تبدیل می‌شوند، انتظار داریم که نمای بحرانی به دست آمده از حل دقیق این دو مدل یکسان به دست آیند.

در سال ۱۹۹۴ گلازک و ویلسون در فیزیک ذرات بنیادی [۲] و به طور مستقل وگنر در فیزیک ماده چگال [۳] روش تبدیلات یکانی پیوسته<sup>۱</sup> (یا معادلات جریان<sup>۲</sup>) را معرفی کردند. ایده اصلی این روش، استفاده از بی نهایت تبدیل یکانی بسیار کوچک است که باعث باز مقیاس شدن پارامترهای موجود در هامیلتونی شده و بعد فضای هیلبرت سیستم به طور کامل بدون تغییر باقی می‌ماند.

در این روش، برای قطری کردن ماتریس هامیلتونی نیاز به بی‌نهایت تبدیل یکانی بسیار کوچک و برای تولید این بی‌نهایت ماتریس یکانی، نیاز به یک مولد داریم. اگر  $U(B)$ ، ماتریس تبدیل یکانی و  $B$  پارامتر جریان باشد آنگاه هامیلتونی تبدیل یافته سیستم توسط رابطه زیر به دست می‌آید:

$$H(B) = U(B)HU(B)^\dagger, \tag{10}$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۱۰) نسبت به  $B$ ، تحول هامیلتونی  $H(B)$  را می‌توان به صورت معادله دیفرانسیل (معادله جریان) زیر نوشت [۴ و ۵]:

$$\frac{dH(B)}{dB} = [\eta(B), H(B)], \tag{11}$$

که در آن،

$$\eta(B) = \frac{dU(B)}{dB}U(B)^\dagger = -\eta(B)^\dagger, \tag{12}$$

$\eta(B)$ ، مولد ماتریس‌های یکانی بوده و پادهرمیتی است. یک انتخاب برای مولد  $\eta(B)$ ، به صورت  $\eta(B) = [H_d, H_{nd}]$  است [۴ و ۵]، که در آن  $H_d$  و  $H_{nd}$  به ترتیب قسمت قطری و غیر قطری کردن هامیلتونی تحت بی نهایت تبدیل یکانی است، در حد  $B \rightarrow \infty$  قسمت غیر قطری هامیلتونی به صفر میل کرده و تنها باز مقیاس شده قسمت قطری هامیلتونی باقی می‌ماند.

نکته دیگر آنکه برای به دست آوردن مقدار انتظاری عملگرها در این روش، کافی است که جریان آن عملگرها را با رابطه

$$\frac{dO(B)}{dB} = [\eta(B), O(B)], \tag{13}$$

۱. Continuous unitary transformations

۲. Flow equations

$$H_d = J \sum_k \{ \gamma [g - \cos(ka)] c_k^\dagger c_k - g \}, \quad (20)$$

$$H_{nd} = iJ \sum_k \sin(ka) (c_{-k}^\dagger c_k^\dagger - c_{-k} c_k). \quad (21)$$

چون در تبدیلات یکانی پیوسته، برای هر کدام از عناصر ماتریس هامیلتونی  $H$  یک جریانی پیدا می‌کنیم که در حد  $B$  های به اندازه کافی بزرگ، عناصر غیر قطری به صفر میل کند، لازم است که در هامیلتونی (۱۹)، کلیه ثابت‌های جفت شدگی را وابسته به اندیس تکانه در نظر بگیریم. با این کار، در واقع برای هر کدام از عناصر ماتریس هامیلتونی یک سری ثابت‌های جفت شدگی خاص مربوط به آن عنصر را خواهیم داشت. به این دلیل که جریان عناصر مختلف ماتریس هامیلتونی با یکدیگر متفاوت است و هر کدام، بسته به اینکه چه انرژی ای دارند، جریان آنها مشخص می‌شود. بنابراین هامیلتونی جریانی<sup>۱</sup> که باید آن را مورد بررسی قرار داد عبارت است از:

$$H(B) = H_d(B) + H_{nd}(B) \quad (22)$$

$$H_d(B) = \sum_k J_k(B) \{ \gamma [g_k(B) - \cos(ka)] c_k^\dagger c_k - g_k(B) \} \quad (23)$$

$$H_{nd}(B) = i \sum_k J_k(B) \sin(ka) (c_{-k}^\dagger c_k^\dagger - c_{-k} c_k) \quad (24)$$

با در نظر گرفتن جا به جاگر قسمت قطری و غیر قطری هامیلتونی مولد تبدیلات یکانی پیوسته را به صورت زیر به دست می‌آوریم (برای سادگی، از نوشتن وابستگی ثابت‌ها و پارامترها به  $B$  صرف نظر می‌کنیم):

$$\eta(B) = \gamma i \sum_k J_k (J_k + J_{-k}) (g_k - \cos(ka)) (c_{-k}^\dagger c_k^\dagger - c_{-k} c_k), \quad (25)$$

با استفاده از این مولد، می‌توانیم معادلات دیفرانسیلی که بازمقیاس شدن ثابت‌های موجود در هامیلتونی را نشان می‌دهد را به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} [\eta_k, H_d] &= -\gamma i \sum_k \{ J_k (J_k + J_{-k}) (g_k - \cos(ka)) \sin(ka) \\ &\quad \times \{ J_{-k} (g_{-k} - \cos(ka)) + J_k (g_k - \cos(ka)) \} \\ &\quad \times (c_{-k}^\dagger c_k^\dagger + c_{-k} c_k) \}, \end{aligned} \quad (26)$$

محاسبه کرده سپس با استفاده از ویژه حالت‌های نهایی هامیلتونی جریان یافته  $H(B = \infty)$ ، مقادیر انتظاری عملگرها را به دست آوریم [۴]:

$$\begin{aligned} \langle O(B = \infty) \rangle_{gs}^{B=0} &= \langle \Psi_{gs} | O(B = \infty) | \Psi_{gs} \rangle \\ &= \langle \Psi_{gs} | U^\dagger(\infty) U(\infty) O(B = \infty) U^\dagger(\infty) U(\infty) | \Psi_{gs} \rangle \\ &= \langle \Psi_{gs} | U^\dagger(\infty) O(B = \infty) U(\infty) | \Psi_{gs} \rangle \\ &= \langle O(B = \infty) \rangle_{gs}^{B=\infty}. \end{aligned} \quad (14)$$

از مزیت‌های این روش در مقایسه با روش‌های دیگر نظیر گروه بازبهنجارش و اختلال این است که در این روش اولاً بعد فضای هیلبرت به طور کامل باقی می‌ماند (بر خلاف روش گروه بازبهنجارش)، ثانياً این روش برای سیستم‌های با همبستگی قوی و یا ضعیف قابل به کار بردن است (بر خلاف روش اختلال که باید در هامیلتونی سیستم یک پارامتر جفت شدگی ضعیف وجود داشته باشد). بررسی تحول زمانی یک سیستم نیز از دیگر مزیت‌های این روش است [۷]. اما یکی از اشکالاتی که در این روش وجود دارد، تولید جملات برهم‌کنشی مراتب بالاتر در طی به دست آوردن معادلات جریان است، که معمولاً از آنها صرف نظر می‌شود [۴].

۳

$$-Jg\sigma_n^x$$

هامیلتونی مدل آیزینگ کوانتمی در میدان مغناطیسی عرضی  $-Jg\sigma_n^x$ ، به صورت رابطه زیر است:

$$H = -J \sum_n (g\sigma_n^x + \sigma_n^- \sigma_{n+1}^-), \quad (15)$$

برای حل دقیق این مدل به روش تبدیلات یکانی پیوسته، ابتدا با استفاده از تبدیلات جردن-ویگنر [۸]:

$$\sigma_n^x = 1 - 2c_n^\dagger c_n, \quad (16)$$

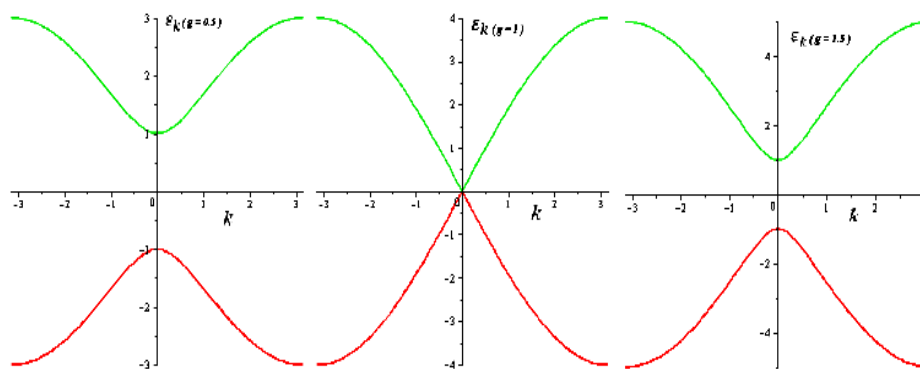
$$\sigma_n^- = -\prod_{m<n} (1 - 2c_m^\dagger c_m) (c_n^\dagger + c_n), \quad (17)$$

و تبدیل فوریه:

$$c_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_n e^{ikna} c_n, \quad (18)$$

هامیلتونی (۱۵) را به شکل فرمیونی بدون اسپین تبدیل می‌کنیم:

$$H = H_d + H_{nd}, \quad (19)$$



شکل ۱. نمودار انرژی‌های تک ذره‌ای بر حسب تغییرات  $k$ ، به ازای  $g=0.5$ ،  $g=1$  و  $g=1.5$  به ترتیب از چپ به راست. همان طور که مشاهده می‌شود، در  $g=1$  و  $k=0$ ، فاصله دو نوار انرژی به کمترین مقدار ممکن یعنی صفر می‌رسد.

جفت شدگی  $J$  در حد  $B$ ‌های به اندازه کافی بزرگ، به صفر میل می‌کند و بنابراین قسمت غیر قطری هامیلتونی از بین می‌رود. اثرات این صفر شدن، در جمله قطری هامیلتونی، یعنی ضریب  $2J(g - \cos(ka))$  وارد می‌گردد و آن را به یک مقدار جدید باز مقیاس می‌کند. با توجه به روابط (۳۰) و (۳۱)، هامیلتونی جریان یافته (یا هامیلتونی قطری شده) به صورت زیر خواهد بود:

$$\tilde{H} = \sum_k \varepsilon_k (c_k^\dagger c_k - \frac{1}{2}), \quad (32)$$

در این رابطه،  $\tilde{H} = H(B = \infty)$  و

$$\varepsilon_k = \pm 2J_0 \sqrt{g_0^2 - 2g_0 \cos(ka) + 1}. \quad (33)$$

انرژی‌های تک ذره‌ای هستند که در مرجع [۱] نیز به روش دیگر محاسبه شده است (شکل ۱). برای بررسی گذار فاز کوانتومی و به دست آوردن نقطه بحرانی گذار فاز در این مدل، انرژی کل حالت پایه و انرژی اولین حالت برانگیخته را محاسبه می‌کنیم. چنانچه فرض کنیم که همه انرژی‌های تک ذره‌ای مثبت باشند (یا منفی باشند)، آن گاه در ویژه حالت پایه هیچ فرمیونی وجود ندارد (به طور کامل توسط فرمیون‌ها اشغال شده است). پس انرژی حالت پایه با توجه به هامیلتونی جریان یافته (۳۲) برابر است با:

$$E_{gs} = -\frac{1}{2} \sum_k |\varepsilon_k|, \quad (34)$$

از طرفی، حالت‌های برانگیخته با اشغال حالت‌های تک ذره‌ای

$$[\eta_k, H_{nd}] = -2i \sum_k \{J_k (J_k + J_{-k})(g_k - \cos(ka)) \sin(ka) \times \{J_{-k} \sin(-ka) + J_k \sin(ka)\} \times (c_k^\dagger c_k + c_{-k}^\dagger c_{-k} - 1)\}. \quad (27)$$

اکنون با توجه به روابط جابه جاگری (۲۶) و (۲۷)، می‌توانیم معادلات جریان را از مساوی قرار دادن ضرایب عملگرها در دو طرف رابطه (۱۰)، به صورت زیر به دست آوریم:

$$\frac{d}{dB} \{J_k (g_k - \cos(ka))\} = 2(J_k + J_{-k})^\dagger \sin(ka)^\dagger \times \{J_{-k} (g_{-k} - \cos(ka)) + J_k (g_k - \cos(ka))\}, \quad (28)$$

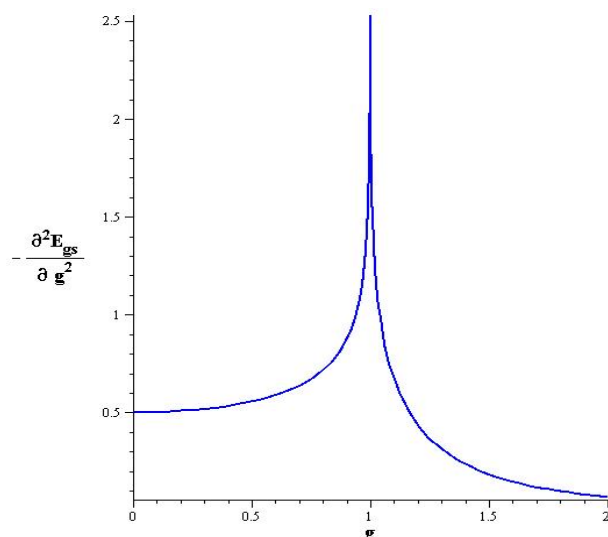
$$\frac{dJ_k}{dB} = -2J_k (J_k + J_{-k}) \{J_{-k} (g_{-k} - \cos(ka)) + J_k (g_k - \cos(ka))\}. \quad (29)$$

با توجه به معادلات محاسبه شده فوق، اگر  $k \rightarrow -k$ ، آن گاه  $J_{-k} = J_k$  و  $g_{-k} = g_k$  به دست خواهد آمد. این نتیجه باعث ساده‌تر شدن معادلات دیفرانسیل به دست آمده می‌گردد. از طرفی، دو معادله (۲۸) و (۲۹) در واقع باز مقیاس شدن پارامترهای موجود در هامیلتونی آیزینگ کوانتومی یک بعدی  $(J, g)$  را نشان می‌دهد. با حل همزمان آنها و با شرط اولیه  $J_k(B=0) = J$  و  $g_k(B=0) = g$ ، در حد  $B \rightarrow \infty$  داریم:

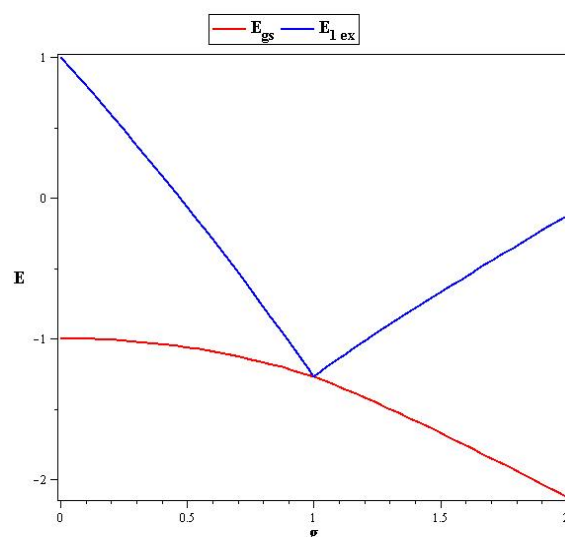
$$\lim_{B \rightarrow \infty} \{J_k (g_k - \cos(ka))\} = \pm 2J \sqrt{g^2 - 2g \cos(ka) + 1}, \quad (30)$$

$$\lim_{B \rightarrow \infty} J_k(B) \rightarrow 0, \quad (31)$$

همان طور که از روابط به دست آمده مشخص است، ثابت



شکل ۳. نمودار مشتق مرتبه انرژی حالت پایه بر حسب تغییرات  $g$ .



شکل ۴. نمودار انرژی بر حسب  $g$ . گاف انرژی در  $g_c = 1$  صفر شده و سیستم گذار فاز مرتبه دو دارد.

$$\langle \sigma_n^z \rangle \langle \sigma_n^x \rangle \quad (۴)$$

$$C^x(j) = \langle \sigma_n^x \sigma_{n+j}^x \rangle - \langle \sigma_n^x \rangle^2$$

برای محاسبه مقادیر انتظاری  $\langle \sigma_n^z \rangle$ ،  $\langle \sigma_n^x \rangle$  و  $C^x(j)$ ، ابتدا لازم است که جریان عملگرهای  $c_n$  و  $c_n^\dagger$  را به دست آوریم. مطابق با رابطه (۱۳)، معادلات جریان مربوط به عملگرهای خلق و فنا  $c_k$  و  $c_k^\dagger$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\frac{dc_k(B)}{dB} = \lambda i J^\gamma (g - \cos(ka)) \sin(ka) c_{-k}^\dagger(B), \quad (۳۷)$$

$$\frac{dc_k^\dagger(B)}{dB} = -\lambda i J^\gamma (g - \cos(ka)) \sin(ka) c_{-k}(B). \quad (۳۸)$$

با حل همزمان دو معادله (۳۷) و (۳۸)، برای جریان عملگرهای  $c_k$  و  $c_k^\dagger$  داریم:

$$c_k(B) = \frac{1}{\gamma} (c_k(0) + c_{-k}^\dagger(0)) e^{i\Gamma_k(B)} + \frac{1}{\gamma} (c_k(0) - c_{-k}^\dagger(0)) e^{-i\Gamma_k(B)}, \quad (۳۹)$$

$$c_k^\dagger(B) = \frac{1}{\gamma} (c_{-k}(0) + c_k^\dagger(0)) e^{-i\Gamma_k(B)} + \frac{1}{\gamma} (c_k^\dagger(0) - c_{-k}(0)) e^{i\Gamma_k(B)}, \quad (۴۰)$$

که در آن،  $\Gamma_k(B) = \int_0^B \lambda J^\gamma (g - \cos(ka)) \sin(ka) dB'$  است. با در نظر گرفتن روابط مربوط به تبدیلات جردن-ویگنر

(خالی شدن حالت‌های تک ذره‌ای) ایجاد می‌گردد. بنابراین اولین حالت برانگیخته هنگامی ایجاد می‌شود که یک ذره با کمترین مقدار انرژی تک ذره‌ای، یکی از حالت‌های تک ذره‌ای در حالت پایه سیستم را اشغال کند (خالی کند). پس انرژی اولین حالت برانگیخته عبارت است از:

$$E_{1ex} = E_{gs} + 2J|g-1|. \quad (۳۵)$$

اگر انرژی‌های حالت پایه و اولین حالت برانگیخته را در یک نمودار رسم کنیم (شکل ۴)، مشاهده می‌شود که گاف انرژی در  $g_c = 1$  صفر شده و انرژی اولین حالت برانگیخته در این نقطه مماس بر انرژی حالت پایه می‌گردد. از آن جا که در مشتق مراتب بالاتر انرژی حالت پایه نسبت به ثابت جفت شدگی  $g$  تکینگی وجود دارد (شکل ۳)، گذار فاز انجام شده در این سیستم، یک گذار فاز کوانتمی مرتبه دوم از فاز فرومغناطیس به فاز پارامغناطیس است. از طرفی با توجه به رابطه (۳۳) و اینکه، گاف انرژی در نزدیکی نقطه بحرانی، به صورت توانی به صفر میل می‌کند [۱]:

$$\Delta \propto J|g-g_c|^{\nu z}, \quad (۳۶)$$

نتیجه می‌گیریم که نمای بحرانی  $\nu z$  برای مدل آیزینگ کوانتمی برابر با یک است.

دلیل صفر شدن مقدار انتظاری  $\langle \sigma_n^z \rangle$  آن است که تعداد فردی از عملگرهای  $c_k$  و  $c_k^\dagger$  در هم ضرب شده‌اند. نتیجه‌ای که دور از انتظار و شهود فیزیکی ماست. زیرا انتظار داریم که حداقل در  $g=0$ ، مغناطش کل سیستم ۱ یا -۱ باشد. دلیل نتیجه به دست آمده این است که در روش تبدیلات یکانی پیوسته، از آن جا که کل فضای هیلبرت سیستم حفظ می‌شود، حالت‌های گوناگون سیستم برای اسپین‌های پایین و اسپین‌های بالا در آن وجود دارد. بنابراین  $\langle \sigma_n^z \rangle$ ، در این فضا صفر به دست خواهد آمد. به همین دلیل از محاسبات انجام شده می‌توان این گونه نتیجه‌گیری کرد که روش تبدیلات یکانی پیوسته نمی‌تواند شکست خودبه خودی تقارن را نشان دهد. با انجام محاسباتی

مشابه، برای تابع همبستگی  $C^x(j)$  خواهیم داشت:

$$C^x(j) = \left\{ \frac{a}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin[\sqrt{2} \tilde{F}_k] \sin(jka) dk \right\}^2 + \left\{ \left( \frac{a}{2\pi} \right)^2 \int_{-\pi}^{\pi} \cos[\sqrt{2} \tilde{F}_k] \cos(jk_1 a) dk_1 \times \right. \\ \left. \times \int_{-\pi}^{\pi} \left( \sin[\sqrt{2} \tilde{F}_{k_2}] \right) \cos(jk_2 a) dk_2 \right\}, \quad (43)$$

در این رابطه،

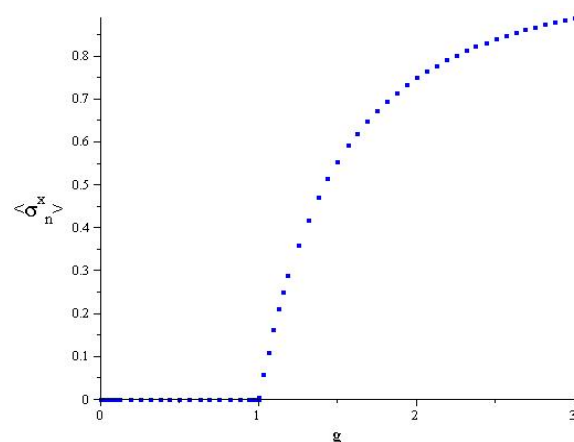
$$\tilde{F}_k = \lim_{B \rightarrow \infty} \left\{ \int_0^B \Gamma_k(B') dB' \right\} = \frac{-i}{\sqrt{2}} \ln \left( \frac{g - e^{-ika}}{g - e^{ika}} \right) \quad (44)$$

با حل عددی انتگرال‌های رابطه (۴۳)، همبستگی اسپینی در راستای محور  $x$  به صورت شکل ۵ به دست می‌آید. همان طور که از نمودار به دست آمده مشخص است، اولاً همبستگی اسپینی در راستای محور  $x$  با افزایش فاصله کاهش می‌یابد، ثانیاً با افزایش میدان مغناطیسی، این همبستگی سریع‌تر افت پیدا می‌کند. بنابراین، با افزایش میدان مغناطیسی در سیستم، نظم بلند برد نیز از بین می‌رود.

۳.

$$(-1)^n J g \sigma_n^x$$

برای حل هامیلتونی مدل آیزینگ کوانتمی در میدان مغناطیسی



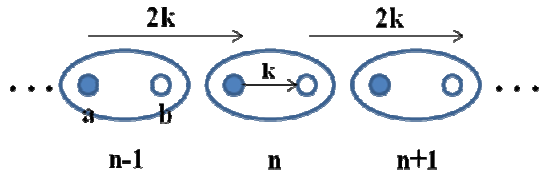
شکل ۴. نمودار تغییرات  $\langle \sigma_n^x \rangle$  بر حسب  $g$ . همان طور که مشاهده می‌شود، مقدار انتظاری  $\langle \sigma_n^x \rangle$  به ازای مقادیر  $g \leq g_c$  صفر است.

(۱۶ و ۱۷) و فوریه (۱۸) و ویژه حالت‌های هامیلتونی نهایی (۳۲) به صورت  $|\Psi_{gs}\rangle = |0\rangle_{gs}^{B=\infty}$  می‌توانیم مقادیر انتظاری  $\langle \sigma_n^z \rangle$  و  $\langle \sigma_n^x \rangle$  را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\langle \sigma_n^z \rangle_{gs}^{B=\infty} = \langle 1 - \sqrt{2} c_n^\dagger(\infty) c_n(\infty) \rangle_{gs}^{B=\infty} \\ = \lim_{B, N \rightarrow \infty} \left\{ 1 - \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_k \sin(\Gamma_k(B)) \right\} \\ = 1 - \frac{a}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dk \sin \left\{ \frac{-i}{\sqrt{2}} \ln \left( \frac{g e^{ika} - 1}{g e^{ika} - e^{-ika}} \right) \right\} \times \sqrt{2} \\ = \begin{cases} 0 & 0 \leq g < 1 \\ 1 - \frac{1}{g^2} & g \geq 1 \end{cases} \quad (41)$$

همان طور که مشاهده می‌شود، به ازای مقادیر  $g \gg 1$ ، که در آن بیشتر اسپین‌ها در راستای میدان عرضی قرار می‌گیرند، مقدار انتظاری  $\langle \sigma_n^z \rangle$  به یک و به ازای مقادیر  $g \ll 1$ ، مقدار انتظاری به صفر میل می‌کند (شکل ۴). به طریق مشابه، برای مقدار انتظاری  $\langle \sigma_n^z \rangle$  داریم:

$$\langle \sigma_n^z \rangle_{gs}^{B=\infty} = \left\langle - \prod_m (1 - \sqrt{2} c_m^\dagger(\infty) c_m(\infty)) (c_n^\dagger(\infty) + c_n(\infty)) \right\rangle_{gs}^{B=\infty} \\ = 0 \quad (42)$$



شکل ۶. ساختار شبکه‌ای مدل آیزینگ کوانتمی یک بعدی در میدان مغناطیسی عرضی  $Jg\sigma_n^x (-1)^n$ .

$$c_n^\dagger = \frac{1}{N} \sum_k e^{-vikna} c_k^\dagger. \quad (47)$$

از این تبدیلات فوریه استفاده کرده و هامیلتونی رابطه (۴۵) را در فضای تکانه به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

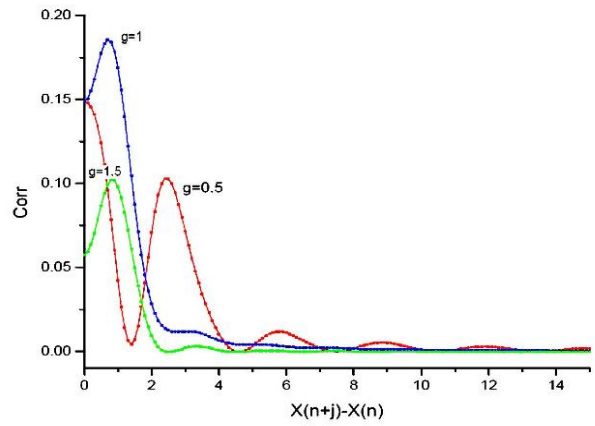
$$H = Jg \sum_k \left\{ \left[ \left( c_k^\dagger c_k - \frac{1}{2} \right) - \left( d_k^\dagger d_k - \frac{1}{2} \right) \right] + h.c. \right\} - \sum_k \left\{ J \left( 1 + e^{-vika} \right) c_k^\dagger d_k + h.c. \right\} + \sum_k \left\{ J \left( -1 + e^{vika} \right) c_{-k}^\dagger d_k^\dagger + h.c. \right\} \quad (48)$$

برای به دست آوردن انرژی‌های تک ذره‌ای به روش تبدیلات یکانی پیوسته، لازم است که یک هامیلتونی جریان مناسب را در نظر گرفته و مورد استفاده قرار دهیم. هامیلتونی ای که تمامی جملات مربعی ممکن در آن و با شرایط اولیه مناسب وجود داشته باشد. با توجه به اینکه در طول فرآیند جریان (محاسبه جا به جاگرها برای به دست آوردن معادلات جریان)، جملاتی نظیر  $c_{-k}^\dagger c_k^\dagger + c_k c_{-k}$  و یا  $d_{-k}^\dagger d_k^\dagger + d_k d_{-k}$  تولید می‌شود، این جملات را با شرط اولیه صفر در هامیلتونی جریان قرار می‌دهیم تا اثر این گونه جملات در بازمقیاس شدن پارامترهای موجود در هامیلتونی (۱) در نظر گرفته شود. بنابراین، هامیلتونی جریانی که برای حل با استفاده از روش تبدیلات یکانی پیوسته در نظر می‌گیریم، به صورت زیر است:

$$H(B) = H_e(B) + H_{int}(B), \quad (49)$$

که در آن،

$$H_e(B) = \sum_k \left\{ \varepsilon_k^a(B) \left( c_k^\dagger c_k - \frac{1}{2} \right) + \varepsilon_k^b(B) \left( d_k^\dagger d_k - \frac{1}{2} \right) \right\}, \quad (50)$$



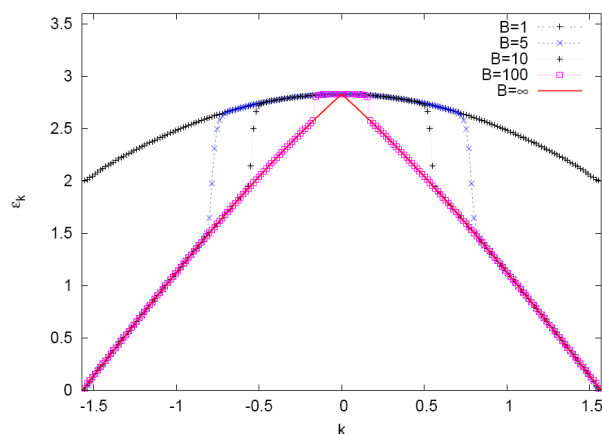
شکل ۵. نمودار تابع همبستگی  $C^x(j)$  برحسب فاصله، به ازای سه مقدار متفاوت  $g = 0.5, 1, 1.5$ . همان طور که مشاهده می‌شود، با افزایش فاصله، همبستگی اسپینی کاهش می‌یابد.

$Jg\sigma_n^x (-1)^n$  (رابطه (۱)) به روش تبدیلات یکانی پیوسته، مشابه قسمت قبل عمل می‌کنیم. ابتدا از تبدیلات جردن ویگنر و فوریه استفاده کرده و سپس در فضای فوریه تبدیلات یکانی پیوسته را به کار می‌بریم. تفاوتی که وجود دارد این است که در این حالت، هر یاخته شامل دو اتم است. یک اتم اثر میدان  $-Jg\sigma^x$  و اتم دیگر اثر  $Jg\sigma^x$  را احساس می‌کند (شکل ۶). بنابراین بردار انتقال هر اتم به جای  $\vec{k}$  و  $2\vec{k}$  خواهد شد. با اعمال تبدیلات جردن-ویگنر بر هامیلتونی (۱)، آن را به هامیلتونی فرمیونی بدون اسپین تبدیل می‌کنیم:

$$H = 2Jg \sum_n \left\{ \left( c_n^\dagger c_n - \frac{1}{2} \right) - \left( d_n^\dagger d_n - \frac{1}{2} \right) \right\} - J \sum_n \left( c_n^\dagger d_n + d_n^\dagger c_n \right) - J \sum_n \left( d_n^\dagger c_{n+1} + c_{n+1}^\dagger d_n \right) - J \sum_n \left( c_n d_n + d_n c_n \right) - J \sum_n \left( d_n^\dagger c_{n+1}^\dagger + c_{n+1}^\dagger d_n \right), \quad (45)$$

اگر فرمیون‌ها در یک یاخته را با  $a$  و  $b$  نشان دهیم، آن گاه  $d_n$  و  $d_n^\dagger$  عملگرهای خلق و فنا فرمیون  $a$  و  $c_n$  و  $c_n^\dagger$  عملگرهای خلق و فنا فرمیون  $b$  در یاخته  $n$ ام می‌باشد. با توجه به اینکه بردار انتقال در این سیستم  $2\vec{k}$  است، تبدیلات فوریه عملگرهای خلق و فنا به صورت زیر خواهند بود:

$$c_n = \frac{1}{N} \sum_k e^{vikna} c_k, \quad (46)$$



شکل ۸. نمودار تغییر انرژی باز مقیاس شده اتم  $b$  بر حسب  $k$ ، به ازای  $J=1$ ،  $g=0.5$  و یک سیستم ۲۰۰ جایگاهی برای مقادیر  $B=1$ ،  $B=5$ ،  $B=10$ ،  $B=100$  و  $B=10000$ .

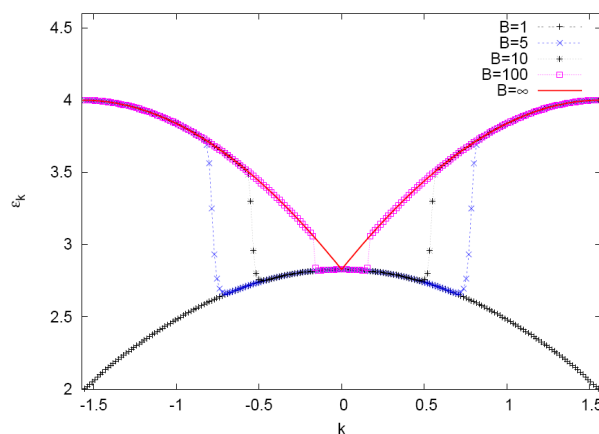
$$\frac{dJ_k}{dB} = -J_k (\varepsilon_k^a - \varepsilon_k^b)^2 + \alpha_k^* (\beta_k - \beta_{-k}) (\varepsilon_k^a + \varepsilon_k^b + 2\varepsilon_{-k}^a) - \alpha_{-k} (\gamma_k^* - \gamma_{-k}^*) (\varepsilon_k^a + \varepsilon_k^b + 2\varepsilon_{-k}^b), \quad (56)$$

$$\frac{d\alpha_k}{dB} = -\alpha_k (\varepsilon_k^a + \varepsilon_k^b)^2 - J_k^* (\beta_k - \beta_{-k}) (2\varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^a - \varepsilon_k^b) - J_{-k} (\gamma_k - \gamma_{-k}) (2\varepsilon_{-k}^b + \varepsilon_k^b - 2\varepsilon_{-k}^a), \quad (57)$$

$$\frac{d\beta_k}{dB} = -\beta_k (\varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^b)^2 - J_k \alpha_k (\varepsilon_{-k}^a - \varepsilon_k^a + 2\varepsilon_k^b), \quad (58)$$

$$\frac{d\gamma_k}{dB} = -\gamma_k (\varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^b)^2 - J_{-k}^* \alpha_k (\varepsilon_k^b - \varepsilon_{-k}^b + 2\varepsilon_{-k}^a). \quad (59)$$

این معادلات دیفرانسیل حاصل از روش تبدیلات یکانی پیوسته، بازمقیاس شدن پارامترهای موجود در هامیلتونی را به ما می‌دهد. با حل همزمان این معادلات دیفرانسیل جفت شده به صورت عددی و با استفاده از الگوریتم رانگ کوتاه، طیف دقیق انرژی برای این مدل به دست می‌آید. نتایج حاصل از حل این معادلات به این صورت است که اولاً کلیه پارامترهای موجود در قسمت غیر قطری هامیلتونی به صفر باز مقیاس می‌گردند، ثانیاً چهار مقدار انرژی تک ذره‌ای برای اتم‌های  $a$  و  $b$  به دست می‌آید (دو مقدار  $\pm \varepsilon_k^a(\infty)$  برای ذره  $a$  و دو مقدار  $\pm \varepsilon_k^b(\infty)$  برای ذره  $b$ ) (شکل‌های ۷ و ۸). بنابراین هامیلتونی نهایی (قطری شده) که بعد از بی نهایت تبدیل یکانی بسیار کوچک حاصل می‌شود، به صورت زیر است:



شکل ۹. نمودار تغییر انرژی باز مقیاس شده اتم  $a$  بر حسب  $k$ ، به ازای  $J=1$ ،  $g=0.5$  و یک سیستم ۲۰۰ جایگاهی برای مقادیر  $B=1$ ،  $B=5$ ،  $B=10$ ،  $B=100$  و  $B=10000$ .

$$H_{\text{int}}(B) = \sum_k \{ J_k(B) c_k^\dagger d_k + J_k^*(B) d_k^\dagger c_k \} + \sum_k \{ \alpha_k(B) c_{-k}^\dagger d_k^\dagger + \alpha_k^*(B) d_k c_{-k} \} + \sum_k \{ \beta_k(B) c_{-k}^\dagger c_k^\dagger + \beta_k^*(B) c_k c_{-k} \} + \sum_k \{ \gamma_k(B) d_{-k}^\dagger d_k^\dagger + \gamma_k^*(B) d_k d_{-k} \}. \quad (51)$$

در رابطه‌های (۵۰) و (۵۱)، شرایط اولیه برای حل معادلات جریان به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} \alpha_k(0) = J(-1 + e^{ika}), \\ J_k(0) = -J(1 + e^{-ika}), \end{cases} \quad (52)$$

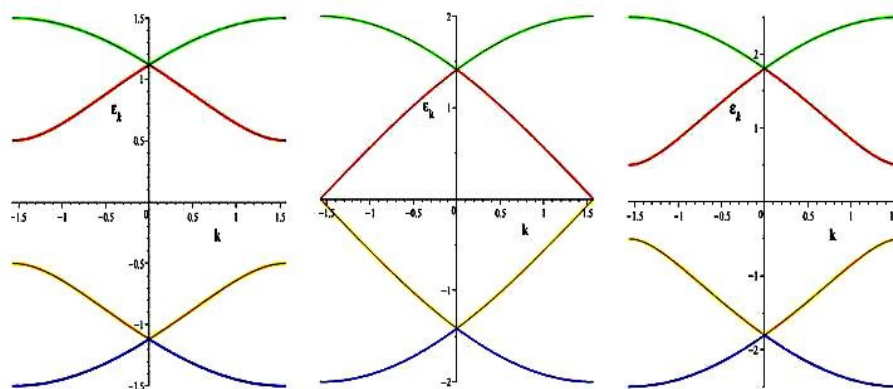
$$\begin{cases} \varepsilon_k^a(0) = 2Jg, \\ \varepsilon_k^b(0) = -2Jg, \\ \beta_k(0) = \gamma_k(0) = 0. \end{cases} \quad (53)$$

با انجام محاسبات لازم (جزئیات محاسبه در پیوست آورده شده است)، معادلات جریانی که باعث باز مقیاس شدن پارامترهای موجود در هامیلتونی می‌شوند، عبارت هستند از:

$$\frac{d\varepsilon_k^a}{dB} = 2|J_k|^2 (\varepsilon_k^a - \varepsilon_k^b) + 2|\alpha_{-k}|^2 (\varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^b) + 2|\beta_k - \beta_{-k}|^2 (\varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^a), \quad (54)$$

$$\frac{d\varepsilon_k^b}{dB} = 2|J_k|^2 (\varepsilon_k^a - \varepsilon_k^b) + 2|\alpha_k|^2 (\varepsilon_{-k}^a + \varepsilon_k^b) + 2|\gamma_k - \gamma_{-k}|^2 (\varepsilon_k^b + \varepsilon_{-k}^b), \quad (55)$$





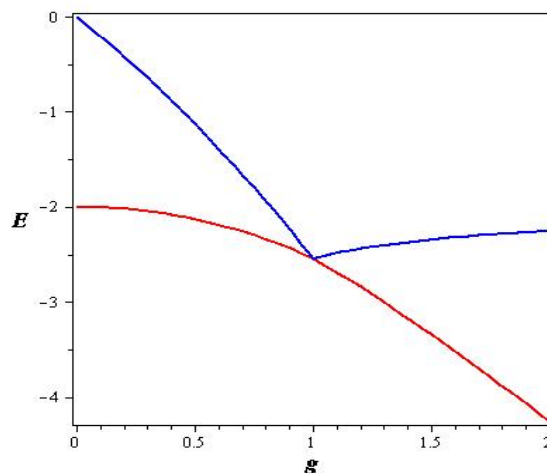
شکل ۹. نمودار انرژی‌های تک ذره‌ای اتم‌های  $a$  و  $b$  بر حسب تغییرات  $k$ ، به ازای  $g=0.5$ ،  $g=1$  و  $g=1/5$  به ترتیب از چپ به راست. نوارهای انرژی‌ای که مقادیر منفی دارند، به طور کامل توسط فرمیون‌ها پر شده است در حالی که نوارهایی مثبت بالایی، خالی از فرمیون می‌باشند. همان طور که مشاهده می‌شود، در  $g=1$  و  $k=0$ ، فاصله دو نوار انرژی به کمترین مقدار ممکن یعنی صفر می‌رسد.

دیفرانسیل)، مقدار عددی بسیار کوچک  $10^{-10}$  را اضافه می‌کنیم. نتایج حاصل از این حل عددی برای انرژی‌های تک ذره‌ای در شکل‌های ۷، ۸ و ۹ نشان داده شده است. در این شکل، ترازهای انرژی‌ای که مقادیر منفی دارند، به طور کامل توسط فرمیون‌ها اشغال شده‌اند و ترازهای انرژی مثبت خالی از فرمیون می‌باشند. بنابراین، بسته به اینکه انرژی‌های تک ذره‌ای را برای ادامه محاسبات، مثبت یا منفی در نظر بگیریم، حالت پایه سیستم یا به طور کامل خالی از فرمیون می‌باشد و یا توسط فرمیون‌ها اشغال شده است. به طوری که برای به دست آوردن حالت‌های برانگیخته، بایستی یک ذره در حالت پایه خلق و یا نابود شود. نکته دیگر در رابطه با این شکل آن است که مقدار انرژی لازم برای اینکه یک ذره از نوار انرژی پایین به نوار انرژی خالی بالایی برود به ازای مقادیر مختلف  $g$ ، متفاوت است. به طوری که این مقدار به ازای  $g=1$  در  $k=0$  کمینه مقدار خود را دارد. با این اوصاف اگر فرض کنیم که  $\varepsilon_k^{(a,b)} \geq 0$  باشند، با توجه به رابطه (۶۰)، انرژی کل حالت پایه و اولین حالت برانگیخته به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_{gs} = -\sum_k (\tilde{\varepsilon}_k^a + \tilde{\varepsilon}_k^b), \quad (61)$$

$$E_{\text{ex}} = E_{gs} + \min\{\tilde{\varepsilon}_k^a, \tilde{\varepsilon}_k^b\}. \quad (62)$$

با بررسی نمودار تغییرات  $E_{gs}$  و  $E_{\text{ex}}$  بر حسب ثابت جفت شدگی  $g$  (شکل ۱۰)، به این نتیجه می‌رسیم که گاف انرژی در



شکل ۱۰. نمودار انرژی بر حسب  $g$ ، برای مدل آیزینگ کوانتمی در میدان مغناطیسی عرضی  $Jg\sigma_n^x$ . گاف انرژی در  $g_c=1$  صفر شده و سیستم گذار فاز مرتبه دو دارد.

$$\tilde{H} = \sum_k \left\{ \tilde{\varepsilon}_k^a c_k^\dagger c_k + \tilde{\varepsilon}_k^b d_k^\dagger d_k - \tilde{\varepsilon}_k^a - \tilde{\varepsilon}_k^b \right\} \quad (60)$$

در این رابطه داریم:  $\tilde{H} = H(\infty)$ ،  $\tilde{\varepsilon}_k^a = \varepsilon_k^a(\infty)$  و  $\tilde{\varepsilon}_k^b = \varepsilon_k^b(\infty)$ . نکته‌ای که در حل عددی این معادلات باید به آن توجه کرد آن است که اگر یک معادله دیفرانسیل چندین جواب داشته باشد، از حل عددی آن فقط و فقط یک جواب به دست می‌آید. بنابراین، اگر به حل عددی معادلات فوق به دست آمده پردازیم، به جواب غیر فیزیکی  $\varepsilon_k^a(\infty) = -\varepsilon_k^b(\infty)$  می‌رسیم. به همین دلیل، برای حل این معادلات، به یکی از  $\varepsilon_k^a(B=0)$  یا  $\varepsilon_k^b(B=0)$  (شرط اولیه برای حل معادله

$$H_*(B) = \sum_k \left\{ \varepsilon_k^a(B) \left( c_k^\dagger c_k - \frac{1}{\nu} \right) + \varepsilon_k^b(B) \left( d_k^\dagger d_k - \frac{1}{\nu} \right) \right\}, \quad (\text{الف-۱})$$

$$H_{\text{int}}^{(1)}(B) = \sum_k \left\{ J_k(B) c_k^\dagger d_k + J_k^*(B) d_k^\dagger c_k \right\}, \quad (\text{الف-۲})$$

$$H_{\text{int}}^{(2)}(B) = \sum_k \left\{ \alpha_k(B) c_{-k}^\dagger d_k^\dagger + \alpha_k^*(B) d_k c_{-k} \right\}, \quad (\text{الف-۳})$$

$$H_{\text{int}}^{(3)}(B) = \sum_k \left\{ \beta_k(B) c_{-k}^\dagger c_k^\dagger + \beta_k^*(B) c_k c_{-k} \right\}, \quad (\text{الف-۴})$$

$$H_{\text{int}}^{(4)}(B) = \sum_k \left\{ \gamma_k(B) d_{-k}^\dagger d_k^\dagger + \gamma_k^*(B) d_k d_{-k} \right\}, \quad (\text{الف-۵})$$

که در آن،  $H_{\text{int}} = H_{\text{int}}^{(1)} + H_{\text{int}}^{(2)} + H_{\text{int}}^{(3)} + H_{\text{int}}^{(4)}$  است. اکنون با استفاده از این گزینش، معادلات جریان را به دست می‌آوریم.

#### ۱. محاسبه مولد تبدیلات یکانی:

$$\eta = \sum_k \left\{ J_k \left( \varepsilon_k^a - \varepsilon_k^b \right) c_k^\dagger d_k - \alpha_k \left( \varepsilon_{-k}^a + \varepsilon_k^b \right) c_{-k}^\dagger d_k + \beta_k \left( \varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^a \right) c_{-k}^\dagger c_k^\dagger + \gamma_k \left( \varepsilon_k^b + \varepsilon_{-k}^b \right) d_{-k}^\dagger d_k^\dagger \right\} - h.c. \quad (\text{الف-۶})$$

#### ۲. محاسبه جا به جاگر $[\eta, H_*]$ :

$$[\eta, H_*] = \sum_k \left\{ -J_k \left( \varepsilon_k^a - \varepsilon_k^b \right)^\dagger c_k^\dagger d_k - \alpha_k \left( \varepsilon_{-k}^a + \varepsilon_k^b \right)^\dagger c_{-k}^\dagger d_k - \beta_k \left( \varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^a \right)^\dagger c_{-k}^\dagger c_k^\dagger - \gamma_k \left( \varepsilon_k^b + \varepsilon_{-k}^b \right)^\dagger d_{-k}^\dagger d_k^\dagger \right\}. \quad (\text{الف-۷})$$

#### ۳. محاسبه جا به جاگر $[\eta, H_{\text{int}}^{(1)}]$ :

$$[\eta, H_{\text{int}}^{(1)}] = \sum_k \left\{ |J_k|^\dagger \left( \varepsilon_k^a - \varepsilon_k^b \right) \left( c_k^\dagger c_k - d_k^\dagger d_k \right) - \alpha_k \left( \varepsilon_{-k}^a - \varepsilon_k^b \right) \left( J_k c_{-k}^\dagger c_k^\dagger + J_{-k}^* d_{-k}^\dagger d_k^\dagger \right) - J_k^* \left( \varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^b \right) \left( \beta_k - \beta_{-k} \right) c_{-k}^\dagger d_k^\dagger - J_{-k} \left( \varepsilon_k^b + \varepsilon_{-k}^b \right) \left( \gamma_k - \gamma_{-k} \right) c_{-k}^\dagger d_k^\dagger \right\} + h.c. \quad (\text{الف-۸})$$

نقطه بحرانی کوانتومی  $g_c = 1$  صفر شده، به طوری که هیچ گونه قطع ترازوی رخ نمی‌دهد. همچنین از نحوه تغییرات گاف انرژی  $\Delta$  برحسب  $|g-1|$ ، به این نتیجه می‌رسیم که نمای بحرانی  $z_V$ ، برابر با یک است. این نشان دهنده آن است که این مدل، در کلاس جهان شمولی مدل آیزینگ کوانتومی قرار دارد. از طرفی، بررسی تغییرات مشتق مرتبه دوم انرژی حالت پایه نسبت به  $g$ ، نشان می‌دهد که یک تکنیکی در این مرتبه از مشتق وجود دارد. بنابراین به این نتیجه می‌رسیم که گذار فاز انجام شده در  $g_c = 1$ ، یک گذار فاز کوانتومی مرتبه دوم از فرومغناطیس به پارامغناطیس است.

در این مقاله ما روش تبدیلات یکانی پیوسته را (به عنوان یک روش نو پا برای حل مسائل بس ذره‌ای کوانتومی) برای به دست آوردن طیف دقیق انرژی مدل آیزینگ کوانتومی در دو میدان مغناطیسی متفاوت  $-Jg\sigma_n^x$  و  $Jg\sigma_n^x$  به کار بردیم. همان طور که انتظار داشتیم، با تغییر میدان مغناطیسی عرضی، نقطه بحرانی کوانتومی  $g_c$ ، نوع گذار فاز کوانتومی و نمای بحرانی  $z_V$  برای هر دو مدل یکسان به دست آمد. از طرفی، با توجه به رابطه (۴۲)، این نتیجه گرفته می‌شود که روش تبدیلات یکانی پیوسته، حداقل در این مورد، قادر به نشان دادن شکست خود به خودی تقارن نیست و به کمک آن نمی‌توان نمای بحرانی نظم  $\beta$  را برای مدل آیزینگ کوانتومی به دست آورد. همچنین محاسبه تابع همبستگی اسپینی  $C^J(x)$ ، نشان می‌دهد که افزایش میدان مغناطیسی عرضی، باعث ایجاد نظم بلند برد در سیستم نمی‌شود.

$$(-1)^n Jg\sigma_n^x$$

برای محاسبه مولد، قسمت قطری  $H_*$  و غیر قطری  $H_{\text{int}}$  را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

۶. محاسبه جا به جاگر  $[\eta, H_{\text{int}}^{(\dagger)}]$ :

$$[\eta, H_{\text{int}}^{(\dagger)}] = \sum_k \left\{ -J_k (\varepsilon_{-k}^a - \varepsilon_{-k}^b) (\gamma_k - \gamma_{-k}) c_{-k}^\dagger d_k^\dagger \right. \\ \left. - \alpha_{-k} (\varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^b) (\gamma_k^* - \gamma_{-k}^*) c_k^\dagger d_k \right. \\ \left. + |\gamma_k - \gamma_{-k}|^\nu (\varepsilon_k^b + \varepsilon_{-k}^b) d_k^\dagger d_k \right. \\ \left. - \gamma_k (\gamma_k^* - \gamma_{-k}^*) (\varepsilon_k^b + \varepsilon_{-k}^b) \right\} + h.c. \quad (\text{الف-۱۱})$$

اکنون با توجه به روابط جا به جاگری به دست آمده و معادله جریان (۱۱)، از مساوی قرار دادن ضرایب عملگرها معادلات (۵۴-۵۹) به دست می آیند.

۴. محاسبه جا به جاگر  $[\eta, H_{\text{int}}^{(\nu)}]$ :

$$[\eta, H_{\text{int}}^{(\nu)}] = \sum_k \left\{ J_k \alpha_k (\varepsilon_k^a - \varepsilon_k^b) c_{-k}^\dagger c_k^\dagger \right. \\ \left. - J_{-k} \alpha_k^* (\varepsilon_{-k}^a - \varepsilon_{-k}^b) d_k d_{-k} \right. \\ \left. + |\alpha_{-k}|^\nu (\varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^b) c_k^\dagger c_k \right. \\ \left. + |\alpha_k|^\nu (\varepsilon_{-k}^a + \varepsilon_k^b) d_k^\dagger d_k \right. \\ \left. + \alpha_k^* (\varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^b) (\beta_k - \beta_{-k}) c_k^\dagger d_k \right. \\ \left. - \alpha_{-k}^* (\varepsilon_k^b + \varepsilon_{-k}^b) (\gamma_k - \gamma_{-k}) d_k^\dagger c_k \right. \\ \left. - |\alpha_k|^\nu (\varepsilon_{-k}^a + \varepsilon_k^b) \right\} + h.c. \quad (\text{الف-۹})$$

۵. محاسبه جا به جاگر  $[\eta, H_{\text{int}}^{(\nu)}]$ :

$$[\eta, H_{\text{int}}^{(\nu)}] = \sum_k \left\{ -J_k (\varepsilon_k^a - \varepsilon_k^b) (\beta_k^* - \beta_{-k}^*) d_k c_{-k} \right. \\ \left. + \alpha_k (\varepsilon_{-k}^a + \varepsilon_k^b) (\beta_k^* - \beta_{-k}^*) d_k^\dagger c_k \right. \\ \left. + |\beta_k - \beta_{-k}|^\nu (\varepsilon_k^a + \varepsilon_k^a) c_k^\dagger c_k \right. \\ \left. - \beta_k (\beta_k^* - \beta_{-k}^*) (\varepsilon_k^a + \varepsilon_{-k}^b) \right\} + h.c. \quad (\text{الف-۱۰})$$

*particle systems*", Springer Tracts in Modern Physics **217** (2006).

5. F Wegner, *Physics Reports* **348** (2001) 77.

6. S Dusuel, G Uhrig, *J. Phys. A* **37** (2005) 9275.

7. A Hackl, S Kehrein, *Phys. Rev. B* **78** (2008) 092303.

8. P Jordan, E Wigner, *Z. Phys.* **47** (1928) 631.

1. S Sachdev, "*Quantum Phase Transitions*", Cambridge University Press, Cambridge, England (1999).

2. S D Glazek and K Wilson, *Phys. Rev. D* **49** (1994) 4214.

3. F Wegner, *Ann. Phys. Leipzig* **3** (1994) 77.

4. S Kehrein, "*The flow equation approach to many-*