

بررسی آماری سری زمانی ضربان قلب

فرزانه سادات اطمیابی^۱، مریم اکبری لیواری^۲ و کامران کاویانی^۱

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه الزهراء

۲. گروه لرزه‌شناسی، انیستیتو بین‌المللی مهندسی زلزله و لرزه‌شناسی، تهران، صندوق پستی ۱۹۵۳۱

(دریافت مقاله: ۸۴/۹/۲۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۶/۱/۲۹)

چکیده

در این مقاله، به بررسی روشهای آماری برای تشخیص قلب سالم از قلب بیمار با استفاده از ریتم ضربان قلب می‌پردازیم. در ابتدا مروری بر چند روش شناخته شده خواهیم داشت و سپس دو روش جدید را ارائه خواهیم کرد. در روش اول ویژگی خود متشابهی بسپت (ESS)^۱ و در روش دوم یک مدل بازگشتی^۲ روی ضربان قلب افراد سالم و بیمار مورد بررسی قرار گرفته است. این دو ویژگی با دقت خوبی قادرند بین افراد سالم و بیمار تفاوت قائل شوند.

واژه‌های کلیدی: ضربان قلب، نارسایی قلبی، سری زمانی، فرکتال، خود متشابهی بسپت، مدل بازگشتی

۱. مقدمه

در چند سال اخیر، بررسی آماری سریهای زمانی فیزیولوژیکی از اهمیت خاصی برخوردار شده است. آنالیز سریهای زمانی فیزیولوژیکی از این نظر حائز اهمیت است که با استفاده از آن می‌توان تا حدودی به ساز و کار حاکم بر سیستم فیزیولوژیکی پی برد. در اثر بر هم‌کنش اجزای مختلف سیستم، سیگنال خروجی افت و خیزهای پیچیده‌ای دارد که خواص ناوردامقیاسی و غیرپایایی از خود نشان می‌دهد. قلب انسان نمونه‌ای از یک سیستم پیچیده است. عملکرد متقابل سیستم سمپاتیک و پاراسمپاتیک دستگاه عصبی خودکار [۱ و ۲]، فعالیت قلب را کنترل می‌کند. بیماری قلبی باعث ایجاد اختلال در عملکرد این سیستم می‌شود. به همین دلیل دینامیک ضربان قلب فرد سالم و

بیمار متفاوت است. در شکل ۱ دو سری زمانی ضربان قلب یکی مربوط به فرد سالم و دیگری مربوط به فرد بیماری که ناراحتی قلبی دارد، نشان داده شده است. روشهایی نظیر FT^3 ، DFA^4 و $WTMM^5$ به بررسی این تفاوتها پرداخته‌اند. در این مقاله ابتدا مروری بر این روشها خواهیم داشت. سپس دو روش جدید را که بین دینامیک ضربان قلب سالم و بیمار تفاوت قائل می‌شود، ارائه خواهیم کرد.

۲. مروری بر روشهای اخیر

۲.۱. بررسی همبستگی: تابع (خود) همبستگی

به طور کمی، همبستگی بین فواصل بین ضربانها، τ_i ، که با n ضربان از هم جدا شده‌اند به وسیله تابع (خود) همبستگی تعریف می‌شود:

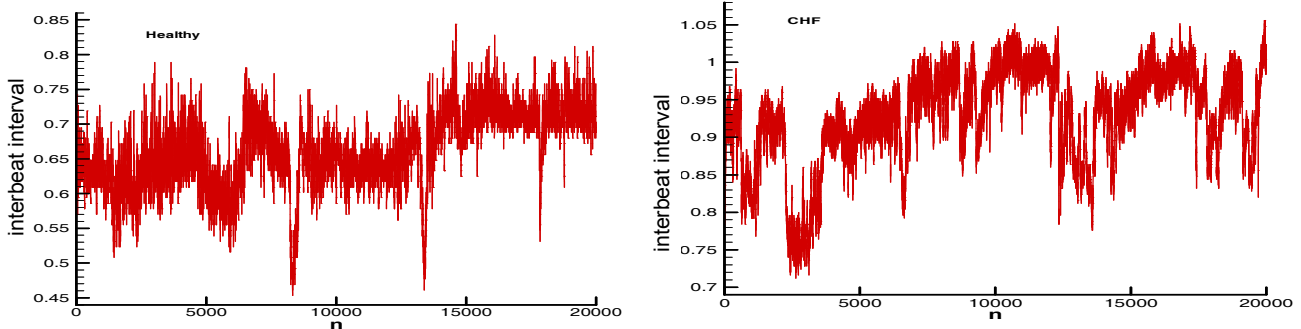
۳. Fourier Transform

۴. Detrended Fluctuation Analysis

۵. Wavelet transform modulus maxima

۱. Extended Self-Similarity

۲. Recursive Model



شکل ۱. افت و خیزهای فواصل بین ضربانهای قلب یک فرد سالم (چپ) و یک فرد بیمار (راست).

چندجمله‌ای درونیابی شده، $y_n(k)$ ، روند محلی در آن بخش را نشان می‌دهد. درجه این چندجمله‌ای مرتبه DFA را تعیین می‌کند. با کم کردن چندجمله‌ای درونیابی شده از پروفایل، سری زمانی بدون روند و از آن جا تابع افت و خیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2} \quad (2)$$

مراحل بالا را برای مقادیر مختلف n تکرار می‌کنیم. برای مقادیر بزرگ n ، رابطه مقیاس‌بندی $F(n) \propto n^\alpha$ بین $F(n)$ و n برقرار است. α نمای افت و خیز نامیده می‌شود. اگر شکل $\log\log F(n)$ بر حسب n را با یک خط راست درونیابی کنیم شیب خط حاصل نمای α را به ما می‌دهد. بر طبق نظریه گشت تصادفی، تابع افت و خیز سری تجمعی به تابع همبستگی سری اصلی مربوط می‌شود [۵ و ۶]:

- برای حالت نوفه سفید که هیچ همبستگی وجود ندارد $\alpha = 0.5$ به دست می‌آید.
- برای حالت همبستگی بلند-برد $C(n) \propto n^{-\gamma}$ ، $0 < \gamma < 1$ ، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = 1 - \frac{\gamma}{2} \Rightarrow 0.5 < \alpha < 1.$$

حالت خاص $\alpha = 1$ متناظر با نوفه $\frac{1}{f}$ است که فیزیکدانان و زیست‌شناسان به آن علاقمند هستند.

- در حالت همبستگی کوتاه-برد که با رابطه نمایی $C(n) \propto \exp\left(-\frac{n}{n_x}\right)$ یا توانی با $\gamma \geq 1$ نمایش داده

$$C(n) \equiv \langle \Delta \tau_i \Delta \tau_{i+n} \rangle = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} \Delta \tau_i \Delta \tau_{i+n}, \quad (1)$$

که در آن N تعداد ضربانها در رکورد مورد نظر است، $\Delta \tau_i \equiv \tau_i - \tau_{ave}$ و میانگین τ_i ها است [۳ و ۴]. اگر سری زمانی ناهمبسته باشد، $C(n)$ به ازای $n > 0$ صفر خواهد بود. اگر همبستگی تا یک تعداد خاص n_x وجود داشته باشد، تابع همبستگی تا شماره n_x مثبت و بعد از آن صفر خواهد بود [۴، ۵ و ۶]. محاسبه مستقیم $C(n)$ به دلیل وجود نوفه و غیرپایا بودن سری زمانی امکان‌پذیر نیست.

۲.۲. روش آنالیز افت و خیزهای بدون روند (DFA)

روش DFA روشی است که از خاصیت خودتشابهی سریهای زمانی به دست می‌آید [۶] و با حذف روندهای محلی^۱ در سریهای غیرپایا همبستگیهای واقعی را آشکار می‌سازد. معمولاً در سریهای زمانی غیرپایا روندهایی ناشی از عوامل محیطی وجود دارند که همبستگی بلند-برد ایجاد می‌کنند [۵]. این همبستگیها با همبستگی ذاتی سریهای زمانی تفاوت دارند. از این رو باید با روشهایی این همبستگیهای ذاتی را شناسایی کنیم. روش DFA، روش مناسبی برای این کار است. به طور خلاصه، روش DFA این‌گونه است [۱ و ۳-۱۰]: ابتدا سری زمانی تجمعی (پروفایل) به این صورت ساخته می‌شود:

$$y(k) \equiv \sum_{i=1}^k [\tau_i - \tau_{ave}]$$

با طول مساوی n تقسیم می‌کنیم. در هر بخش، داده‌ها با یک چندجمله‌ای با روش کمترین مربعات درونیابی می‌شود.

۱. Local trend

نظر زمانی) یکدیگر و مقادیر منفی I نیز نزدیک هم قرار می‌گیرند. همچنین اگر $0 < \beta < -1$ ، $I(n)$ همبستگی دارد به این صورت که مقادیر مثبت و منفی I به صورت تناوبی قرار می‌گیرند (پاد همبستگی).

در فرکانسهای پایین برای افراد سالم مقدار $\beta = 0.16 \pm 0.01$ و برای افراد بیمار $\beta = 0.25 \pm 0.054$ به دست می‌آید [۱ و ۳].

۴.۲. بررسی چند فرکتالی بر اساس موجک

سیگنالهای تک فرکتال همگن هستند یعنی در سراسر سیگنال خواص مقیاس‌بندی یکسانی دارند [۱، ۱۶ و ۱۷]. بنابراین سیگنالهای تک فرکتال را می‌توان فقط با یک نمای مقیاس‌بندی یعنی نمای هرست H مشخص کرد [۱، ۷، ۱۷ و ۱۸]. بسیاری از سریهای زمانی یک رفتار مقیاس‌بندی ساده تک فرکتالی ندارند، یعنی تنها با یک نمای مقیاس‌بندی مشخص نمی‌شوند. در بعضی از سریها، یک مقیاس (زمانی) همگذری وجود دارد که ناحیه‌هایی با نماهای مقیاس‌بندی مختلف را از هم جدا می‌کند [۴ و ۱۹]. در بعضی دیگر از سریها رفتار مقیاس‌بندی پیچیده‌تر است، قسمت‌های مختلف سری زمانی نماهای مقیاس‌بندی متفاوتی دارند [۲۰]. در این حالتها برای توصیف رفتار مقیاس‌بندی سری زمانی تعداد زیادی نمای مقیاس‌بندی لازم است و باید آنالیز چند فرکتالی اعمال شود [۲۱ و ۲۲].

رفتار تکین یک سیگنال $f(t)$ در زمان t_0 ، $|f(t) - p_n(t)| \sim |t - t_0|^{h(t_0)}$ برای $t \rightarrow t_0$ ، به وسیله نمای هولدر $h(t_0)$ ، $n < h(t_0) < n+1$ ، مشخص می‌شود [۱ و ۲۳]. $p_n(t)$ چند جمله‌ای درونیایی شده از مرتبه n است. اگر برای همهٔ تکینگیهای t_i یک مقدار H به دست آید، سیگنال تک فرکتال است. در آن صورت H همان نمای هرست است. ولیکن، اگر مقادیر متفاوتی برای h به دست آید، سیگنال چند فرکتال است. بعد فرکتالی مجموعه‌ای از نقاط که نمای هولدر آنها مقدار یکسان h است را با طیف تکینگی $D(h)$ مشخص می‌کنیم. اگر سیگنال تک فرکتال باشد، طیف تکینگی در صفحه $D-h$ شامل یک نقطه است. ولی اگر سیگنال چند فرکتال باشد

می‌شود شیب شکل $\log\log F(n)$ بر حسب n برای n های کوچک مخالف 0.5 است ولی برای n های بزرگ به سمت 0.5 میل می‌کند.

- در حالتی که پاد-همبستگی وجود دارد یعنی احتمال قرار گرفتن مقادیر کوچک بعد از مقادیر بزرگ و برعکس خیلی زیاد است، $0 < \alpha < 0.5$ به دست می‌آید.
- وقتی $\alpha > 1$ است، همبستگی وجود دارد ولی دیگر شکل توانی ندارد. $\alpha = 1/5$ نشان دهندهٔ نوفه براونی است که جمع بستهٔ نوفه سفید می‌باشد.

نتایج اعمال تکنیک DFA روی سری زمانی ضربان قلب افراد سالم و بیمار به این صورت است: در مقیاسهای زمانی بزرگ ($10000 \leq n \leq 20$) افراد سالم رفتار توانی با $\alpha = 0.10 \pm 0.02$ (یعنی نوفه $1/f$) دارد که نشانه همبستگی بلند-برد است. برای بیماران $\alpha = 0.22 \pm 0.124$ به دست می‌آید که نزدیک به نوفه براونی است [۱ و ۳].

۳.۲. بررسی طیف فرکانسی

بررسی طیف فرکانسی تعیین می‌کند که چه فرکانس (مقیاس زمانی) مشخصه‌ای در دینامیک قلب وجود دارد. بررسی طیف فرکانسی برای بررسی سریهای پایا مناسب است [۱۱ و ۱۲]. سری زمانی فواصل بین ضربانها غیرپایا است ولی سری زمانی نمو آن $I(n) \equiv \tau_{n+1} - \tau_n$ پایا است. بنابراین می‌توان روشهای استاندارد بررسی طیفی [۱۳، ۱۴ و ۱۵] را روی آن اعمال کرد. بررسیهایی که روی ۲۴ ساعت سریهای زمانی انجام گرفت نشان داد که سری زمانی نمو فواصل بین ضربانها برای افراد سالم پادهمبستگی بلند-برد دارد [۱ و ۳]. با توجه به این واقعیت که منحنی $\log\log$ طیف فرکانسی $S_I(f)$ بر حسب f خطی است، داریم: $S_I(f) \propto f^{-\beta}$. چون تابع طیف فرکانسی تبدیل فوریه تابع همبستگی است، روابط $\beta = 1 - \gamma = 2\alpha - 1$ [۱۶] بین α و β و γ به دست می‌آید. بنابراین، β برای تعیین نوع همبستگی نیز به کار می‌رود: اگر $\beta = 0$ ، در $I(n)$ همبستگی وجود ندارد (نوفه سفید). اگر $0 < \beta < 1$ ، $I(n)$ همبستگی دارد. به این صورت که مقادیر مثبت I نزدیک (از

۳. رهیافتهای جدید

۳.۱. بررسی ویژگی خودمتمشابهی بسیط (ESS)

ما در اینجا می‌خواهیم با استفاده از تابع ساختار و ویژگیهای خود متمشابهی بسیط به بررسی تفاوت ویژگیهای سری زمانی فواصل ضربان قلب فرد سالم و فرد بیمار با نارسایی قلب^۱ بپردازیم. تابع ساختار سری زمانی $x(t)$ به صورت $s_q(\tau) = \langle |x(t+\tau) - x(t)|^q \rangle$ تعریف می‌شود. به ناحیه‌ای که $s_q(\tau)$ برحسب τ رفتار توانی از خود نشان دهد، ناحیه مقیاس‌بندی می‌گویند ($s_q(\tau) \propto \tau^{\xi_q}$). اما در اغلب موارد ناحیه مقیاس‌بندی گسترده‌ای مشاهده نمی‌شود. یکی از ویژگیهای ESS این است که حتی در مواردی که تابع ساختار برحسب τ هیچ رفتار مقیاسی از خود نشان نمی‌دهد و یا این که ناحیه مقیاس‌بندی کوچک است نیز قابل استفاده می‌باشد. به این ترتیب که تابع ساختار $s_q(\tau)$ برحسب $s_p(\tau)$ رسم می‌شود و در بسیاری از موارد رفتار مقیاس‌بندی وسیعتری از خود نشان می‌دهد [۳۱]. برای فرایندهای گاوسی، رابطه بین دو تابع ساختار به صورت $s_q(\tau) \sim (s_p(\tau))^{\frac{q}{p}}$ است. هرگونه انحراف از این رابطه، میزان غیرگاوسی بودن فرایند را مشخص می‌کند. از طرفی غیرخطی بودن یک سری زمانی مربوط به ویژگیهای چند فرکتالی آن است [۲۱]. اگر وابستگی ξ_q به q به صورت خطی باشد، سری زمانی تک فرکتال و اگر غیرخطی باشد، سری زمانی چند فرکتال است.

ما سری زمانی فواصل ضربان قلب را برای افراد سالم و بیمار در طول روز (۱۲ ظهر تا ۶ بعدازظهر) و شب (۱۲ شب تا ۶ صبح) برای ۱۰ فرد سالم (در سنین بین ۲۰ تا ۵۰ سال و با میانگین ۳۴/۳) و ۱۲ فرد با نارسایی قلبی (در سنین بین ۲۲ تا ۷۱ و با میانگین ۶۰/۸ سال) مورد بررسی قرار دادیم. شکل ۲ $\xi_q(\tau=2)$ را برحسب q برای دو فرد سالم و دو فرد بیمار به عنوان نمونه نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، رفتار ξ_q برای قلب سالم کاملاً غیرخطی، اما در مورد فرد بیمار رفتار تقریباً خطی است که این رفتار چند فرکتالی و تک فرکتالی را به ترتیب برای قلب سالم و قلب بیمار تأیید

طیف تکینگی وسعت بیشتری در صفحه $D-h$ دارد [۱ و ۲۲]. در اینجا به طور اختصار به روش WTMM [۱، ۲۴] می‌پردازیم. مطالعات اخیر نشان داده است که تبدیل موجک می‌تواند اثرات ناشی از غیرپایایی را در سریهای زمانی فیزیولوژیکی حذف کند [۲۵-۲۹]. ابتدا ضرایب موجک را در زمان t_0 به دست می‌آوریم:

$$W_a(t_0) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-t_0}{a}\right) dt, \quad (3)$$

که در آن ψ تابع موجک و t_0 پارامتر انتقال و a ($a > 0$) پارامتر مقیاس است. موجک به گونه‌ای انتخاب می‌شود که هم در فرکانس و هم در زمان جایگزیده باشد به عنوان مثال مشتق سوم گاوسی. سپس تابع پارش $z_q(a) \equiv \sum_i |W_a(t)|^q$ را محاسبه می‌کنیم. در آن جمع روی مقادیر ماکزیمم $|W_a(t)|$ است. توان q مقادیر حقیقی می‌گیرد. نمای $\tau(q)$ را از رفتار توانی تابع پارش در $a \rightarrow 0$ تعریف می‌کنیم [۱۷ و ۳۰]:

$$Z_q(a) \propto a^{\tau(q)}. \quad (4)$$

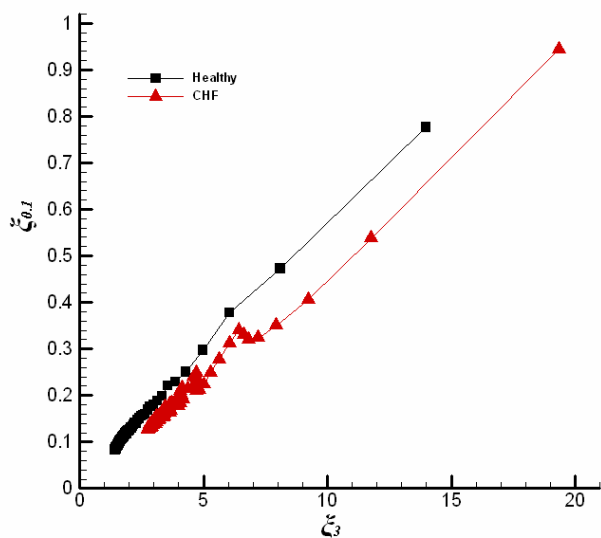
طیف تکینگی $D(h)$ تبدیل لژاندر $\tau(q)$ است:

$$D(h) = qh - \tau(q). \quad (5)$$

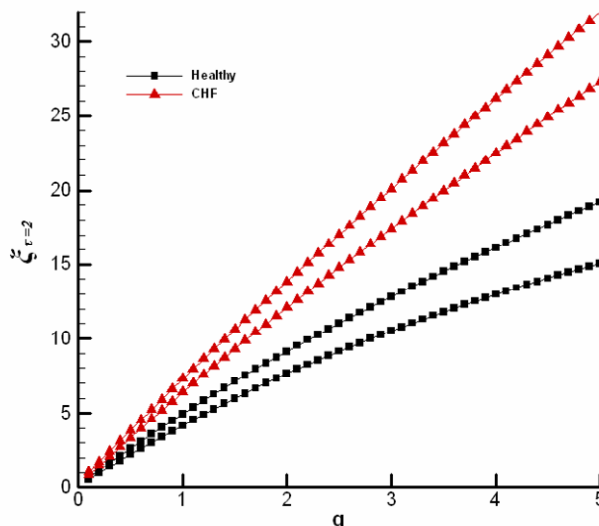
با استفاده از خواص تبدیل لژاندر به آسانی می‌توان دید که برای تک فرکتالها که تکینگیها با یک نمای هولدر $h = \frac{\partial \tau}{\partial q}$ مشخص می‌شوند، طیف $\tau(q)$ یک تابع خطی از q خواهد بود. ولی برای چند فرکتالها $\tau(q)$ یک منحنی غیر خطی است [۲۲، ۲].

نتایج بررسی چند فرکتالی ضربان قلب افراد سالم و بیمار چه به صورت انفرادی و چه به صورت گروهی [۱ و ۳۰] این گونه است که $\tau(q)$ برای افراد سالم یک تابع غیر خطی است یعنی ضربان قلب فرد سالم یک سیگنال چند فرکتال است. در حالی که، $\tau(q)$ برای بیماران یک تابع خطی است یعنی سرعت ضربان قلب فرد بیمار یک سیگنال تک فرکتال است. برای سری افراد سالم که چند فرکتال است، $D(h)$ در یک ناحیه وسیعی از h ($0 < h < 0.3$) مقدار غیر صفر دارد. در حالی که برای افراد بیمار $D(h)$ فقط برای ناحیه باریکی از h (حول ۰/۲۲) مقدار غیر صفر دارد که نشانه رفتار تک فرکتالی است.

۱. Congestive heart failure



شکل ۳. $\xi_{p/1}$ بر حسب ξ_p برای یک فرد سالم و یک فرد با بیماری CHF را نشان می‌دهد. دورترین نقطه از مبدا به ازای $\tau = 2$ است.



شکل ۴. منحنی نمای مقیاس‌بندی ξ_q بر حسب q برای دو فرد سالم و دو فرد با بیماری CHF را برای نمونه نشان می‌دهد.

جدول ۱. مقادیر فاصله D برای افراد سالم و بیمار.

Healthy	CHF
۱۵/۶۰۸۸۹۷	۲۰/۵۱۹۹۸۱
۱۵/۳۷۸۵۸۲	۲۰/۳۵۱۷۳۰
۱۴/۰۰۰۱۰۷	۲۰/۱۲۳۷۳۴
۱۳/۸۶۳۸۲۳	۱۹/۷۴۲۲۴۳
۱۳/۷۹۷۵۹۳	۱۹/۵۲۱۴۸۶
۱۳/۶۹۷۶۵۰	۱۹/۳۵۳۵۶۷
۱۳/۴۷۱۷۷۳	۱۹/۲۷۳۳۳۳
۱۲/۸۳۶۱۰۵	۱۹/۰۱۳۱۴۰
۱۰/۵۳۹۳۷۴	۱۸/۰۰۳۸۷۶
۸/۸۵۹۹۰۷	۱۷/۹۴۶۵۹۰
	۱۷/۴۱۳۹۰۴
	۱۶/۶۹۸۶۳۸

تفکیکی بین دینامیک قلب سالم و بیمار ایجاد کند. فیلتر میانگین، ساده‌ترین فیلتر در DSP^۲ است که باعث کاهش نوفه تصادفی می‌شود. این فیلتر با میانگین‌گیری یک تعداد نقطه از

می‌کند و می‌تواند راهی برای تشخیص فرد بیمار از فرد سالم باشد. در ضمن $q < 1$ وقایع متداول و $q > 1$ وقایع نادر در سری زمانی را مشخص می‌کند. شکل ۳ $\xi_{p/1}$ بر حسب ξ_p را برای یک فرد سالم و یک فرد بیمار نشان می‌دهد. همان طور که در شکل مشاهده می‌شود رفتار مقیاسی واضحی وجود دارد. به ازای $\tau = 2$ دورترین نقطه از مبدا به دست آمده است که فواصل مختلفی را از مبدا برای دو فرد سالم و بیمار نشان می‌دهد. اگر فاصله تا مبدا را با D نشان دهیم، داریم:

$$D = [\xi_{p/1}^2(\tau = 2) + \xi_p^2(\tau = 2)]^{1/2} \quad (6)$$

ما برای ۵۰۰۰ داده (فواصل بین ضربانها) نتایج درج شده در جدول ۱ را به دست آورده‌ایم. که دو گروه را کاملاً از هم تمیز می‌دهد. براساس این جدول برای گروه افراد سالم $\bar{D} = 13/205381 \pm 3/835584$ و برای گروه افراد بیمار $\bar{D} = 18/996851 \pm 1/361383$ می‌باشد.

۳.۲. بررسی مدل بازگشتی

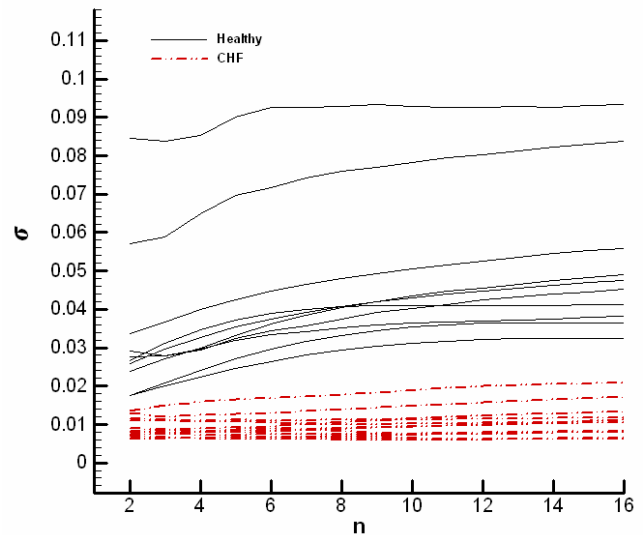
در این روش از یک فیلتر ساده بنام فیلتر میانگین متحرک^۱ [۳۲] استفاده می‌کنیم. خواهیم دید که این روش به خوبی قادر است

جدول ۲. مقادیر انحراف معیار برای دو گروه سالم و بیمار به ازای $n = 10$.

Healthy	CHF
۰/۰۹۲۹۳۹	۰/۰۱۸۱۹۴
۰/۰۷۸۱۸۶	۰/۰۱۴۸۱۸
۰/۰۵۰۴۴۱	۰/۰۱۱۵۲۶
۰/۰۴۳۴۰۳	۰/۰۱۱۲۱۸
۰/۰۴۲۹۷۲	۰/۰۱۰۱۷۲
۰/۰۴۰۹۳۶	۰/۰۰۹۴۸۸
۰/۰۴۰۲۶۸	۰/۰۰۹۳۸۴
۰/۰۳۶۳۲۴	۰/۰۰۷۵۷۳
۰/۰۳۵۳۰۹	۰/۰۰۷۴۲۲
۰/۰۳۱۱۸۹	۰/۰۰۷۲۳۵
	۰/۰۰۶۳۳۳
	۰/۰۰۶۰۵۹

σ برای گروه سالم مقادیر بیشتری نسبت به گروه بیمار دارد. همچنین برای افراد بیمار انحراف معیار بر حسب n خط راستی با شیب تقریباً صفر است در صورتی که برای افراد سالم رفتار کاملاً غیرخطی است. نتایج σ برای گروه سالم و بیمار به ازای $n = 10$ در جدول ۲ آمده است. براساس این نتایج برای گروه سالم $\bar{\sigma} = 0.049197 \pm 0.000366$ و برای گروه بیمار $\bar{\sigma} = 0.010010 \pm 0.000013$ می‌باشد.

با این دو روش ملاحظه می‌شود که افراد سالم و بیمار به خوبی از هم جدا می‌شوند. همچنین برای اطمینان از اینکه نتایج، مربوط به قسمت خاصی از سری زمانی نیست، یک پنجره متحرک به طول ۵۰۰۰ داده در طول سری زمانی اصلی در نظر گرفته و محاسبات را تکرار کردیم. در نهایت نتایج یکسانی در قسمتهای مختلف سری زمانی به دست آمد.



شکل ۴. انحراف معیار بر حسب طول پنجره را برای افراد سالم و بیمار نشان می‌دهد.

سیگنال ورودی، برای تولید هر نقطه در سیگنال خروجی به کار می‌رود. با در نظر گرفتن یک پنجره متحرک در طول سری زمانی فواصل بین ضربانهای قلب که در هر مرحله شامل n تا از فواصل ضربانهای قلب می‌باشد، نوفه را در پنجره کمینه می‌کنیم. با توجه به این که نوفه‌ای که سعی بر کاهش آن داریم، تصادفی است، هیچکدام از داده‌ها، داده خاصی نیستند و هر کدام درست به اندازه داده همسایه، نوفه‌ای است. پس نمی‌توان به یکی از داده‌های ورودی، ضریب بزرگتری نسبت داد. پایین‌ترین نوفه وقتی به دست می‌آید که نمونه‌های ورودی به طور یکسان رفتار می‌کنند. اگر فواصل بین ضربانها را با سری زمانی $x(t)$ به عنوان سیگنال ورودی نشان دهیم، با میانگین‌گیری در پنجره، هر نقطه از سیگنال خروجی $\bar{x}(t)$ به این صورت پیش‌بینی می‌شود:

$$\bar{x}[i+n] = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} x[i+j]; \quad i = 0, \dots, N-n-1, \quad (7)$$

N تعداد کل x ها است. حالا کمیت $\bar{x} - x$ را در نظر گرفته و انحراف معیار، σ ، آن را محاسبه می‌کنیم. ما برای ۵۰۰۰ داده و برای n های مختلف این بررسی را انجام دادیم. شکل ۴ σ را بر حسب n نشان می‌دهد.

قدردانی

قاسمی و مریم اکبری از راهنماییهی آقای دکتر محمد ابراهیم فولادوند کمال تشکر را دارند.

نویسندگان مقاله بر خود لازم می‌دانند تا از راهنماییهی مژمژم ثمر آقای دکتر محمد رضا رحیمی تبار تشکر و قدردانی نمایند. همچنین فرزانه سادات اطیابی از کمکهای خانم دکتر فاطمه

مراجع

16. S Havlin, R B Selinger, M Schwartz, H E Stanley and A Bunde, *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 1438.
17. T Vicsek, "*Fractal Growth Phenomena*," 2nd ed. World Scientific, Singapore (1993).
18. H Takayasu, "*Fractal in the Physical Sciences*," Manchester University Press, Manchester (1997).
19. Z Chen, P Ch Ivanov, K Hu and H E Stanley, *Phys. Rev. E.* **65**, xxxx (April 2002), preprint Physics / 0111103.
20. A-L Baraba'si and T Vicsek, *Phys. Rev. A* **44** (1991) 2730.
21. J Feder, *Fractals* (Plenum Press, New York 1988).
22. J W Kantelhardt, S A Zschiegner, E Koscielny-Bunde, A Bunde, S Havlin and H E Stanley, *Physica A* **316** (2002) 87, preprint physics/0202070.
23. L A N Amaral, "*A Brief Overview Of Multifractal Time Series*", www.physionet.org/tutorials/multifractal/.
24. J F Muzy, E Bacry and A Arneodo, *Phys. Rev. Lett* **67** (1991) 3515.
25. P Ch Ivanov, M G Rosenblum, C-K Peng, J Mietus, S Havlin, H E Stanley and A L Goldberger, *Nature* **383** (1996) 323.
26. S Thurner, M C Feurstein and M C Teich, *Phys. Rev. Lett* **80** (1998) 1544.
27. L A N Amaral, A L Goldberger, P Ch Ivanov and H E Stanley, *Phys. Rev. Lett* **81** (1998) 2388.
28. A Arneodo and G Grasseau, *Phys. Rev. Lett* **61** (1988) 2281.
29. Robi Polikar, "*The Wavelet Tutorial*", [http:// users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/ W Ttutorial. html](http://users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/W_Tutorial.html).
30. P Ch Ivanov, L A N Amaral, A L Goldberger, S Havlin, M G Rosenblum, Z Struzik and H E Stanley, *Nature* **399** (1999) 461, preprint cond-mat/9905329.
31. R Benzi, L Biferale, S Ciliberto, M V Struglia and R Tripiccone, *Physica D* **96** (1996) 162; A Bershadskii and K R Screenivasan, *Phys. Lett. A* **319** (2003) 21.
32. Steven W Smith, "*The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*," 2nd ed. California Technical publishing San Diego, California (1999).
1. A Bunde, J Kropp, H J Schellnhuber, "*The Science of Disasters*," Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (2002).
2. L A N Amaral, A L Goldberger, P Ch Ivanov and H E Stanley, *Computer Physics Communications* **121-122** (1999) 126-128.
3. C-K Peng, J Mietus, J M Hausdorff, S Havlin, H E Stanley and A L Goldberger, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 1343.
4. J W Kantelhardt, Eva Koscielny-Bunde, Henio H A Rego, S Havlin and A Bunde, *Physica A* **295** (2001) 441.
5. A Bunde, S Havlin, J W Kantelhardt, T Penzel, J-H Peter and K Voiget, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 3736.
6. A L Goldberger et al., "*Fractal Mechanisms in Neural Control: Human Heartbeat and Gait Dynamics in Health and Disease*", www.physionet.org/tutorials/fmnc/.
7. A Bunde and S Havlin, *Fractal in Science*, (Springer-Verlag, Berlin (1994).
8. R Karasik, N Sapir, Y Ashkenazy, P Ch Ivanov, I Dvir, P Lavie and S Havlin, cond-mat/0110554.
9. Y Ashkenazy, P Ch Ivanov, S Havlin, C-K Peng, A L Goldberger and H E Stanley, *Phys. Rev. Lett* **86** (2001) 1900, preprint cond-mat/0005365.
10. J W Kantelhardt, Y Ashkenazy, P Ch Ivanov, A Bunde, S Havlin, T Penzel, J-H Peter and H E Stanley, *Phys. Rev. E* **65** (2002) 051908, preprint cond-mat/0012390.
11. D E Newland, "*An introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet analysis*," Longman, Singapore (1993).
12. J S Bendat and A G Piersol, "*Random Data: Analysis and Measurement Procedures*," John Wiley, New York (1971).
13. S Akselrod, D Gordon, F A Ubel, D C Shannon, A C Barger and R J Cohen, *Science* **213** (1981) 220.
14. D Panter, "*Modulation, Noise and Spectral Analysis*," Mc Graw Hill, New York (1965).
15. A M Yaglom, "*Correlation Theory of Stationary and Related Random Functions*", Springer-Verlag, New York, (1987) Vols. 1 and 2.