مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۴، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۳۹۳

بررسی تأثیر عوامل دینامیکی برروی دمای قلب رآکتور

رسول خدابخش[۱]، سهراب بهنیا[۲]، مسعود صیدی[۱]

۱. گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم، دانشگاه ارومیه، ارومیه
۲. گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه

پست الکترونیکی:r.khodabakhsh@urmia.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۷/۱۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۳/۶/۲)

چکیده

تنظیم تغییرات دمای قلب رآکتور به لحاظ افزایش بهره‌وری رآکتور، کاهش استهلاک دستگاه و جلوگیری از حوادث احتمالی مانند افزایش فشار و ذوب شدن میله‌های سوخت حایز اهمیت می‌باشد. روش‌های متعددی برای حل و تحلیل پایداری معادلات سنتیک نقطه‌ای وجود دارد، که در اکثر آنها تأثیر عوامل مختلف بر دمای قلب رآکتور در نظر گرفته نشده است. در این کار علاوه بر بررسی تأثیر کمیت‌های دینامیکی مختلف روی دمای قلب رآکتور، پایداری این دستگاه در حضور رآکتیویتهٔ پسخورد دمایی و رآکتیویته‌های خارجی پله‌ای، رمپ و سینوسی با شش گروه نوترون تأخیری، به کمک روش نمای لیاپانوف نیز مطالعه شده است. نتایج حاصل با نتایج کارهای دیگران هم‌خوانی خوبی دارد.

واژه‌های کلیدی: نمای لیاپانوف، پسخورد دمایی، سینتیک نقطه‌ای نوترون، نوترون‌های تأخیری

۱. مقدمه

معادلات سنتیک نقطه‌ای نوترون[۱] (NPK) با چند گروه نوترون تأخیری در حضور دمای پسخورد یک مجموعه از معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی و سفت‌شده[۲] می‌باشند که با هم جفت شده‌اند. این دستگاه معادلات، چگالی نوترون و غلظت والدهای نوترون تأخیری را در طول زمان برآورد می‌کند. یکی از مهمترین کمیت‌هایی که مستقیماً به چگالی نوترون وابسته است، دمای قلب رآکتور است [۱-۴]. چگالی نوترون، وابسته به رآکتیویته خالص دستگاه می‌باشد که این کمیت خود نیز مستقیماً با تنظیم و تغییر دمای قلب رآکتور مرتبط است [۵-۷]. طبیعت رآکتیویتهٔ ورودی می‌تواند بصورت هر تابعی از رآکتیویتهٔ خارجی باشد که ناشی از حرکت میله‌های تنظیم است [۳، ۸ و ۹]. بنابراین دمای قلب رآکتور در حضور اثرات پسخورد دمایی تابعی از چگالی نوترون و رآکتیویتهٔ خالص دستگاه می‌باشد، که تنظیم تغییرات آن در بهره‌وری، کاهش هزینهٔ ناشی از استهلاک دمایی و جلوگیری از خطرات احتمالی مانند ذوب شدن میله‌های سوخت بسیار حایز اهمیت می‌باشد [۹-۱۲].

۱. Neutron point kinetics
۲. Stiff

تا به حال برای حل و تحلیل پایداری این دستگاه، روش‌های حل عددی و تحلیلی و تجزیه و تحلیل پایداری با منظور نمودن اثرات پسخورد دمایی محاسبات قابل توجهی انجام شده است. به عنوان نمونه، از بین روش‌های حل عددی موجود می‌توان به روش سری توانی[۱] (PWS) [۱۳]، روش سری تیلور[۲] (TSM) [۴]، روش رانگ کوتا با مرتبه‌های مختلف (RK) [۱۴-۱۶]، روش تقریب پد (Pade) [۱۷ و ۱۸]، روش چند جمله‌ای تکه‌ای[۳] (PCM) [۱۹] و روش Hamming [۲۰] اشاره کرد. با توجه به طبیعت غیرخطی معادلات نقطه‌ای با در نظر گرفتن اثرات پسخورد دمایی، حل تحلیلی این معادلات جز در حالت یک گروهی و در شرایط خاص فعلاً مقدور نیست. بنابراین می‌توان به بعضی از حل‌های تحلیلی برای فرایندهای فوق بحرانی آنی با استفاده از مدل Nordheim–Fuchs [۲۱-۲۳] و بسط چگالی نوترون و رآکتیویته در توان‌هایی از زمان نسل نوترون‌های آنی [۲۴ و ۲۵] اشاره کرد. روش‌های تحلیل پایداری را می‌توان به روش‌های تحلیل پایداری خطی و غیرخطی تقسیم بندی کرد. از روش‌های خطی می‌توان به روش روث هورویتز[۴] [۲۶]، روش نایکویست [۲۷] و روش دیاگرام بود[۵] [۹] اشاره کرد. از روش‌های غیرخطی می‌توان به روش مستقیم لیاپانوف [۹، ۲۸ و ۲۹] اشاره کرد. البته با توجه به طبیعت غیر خطی رآکتور روش مستقیم لیاپانوف کاربرد بیشتری دارد. ایراد اصلی این روش مربوط به ساخت تابع لیاپانوف می‌شود که هیچ روش دستگاهاتیکی برای ساخت تابع موجود نیست [۹ و ۳۰]. یک رهیافت مؤثر وکاربردی برای تحلیل پایداری دستگاه، استفاده از نمای لیاپانوف می‌باشد. در همهٔ این روش‌ها، تأثیر عوامل مختلف برروی دستگاه با رآکتیویتهٔ خارجی ثابت و اثرات پسخورد دمایی بررسی شده است و بررسی با رآکتیویتهٔ خارجی با اثرات پسخورد دمایی انجام نگرفته است. بنابراین در این مطالعه از روش نمای لیاپانوف در جهت تحلیل پایداری دستگاه رآکتور با رآکتیویته‌های خارجی پله‌ای، رمپ و سینوسی برای مدل بی‌درو پسخورد دمایی بهره گرفته شده است. همچنین به کمک حل عددی با روش رانگ کوتای مرتبهٔ چهارم و پنجم تأثیر عوامل مختلف روی دمای قلب رآکتور با در نظر گرفتن نوترون‌های تأخیری شش گروهی و یک گروهی بررسی و با هم مقایسه شده است.

۲. معادلات سینتیک نقطه‌ای رآکتور با پسخورد دمایی

معادلات مستقل از مکان حاکم بر دینامیک رآکتور با درنظر گرفتن شش گروه نوترون تأخیری و رآکتیویتهٔ پسخورد دمایی عبارتند از [۳، ۸ و ۳۱]:

$$\frac{dn(t)}{dt}=\left(\frac{\rho(t,n(t))-\beta}{l}\right)n(t)+\sum_{i=1}^{6}\lambda_i\, c_i(t)\,,$$

$$\frac{dc_i(t)}{dt}=\left(\frac{\beta_i}{l}\right)n(t)-\lambda_i\, c_i(t)\quad,\quad i=1,2,\ldots,6\,, \qquad (1)$$

که در آن $n(t)$، چگالی نوترون (توان رآکتور)، $c_i(t)$، غلظت iامین گروه والدهای نوترون تأخیری، λ_i، ثابت واپاشی iامین گروه نوترون‌های تأخیری، β_i، کسر i امین گروه نوترون‌های تأخیری، $\beta=\sum_{i=1}^{6}\beta_i$، کسر کل نوترون‌های تأخیری، l زمان نسل نوترون‌های آنی و $\rho(t,n(t))$، رآکتیویتهٔ خالص دستگاه می‌باشد. در واقع رآکتیویتهٔ خالص دستگاه را می‌توان به صورت مجموع رآکتیویتهٔ پسخورد (ρ_f) و رآکتیویتهٔ خارجی اعمال شده به دستگاه (ρ_{ext}) نوشت [۸]، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho=\rho_{\text{ext}}+\rho_f\,. \qquad (2)$$

با فرض این که دمای سراسر قلب رآکتور یکنواخت و در زمان t، $T(t)$ باشد، در این صورت رآکتیویتهٔ پسخورد دمایی را می‌توان به صورت تابعی از دما نوشت :

$$\rho_f=\alpha_T\left[T(t)-T_\circ\right],\quad \alpha_T=-\alpha\,. \qquad (3)$$

در رابطهٔ (۳)، α_Tضریب دمایی هم‌دمای رآکتیویته و $T_\circ$ دمای اولیهٔ قلب رآکتور است. در اینجا وضعیتی بررسی شده است که در آن اتلاف گرمایی ناچیز باشد، از این‌رو مدل بی‌دررو بهترین گزینه می‌باشد. در این مدل تغییرات دمایی قلب رآکتور با گذر زمان از قاعدهٔ زیر پیروی می‌کند [۳ و ۳۱] :

۱. Power series solution
۲. Taylor series methods
۳. Piecewise polynomial approach
۴. Routh Hurwitz
۵. Bode

جدول ۱. انواع رآکتیویتهٔ‌های خارجی با درنظر گرفتن پسخورد دمایی.

شکل ریاضی رآکتیویه	نوع رآکتیویته
$\rho(t)=\rho_0-\alpha\left[T(t)-T_0\right]$	رآکتیویتهٔ خارجی پله‌ای با پسخورد دمایی
$\rho(t)=rt-\alpha\left[T(t)-T_0\right]$	رآکتیویتهٔ خارجی رمپ با پسخورد دمایی
$\rho(t)=a\sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right)-\alpha\left[T(t)-T_0\right]$	رآکتیویتهٔ خارجی سینوسی با پسخورد دمایی

$$\frac{dT(t)}{dt}=K_c\,n(t)\,. \qquad (۴)$$

در معادلهٔ (۴)، K_c وارون ظرفیت گرمایی رآکتور است. از معادلات (۴) و (۵) واضح است که رآکتیویتهٔ خالص دستگاه تابعی از زمان و چگالی نوترون است و دستگاه معادلات توصیف کننده رفتار گذار رآکتور، یک دستگاه غیر خطی می‌باشد. علی‌رغم وابستگی شکل رآکتیویتهٔ خارجی به حرکت میله‌های تنظیم [۳، ۸ و ۹]، شکل رآکتیویتهٔ خارجی در معادلهٔ (۲) می‌تواند به صورت‌های مرسوم پله‌ای، رمپ و سینوسی باشد. بیشر محاسبات عددی و تحلیلی در حضور رآکتیویتهٔ پسخورد دمایی با رآکتیویتهٔ خارجی پله‌ای انجام شده است. در این کار علاوه بر رآکتیویتهٔ خارجی پله‌ای، رآکتیویته رمپ و سینوسی نیز بررسی شده است. شکل کلی رآکتیویته‌های مذکور با در نظر گرفتن پسخورد دمایی در جدول ۱ آورده شده است. در جدول ۱ کمیت‌های ρ_0، r، a و τ به ترتیب عبارتند از: رآکتیویتهٔ پله‌ای خارجی، آهنگ رآکتیویتهٔ رمپ، دامنهٔ رآکتیویتهٔ خارجی سینوسی و نیم‌دوره رآکتیویتهٔ خارج سینوسی [۱، ۳ و ۴].

۳. روش نمای لیاپانوف

یکی از سودمندترین ابزارها برای تحلیل پایداری دستگاه‌های خطی و غیرخطی، نمای لیاپانوف می‌باشد. نمای لیاپانوف حساسیت دستگاه به شرایط اولیه را به صورت کمی بیان می‌کند، و مقیاسی از میزان تناوبی بودن دستگاه را ارایه می‌دهد [۳۲ و ۳۳]. به طوری‌که نمای لیاپانوف منفی به معنای نزدیک شدن مسیرها در فضای فاز به نقطهٔ ثابت است و نمای لیاپانوف صفر دلالت بر ثابت باقی ماندن مسیرها در موقعیت نسبی خودشان است و گذر زمان تأثیری بر مسیرها ندارد. بنابراین مسیرها روی یک جاذب پایدار قرار می‌گیرند. در نهایت نمای لیاپانوف مثبت حاکی از ناپایداری و آشوبناک بودن دستگاه می‌باشد. در یک دستگاه m بعدی با m نمای لیاپانوف، تنها یک نمای لیاپانوف مثبت کافی است که دستگاه را ناپایدار، یا به عبارت دیگر آشوبناک سازد [۳۰، ۳۴ و ۳۵]. نمای لیاپانوف را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد. دو نقطه از نزدیکترین مسیرهای همسایه را در فضای فاز در زمانهای $t_1=0$ و $t_2=t$ در نظر بگیرید که فاصلهٔ نقاط در iامین جهت به ترتیب $\|\delta x_i(0)\|$ و $\|\delta x_i(t)\|$ است. نمای لیاپانوف (Λ_i) به صورت متوسط آهنگ رشد از فاصلهٔ اولیه تعریف می‌شود [۳۲].

$$\frac{\|\delta x_i(t)\|}{\|\delta x_i(0)\|}=\exp(\Lambda_i t),\quad (t\to\infty) \qquad (۵)$$

یا

$$\Lambda_i=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\log_2\frac{\|\delta x_i(t)\|}{\|\delta x_i(0)\|}\,, \qquad (۶)$$

به عبارت دیگر اگر حالت‌های اولیه نزدیک به هم باشند، حالت‌های نهایی بسیار متفاوت خواهند بود. گاهی مواقع این پدیده، وابستگی به شرایط اولیه، نامیده می‌شود. عمدتاً نمای لیاپانوف را می‌توان براساس یکی از دو ایدهٔ زیر بررسی کرد:

(الف) براساس تحول زمانی نقاط همسایه در فضای حالت،

(ب) براساس تخمین ماتریس ژاکوبی موضعی [۳۶-۳۸].

روش اول به الگوریتم ولف [۳۴] معروف است و یک تخمینی از بزرگترین نمای لیاپانوف را ارایه می‌دهد. روش دوم قادر به تخمین همهٔ نماهای لیاپانوف است. به کمک یکی از این ایده‌ها، به ازای یک کمیت تنظیمی دلخواه می‌توان نمای لیاپانوف را محاسبه کرد. از این رو با تغییر جزیی در مقدار

کمیت تنظیم، نمای لیاپانوف جدید مجدداً محاسبه می‌شود. با ادامهٔ این روش می‌توان طیف نمای لیاپانوف مربوط به دستگاه معادلات نقطه‌ای رآکتور نسبت به تغییرات کمیت تنظیمی را رسم کرد. لذا می‌توان به کمک این روش وضعیت پایداری دستگاه را در یک محدودهٔ دلخواه از تغییرات کمیت تنظیمی تحلیل کرد.

۴. نتایج و بحث

روش عددی به کار رفته در این تحقیق برای حل معادلات سنتیک نقطه‌ای، با شش و یک گروه نوترون تأخیری، روش رانگ کوتای مرتبهٔ چهارم و پنجم می‌باشد و تحلیل پایداری دستگاه به کمک روش نمای لیاپانوف انجام شده است. مقادیر کمیت‌های هسته‌ای مربوطه برای هر سه نوع رآکتیویته با شش گروه نوترون تأخیری در یک رآکتور با سوخت ^{۲۳۵}U عبارت‌اند از [۳ و ۴]:

$$\beta_۴ = ۰/۰۰۲۵۵\,,\ \beta_۳ = ۰/۰۰۱۲۷\,,\ \beta_۲ = ۰/۰۰۱۴۱,\ \beta_۱ = ۰/۰۰۰۲۱,$$
$$\beta_۶ = ۰/۰۰۰۲۷\,, \beta = ۰/۰۰۶۴۵\,,\ \beta_۵ = ۰/۰۰۰۷۴\,,$$
$$\lambda_۲ = ۰/۰۳۰۵\left(s^{-۱}\right),\ \lambda_۱ = ۰/۰۱۲۴\left(s^{-۱}\right),\ l = ۰/۰۰۰۰۵(s)\,,$$
$$\lambda_۵ = ۱/۱۳\left(s^{-۱}\right),\ \lambda_۳ = ۰/۱۱۱\left(s^{-۱}\right),\ \lambda_۴ = ۰/۳۰۱\left(s^{-۱}\right),$$
$$k_c = ۰/۰۵\left(\frac{K}{MWs}\right) \text{ و } \alpha = ۰/۰۰۰۰۵\left(K^{-۱}\right),\ \lambda۶ = ۳/۰\left(s^{-۱}\right),$$

و داده‌های هسته‌ای برای رآکتور مذکور با یک گروه نوترون تأخیری عبارت‌اند از:

$$l = ۰/۰۰۰۰۵(s),\ k_c = ۰/۰۵\left(\frac{K}{MWs}\right),\ \alpha = ۰/۰۰۰۰۵\left(K^{-۱}\right),$$
$$\lambda = ۰/۰۷۷۳۵\left(s^{-۱}\right),\ \beta = ۰/۰۰۶۴۵\,.$$

در مقادیر پارمترهای یک گروهی مقدار λ از رابطهٔ زیر محاسبه شده است [۹]:

$$\lambda = \sum_{i=۱}^{m} \beta_i \left(\sum_{i=۱}^{m} \left(\frac{\beta_i}{\lambda_i} \right) \right)^{-۱} . \qquad (۷)$$

همهٔ نتایج محاسباتمان، برای حالت شش گروهی با شرط تعادلی زیر آغاز می‌شود [۴ و ۳۳]:

$$n_۰ = ۱\,,\quad c_{i۰} = \left(\frac{\beta_i\, n_۰}{l\, \lambda_i} \right)\,, \qquad (۸)$$

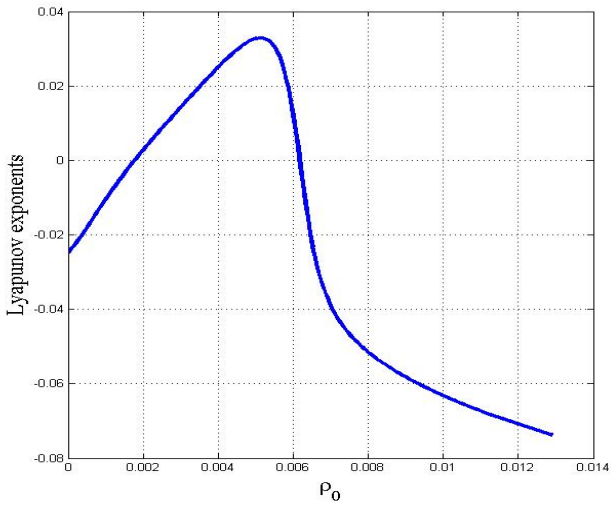
و شرایط اولیه برای حالت یک گروهی به صورت رابطهٔ زیر است:

$$n_۰ = ۱ \quad , \quad c_۰ = \left(\frac{\beta n_۰}{l\, \lambda} \right) . \qquad (۹)$$

با توجه به داده ها و شرایط اولیهٔ مذکور هر نوع رآکتیویته به طور مجزا در یک زیربخش بحث خواهد شد. توجه شود که در تمام جداولی که در ادامه خواهد آمد، کمیت $\mathrm{REP} = \left| \frac{T_{۶g} - T_{۱g}}{T_{۶g}} \right| \times ۱۰۰$، درصد خطای نسبی از بیشینهٔ دمای قلب رآکتور نسبت به حالت شش گروهی است. $T_{۱g}$ و $T_{۶g}$ به ترتیب بیشینهٔ دمای قلب رآکتور با یک گروه و شش گروه نوترون تأخیری و $n_{۱\max}$ و $n_{۶\max}$، به ترتیب قلهٔ توان رآکتور در حالت یک گروهی و شش گروهی است.

۱.۴. رآکتیویتهٔ پله‌ای با پسخورد دمایی

در این مطالعه بیشینهٔ دمای قلب رآکتور با کمیت‌های مذکور برای یک و شش گروه نوترون تأخیری و همچنین درصد خطای نسبی از حالت شش گروهی به ازای کمیت‌های تنظیمی مختلف بررسی شده است. با توجه به جدول ۱ دمای قلب رآکتور با افزایش رآکتیویتهٔ پله‌ای افزایش پیدا می‌کند. این افزایش دما می‌تواند ناشی از افزایش چگالی نوترون باشد بطوری که قلهٔ چگالی نوترون در دو رژیم یک گروهی و شش گروهی در جدول ۱ بیانگر این مطلب است. در این بررسی، محاسبات با روش رانگ کوتا انجام شده است و نتایج حاصله توافق بسیار خوبی با نتایج حاصل از روش‌های TSM , GAEM و NAM دارد [۴]. با افزایش کمیت‌های ضریب دمایی رآکتیویته و وارون ظرفیت گرمایی رآکتور، چگالی نوترون در دورژیم کاهش یافته، از این رو دمای قلب رآکتور نیز روندی نزولی دارد. مطابق جدول ۱ درصد خطای نسبی در دو رژیم بسیار ناچیز است، از این رو تحلیل دمایی قلب رآکتور با تقریب یک گروهی و شش گروهی برای رآکتیویتهٔ پله‌ای با پسخورد دمایی نتایج یکسانی را نشان می‌دهد. تغییر در هر یک از کمیت‌های دینامیکی رآکتور باعث تغییر در دمای قلب و توان

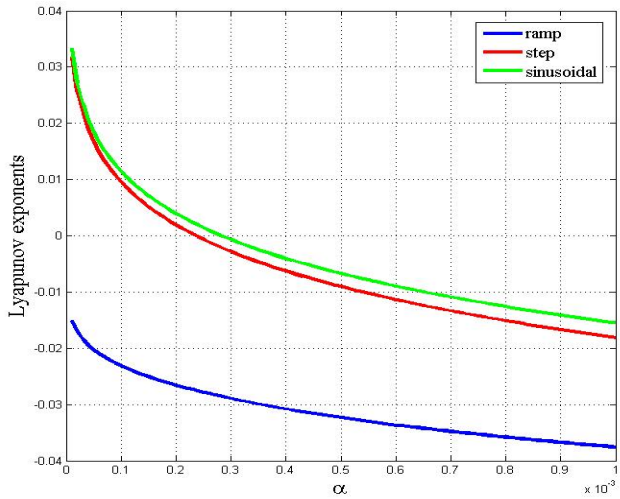


شکل ۱. نمای لیاپانوف نسبت به رآکتیویتهٔ پله‌ای.

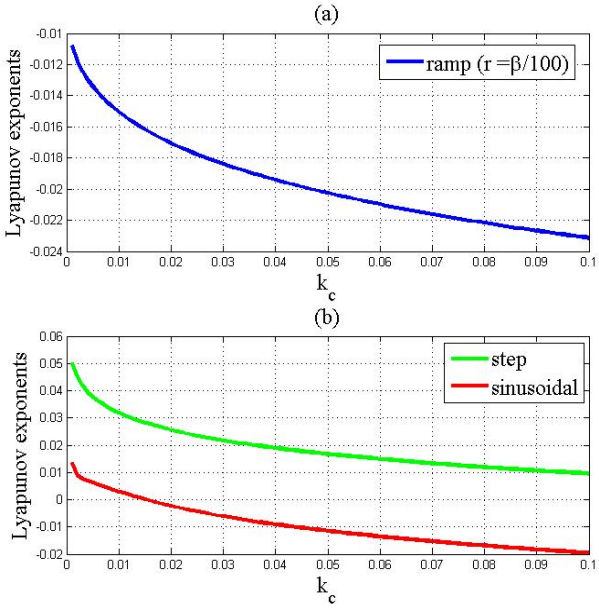
رآکتور می‌شود، بنابراین بررسی پایداری رآکتور در جهت ایمنی و تنظیم دستگاه حائز اهمیت است. به کمک روش نمای لیاپانوف، محدودهٔ پایداری رآکتور به ازای کمیت‌های تنظیمی مختلف بررسی شده است. شکل ۱ بیانگر نمای لیاپانوف نسبت به رآکتیویتهٔ پله‌ای می‌باشد. در مدت زمان ۳۵۰ ثانیه از راه اندازی رآکتور با تغییر رآکتیویتهٔ پله‌ای ورودی در بازهٔ $[۰,۲\beta]$ به قلب رآکتور، در محدودهٔ $۰/۰۰۱۷۷۱۸ < \rho_0 < ۰/۰۰۶۱۷۲۵$، دستگاه رفتار ناپایداری دارد. به عبارت دیگر، مسیرهای فضای فاز به طور نمایی از هم دور می‌شوند. با توجه به شکل ۲ منحنی قرمز رنگ، نمای لیاپانوف نسبت به تغییر در ضریب دمایی رآکتیویته در بازهٔ $[۰/۰۰۰۰۱, ۰/۰۰۱]$ روندی نزولی دارد که با نتایج حاصل از جدول ۱ در توافق است. در این شرایط رآکتور به ازای $\alpha > ۰/۰۰۰۲۳۵۶۸$ پایدار خواهد ماند. همچنین وارون ظرفیت گرمایی رآکتور در بازهٔ $[۰/۰۰۱,۰/۱]$ بررسی شده است. از منحنی سبز رنگ شکل ۳، پیداست که دستگاه در محدودهٔ مذکور رفتار ناپایداری دارد و تغییرات نمای لیاپانوف نسبت به وارون ظرفیت گرمایی رآکتور شیب نزولی نشان می‌دهد، در نتیجه افزایش k_c از شدت ناپایداری می‌کاهد.

۲.۴. رآکتیویتهٔ رمپ با پسخورد دمایی

در اینجا تأثیر رآکتیویتهٔ رمپ بر دمای قلب رآکتور در هر دو



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمای لیاپانوف نسبت به ضریب دمایی رآکتیویته.



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمای لیاپانوف نسبت به وارون ظرفیت گرمایی رآکتور.

رژیم شش گروهی و یک گروهی و پایداری رآکتور بررسی شده است. برای آهنگ رآکتیویتهٔ رمپ در بازهٔ $[۰/۰۰۱\beta,۰/۱\beta]$ و وارون ظرفیت گرمایی رآکتور در بازهٔ $[۰/۰۰۱,۰/۱]$، جدول ۲ نشان می‌دهد که با افزایش آهنگ رآکتیویتهٔ رمپ و وارون ظرفیت گرمایی رآکتور اختلاف بین نتایج یک گروهی و شش گروهی زیاد می‌شود. بنابراین در این بازه‌ها، اختلاف بین نتایج یک

جدول ۲. قلهٔ چگالی نوترون و بیشینهٔ تغییرات دمایی به ازای کمیت‌های تنظیمی مختلف، با رآکتیویتهٔ پله‌ای و دمای پسخورد یک‌گروهی و شش‌گروهی.

رآکتیویته پله‌ای با پسخورد دمایی					
$\rho_\circ$	T_{1g}	T_{6g}	REP	$n_{1\max}$	$n_{6\max}$
۰/۵	۸۸۰/۲	۸۷۹/۷	۰/۰۵۷	۲۷/۷	۴۵/۷
۱/۰	۱۰۰۸/۶	۱۰۰۸/۴	۰/۰۲۰	۲۰۷/۹	۸۰۷/۸
۱/۲	۱۰۶۰/۱	۱۰۶۰/۰	۰/۰۰۹	۶۹۵۵/۱	۸۰۲۰/۸
۱/۵	۱۱۳۷/۴	۱۱۳۷/۳	۰/۰۰۹	۴۱۸۶۶/۳	۴۳۰۲۰/۸
۲	۱۲۶۶/۳	۱۲۶۶/۲	۰/۰۰۸	۱۶۵۲۱۱/۴	۱۶۷۷۳۹/۴
k_c	T_{1g}	T_{6g}	REP	$n_{1\max}$	$n_{6\max}$
۰/۰۰۱	۸۷۸/۷	۸۷۸/۳	۰/۰۴۵	۱۳۲۹/۳	۲۱۸۲/۰
۰/۰۰۵	۸۷۹/۰	۸۷۸/۵	۰/۰۵۷	۲۶۶/۸	۴۳۸/۲
۰/۰۱۰	۸۷۹/۱	۸۷۸/۶	۰/۰۵۷	۱۳۴/۰	۲۲۰/۲
۰/۰۵۰	۸۸۰/۲	۸۷۹/۷	۰/۰۵۷	۲۷/۷	۴۵/۷
۰/۱۰۰	۸۸۱/۵	۸۸۱/	۰/۰۵۷	۱۴/۴	۲۳/۹
α	T_{1g}	T_{6g}	REP	$n_{1\max}$	$n_{6\max}$
۰/۰۰۰۰۱	۱۳۹۵/۷	۱۳۹۳/۲	۰/۱۷۹	۱۳۴/۰	۲۲۰/۲
۰/۰۰۰۰۵	۸۸۰/۲	۸۷۹/۷	۰/۰۵۷	۲۷/۷	۴۵/۷
۰/۰۰۰۱۰	۸۱۵/۷	۸۱۵/۵	۰/۰۲۴	۱۴/۴	۲۳/۹
۰/۰۰۰۵۰	۷۶۴/۱	۷۶۴/۰	۰/۰۱۳	۳/۸	۶/۳
۰/۰۰۱۰۰	۷۵۷/۶	۷۵۷/۵	۰/۰۱۳	۲/۶	۴/۱

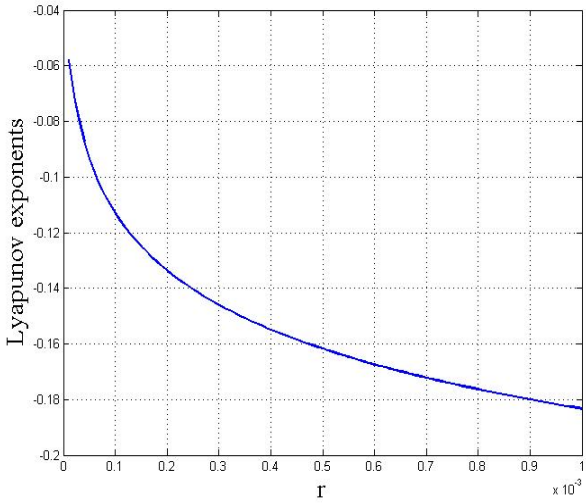
گروهی و شش‌گروهی قابل اغماض نیست و تقریب یک‌گروهی تقریب خوبی برای محاسبات چگالی نوترون و قدرت نیروگاه نخواهد بود. و اما برای ضریب دمایی رآکتیویته در بازهٔ [۰/۰۰۰۰۱,۰/۰۰۱] ، نتایج محاسبات یک‌گروهی و شش‌گروهی یکسان بوده، و رابطهٔ معکوسی با توان رآکتور دارد، و دمای قلب در رژیم شش گروهی مستقل از تغییرات ضریب دمایی رآکتیویته است. واضح است که هرگونه تغییر در کمیت‌های مذکور برروی پایداری رآکتور تأثیر گذار خواهد بود. به عنوان نمونه تأثیر آهنگ رآکتیویتهٔ رمپ، وارون ظرفیت گرمایی رآکتور و ضریب دمایی رآکتیویته در مدت ۳۵۰ ثانیه از زمان راه‌اندازی رآکتور به ترتیب در بازه‌های، فوق ذکر برروی پایداری رآکتور بررسی شد. شکل ۴ تغییرات نمای لیاپانوف نسبت به تغییرات آهنگ رآکتیویتهٔ رمپ را نشان می‌دهد. در مدت زمان مذکور، رآکتور رفتار پایداری را نشان می‌دهد. منحنی‌های آبی رنگ در شکل ۲ و ۳ به‌ترتیب بیانگر تغییرات نمای لیاپانوف نسبت به تغییرات ضریب دمایی رآکتیویته و وارون ظرفیت گرمایی رآکتور است، که به طور کامل در محدودهٔ منفی قرار گرفته‌اند. لذا رفتار رآکتور به ازای تغییرات کمیتی در بازه‌های مذکور پایدار می‌باشد و از این رو رآکتور همچنان در حالت بحرانی باقی می‌ماند.

۳.۴. رآکتیویتهٔ سینوسی با پسخورد دمایی

تأثیر کمیت‌های دینامیکی بر دمای قلب، توان و پایداری رآکتور در حضور اثرات دمایی و رآکتیویتهٔ سینوسی خارجی را مورد بررسی قرار دادیم. جدول ۳ اختلاف و نتایج محاسبات یک

جدول ۳. قلهٔ چگالی نوترون و بیشینهٔ تغییرات دمایی به ازای کمیت‌های تنظیمی مختلف با رآکتیویتهٔ رمپ و دمای پسخورد یک‌گروهی و شش‌گروهی.

رآکتیویته رمپ با پسخورد دمایی					
r	$T_{۱g}$	$T_{۶g}$	REP	$n_{۱\max}$	$n_{۶\max}$
۰٫۰۰۰۰۰۶۴۵	۷۹۴٫۴	۷۵۳٫۳	۵٫۴۶	۴٫۸	۱
۰٫۰۰۰۰۳۲۲۵	۹۷۰٫۶	۷۶۱٫۳	۲۷٫۴۹	۳۵٫۸	۱
۰٫۰۰۰۰۶۴۵۰	۱۲۰۴٫۲	۷۷۲٫۶	۵۵٫۸۶	۷۲٫۳	۱٫۴
۰٫۰۰۰۳۲۲۵۰	۳۰۰۷٫۵	۸۶۲٫۹	۲۴۸٫۵۳	۲۷۱٫۲	۱۰٫۵
۰٫۰۰۰۶۴۵۰۰	۵۲۶۵٫۰	۹۷۵٫۷	۴۳۹٫۸۴	۴۸۲٫۱	۲۱٫۹
k_c	$T_{۱g}$	$T_{۶g}$	REP	$n_{۱\max}$	$n_{۶\max}$
۰٫۰۰۱	۱۱۹۷٫۰	۷۷۲٫۶	۵۴٫۹۳	۵۵۳۸٫۴	۲۰۵٫۹
۰٫۰۰۵.	۱۲۰۰٫۸	۷۷۲٫۶	۵۵٫۴۲	۹۶۷٫۸	۲۹٫۶
۰٫۰۱۰	۱۲۰۲٫۱	۷۷۲٫۶	۵۵٫۵۹	۴۵۰٫۲	۱۲٫۳
۰٫۰۵۰	۱۲۰۴٫۲	۷۷۲٫۶	۵۵٫۹۵	۷۲٫۳	۱٫۴
۰٫۱۰۰	۱۲۰۴٫۴	۷۷۲٫۶	۵۵٫۹۵	۳۱٫۸	۱٫۰
α	$T_{۱g}$	$T_{۶g}$	REP	$n_{۱\max}$	$n_{۶\max}$
۰٫۰۰۰۰۱	۳۰۱۰٫۴	۳۰۱۴٫۵	۰٫۱۴	۴۵۰٫۲	۴۶۰٫۷
۰٫۰۰۰۰۵	۱۲۰۴٫۲	۱۲۰۲٫۵	۰٫۱۹	۷۲٫۳	۶۹٫۲
۰٫۰۰۰۱۰	۹۷۷٫۲	۹۷۶٫۲	۰٫۱۰	۳۱٫۸	۲۹٫۶
۰٫۰۰۰۵۰	۷۹۵٫۳	۷۹۵٫۲	۰٫۰۱	۴٫۱	۳٫۷
۰٫۰۰۱۰۰	۷۷۲٫۶	۷۷۲٫۶	۰٫۰۰	۱٫۵	۱٫۴



شکل ۴. نمای لیاپانوف نسبت به آهنگ رآکتیویتهٔ رمپ .

جدول، درصد اختلاف این دو مدل با افزایش دامنهٔ رآکتیویتهٔ سینوسی افزایش می‌یابد. مقدار اختلاف در قلهٔ توان رآکتور نیز گویای این مطلب است. بنابراین تقریب یک گروهی نتایج قابل استنادی را نتیجه نمی‌دهد. اما درصد اختلاف نسبی نتایج دو گروه ناشی از تغییر وارون ظرفیت گرمایی، ضریب دمایی رآکتیویته و دورهٔ رآکتیویتهٔ خارجی مقدار قابل توجهی نیست، و نتایج مدل یک‌گروهی و شش‌گروهی تقریباً یکسان می‌باشد.

همچنین اثر هر یک از کمیت‌های مذکور برروی پایداری دستگاه را بررسی نمودیم، و نتایج در شکل‌های ۲ تا ۶ نشان داده شده است. محدودهٔ پایداری رآکتور به ازای کمیت‌های تنظیمی به کمک روش نمای لیاپانوف عبارتند از:

- در محدودهٔ $۰٫۰۰۰۰۱ \le \alpha \le ۰٫۰۰۱$ ، دستگاه، به ازای $\alpha > ۰٫۰۰۰۲۸۲۷$ دستگاه پایدار است (منحنی سبز رنگ شکل ۲).

جدول ۴. قلهٔ چگالی نوترون و بیشینهٔ تغییرات دمایی به ازای کمیت‌های تنظیم مختلف با رآکتیویتهٔ سینوسی و دمای پسخورد یک‌گروهی و شش‌گروهی.

رآکتیویته سینوسی با پسخورد دمایی					
a	T_{1g}	T_{6g}	REP	$n_{1\max}$	$n_{6\max}$
۰/۵	۷۸۸/۲	۷۵۵/۳	۴/۳۵	۷/۶	۲/۶
۱/۰	۹۲۴/۳	۷۶۰/۱	۲۱/۶۰	۱۵۲/۷	۸/۸
۱/۲	۹۸۲/۶	۷۶۲/۱	۲۸/۹۳	۲۳۶/۴	۱۱/۹
۱/۵	۱۰۴۸/۳	۷۶۴/۶	۳۷/۱۰	۳۳۸/۵	۱۶/۶
۲/۰	۱۱۳۸/۱	۷۶۸/۵	۴۸/۰۹	۵۴۵/۶	۲۴/۳
k_c	T_{1g}	T_{6g}	REP	$n_{1\max}$	$n_{6\max}$
۰/۰۰۱	۷۶۰/۲	۷۹۵/۴	۴/۴۲	۱۴۳/۰	۶۸۹/۸
۰/۰۰۵	۷۷۱/۸	۷۹۸/۲	۳/۳۱	۳۵/۲	۱۳۶/۳
۰/۰۱۰	۷۷۶/۶	۷۹۸/۹	۲/۷۹	۱۸/۵	۶۴/۲
۰/۰۵۰	۷۸۸/۲	۸۱۰/۲	۲/۷۱	۷/۶	۲۹/۵
۰/۱۰۰	۷۹۵/۷	۸۱۸/۵	۲/۷۸	۶/۳	۱۸/۲
α	T_{1g}	T_{6g}	REP	$n_{1\max}$	$n_{6\max}$
۰/۰۰۰۰۱	۸۸۳/۳	۹۹۴.۸	۱۱/۲۱	۱۸/۵	۶۴/۲
۰/۰۰۰۰۵	۷۸۸/۲	۸۱۰.۲	۲/۷۱	۷/۶	۲۹/۵
۰/۰۰۰۱۰	۷۷۲/۸	۷۸۴.۳	۱/۴۷	۶/۳	۱۸/۲
۰/۰۰۰۵۰	۷۵۷/۷	۷۵۹.۱	۰/۱۷	۳/۰	۴/۸
۰/۰۰۱۰۰	۷۵۴/۹	۷۵۵.۳	۰/۰۵	۲/۰	۲/۶
τ	T_{1g}	T_{6g}	REP	$n_{1\max}$	$n_{6\max}$
۰/۱	۷۷۹/۸	۷۷۹/۵	۰/۰۴	۳/۷	۳/۹
۱/۰	۷۸۱/۸	۷۸۲/۱	۰/۰۴	۴/۲	۴/۸
۱۰/۰	۷۸۲/۷	۷۸۸/۷	۰/۷۶	۴/۵	۷/۵
۵۰/۰	۷۸۸/۲	۸۱۰/۲	۲/۷۱	۷/۶	۲۹/۵
۱۰۰/۰	۸۱۰/۴	۸۴۱/۲	۳/۶۶	۱۸/۱	۴۰/۲

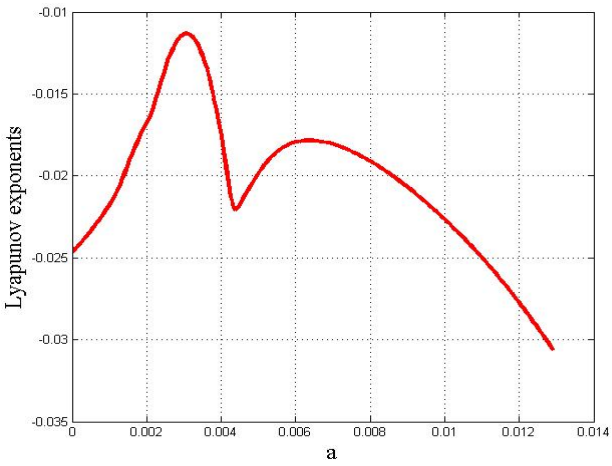
– در محدودهٔ $۰/۰۰۱ \le k_c \le ۰/۱$ دستگاه، به ازای $k_c > ۰/۰۱۵$ پایدار است (منحنی قرمز رنگ شکل ۳).

– در محدودهٔ $۰ \le a \le ۲\beta$، دستگاه به ازای تمام مقادیر دامنهٔ رآکتیویتهٔ سینوسی پایدار است (شکل ۵).

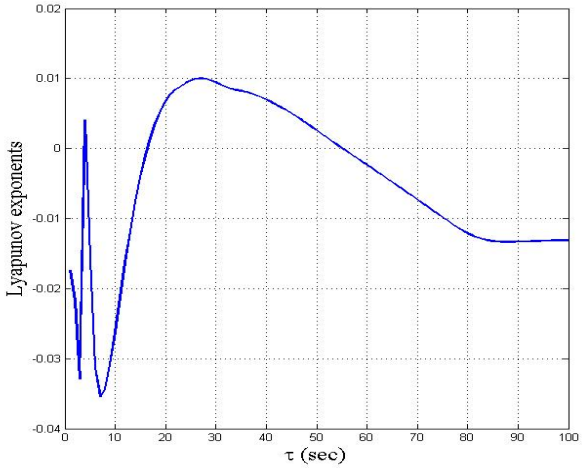
– در محدودهٔ $۱ \le \tau \le ۱۰۰$، دستگاه در بازهٔ $[۱, ۳/۸۹) \cup (۴/۲۱, ۱۶/۳۷) \cup (۵۵/۱۳, ۱۰۰]$ پایدار می‌باشد (شکل ۶).

۵. نتیجه‌گیری

در این کار ضمن بررسی عوامل مؤثر بر دمای قلب رآکتور و محاسبهٔ خطای نسبی در دو رژیم یک‌گروهی و شش‌گروهی به کمک روش عددی رانگ کوتا، تأثیر ضریب دمایی رآکتیویته α، ظرفیت گرمایی وارون رآکتور k_c، دورهٔ رآکتیویتهٔ سینوسی τ، بر پایداری رآکتور به کمک روش نمای لیاپانوف بررسی شده است. واضح است که تقریب یک‌گروهی در



شکل ۵. نمای لیاپانوف نسبت به دامنهٔ رآکتیویتهٔ سینوسی.



شکل ۶. نمای لیاپانوف نسبت به دورهٔ رآکتیویتهٔ سینوسی.

تحلیل دمای قلب و توان رآکتور، به جز در مواردی، کارآمد نیست. نتایج محاسباتمان نشان می‌دهد که با افزایش α و k_c، دمای قلب رآکتور در هر دو رژیم کاهش می‌یابد و با افزایش سایر کمیت‌ها از قبیل، دورهٔ رآکتیویتهٔ سینوسی τ،... و دمای قلب رآکتور افزایش می‌یابد. تغییر عوامل دینامیکی، علاوه بر تغییر دما و توان قلب رآکتور بر وضعیت پایداری رآکتور نیز تأثیرگذار است. روش نمای لیاپانوف برای مشخص کردن محدودهٔ پایداری در دستگاه‌های خطی و غیرخطی ، ابزار قدرتمندی است. در اینجا محدودهٔ پایداری به ازای کمیت‌های مختلف بررسی شده است و نتایج کیفی با نتایج کمی هم‌خوانی خوبی با هم دارند [۴].

مراجع

1. A A Nahla, *Nuclear Engineering and Design* **240** (2010) 1622.
2. S Tashakor, G Jahanfarnia, and M Hashemi-Tilehnoee, *Annals of Nuclear Energy* **37** (2010) 265.
3. A A Nahla, *Annals of Nuclear Energy* **38** (2011) 2810.
4. A A Nahla, *Nuclear Engineering and Design* **241** (2011) 1592.
5. S Yamoah, E H K Akaho, and B J B Nyarko, *Annals of Nuclear Energy* **54** (2013) 104.
6. M R Eskandari and M Shayesteh, *Iranian Journal Physics Research* **1** (1996) 29.
7. A Shirani, H Shamoradi, and I Shahabi, *Iranian Journal Physics Research* **10** (2010) 55.
8. T Sathiyasheela, *Annals of Nuclear Energy* **36** (2009) 246.
9. D L Hetrick, "*Dynamics of Nuclear Reactor*", American Nuclear Society, Jbc, Illinois, USA (1993).
10. J R Lamarsh, "*Introduction to Nuclear Reactor Theory*", Addison Wesley (1966).
11. D G Cacuci, "*Handbook of Nuclear Engineering*", Springer (2010).
12. A Shirani, L Ranjbar, and I Shahabi, *Iranian Journal of Physics Research* **10** (2010) 273.
13. A E Aboanber and Y M Hamada, *Annals of Nuclear Energy* **30** (2003) 1111.
14. J C Allerd and D S Carter, *Nucl. Sci. Eng.* **3** (1958) 482.
15. L R Blue and M Hoffman, "*Generalized program for the numerical solution of space independent reactor kinetics equations*", NAA - SR -Memo - 9197, North American Aviation (1963).
16. J Sanchez, *Nuclear Science and Engineering* **103** (1989) 10394.
17. J A W Da No´ rbrega, *Nuclear Science and Engineering* **46** (1971) 366.
18. A E Aboanber, *Progress in Nuclear Energy*, **44** (2004) 347.
19. J P Hennart, *Nucl. Sci. Eng.* **64** (1977) 875.
20. D Suescún Díaz, J F Flórez Ospina, and J A Rodríguez Sarasty, *Annals of Nuclear Energy* **42** (2012) 47.
21. F B Zhang, "*Operating Physics of Nuclear Reactor*". Atomic Energy Press, Beijing (2000).
22. G Samuel, and S Alexander, " *Nuclear Reactor Engineering*", Chapman & Hall, Inc. (1994).
23. W Z Chen, B Kuang, L F Guo, Z Y Chen, and B Zhu, *Nuclear Engineering and Design* **236** (2006) 1326.

24. A A Nahla, *Progress in Nuclear Energy* **51** (2009) 124.
25. S D Hamieh, and M Saidinezhad, *Annals of Nuclear Energy* **42** (2012) 148.
26. R Della, E Alhassan, N A Adoo, C Y Bansah, B J B Nyarko, and E H K Akaho, *Energy Conversion and Management* **74** (2013) 587.
27. D E Seborg, T F Edgar, and D A Mellichamp, "*Process Dynamics and Control*", John Wiley and Sons, Inc. (2004).
28. W K Ergen, H J Lipkin, and J A Nohel, *Journal of Mathematics and Physics* **36** (1957) 36.
29. E Jean-Jacques Slotine, and Weiping Li, "*Applied Nonlinear Control*", Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey (1991).
30. S T Strogatz, "*Nonlinear Dynamics and Chaos*", Perseus Books Publishing (1994).
31. J J Duderstadt and L J Hamilton, "*Nuclear Reactor Analysis*", John Wiley & Sons (1976).
32. E Ott, "*Chaos in Dynamical System*", Cambridge University Press, Canada (1993).
33. B J West, A L Goldberger, G Rouner, and V Bhargava, *Physica* D **17** (1985) 198.
34. A Wolf, J B Swift, H L Swinney, and J A Vastano, *Physica* D **16** (1985) 285.
35. J R Dorfman, "*An Introduction to Chaos in Nonequilibrium Statistical Mechanics*", Cambridge University Press, Cambridge (1999).
36. H Shibata, *Physica A* **292** (2001) 175.
37. H Shibata, *Physica A* **284** (2000) 124.
38. H Shibata, *Physica A* **285** (2000) 325.