

$B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$

gholami.mohsen@ph.iut.ac.ir :

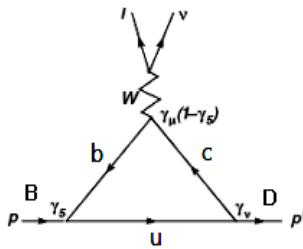
(دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۱۰/۱۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۱/۱۲/۲۰)

QCD	w	$B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$
	GeV	$\Gamma_{\text{exp}}(B \rightarrow D^* l \bar{\nu}) = (\dots) \times \dots$
	(Λ_{NC})	

انشعابی را بتوان به دست آورد. تاکنون توسط مدل‌های مختلف از جمله مدل کوارکی [۱]، قانون جمع QCD [۲] و ... گذار $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ در فضای معمولی بررسی شده است. در جدول ۱ نتایج نسبت انشعابی توسط این دو مدل و مقدار به دست آمده از تجربه و در شکل ۱ نمودار فاینمن آن در پایین‌ترین درجه اختلال داده شده است.

در ادامه می‌خواهیم رأس ضعیف برهم‌کنش گذار نیمه‌لپتونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ را با معادلش در فضای ناجابه‌جایی جایگزین کنیم و عامل‌های ساختار و تصحیحات نرخ واپاشی را در فضای ناجابه‌جایی به دست آوریم و در پایان روی مقیاس ناجابه‌جایی حد بگذاریم. بنابراین در بخش دوم فضا - زمان ناجابه‌جایی را به اختصار توضیح خواهیم داد. در بخش سوم قانون جمع را برای گذار نیمه‌لپتونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ در فضای

گذار نیمه‌لپتونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ را در نظر بگیرید. مزون B شبه‌اسکالر با محتوای کوارکی (\bar{b}, u) و D^* مزون برداری با محتوای کوارکی (\bar{u}, c) می‌باشد. در این گذار کوارک b به کوارک c تبدیل می‌شود و کوارک u ناظر است. این گذار از طریق برهم‌کنش ضعیف اتفاق می‌افتد و شامل رأس برهم‌کنش ضعیف با بوزون‌های w می‌باشد. دامنه این گذار شامل یک قسمت لپتونی و یک قسمت هادرونی است، که برای توصیف قسمت هادرونی باید عامل ساختار در نظر گرفته شود. در این مقاله از روش قانون جمع QCD عامل‌های ساختار را محاسبه می‌کنیم. پس از محاسبه مربع دامنه و شناختن تابعیت عامل‌های ساختار به مربع تکانه انتقال یافته در این گذار (q^2) ، باید روی q^2 انتگرال‌گیری کرد تا مقدار عددی نرخ واپاشی یا نسبت



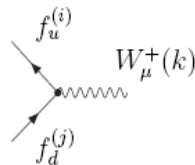
شکل ۱. نمودار فاینمن گذار نیمه‌لپتونونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ در پایین‌ترین درجه اختلال.

تعریف می‌شود و تا مرتبه اول θ به صورت

$$(f * g)(x) = f(x)g(x) + \frac{i}{\sqrt{2}} \theta^{\mu\nu} \partial_\mu f(x) \partial_\nu g(x) + o(\theta^2) \quad (3)$$

بسط داده می‌شود، که $\theta^{\mu\nu}$ در حالت کلی می‌تواند وابسته به مختصات فضا-زمان باشد.

قواعد فاینمن ناجابه‌جایی تا مرتبه اول θ در مرجع [۵] محاسبه شده است. به عنوان مثال رأس برهم‌کنش دو فرمیون با بوزن‌های w به صورت



$$\frac{ie}{\sqrt{2} \sin \theta_w} \left(\frac{V_f^{ij}}{V_f^{*ij}} \right) \{ [\gamma_\mu - \frac{i}{\sqrt{2}} \theta_{\mu\alpha\beta} k^\alpha p^\beta] (\gamma_5 - \gamma_\delta) - \frac{i}{\sqrt{2}} \theta_{\mu\alpha} \left[\begin{pmatrix} m_{f_u^i} \\ m_{f_d^j} \end{pmatrix} p^\alpha (\gamma_5 - \gamma_\delta) - \begin{pmatrix} m_{f_d^j} \\ m_{f_u^i} \end{pmatrix} p^\alpha (\gamma_5 + \gamma_\delta) \right] \} \quad (4)$$

می‌باشد، که در این رأس برهم‌کنش، k تکانه ذره w و V_f^{ij} عنصر ماتریس CKM می‌باشد. دو تایی‌های جرم و عناصر ماتریس CKM ، یکی برای واکنش دو فرمیون با ذره w و دیگری برای برهم‌کنش همیوگ آن، در نظر گرفته می‌شوند.

تعریف تانسور پادمتقارن $\theta_{\mu\alpha\beta}$ به صورت

$$\theta_{\mu\alpha\beta} = \theta_{\mu\alpha\gamma} \beta + \theta_{\alpha\beta\gamma} \mu + \theta_{\beta\mu\gamma} \alpha, \quad (5)$$

می‌باشد، که γ ها ماتریس‌های دیراک می‌باشند.

ضرب داخلی دو بردار A_α و B_β با یک θ به صورت

$$A_\alpha \theta^{\alpha\beta} B_\beta \equiv A \cdot \theta \cdot B = \vec{\theta}_S \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) + A \cdot \vec{\theta}_T \cdot \vec{B} - B \cdot \vec{\theta}_T \cdot \vec{A} \quad (6)$$

جدول ۱. مقایسه نسبت انشعابی پیش بینی شده $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ توسط مدل کوآرک، قانون جمع و تجربه.

نسبت انشعابی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$	
$(4.57-9.12) \times 10^{-2}$	قانون جمع
$(5.90-67.70) \times 10^{-2}$	مدل کوآرکی
$(5.50 \pm 0.5) \times 10^{-2}$	تجربه

معمولی بررسی خواهیم کرد. در بخش چهارم تصحیحات ناجابه‌جایی را بر رأس این گذار اعمال خواهیم کرد و عامل‌های ساختار و تصحیحات وارده بر نرخ واپاشی را در فضای ناجابه‌جایی به دست خواهیم آورد و با مقایسه با مقدار نسبت انشعابی آزمایشگاهی روی مقیاس ناجابه‌جایی حد می‌گذاریم. در بخش نتیجه‌گیری نتایج به دست آمده را مرور خواهیم کرد.

به طور تاریخی، اولین بار بحث ناجابه‌جایی توسط هایزنبرگ در سال ۱۹۳۰ مطرح شد. در آن زمان برای حل مشکل واگرایی فرابنفش در نظریه الکترودینامیک کوانتومی، بحث مختصات ناجابه‌جایی مطرح شد و اولین مقاله در این مورد در سال ۱۹۴۷ منتشر شد [۳]. سال‌ها گذشت تا در سال ۱۹۸۰ آقای کن^۱ که یک ریاضیدان بود، هندسه ناجابه‌جایی را گسترش داد و از آن به بعد، ناجابه‌جایی مورد توجه قرار گرفت و موجب تعمیم نظریه یانگ میلز در فضا-زمان ناجابه‌جایی شد. در سال ۱۹۹۹ آقای سایبرگ و ویتن، مقاله‌ای در نظریه ریسمان دادند و نشان دادند نظریه میدان ناجابه‌جایی حد انرژی پایین نظریه ریسمان می‌باشد [۴].

در فضا-زمان ناجابه‌جایی، فرض بر این است که مختصات فضا-زمان جابه‌جایی نمی‌شوند. ساختار کانونیک آن به صورت

$$[x^\mu, x^\nu] \equiv x^\mu * x^\nu - x^\nu * x^\mu = i\theta^{\mu\nu}, \quad (1)$$

می‌باشد که $\theta^{\mu\nu}$ تانسور پادمتقارن رتبه دوم است. ضرب ستاره یا ضرب وایل - موپال^۳ به صورت

$$(f * g)(x) = \exp\left(\frac{i\theta^{\mu\nu}}{2} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial}{\partial y^\nu}\right) f(x)g(y)_{y \rightarrow x}, \quad (2)$$

۱. Connes

۲. Canonic

۳. Moyal-Weyl

هادرونی ارتباط داده می‌شود [۱۳ و ۱۴]. پس از شرح مختصری از قانون جمع، اکنون این قانون را برای گذار نیمه‌لپتونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ به کار می‌بریم. هامیلتونی مؤثر گذار نیمه‌لپتونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ به صورت

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} V_{cb} \bar{\nu} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) l \bar{c} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) b, \quad (9)$$

می‌باشد، که V_{cb} عنصر ماتریس CKM ، G ثابت فرمی، l, ν به ترتیب اسپینورهای نوترینو و لپتون هستند.

برای به دست آوردن دامنه، باید هامیلتونی مؤثر بین حالت مزونی نخست و پایانی ساندویچ شود. بنابراین

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} V_{cb} \bar{\nu} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) l \langle D^*(p', \varepsilon) | \bar{c} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) b | B(p) \rangle, \quad (10)$$

که p تکانه مزون B ، p' تکانه مزون D^* و ε بردار قطبش است.

قسمت برداری عنصر ماتریسی رابطه (۱۰) به صورت

$$\langle D^*(p', \varepsilon) | \bar{c} \gamma_{\mu} b | B(p) \rangle = -\frac{F_V}{(m_B + m_{D^*})} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon^{*\nu} p'^{\alpha} p^{\beta} \quad (11)$$

و قسمت محوری به صورت

$$\begin{aligned} \langle D^*(p', \varepsilon) | \bar{c} \gamma_{\mu} \gamma_5 b | B(p) \rangle &= -i \{ F_0(q^2) (m_B + m_{D^*}) \varepsilon_{\mu}^* \\ &+ \frac{F_1(q^2)}{(m_B + m_{D^*})} (\varepsilon^* p) P^{\mu} \\ &+ \frac{F_2(q^2)}{(m_B + m_{D^*})} (\varepsilon^* p) Q^{\mu} \}, \end{aligned} \quad (12)$$

تعریف می‌شوند، که در آن

$$Q_{\mu} = (p - p')_{\mu}, P_{\mu} = (p + p')_{\mu}, (\varepsilon^* p) = \varepsilon^{\mu} p_{\mu} \quad (13)$$

می‌باشد و $F_0(q^2), F_1(q^2), F_2(q^2)$ و $F_V(q^2)$ عامل‌های ساختار گذار نیمه‌لپتونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ می‌باشند.

اکنون باید تابع همبستگی سه نقطه

$$\pi_{\mu\nu}(p^{\nu}, p'^{\nu}, q^{\nu}) = i^2 \int d^4x d^4y e^{-ipx} e^{-ipy} \langle 0 | T \{ J_{\nu D^*}(y) J_{\mu}(0) J_B(x) \} | 0 \rangle \quad (14)$$

را تشکیل داد، که در آن، جریان‌ها به صورت

تعریف می‌شود، که شش عضو مستقل تانسور پادمقارن و حقیقی $\theta^{\mu\nu}$ با دو بردار، یکی با مؤلفه‌های فضا - زمان $\bar{\theta}_T$ و دیگری با مؤلفه‌های فضا-فضا $\bar{\theta}_S$ به صورت

$$\bar{\theta}_T = (\theta_{01}, \theta_{02}, \theta_{03}), \bar{\theta}_S = (\theta_{23}, \theta_{31}, \theta_{12}), \quad (7)$$

معرفی می‌شوند.

همچنین برای ضرب داخلی با دو θ داریم:

$$\begin{aligned} A_{\alpha} \theta^{\alpha\beta} \theta_{\beta}^{\delta} B_{\delta} &\equiv A \cdot \theta \cdot B = |\bar{\theta}_S|^2 (\bar{A} \cdot \bar{B}) - (\bar{A} \bar{\theta}_S) (\bar{B} \bar{\theta}_S) \\ &- \{ B_0 \bar{\theta}_S \cdot (\bar{A} \times \bar{\theta}_T) + A_0 \bar{\theta}_S \cdot (\bar{B} \times \bar{\theta}_T) \\ &+ (\bar{A} \bar{\theta}_T) (B \bar{\theta}_T) + A_0 \bar{\theta}_T \cdot \bar{\theta}_T B_0 \}, \end{aligned} \quad (8)$$

که قرارداد نشانگان فضا به صورت (+++-) در نظر گرفته شده است.

مقیاس ناجابه‌جایی (Λ_{NC}) به صورت $\Lambda_{NC} = \frac{1}{\sqrt{|\theta|}}$ تعریف

می‌شود. تاکنون بر روی Λ_{NC} در دستگاه‌های گوناگون حدهایی از مرتبه چند MeV تا چند TeV گذاشته شده است.

برای مثال در مرجع [۶] با بررسی ستاره نوترونی در حضور میدان مغناطیسی قوی، حد مقیاس گرانش ناجابه‌جایی از مرتبه

MeV به دست آمده است. پراکندگی فوتون-نوترینو در فضای ناجابه‌جایی بررسی شده و در مرجع [۷] حدی از مرتبه

100 GeV، در مرجع [۸] با مطالعه اتم هیدروژن حدی از مرتبه

TeV، در مرجع [۹ و ۱۰] برای همین مسئله حدی از مرتبه

چند GeV و در مرجع [۱۱] با بررسی ابرنواختر حدی از مرتبه چند TeV به دست آمده است.

$B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$

QCD

قانون جمع QCD ، توسط شیفمن - وینشتین و زاخاراف (SVZ) در سال ۱۹۷۹ ارائه شد [۱۲]. این قانون کاربرد گسترده

در پدیده‌شناسی هادرون‌ها دارد. در این روش، هادرون با محتوای کوارکی‌اش به صورت جریان معرفی می‌شود، که

جریان جانشین گفته می‌شود. در گام بعد تابع همبستگی این جریان‌ها نوشته می‌شود و در چارچوب نظریه بسط ضرب

عملگرها، (OPE) بسط داده می‌شود. پس از انجام محاسبات QCD ، توسط رابطه پاشندگی با جمع روی حالت‌های

$$\pi_{\mu\nu}(p^\nu, p'^\nu, q^\nu) = \frac{f_B m_B^\nu}{(m_b + m_u)} \times \frac{f_{D^*} m_{D^*}^\nu}{(p'^\nu - m_{D^*}^\nu)(p^\nu - m_B^\nu)} [-F_\mu g_{\mu\nu} (m_B + m_{D^*}) - \frac{F_\nu(q^\nu)}{(m_B + m_{D^*})} P_\mu P_\nu - \frac{F_\nu(q^\nu)}{(m_B + m_{D^*})} Q_\mu P_\nu - i \frac{\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha p'^\beta}{(m_B + m_{D^*})} F_\nu] + \text{حالات های برانگیخته}$$

به دست می آید. چهار ساختار مستقل لورنتسی در این مسئله به صورت

$$i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha p'^\beta, g_{\mu\nu}, P_\mu P_\nu, Q_\mu P_\nu, \quad (19)$$

تعریف شده اند. ضرایب این ساختارها شامل عامل ساختار می باشند. قسمت محاسباتی تابع همبستگی به کمک نظریه بسط ضرب عملگرها به صورت

$$\pi_{\mu\nu} = (c_\circ)_{\mu\nu} I + (c_\nu)_{\mu\nu} \langle \circ | q \bar{q} | \circ \rangle + \dots \quad (20)$$

بسط داده می شود، که ضریب ویلسون c_\circ از طریق محاسبات اختلالی به دست می آید و ضریب c_ν که مربوط به چگالش کوآرک - کوآرک است و باقی ضرایب از محاسبات غیر اختلالی به دست می آیند. نمودار فاینمن گذار $B \rightarrow D^* \bar{l} \nu$ در پایین ترین درجه اختلال و غیر اختلال در شکل ۲ آمده است. اکنون کافی است از قواعد فاینمن برای حلقه استفاده شود و تابع همبستگی اختلالی

$$\pi_{\mu\nu}(p^\nu, p'^\nu, q^\nu) = i^2 \int d^4x d^4y e^{-ipx} e^{-ipy} \langle \circ | T \{ J_{\nu D^*}(x) J_\mu(\circ) J_B(y) \} | \circ \rangle, \quad (21)$$

را بسط داد، خواهیم داشت

$$\pi_{\mu\nu}(p^\nu, p'^\nu, q^\nu) = -\frac{i}{(\pi)^4} \int \frac{d^4k}{(k^\nu - m_u^\nu)((p'+k)^\nu - m_c^\nu)((p+k)^\nu - m_b^\nu)} Tr[(\not{k} + m_u) \gamma_\nu ((\not{p} + \not{k}) + m_c) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) ((\not{p} + \not{k}) + m_b) \gamma_5] \quad (22)$$

برای ساده کردن تابع همبستگی اختلالی، سه دسته انتگرال با متغیر k وجود دارد؛ انتگرالی که چهار بردار k دارای اندیس آزاد نیست با I_\circ ، تک اندیسی را با I_μ و دو اندیسی را با $I_{\mu\nu}$ نمایش می دهیم.

$$I_\circ = \frac{1}{\pi^4} \int d^4k \delta(k^\nu - m_u^\nu) \delta((p'+k)^\nu - m_c^\nu) \times \delta((p+k)^\nu - m_b^\nu)$$

$$J_{\nu D^*}(y) = \bar{u} \gamma_\nu c, \quad J_B(x) = \bar{b} \gamma_\delta u, \quad J_\mu(\circ) = \bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b \quad (15)$$

می باشند. در این تابع همبستگی J_B و J_{D^*} جریان جانشین مزونی و J_μ جریان برهم کنشی است. منظور از جریان جانشین مزونی این است، که محتوای کوآرکی مزون همراه با پارته اش به صورت جریان معرفی گردد.

در حالت کلی، تابع همبستگی کمیتی مختلط است. در ناحیه فضاگونه ($q^\nu > 0$) این تابع حقیقی است و توسط نظریه بسط ضرب عملگرها محاسبه می شود. این قسمت از تابع همبستگی به قسمت محاسباتی تابع همبستگی معروف است. در ناحیه زمان گونه ($q^\nu < 0$) تابع همبستگی موهومی است و بر اساس مشاهده پذیرهای هادرون بسط داده می شود. این قسمت از تابع همبستگی را قسمت پدیده شناسی تابع همبستگی می گویند. برای محاسبه قسمت پدیده شناسی تابع همبستگی لازم است دو مجموعه کامل از حالت های هادرونی میانی با اعداد کوانتومی یکسان را وارد تابع همبستگی کرد، بنابراین

$$\pi_{\mu\nu}(p^\nu, p'^\nu, q^\nu) = \frac{\langle \circ | J_{\nu D^*} | D^*(p', \varepsilon) \rangle \langle D^*(p', \varepsilon) | J_\mu | B(p) \rangle \langle B(p) | J_B | \circ \rangle}{(p'^\nu - m_{D^*}^\nu)(p^\nu - m_B^\nu)} + \dots \quad (16)$$

که سهم مربوط به حالت های پیوسته و برانگیخته با \dots نمایش داده شده است. برای جلوگیری از واگرایی ها، تبدیل بورل^۱ بر طرفین تابع همبستگی اعمال می شود و برای سهم حالت های برانگیخته و پیوسته از تقریب دوگانگی کوآرک- هادرون استفاده می شود [۱۵]. عناصر ماتریسی (۱۶) به صورت

$$\langle \circ | J_{\nu D^*} | D^*(p', \varepsilon) \rangle = f_{D^*} m_{D^*} \varepsilon_\nu, \quad \langle B(p) | J_B | \circ \rangle = \frac{-if_B m_B^\nu}{m_b + m_u}, \quad (17)$$

تعریف می شوند. در این عناصر ماتریسی، f_B و f_{D^*} ثابت واپاشی لپتونی مربوط به مزون های D^* و B هستند. قسمت پدیده شناسی تابع همبستگی به صورت

۱. Borel

$$\begin{aligned} \rho_0 &= -2N_c I_0(s, s', q^\gamma) [\gamma A_\gamma (m_b - m_u) - \gamma (m_b - m_u) k \cdot p' \\ &\quad + \gamma (m_u - m_c) k \cdot p + \gamma m_u^\gamma (m_u - m_b - m_c) \\ &\quad + m_u (\gamma p' \cdot p + \gamma m_b m_c)], \\ \rho_1 &= -2N_c I_0(s, s', q^\gamma) [(m_b - \gamma m_u) B_\gamma + \gamma A_\gamma (m_b - m_u) \\ &\quad + \gamma A_\gamma (m_b - m_u) + B_\gamma (m_c - m_u) - m_u], \\ \rho_2 &= -2N_c I_0(s, s', q^\gamma) [\gamma A_\gamma (m_u - m_b) - B_\gamma (m_b + m_u) \\ &\quad + \gamma A_\gamma (m_b - m_u) + B_\gamma (m_u - m_c) + m_u], \end{aligned} \quad (28)$$

که چگالی‌های ρ_0, ρ_1, ρ_2 و ρ_ν به ترتیب متناظر با ساختارهای $i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha p'^\beta$ و $g_{\mu\nu}, P_\mu P_\nu, Q_\mu P_\nu$ هستند. برای قسمت غیر اختلالی باید تابع همبستگی را تشکیل داد و پس از ساده کردن، تبدیل بورل دوگانه نسبت به p^γ و p'^γ بر روی تابع همبستگی غیر اختلالی به صورت

$$B\left(\frac{1}{r^m p^n}\right) = (-1)^{m+n} \frac{1}{\Gamma(m)\Gamma(n)} e^{\frac{-m_\gamma^\gamma}{M_\gamma^\gamma}} e^{\frac{-m_c^\gamma}{M_\gamma^\gamma}} \times \frac{1}{(M_\gamma^\gamma)^{m-1}} \frac{1}{(M_\gamma^\gamma)^{n-1}}, \quad (29)$$

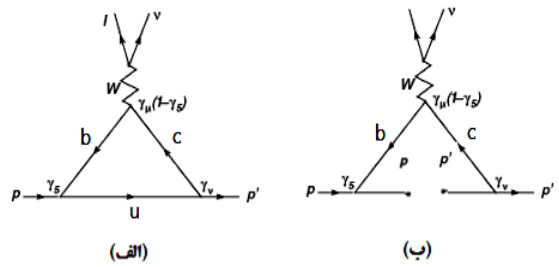
اعمال شود. در رابطه (۲۹) M_γ و M_ν پارامترهای بورل، $\Gamma(m)$ تابع گاما $r = p^\gamma - m_b^\gamma$ و $r' = p'^\gamma - m_c^\gamma$ و می‌باشند. (چگالی غیر اختلالی (L_i) در پیوست آورده شده است). با استفاده از رابطه پاشندگی، می‌توان قسمت محاسباتی و پدیده‌شناسی تابع همبستگی

$$\pi = -\frac{1}{(2\pi)^\gamma} \int ds' \int ds \rho_i(s, s', q^\gamma) + \text{جملات کسر شده} \quad (30)$$

را مساوی هم قرار داد و تبدیل بورل را اعمال کرد. تبدیل بورل جملات کسر شده را صفر می‌کند و تابع نمایی در کنار چگالی‌ها و همچنین قبل از انتگرال وارد می‌کند. بعد از کمی محاسبه رابطه عامل‌های ساختار به صورت

$$\begin{aligned} F_i(q^\gamma) &= A \frac{m_b + m_u}{f_B m_B^\gamma} \frac{\eta}{f_{D^*} m_{D^*}^\gamma} e^{\frac{-m_B^\gamma}{M_\gamma^\gamma}} e^{\frac{-m_{D^*}^\gamma}{M_\gamma^\gamma}} \\ &\quad \times \left[\frac{1}{(2\pi)^\gamma} \int_{(m_c + m_u)^\gamma}^{s'} ds' \right. \\ &\quad \left. \times \int_{S_L}^{s} ds \rho_i(s, s', q^\gamma) e^{\frac{-s}{M_\gamma^\gamma}} e^{\frac{-s'}{M_\gamma^\gamma}} + B(L_i) \right], \end{aligned} \quad (31)$$

به دست می‌آید. در این رابطه $\eta = \frac{1}{(m_B + m_{D^*})}$ برای $i = 0$



شکل ۲. الف) نمودار فاینمن گذار نیمه‌لپتونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ در پایین‌ترین درجه اختلال ب) نمودار فاینمن گذار نیمه‌لپتونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ در پایین‌ترین درجه غیر اختلالی.

$$\begin{aligned} I_\mu &= \frac{1}{2\pi} \int d^4 k k_\mu \delta(k^\gamma - m_u^\gamma) \delta \\ &\quad \times ((p' + k)^\gamma - m_c^\gamma) \delta((p + k)^\gamma - m_b^\gamma), \\ I_{\mu\nu} &= \frac{1}{2\pi} \int d^4 k k_\mu k_\nu \delta(k^\gamma - m_u^\gamma) \delta \\ &\quad \times ((p' + k)^\gamma - m_c^\gamma) \delta((p + k)^\gamma - m_b^\gamma). \end{aligned} \quad (23)$$

باید توجه داشت، که رابطه (۲۳) با اعمال قانون کاتکسکی^۱ $\frac{1}{k^\gamma - m^\gamma} \rightarrow -2\pi i \delta(k^\gamma - m^\gamma)$ به دست آمده است.

حاصل انتگرال I_0 برابر است با

$$I_0 = \frac{1}{4\lambda^{1/2}(s, s', q^\gamma)}, \quad (24)$$

که در آن جایگذاری $p^\gamma \rightarrow s$ و $p'^\gamma \rightarrow s'$ انجام شده است و تعریف $\lambda(a, b, c)$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\lambda(a, b, c) = a^\gamma + b^\gamma + c^\gamma - 2ab - 2ac - 2bc. \quad (25)$$

کلی‌ترین جواب برای دو انتگرال دیگر را می‌توان به صورت

$$\begin{aligned} I_\mu &= B_\nu p_\mu + B_\gamma p'_\mu, \\ I_{\mu\nu} &= A_\delta g_{\mu\nu} + A_\gamma p_\mu p_\nu + A_\nu p_\mu p'_\nu + A_\gamma p'_\mu p_\nu + A_\delta p'_\mu p'_\nu, \end{aligned} \quad (26)$$

نوشت. (ضرایب در پیوست آورده شده است).

چگالی طیف اختلالی، به صورت

$$\rho = \text{Im} \pi_{\mu\nu}(s, s', q^\gamma) \quad (27)$$

تعریف می‌شود. برای چگالی طیف اختلالی داریم:

$$\rho_\nu = -4N_c I_0(s, s', q^\gamma) \{m_u + B_\gamma (m_u - m_c) + B_\nu (m_u - m_b)\},$$

۱. Cutkosky

$$\begin{aligned}
 &F_{\nu NC}(q^\nu, p, \theta, p'), F_{\cdot NC}(q^\nu, p, \theta, p'), \\
 &F_{\setminus NC}(q^\nu, p, \theta, p'), F_{\vee NC}(q^\nu, p, \theta, p'), \\
 &F_{\neg}(q^\nu), F_{\neq}(q^\nu)
 \end{aligned} \tag{۳۶}$$

به ترتیب متناظر با ساختارهای لورنتسی

$$\begin{aligned}
 &-\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha p'^\beta, ig_{\mu\nu}, \\
 &iP_\mu P_\nu, iQ_\mu P_\nu, \\
 &i\theta_{\mu\alpha} P^\alpha p^\nu, i\theta_{\mu\alpha} Q^\alpha p^\nu
 \end{aligned} \tag{۳۷}$$

در نظر گرفته شده‌اند، که اولین بار در این مقاله معرفی می‌گردد. در گام بعد باید شش عامل ساختار اضافه شده در ناجابه‌جایی را محاسبه کرد. برای به دست آوردن عامل‌های ساختار، باید از تابع همبستگی شروع کرد و در تابع همبستگی، تعریف جریان برهم‌کنشی را تغییر داد. پس از کمی ساده‌سازی رد درون تابع همبستگی به صورت

$$\begin{aligned}
 &Tr[(\not{\kappa} + m_u)\gamma_\nu((\not{p}' + \not{\kappa}) + m_c)\{-\frac{i}{\gamma} \theta_{\mu\alpha\beta}(p - p')^\alpha \\
 &\times (p+k)^\beta (1-\gamma_5) - \frac{i}{\gamma} m_b \theta_{\mu\alpha}(p+k)^\alpha (1-\gamma_5) \\
 &+ \frac{i}{\gamma} m_c \theta_{\mu\alpha}(p'+k)^\alpha (1+\gamma_5)\}(\not{p} + \not{\kappa} + m_b)\gamma_5],
 \end{aligned} \tag{۳۸}$$

تغییر می‌کند. جمله‌ای که محاسبات مشابه با فضای جابه‌جایی دارد دارای ضریب تصحیح

$$-\frac{i}{\gamma} \theta_{\alpha\beta}(p - p')^\alpha (p+k)^\beta, \tag{۳۹}$$

می‌باشد. ضریب i را به جای این که به چگالی اختلالی بدهیم، به ساختارهای مستقل لورنتسی می‌دهیم. ضریب تصحیح به صورت

$$\begin{aligned}
 \theta_{\alpha\beta}(p - p')^\alpha (p+k)^\beta &= \bar{\theta}_s \cdot (\bar{p} - \bar{p}') \times (\bar{p} + \bar{k}) \\
 &+ (p - p') \cdot \bar{\theta}_T \cdot (\bar{p} + \bar{k}) \\
 &- (p+k) \cdot \bar{\theta}_T \cdot (\bar{p} - \bar{p}')
 \end{aligned} \tag{۴۰}$$

بسط داده می‌شود. اگر دستگاه را روی مزون B بگیریم، $p = (m_B, 0)$ و بردار \bar{k} را بر حسب مختصات کروی بنویسیم، پس از انتگرال‌گیری (۲۲) تنها جمله $(p+k) \cdot \bar{\theta}_T \cdot \bar{p}'$ باقی می‌ماند. برای قرار دادن ضریب داده شده در رابطه (۴۰) در انتگرال قسمت اختلالی محاسبه‌ی عامل ساختار (۳۱)، باید بر اساس متغیرهای (s, s', q^ν) بیان شود و نهایتاً خواهیم داشت

$$\begin{aligned}
 (p+k) \cdot \bar{\theta}_T \cdot \bar{p}' &= \left\{ \sqrt{s} + \frac{\lambda^\nu(s, m_b^\nu, m_u^\nu)}{2\sqrt{s}} \right\} \\
 &\times \left| \bar{\theta}_T \right| \frac{\lambda^\nu(s, s', q^\nu)}{2\sqrt{s}} \cos(\phi).
 \end{aligned} \tag{۴۱}$$

برای $i = \nu, 1, 2$ مساوی $\eta = (m_B + m_{D^*})$.

همچنین برای $A = 1$ برای $i = 1, 2$ و $A = -1$ برای $i = 0, \nu$

$$S_L = \frac{(m_c^\nu + q^\nu - m_b^\nu - s')(m_b^\nu s' - m_c^\nu q^\nu)}{(m_b^\nu - q^\nu)(m_c^\nu - s')}. \tag{۳۲}$$

اکنون باید به q^ν مقدار داد و انتگرال عامل ساختار را به ازای این مقادیر محاسبه کرد. سپس می‌توان عامل‌های ساختار را به تابعی مانند

$$f_i(q^\nu) = \frac{f_i(0)}{1 + \alpha \hat{q} + \beta \hat{q}^2}, \tag{۳۳}$$

برازش داد و ضرایب α و β را به دست آورد [۲ و ۱۵]

$$\hat{q}^\nu = \frac{q^\nu}{m_B^\nu}, \hat{q} = \frac{q^\nu}{m_B^\nu}. \tag{۳۴}$$

اگر تصحیحات رأس برهم‌کنش، در قسمت هادرونی در نظر گرفته شود تصحیحات دامنه تا مرتبه اول θ به صورت

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{G}{\sqrt{2}} V_{cb} \bar{\nu} \gamma_\mu (1-\gamma_5) l \times \\
 &< D^*(p', \varepsilon) \\
 &\left| c \left\{ (\gamma_\mu - \frac{i}{\gamma} \theta_{\mu\alpha\beta} k^\alpha p^\beta) (1-\gamma_5) - \frac{i}{\gamma} m_b \theta_{\mu\alpha} p^\alpha (1-\gamma_5) \right\} b \right| \\
 &B(p) >
 \end{aligned}$$

$$+ < D^*(p', \varepsilon) \left| c \frac{i}{\gamma} m_c \theta_{\mu\alpha} p^\alpha (1+\gamma_5) \right\} b \left| B(p) >$$

$$= -i \frac{F_{\nu NC}(q^\nu, p, \theta, p')}{(m_B + m_{D^*})} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon^{*\nu} p^\alpha p'^\beta$$

$$+ \{F_{\cdot NC}(q^\nu, p, \theta, p')(m_B + m_{D^*})\} \varepsilon^*{}_\mu$$

$$+ \frac{F_{\setminus NC}(q^\nu, p, \theta, p')}{(m_B + m_{D^*})} (\varepsilon^* p) P_\mu$$

$$+ \frac{F_{\vee NC}(q^\nu, p, \theta, p')}{(m_B + m_{D^*})} (\varepsilon^* p) Q_\mu$$

$$\begin{aligned}
 &+ F_{\neg}(q^\nu)(m_B + m_{D^*}) \theta_{\mu\alpha} P^\alpha + F_{\neq}(q^\nu)(m_B + m_{D^*}) \theta_{\mu\alpha} Q^\alpha \\
 &+ \text{جملات جابه‌جایی}
 \end{aligned} \tag{۳۵}$$

می‌باشند، که $p = p+k$ تکانه کوآرک b ، $p = p+k$ تکانه کوآرک c و k تکانه مزون u است. در این دامنه، عامل‌های ساختار

جدول ۲. مقدار عددی ضرایب ظاهر شده در تابع برازش عامل‌های ساختار فضای جابه‌جایی در $M_V^* = 6 \text{ GeV}^2$ و $M_V^* = 19 \text{ GeV}^2$

	مقدار عامل ساختار در $q^2 = 0$	ضریب برازش α	ضریب برازش β
F_V	۰٫۸۳	-۰٫۶۶	۰٫۶۳
F_0	۰٫۳۷	-۰٫۱۱	-۰٫۴۲
F_1	۰٫۳۷	-۰٫۳۵	-۲٫۷۱
F_2	-۰٫۳۷	۰٫۱۵	-۳٫۳۹

جدول ۳. مقدار عددی ضرایب ظاهر شده در تابع برازش عامل‌های ساختار افزوده شده در فضای ناجابه‌جایی در $M_V^* = 6 \text{ GeV}^2$ و $M_V^* = 19 \text{ GeV}^2$

	مقدار عامل ساختار در $q^2 = 0$	ضریب برازش α	ضریب برازش β
G_V	۱۱٫۲۱	۰٫۱۷	۴٫۹۶
G_0	۵٫۰۵	۰٫۷۹	۳٫۶۹
G_1	۵٫۱۳	۱٫۱۰	-۲٫۹۳
G_2	-۰٫۳۷	-۰٫۰۸	۰٫۲۱
F_3	-۰٫۰۲	-۳٫۹۲	۸٫۶۴
F_4	۰٫۰۷	-۰٫۶۵	۰٫۶۷

در $q^2 = 0$ دارند که به علت بیرون کشیدن پارامتر ناجابه‌جایی از عامل ساختار به صورت

$$F_{iNC}(q^2, p, \theta, p') = |\bar{\theta}_T| \cos(\phi) G_i(q^2), \dots, i = 0, 1, 2 \quad (43)$$

همچنین تصحیحات ناجابه‌جایی باید در قسمت لپتونی دامنه گذار $B \rightarrow D^* \bar{l} \nu$ اعمال شود. با توجه به اینکه تصحیحات مربع دامنه تا مرتبه اول θ برای قسمت لپتونی و هادرونی صفر می‌شوند، بنابراین تصحیحات را تا مرتبه دوم θ در نظر می‌گیریم. (در محاسبه تصحیحات جملات مرتبه دوم θ در قسمت لپتونی، از جملاتی که مربع جرم لپتون ظاهر می‌شوند صرف نظر شده است). تصحیحات قسمت لپتونی مربع دامنه به صورت

$$M^{\mu\nu} = \bar{\nu} \{ \gamma^\mu - \frac{i}{\gamma} [(p_\nu \cdot \theta \cdot p_\nu) \gamma^\mu + (\theta p_\nu)^\mu] \not{p}_\nu - (\theta p_\nu)^\mu \not{p}_\nu + \frac{i}{\gamma} m_l \theta^{\mu\alpha} p_{\nu\alpha} (1 - \gamma_5) \} l \{ \gamma^\nu + \frac{i}{\gamma} [(p_\nu \cdot \theta \cdot p_\nu) \gamma^\nu + (\theta p_\nu)^\nu] \not{p}_\nu - (\theta p_\nu)^\nu \not{p}_\nu - \frac{i}{\gamma} m_l \theta^{\nu\alpha} p_{\nu\alpha} (1 + \gamma_5) \} \nu, \quad (44)$$

می‌باشد، که p_ν, p_ν به ترتیب تکانه لپتون و نوترینو هستند. همچنین $(\theta p_\nu)^\mu = \theta^{\mu\alpha} p_{\nu\alpha}$, $p_\nu \cdot \theta \cdot p_\nu = p_{\nu\alpha} \theta^{\alpha\beta} p_{\nu\beta}$

همچنین این ضریب در قسمت غیر اختلالی نیز وارد می‌شود، برای این قسمت باید ضریب را بر حسب جرم و تکانه کوآرک‌ها نوشت. می‌توان تقریب روی پوسته جرمی بودن کوآرک b را در نظر گرفت و با جرم و تکانه مزون‌ها کار کرد، که ضریب تصحیح به صورت

$$m_B |\bar{\theta}_T| \cos(\phi) \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}(m_B^2, m_{D^*}^2, q^2)}{2m_B}, \quad (42)$$

به دست می‌آیند. بخشی دیگر از محاسبات مشابه با فضای جابه‌جایی نمی‌باشد و ضریب تصحیح هم وارد نمی‌شود بلکه ساختار لورنتسی آنها تابعیت θ پیدا می‌کند. پس از محاسبه این چگالی‌ها می‌توان عامل‌های ساختار را به تابع $f_i(q^2) = \frac{f_i(0)}{1 + \alpha q^2 + \beta q^4}$ برازش داد و ضرایب برازش α و β را به دست آورد. در جدول ۲ و ۳ مقادیر ضرایب برازش عامل‌های ساختار داده شده است و در پیوست، نمودارهای این عامل‌های ساختار بر حسب q^2 رسم شده است. در محاسبه عامل‌های ساختار مقادیر مربوط به عامل‌های ساختار G_V, G_0, G_1, G_2 مقادیر بزرگی نسبت به عامل‌های ساختار دیگر

$$\begin{aligned} & (m_B - E')^\gamma |F_\mp|^\gamma (m_B + m_{D^*})^\gamma \\ & + 2 \text{Re}l(m_B + E')(m_B - E') \\ & \times F_\mp F_\mp^* (m_B + m_{D^*})^\gamma] \\ & - |\bar{\theta}_T|^\gamma |\bar{p}'|^\gamma \cos^\gamma(\phi) [|F_\mp|^\gamma (m_B + m_{D^*})^\gamma \\ & + |F_\mp|^\gamma (m_B + m_{D^*})^\gamma - 2 \text{Re}l F_\mp F_\mp^* (m_B + m_{D^*})^\gamma] \}, \end{aligned} \quad (47)$$

تعریف می‌شوند. برای سادگی فرض کرده‌ایم $\bar{\theta}_T$ و $\bar{\theta}_s$ هم صفحه‌اند و در صفحه شامل بردار \bar{p}' قرار دارند. باید توجه داشت، که از عبارات‌های زیر

$$\begin{aligned} Q^\alpha &= (p - p')^\alpha, P^\alpha = (p + p')^\alpha, \\ p &= (m_B, \vec{0}), p' = (E', \vec{p}') \\ Q \cdot \theta \cdot P &= -2m_B |\bar{\theta}_T| |\bar{p}'| \cos(\phi), \\ \varepsilon \cdot \theta \cdot P &= \bar{\theta}_s \cdot (\bar{\varepsilon} \times \vec{P}) + \varepsilon \cdot \bar{\theta}_T \cdot \vec{P} - P \cdot \bar{\theta}_T \cdot \bar{\varepsilon} \\ &= \varepsilon \cdot |\bar{\theta}_T| \cdot |\bar{p}'| \cos(\phi) - (m_B + E') |\bar{\theta}_T| |\bar{\varepsilon}| \cos(\phi), \\ |\bar{p}'| &= \frac{\lambda^\gamma(m_B, m_{D^*}, q^\gamma)}{2m_B}, \\ E' &= \frac{-q^\gamma + m_B^\gamma + m_{D^*}^\gamma}{2m_B}, \\ \varepsilon &= \left(\frac{|\bar{p}'|}{m_{D^*}}, 0, 0, \frac{E'}{m_{D^*}} \right), \\ 2A = Bq^\gamma, A &\approx \frac{1}{24} \pi q^\gamma, \\ (\varepsilon p) &= \frac{m_B}{m_{D^*}} |\bar{p}'| \text{ قطبش طولی} \\ (\varepsilon p) &= 0 \text{ قطبش عرضی} \end{aligned} \quad (48)$$

برای ساده سازی نرخ واپاشی استفاده شده است.

اکنون با انتگرال‌گیری روی q^γ می‌توان تصحیح ناجابه‌جایی بر نرخ واپاشی کل $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ را به دست آورد. برای محاسبه تصحیح نرخ واپاشی کل از مقادیر عددی داده شده در جدول ۴ استفاده شده است. با مقایسه Γ_{NC} و مقدار آزمایشگاهی موجود $\Gamma_{\text{exp}}(B \rightarrow D^* l \bar{\nu}) = (0.50 \pm 0.05) \times 10^{-2}$ می‌توان حدی از مرتبه 4 GeV روی Λ_{NC} به دست آورد.

پس از ساده سازی دامنه در قسمت لپتون و هادرونی، نهایتاً تصحیحات دیفرانسیلی نرخ واپاشی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_{NC}(B \rightarrow D^* l \bar{\nu})}{dq^\gamma} &= \frac{G^\gamma |V_{cb}|^\gamma}{192\pi^2 m_B^\gamma} q^\gamma \lambda^\gamma(m_B, m_{D^*}, q^\gamma) \\ &\times \{ |\bar{\theta}_T|^\gamma \cos^\gamma(\phi) (|H_{NC}|^\gamma \\ &+ \frac{\pi q^\gamma}{32} |H_0|^\gamma) + H_{\backslash NC} \} \\ \frac{d\Gamma_{\pm NC}(B \rightarrow D^* l \bar{\nu})}{dq^\gamma} &= \frac{G^\gamma |V_{cb}|^\gamma}{192\pi^2 m_B^\gamma} q^\gamma \lambda^\gamma(m_B, m_{D^*}, q^\gamma) \\ &|\bar{\theta}_T|^\gamma \times \cos^\gamma(\phi) \{ |H_{+NC}|^\gamma \\ &+ |H_{-NC}|^\gamma + \frac{\pi q^\gamma}{32} (|H_+|^\gamma + |H_-|^\gamma) \}, \end{aligned}$$

که در آن

$$\begin{aligned} \frac{\pi q^\gamma}{32} (|H_+|^\gamma + |H_-|^\gamma) + \frac{\pi q^\gamma}{32} |H_0|^\gamma, \quad (45) \\ H_{NC}(q^\gamma) &= \frac{1}{2m_{D^*} \sqrt{q^\gamma}} [(m_B^\gamma - m_{D^*}^\gamma - q^\gamma)(m_B + m_{D^*}) G_0(q^\gamma) \\ &- \frac{\lambda(m_B, m_{D^*}, q^\gamma)}{(m_B + m_{D^*})} G_\gamma(q^\gamma)], \\ H_{\pm NC}(q^\gamma) &= (m_B + m_{D^*}) G_0(q^\gamma) \mp \frac{1}{4} \frac{\lambda^\gamma(m_B, m_{D^*}, q^\gamma)}{(m_B + m_{D^*})} G_\gamma(q^\gamma), \quad (46) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{\backslash NC}(q^\gamma) &= 2B(\varepsilon^* p)(\varepsilon p) Q \cdot \theta \cdot P [G_\gamma F_\mp (m_B + m_{D^*})^\gamma] \\ &+ G_\gamma F_\mp (P \cdot Q) + G_\gamma F_\mp q^\gamma \\ &+ \frac{1}{4} Q \cdot \theta \cdot P F_\mp^\gamma (m_B + m_{D^*})^\gamma] \\ &- (2A + Bq^\gamma) \times \{ 2(\varepsilon p)(G_\gamma F_\mp (m_B + m_{D^*})^\gamma) \\ &\times \varepsilon \cdot \theta \cdot P + G_\gamma F_\mp (m_B + m_{D^*})^\gamma \varepsilon \cdot \theta \cdot Q \\ &+ (\varepsilon^* p)(\varepsilon p) Q \cdot \theta \cdot P (-2G_\gamma F_\mp + 2G_\gamma F_\mp) \} \\ &+ (2A + Bq^\gamma)(\varepsilon^* p)(\varepsilon p) \{ |\bar{p}'|^\gamma |\bar{\theta}_s|^\gamma \cos^\gamma(\phi) \\ &\times (|F_\mp|^\gamma (m_B + m_{D^*})^\gamma \\ &+ |F_\mp|^\gamma (m_B + m_{D^*})^\gamma - 2 \text{Re}l F_\mp F_\mp^* (m_B + m_{D^*})^\gamma) \\ &- |\bar{\theta}_T|^\gamma [(m_B + E')^\gamma |F_\mp|^\gamma (m_B + m_{D^*})^\gamma \end{aligned}$$

جدول ۴. مقادیر کمیت‌های فیزیکی استفاده شده در محاسبه نرخ واپاشی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$.

جرم کوآرک	پارامترهای بورل	آستانه پیوستگی حالت-های برانگیخته	مقدار چگالش کوآرک	جرم مزون	ثابت‌های واپاشی
$u = 3 \text{ MeV}$	$M'_u = 6 \text{ GeV}^2$	$s'_u = 6 \text{ GeV}^2$	$\bar{u}u = -(240 \text{ MeV})^2$	$D^* = 21007 \text{ GeV}$	$f_B = 0.15 \text{ GeV}$
$c = 1.4 \text{ GeV}$	$M'_c = 19 \text{ GeV}^2$	$s_c = 35 \text{ GeV}^2$		$B = 5279 \text{ GeV}$	$f_{D^*} = 0.22 \text{ GeV}$
$b = 4.9 \text{ GeV}$					

$$T_0 = -2N_c I_0(s, s', q^2) [4A_1(m_b - m_u) - 2(m_b - m_u)k \cdot p' + 2(m_u - m_c)k \cdot p + 2m'_u(m_u - m_b - m_c) + m_u(2p \cdot p' + 2m_b m_c)],$$

$$T_1 = -2N_c I_1(s, s', q^2) [(m_b - 2m_u)B_1 + 2A_1(m_b - m_u) + 2A_1(m_b - m_u) + B_1(m_c - m_u) - m_u],$$

(پ-۱)

$$T_2 = -2N_c I_2(s, s', q^2) [2A_1(m_u - m_b) - (m_b + m_u)B_1 + 2A_1(m_b - m_u) + B_1(m_u - m_c) + m_u],$$

$$T_3 = N_c I_3(s, s', q^2) [-2m_b m_c m_u + m'_b(m_c + m_u)B_1 + m'_c(m_b - m_u)B_1 - m'_c m_u + (m_b - m_u)B_1 p' \cdot p' - m_u p' \cdot p' - 2(m_b + m_c)B_1 p' \cdot p + 2(m_u - m_c - 2m_b) \times B_1 k \cdot p + (m_c + m_u)B_1 p \cdot p - (m_b + m_c)B_1 k \cdot k + 2(m_b + m_c - \frac{1}{2}m_u)k \cdot k + 2(m_b + m_c - m_u)k \cdot p' + 2(m_b - m_u)B_1 k \cdot p'],$$

$$T_4 = N_c I_4(s, s', q^2) [m'_c m_u + m'_b(m_u - m_b)B_1 + m'_b(m_c + m_u)B_1 - 2(m_c + m_u)k \cdot p - 2m_u k \cdot p' + 2(m_b - m_u)B_1 k \cdot p' - m_u p' \cdot p' - (m_c + m_u)B_1 p \cdot p + (m_b - m_u)B_1 p' \cdot p' + (m_b - m_c - 2m_u)B_1 k \cdot k - m_u k \cdot k],$$

به دست می‌آید، که چگالی‌های $T_V, T_0, T_1, T_2, T_3, T_4$ به ترتیب متناظر با ساختارهای

$$-\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha p'^\beta, i g_{\mu\nu}, i P_\mu P_\nu, \quad (پ-۲)$$

$$i Q_\mu P_\nu, i \theta_{\mu\alpha} P^\alpha p^\nu, i \theta_{\mu\alpha} Q^\alpha p^\nu$$

می‌باشند. از عبارت‌های زیر برای ساده کردن چگالی‌های اختلالی استفاده می‌شود

$$k \cdot k = m_u^2, p \cdot p = s, p' \cdot p' = s',$$

$$k \cdot p = \frac{(m_b^2 - m_u^2 - s)}{2}, k \cdot p' = \frac{(m_c^2 - m_u^2 - s')}{2} \quad (پ-۳)$$

چگالی‌های طیف غیر اختلالی را پس از اعمال تبدیل بورل به

پس از جایگذاری معادل رأس ضعیف در فضای ناجابه‌جایی متوجه شدیم، که تعداد بیشتری عامل ساختار برای توصیف قسمت هادرونی لازم است. بخشی از عامل‌های ساختار افزوده شده علاوه بر q^2 تابعیتی از اسکالر $p \cdot \theta \cdot p'$ دارند. این عامل‌های ساختار را تا پایین‌ترین مرتبه اختلالی و غیر اختلالی توسط قانون QCD سه نقطه و همراه با تصحیحات ناجابه‌جایی مرتبه اول θ ، محاسبه کرده‌ایم. مربع دامنه که بر اساس این عامل‌های ساختار بسط داده می‌شود؛ تا مرتبه اول θ تصحیحی ندارد. بنابراین تصحیحات را تا مرتبه دوم θ در نظر گرفته‌ایم. پس از محاسبه عامل‌های ساختار و محاسبه تصحیحات دیفرانسیلی نرخ واپاشی روی q^2 انتگرال‌گیری کرده‌ایم و پس از محاسبه مقدار عددی این تصحیحات و مقایسه با نسبت انشعابی آزمایشگاهی $\Gamma_{\text{exp}} = (5.50 \pm 0.5) \times 10^{-2}$ روی مقیاس ناجابه‌جایی Λ_{NC} حد گذاشته‌ایم، که حدی از مرتبه 4 GeV به دست آمد. این نتیجه را می‌توان با حد به دست آمده در مرجع [۹ و ۱۰] مقایسه کرد، که برای اتم هیدروژن این حد را مقدار 6 GeV به دست آورده‌اند.

در این پیوست، چگالی‌های طیف اختلالی و غیر اختلالی و همچنین ضرایب رابطه (۲۴) داده شده است و در پایان نمودارهای عامل‌های ساختار بر حسب q^2 رسم شده است.

چگالی‌های طیف اختلالی افزوده شده در فضای ناجابه‌جایی به صورت

$$T_V = -4N_c I_0(s, s', q^2) [m_u + B_1(m_u - m_c) + B_1(m_u - m_b)]'$$

متناظر با ساختارهای لورنتسی

$$-\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha p'^\beta, i g_{\mu\nu}, i P_\mu p_\nu, i Q_\mu p_\nu, \quad (۶-ب)$$

هستند. دو چگالی دیگر متناظر با ساختارهای

$$i\theta_{\mu\alpha} P^\alpha p^\nu, i\theta_{\mu\alpha} Q^\alpha p^\nu$$

به ترتیب به صورت

$$k_\tau = \frac{1}{\sqrt{6}} \bar{u}u ([\varepsilon m_c^\tau - \varepsilon m_b^\tau + \varepsilon m_u^\tau + \varepsilon q^\tau - \varepsilon m_s^\tau + \varepsilon m_b m_u$$

$$- \varepsilon m_c m_u] u_{11} + [m_s^\tau (-q^\tau + m_b^\tau - m_c^\tau)$$

$$+ m_c^\tau (-\varepsilon m_u m_c + \varepsilon m_u^\tau) + q^\tau (\varepsilon m_u^\tau - \varepsilon m_c m_u)$$

$$+ m_b^\tau (-\varepsilon m_u^\tau + \varepsilon m_c m_u)] u_{12} + [m_s^\tau (-q^\tau - m_b^\tau$$

$$+ m_c^\tau) + m_c^\tau (-\varepsilon m_u m_b - \varepsilon m_u^\tau)$$

$$+ q^\tau (\varepsilon m_u^\tau - \varepsilon m_b m_u) + m_b^\tau (\varepsilon m_u^\tau + \varepsilon m_b m_u)] u_{21}$$

$$+ [m_u^\tau (-\varepsilon m_b^\tau + \varepsilon m_c^\tau - \varepsilon q^\tau + \varepsilon q^\tau m_b^\tau) + m_s^\tau (-m_c^\tau$$

$$+ m_b^\tau + q^\tau - \varepsilon m_b^\tau q^\tau)] u_{22} + [m_s^\tau (-\varepsilon m_c^\tau q^\tau - \varepsilon m_c^\tau$$

$$+ \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau) + m_u^\tau (\varepsilon m_c^\tau - \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau + \varepsilon m_c^\tau q^\tau)] u_{23}$$

$$+ [m_s^\tau (-\varepsilon m_b^\tau q^\tau + \varepsilon m_b^\tau - \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau) + m_u^\tau (-\varepsilon m_b^\tau$$

$$+ \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau + \varepsilon m_b^\tau q^\tau)] u_{31},$$

$$k_\tau = \frac{1}{\sqrt{6}} \bar{u}u ([-\varepsilon m_c^\tau + \varepsilon q^\tau - \varepsilon m_b^\tau - \varepsilon m_c m_u + \varepsilon m_b m_u$$

$$- \varepsilon m_b m_c] u_{11} + [m_u^\tau (-\varepsilon m_b^\tau + \varepsilon m_c^\tau + \varepsilon q^\tau - \varepsilon m_b m_c)$$

$$+ m_s^\tau (-q^\tau + m_b^\tau - m_c^\tau + \varepsilon m_b m_c) + m_c (\varepsilon m_u m_c m_b$$

$$+ \varepsilon m_u m_b - \varepsilon m_u q^\tau)] u_{12} + [m_u^\tau (-\varepsilon m_b^\tau - \varepsilon m_c^\tau + \varepsilon q^\tau$$

$$- \varepsilon m_b m_c) + m_s^\tau (-q^\tau + m_b^\tau + m_c^\tau + \varepsilon m_b m_c)$$

$$+ m_c (\varepsilon m_u m_c m_b + \varepsilon m_u m_b) + \varepsilon m_u m_b - \varepsilon m_u m_b q^\tau] u_{21}$$

$$+ [m_u^\tau (-\varepsilon m_c^\tau + \varepsilon m_b^\tau q^\tau + \varepsilon m_c^\tau q^\tau - \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau - \varepsilon m_b^\tau m_c$$

$$- \varepsilon m_b m_c^\tau - \varepsilon q^\tau - \varepsilon m_b^\tau + \varepsilon m_b m_c q^\tau) + m_s^\tau (-\varepsilon m_b^\tau q^\tau$$

$$- \varepsilon m_c^\tau q^\tau + \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau + \varepsilon m_b m_c^\tau + \varepsilon m_c m_b^\tau + m_c^\tau + m_b^\tau$$

$$+ q^\tau - \varepsilon m_b m_c q^\tau)] u_{22} + [m_c^\tau (-\varepsilon m_u^\tau m_b^\tau + \varepsilon m_u^\tau q^\tau$$

$$- \varepsilon m_b m_c m_u^\tau - \varepsilon m_u^\tau m_c^\tau) + m_s^\tau (\varepsilon m_b^\tau m_c^\tau - \varepsilon m_c^\tau q^\tau$$

$$+ \varepsilon m_b m_c^\tau + \varepsilon m_c^\tau)] u_{23} + [m_b^\tau (-\varepsilon m_b^\tau m_u^\tau - \varepsilon m_u^\tau m_c^\tau$$

$$+ \varepsilon m_u^\tau q^\tau - \varepsilon m_u^\tau m_b m_c) + m_s^\tau (\varepsilon m_b^\tau - \varepsilon m_b^\tau q^\tau$$

$$+ \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau + \varepsilon m_b^\tau m_c)] u_{31},$$

(۷-ب)

می باشند. ضرایب رابطه (۲۶) به صورت

$$A = \frac{-1}{\sqrt{2}(s, s', q^\tau)} [\varepsilon s s' m_u^\tau - s \Delta'^\tau - s' \Delta^\tau - u^\tau m_u^\tau + u \Delta \Delta^\tau],$$

صورت $B(L_i) = K_i$ تعریف می کنیم، که L_i چگالی طیف غیر

اختلالی است و $i = 0, 1, 2, 3$ می باشد. تبدیل بولر به صورت

$$u_{ij} = B\left(\frac{1}{r^m r^n}\right) = (-1)^{m+n} \frac{1}{\Gamma(m)\Gamma(n)} \quad (۴-پ)$$

$$\times e^{-\frac{m_b^\tau}{M_\tau^\tau}} e^{-\frac{m_c^\tau}{M_\tau^\tau}} \frac{1}{(M_\tau^\tau)^{m-1}} \frac{1}{(M_\tau^\tau)^{n-1}}$$

بر چگالی های غیر اختلالی اعمال شده است. حاصل این

چگالی ها به صورت

$$k_v = -\frac{1}{\sqrt{6}} \bar{u}u (-\varepsilon u_{11} + \varepsilon m_b m_u u_{12} + \varepsilon m_c m_u u_{13}$$

$$+ [m_u^\tau (-\varepsilon m_b^\tau - \varepsilon m_c^\tau + \varepsilon q^\tau) + m_s^\tau (m_b^\tau + m_c^\tau - q^\tau)] u_{22}$$

$$+ [m_c^\tau (-\varepsilon m_u^\tau + \varepsilon m_s^\tau)] u_{13} + [m_b^\tau (-\varepsilon m_u^\tau + \varepsilon m_s^\tau)] u_{23},$$

$$k_o = -\frac{1}{\sqrt{6}} \bar{u}u ([-\varepsilon m_b^\tau - \varepsilon m_c^\tau + \varepsilon m_u^\tau + \varepsilon q^\tau - \varepsilon m_u m_c - \varepsilon m_b m_c$$

$$+ \varepsilon m_u m_b - \varepsilon m_s^\tau] u_{11} + [m_u^\tau (-\varepsilon m_b m_c - \varepsilon m_c^\tau - \varepsilon m_b^\tau$$

$$+ \varepsilon q^\tau) + m_s^\tau (\varepsilon m_b m_c - q^\tau + m_c^\tau + m_b^\tau) + m_c m_u$$

$$\times (\varepsilon m_c m_b + \varepsilon m_b^\tau - \varepsilon q^\tau + \varepsilon m_c^\tau) u_{12}]$$

$$+ [m_u^\tau (-\varepsilon m_b^\tau - \varepsilon m_c^\tau + \varepsilon q^\tau - \varepsilon m_b m_c) + m_s^\tau (m_b^\tau - q^\tau$$

$$+ m_c^\tau + \varepsilon m_b m_c) m_b m_u (\varepsilon m_b^\tau - \varepsilon q^\tau + \varepsilon m_c^\tau + \varepsilon m_b m_c)] u_{21}$$

$$+ [m_s^\tau (m_c^\tau + m_b^\tau + q^\tau - \varepsilon m_b^\tau q^\tau$$

$$- \varepsilon m_b^\tau m_c - \varepsilon m_c^\tau q^\tau + \varepsilon m_c^\tau m_b + \varepsilon m_b^\tau m_c - \varepsilon m_b m_c q^\tau)$$

$$+ m_u^\tau (-\varepsilon m_c^\tau - \varepsilon q^\tau - \varepsilon m_b^\tau + \varepsilon m_c^\tau q^\tau - \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau + \varepsilon m_b^\tau q^\tau$$

$$- \varepsilon m_b^\tau m_c - \varepsilon m_c^\tau m_b + \varepsilon m_b m_c q^\tau)] u_{22}$$

$$+ [m_u^\tau (-\varepsilon m_b m_c^\tau - \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau + \varepsilon m_c^\tau q^\tau - \varepsilon m_c^\tau)$$

$$+ m_s^\tau (-\varepsilon m_c^\tau q^\tau + \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau + \varepsilon m_b m_c^\tau + \varepsilon m_c^\tau)] u_{23}$$

$$+ [m_u^\tau (-\varepsilon m_b^\tau m_c^\tau - \varepsilon m_b^\tau m_c - \varepsilon m_b^\tau + \varepsilon m_b^\tau q^\tau)$$

$$+ m_s^\tau (-\varepsilon m_b^\tau q^\tau + \varepsilon m_b^\tau m_c^\tau + \varepsilon m_b^\tau m_c + \varepsilon m_b^\tau)] u_{31},$$

$$k_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \bar{u}u (-\varepsilon u_{11} + \varepsilon m_u m_c u_{12} + [m_u (\varepsilon m_b + \varepsilon m_u) - \varepsilon m_s^\tau] u_{21}$$

$$+ [m_u^\tau (-\varepsilon m_b^\tau - \varepsilon m_c^\tau + \varepsilon q^\tau) + m_s^\tau (m_b^\tau + m_c^\tau - q^\tau)] u_{22}$$

$$+ [m_c^\tau (-\varepsilon m_u^\tau + \varepsilon m_s^\tau)] u_{13} + [m_b^\tau (-\varepsilon m_u^\tau + \varepsilon m_s^\tau)] u_{23})$$

(۵-پ)

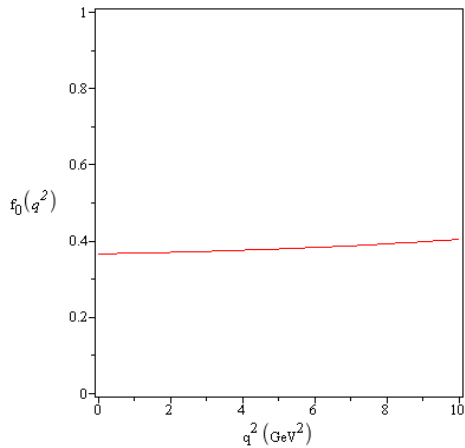
$$k_\tau = -\frac{1}{\sqrt{6}} \bar{u}u (-\varepsilon u_{11} + \varepsilon m_u m_c u_{12} + [m_u (\varepsilon m_b - \varepsilon m_u) + \varepsilon m_s^\tau] u_{21}$$

$$+ [m_u^\tau (-\varepsilon m_b^\tau - \varepsilon m_c^\tau + \varepsilon q^\tau) + m_s^\tau (m_b^\tau + m_c^\tau - q^\tau)] u_{22}$$

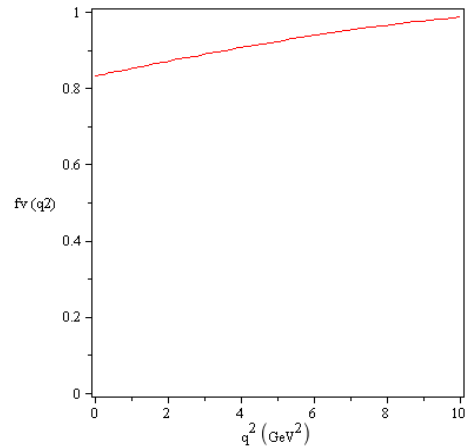
$$+ [m_c^\tau (-\varepsilon m_u^\tau + \varepsilon m_s^\tau)] u_{13} + [m_b^\tau (-\varepsilon m_u^\tau + \varepsilon m_s^\tau)] u_{23},$$

می باشد. چهار چگالی طیف اختلالی بالا که در فضای

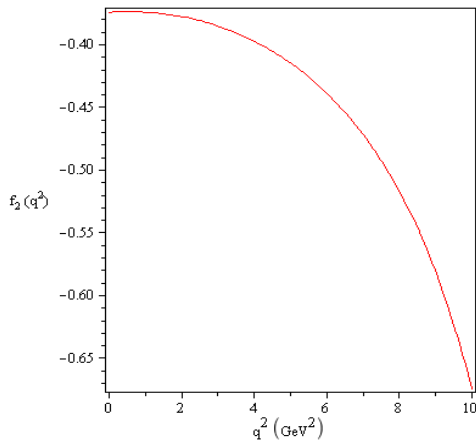
ناجابه جایی افزوده شده اند با فضای معمولی یکسان هستند و



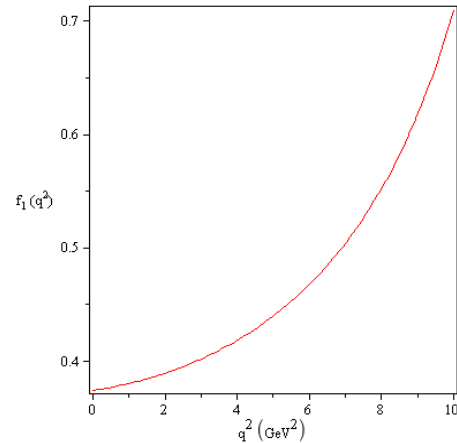
شکل (۲-پ) وابستگی f_0 به q^2 در $M_V = 19 \text{ GeV}^2$ و $M_V = 6 \text{ GeV}^2$ و $s_s = 35 \text{ GeV}^2$ و $s'_s = 6 \text{ GeV}^2$.



شکل (۱-پ) وابستگی f_V به q^2 در $M_V = 19 \text{ GeV}^2$ و $M_V = 6 \text{ GeV}^2$ و $s_s = 35 \text{ GeV}^2$ و $s'_s = 6 \text{ GeV}^2$.



شکل (۴-پ) وابستگی f_2 به q^2 در $M_V = 19 \text{ GeV}^2$ و $M_V = 6 \text{ GeV}^2$ و $s_s = 35 \text{ GeV}^2$ و $s'_s = 6 \text{ GeV}^2$.



شکل (۳-پ) وابستگی f_1 به q^2 در $M_V = 19 \text{ GeV}^2$ و $M_V = 6 \text{ GeV}^2$ و $s_s = 35 \text{ GeV}^2$ و $s'_s = 6 \text{ GeV}^2$.

$$\Delta = (s + m_u^2 - m_b^2), \quad (9\text{-پ})$$

استفاده شده است.

به طور مشابه می‌توان ضرایب رابطه $(I_\mu = B_\lambda p_\mu + B_\nu p'_\mu)$ را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$B_\lambda = \frac{1}{\lambda(s, s', q^2)} [\nu s' \Delta - \Delta' u],$$

$$B_\nu = \frac{1}{\lambda(s, s', q^2)} [\nu s \Delta' - \Delta u], \quad (10\text{-پ})$$

نمودارهای عامل ساختار مربوط به فضای جابه‌جایی و ناجابه‌جایی برحسب q^2 در شکل‌های (پ-۱ تا ۱۰) نشان داده شده است.

$$A_\tau = \frac{-1}{\lambda^2(s, s', q^2)} [\lambda s s' m_u^2 - \nu s s' \Delta'^2 - \nu s'^2 \Delta'^2 - \nu u^2 s' m_u^2 + \nu s' u \Delta \Delta' - u^2 \Delta'^2],$$

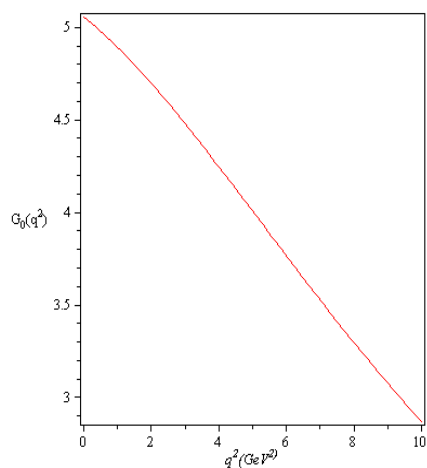
$$A_\rho = \frac{-1}{\lambda^2(s, s', q^2)} [\nu s s' u m_u^2 + \nu s s' \Delta \Delta' - \nu s u \Delta'^2 - \nu s' u \Delta'^2 - u^2 m_u^2 + \nu u^2 \Delta \Delta'],$$

$$A_\delta = \frac{1}{\lambda^2(s, s', q^2)} [-\nu s' u \Delta \Delta' + \nu s'^2 \Delta'^2 - \lambda s'^2 s' m_u^2 + \nu u^2 s m_u^2 + u^2 \Delta'^2 + \nu s s' \Delta'^2], \quad (11\text{-پ})$$

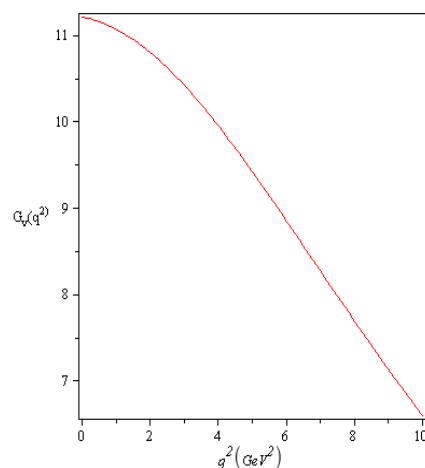
به دست می‌آیند، که در ساده سازی روابط بالا از تعاریف

$$\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc,$$

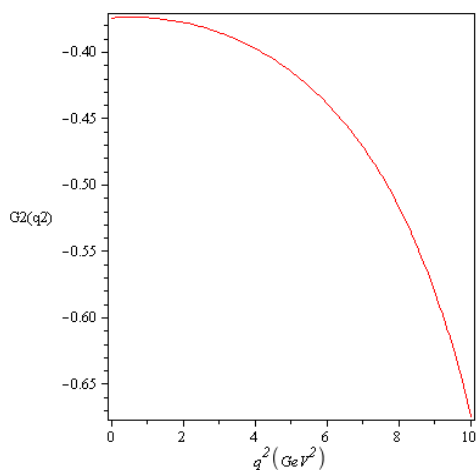
$$\Delta' = (s + m_u^2 - m_c^2),$$



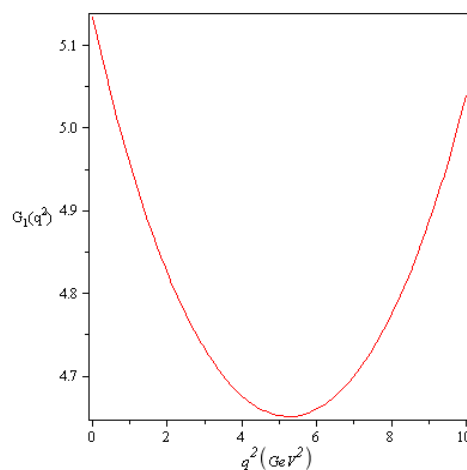
شکل (۶-پ) وابستگی G_0 به q^2 در $M_\gamma^2 = 19 \text{ GeV}^2$ و $M_\gamma^2 = 6 \text{ GeV}^2$ و $s_0 = 35 \text{ GeV}^2$ و $s'_0 = 6 \text{ GeV}^2$.



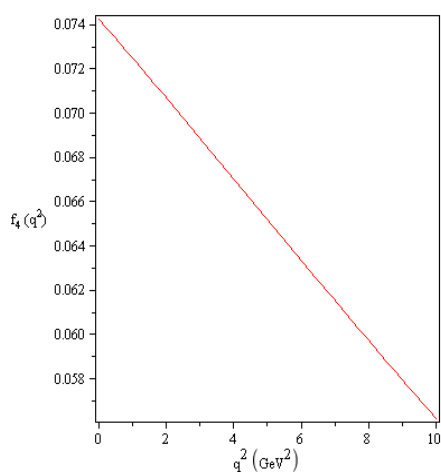
شکل (۵-پ) وابستگی G_4 به q^2 در $M_\gamma^2 = 19 \text{ GeV}^2$ و $M_\gamma^2 = 6 \text{ GeV}^2$ و $s_0 = 35 \text{ GeV}^2$ و $s'_0 = 6 \text{ GeV}^2$.



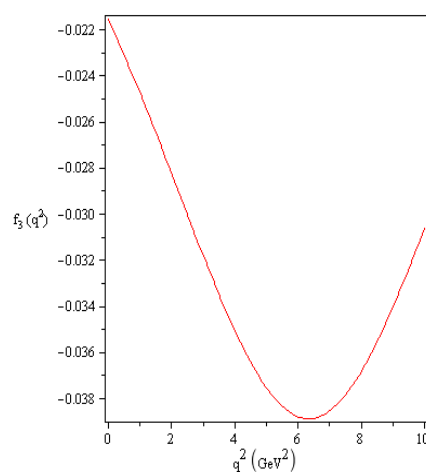
شکل (۸-پ) وابستگی G_2 به q^2 در $M_\gamma^2 = 19 \text{ GeV}^2$ و $M_\gamma^2 = 6 \text{ GeV}^2$ و $s_0 = 35 \text{ GeV}^2$ و $s'_0 = 6 \text{ GeV}^2$.



شکل (۷-پ) وابستگی G_1 به q^2 در $M_\gamma^2 = 19 \text{ GeV}^2$ و $M_\gamma^2 = 6 \text{ GeV}^2$ و $s_0 = 35 \text{ GeV}^2$ و $s'_0 = 6 \text{ GeV}^2$.



شکل (۱۰-پ) وابستگی f_4 به q^2 در $M_\gamma^2 = 19 \text{ GeV}^2$ و $M_\gamma^2 = 6 \text{ GeV}^2$ و $s_0 = 35 \text{ GeV}^2$ و $s'_0 = 6 \text{ GeV}^2$.



شکل (۹-پ) وابستگی f_3 به q^2 در $M_\gamma^2 = 19 \text{ GeV}^2$ و $M_\gamma^2 = 6 \text{ GeV}^2$ و $s_0 = 35 \text{ GeV}^2$ و $s'_0 = 6 \text{ GeV}^2$.

8. M Chaichian, M M Sheikh Jabari, and A Tureanu, *Phys. Rev. L* **86** (2001) 2716.
9. A Stern, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 065006.
10. A Stern, *Phys. Rev. L* **78** (2007) 116009.
11. M Haghightat, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 025011.
12. M A Shifman, A I Vainshtein, and V I Zakharov, *Nucl. Phys. B* **147** (1979) 385.
13. P Colangelo, <http://arxiv.org/hep-ph/0010175>.
14. A V Radyushkin, <http://arxiv.org/hep-ph/0101227>.
15. N Ghahramany, R Khosravi, and K Azizi, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 116009.
1. S M Zhao, X Liu, and S Li, *Eur. Phys. J. C* **51** (2007) 601.
2. K Azizi and M Bayar, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 054011.
3. H S Snyder, *Phys. Rev.* **71** (1947) 38.
4. N Seiberg and E Witten, *JHEP* **9909** (1999) 032.
5. B Melic, K Passek-Kumericki, J Trampetic, P Schupp, and M Wohlgenannt, *Eur. Phys. J. C* **42** (2005) 483.
6. M Haghightat and A Stern, arxiv.org/1008.1598.
7. M Haghightat, M M Eftefaghi, and M Zeinali, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 013007.