

## بررسی تأثیر عوامل دینامیکی بر روی دمای قلب راکتور

رسول خدابخش<sup>۱</sup>، سهراب بهنیا<sup>۲</sup>، مسعود صیدی<sup>۱</sup>

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، ارومیه

۲. گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه

پست الکترونیکی: r.khodabakhsh@urmia.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۷/۱۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۳/۶/۲)

### چکیده

تنظیم تغییرات دمای قلب راکتور به لحاظ افزایش بهره‌وری راکتور، کاهش استهلاك دستگاه و جلوگیری از حوادث احتمالی مانند افزایش فشار و ذوب شدن میله‌های سوخت حایز اهمیت می‌باشد. روش‌های متعددی برای حل و تحلیل پایداری معادلات ستیک نقطه‌ای وجود دارد، که در اکثر آنها تأثیر عوامل مختلف بر دمای قلب راکتور در نظر گرفته نشده است. در این کار علاوه بر بررسی تأثیر کمیت‌های دینامیکی مختلف روی دمای قلب راکتور، پایداری این دستگاه در حضور راکتیویته پسخورد دمایی و راکتیویته‌های خارجی پله‌ای، رمپ و سینوسی با شش گروه نوترون تأخیری، به کمک روش نمای لیپانوف نیز مطالعه شده است. نتایج حاصل با نتایج کارهای دیگران هم‌خوانی خوبی دارد.

واژه‌های کلیدی: نمای لیپانوف، پسخورد دمایی، ستیک نقطه‌ای نوترون، نوترون‌های تأخیری

### ۱. مقدمه

به راکتیویته خالص دستگاه می‌باشد که این کمیت خود نیز مستقیماً با تنظیم و تغییر دمای قلب راکتور مرتبط است [۵-۷]. طبیعت راکتیویته ورودی می‌تواند بصورت هر تابعی از راکتیویته خارجی باشد که ناشی از حرکت میله‌های تنظیم است [۳، ۸ و ۹]. بنابراین دمای قلب راکتور در حضور اثرات پسخورد دمایی تابعی از چگالی نوترون و راکتیویته خالص دستگاه می‌باشد، که تنظیم تغییرات آن در بهره‌وری، کاهش هزینه ناشی از استهلاك دمایی و جلوگیری از خطرات احتمالی مانند ذوب شدن میله‌های سوخت بسیار حایز اهمیت می‌باشد [۹-۱۲].

معادلات ستیک نقطه‌ای نوترون<sup>۱</sup> (NPK) با چند گروه نوترون تأخیری در حضور دمای پسخورد یک مجموعه از معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی و سفت شده<sup>۲</sup> می‌باشند که با هم جفت شده‌اند. این دستگاه معادلات، چگالی نوترون و غلظت والد‌های نوترون تأخیری را در طول زمان برآورد می‌کند. یکی از مهمترین کمیت‌هایی که مستقیماً به چگالی نوترون وابسته است، دمای قلب راکتور است [۱-۴]. چگالی نوترون، وابسته

۱. Neutron point kinetics

۲. Stiff

با رآکتیویته‌های خارجی پله‌ای، رمپ و سینوسی برای مدل بی‌درو پسخورد دمایی بهره گرفته شده است. همچنین به کمک حل عددی با روش رانگ کوتای مرتبه چهارم و پنجم تأثیر عوامل مختلف روی دمای قلب رآکتور با در نظر گرفتن نوترون‌های تأخیری شش گروهی و یک گروهی بررسی و با هم مقایسه شده است.

## ۲. معادلات سیستم نقطه‌ای رآکتور با پسخورد دمایی

معادلات مستقل از مکان حاکم بر دینامیک رآکتور با در نظر گرفتن شش گروه نوترون تأخیری و رآکتیویته پسخورد دمایی عبارتند از [۳، ۸ و ۳۱]:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \left( \frac{\rho(t, n(t)) - \beta}{l} \right) n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i(t),$$

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \left( \frac{\beta_i}{l} \right) n(t) - \lambda_i c_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, 6, \quad (1)$$

که در آن  $n(t)$ ، چگالی نوترون (توان رآکتور)،  $c_i(t)$ ، غلظت  $i$ امین گروه والدهای نوترون تأخیری،  $\lambda_i$ ، ثابت واپاشی  $i$ امین گروه نوترون‌های تأخیری،  $\beta_i$ ، کسر  $i$ امین گروه نوترون‌های تأخیری،  $\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$ ، کسر کل نوترون‌های تأخیری،  $l$  زمان نسل نوترون‌های آنی و  $\rho(t, n(t))$ ، رآکتیویته خالص دستگاه می‌باشد. در واقع رآکتیویته خالص دستگاه را می‌توان به صورت مجموع رآکتیویته پسخورد ( $\rho_f$ ) و رآکتیویته خارجی اعمال شده به دستگاه ( $\rho_{ext}$ ) نوشت [۸]، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho = \rho_{ext} + \rho_f. \quad (2)$$

با فرض این که دمای سراسر قلب رآکتور یکنواخت و در زمان  $t$ ،  $T(t)$  باشد، در این صورت رآکتیویته پسخورد دمایی را می‌توان به صورت تابعی از دما نوشت:

$$\rho_f = \alpha_T [T(t) - T_0], \quad \alpha_T = -\alpha. \quad (3)$$

در رابطه (۳)،  $\alpha_T$  ضریب دمایی هم‌دمای رآکتیویته و  $T_0$  دمای اولیه قلب رآکتور است. در اینجا وضعیتی بررسی شده است که در آن اتلاف گرمایی ناچیز باشد، از این‌رو مدل بی‌دررو بهترین گزینه می‌باشد. در این مدل تغییرات دمایی قلب رآکتور با گذر زمان از قاعده زیر پیروی می‌کند [۳ و ۳۱]:

تا به حال برای حل و تحلیل پایداری این دستگاه، روش‌های حل عددی و تحلیلی و تجزیه و تحلیل پایداری با منظور نمودن اثرات پسخورد دمایی محاسبات قابل توجهی انجام شده است. به عنوان نمونه، از بین روش‌های حل عددی موجود می‌توان به روش سری توانی<sup>۱</sup> (PWS) [۱۳]، روش سری تیلور<sup>۲</sup> (TSM) [۴]، روش رانگ کوتا با مرتبه‌های مختلف (RK) [۱۴-۱۶]، روش تقریب پد (Pade) [۱۷ و ۱۸]، روش چند جمله‌ای تکه‌ای<sup>۳</sup> (PCM) [۱۹] و روش Hamming [۲۰] اشاره کرد. با توجه به طبیعت غیرخطی معادلات نقطه‌ای با در نظر گرفتن اثرات پسخورد دمایی، حل تحلیلی این معادلات جز در حالت یک گروهی و در شرایط خاص فعلاً مقدور نیست. بنابراین می‌توان به بعضی از حل‌های تحلیلی برای فرایندهای فوق بحرانی آنی با استفاده از مدل Nordheim-Fuchs [۲۱-۲۳] و بسط چگالی نوترون و رآکتیویته در توان‌هایی از زمان نسل نوترون‌های آنی [۲۴ و ۲۵] اشاره کرد. روش‌های تحلیل پایداری را می‌توان به روش‌های تحلیل پایداری خطی و غیرخطی تقسیم بندی کرد. از روش‌های خطی می‌توان به روش روث هورویتز<sup>۴</sup> [۲۶]، روش نایکویست [۲۷] و روش دیاگرام بود<sup>۵</sup> [۹] اشاره کرد. از روش‌های غیرخطی می‌توان به روش مستقیم لیاپانوف [۹، ۲۸ و ۲۹] اشاره کرد. البته با توجه به طبیعت غیر خطی رآکتور روش مستقیم لیاپانوف کاربرد بیشتری دارد. ایراد اصلی این روش مربوط به ساخت تابع لیاپانوف می‌شود که هیچ روش دستگاه‌تکی برای ساخت تابع موجود نیست [۹ و ۳۰]. یک رهیافت مؤثر و کاربردی برای تحلیل پایداری دستگاه، استفاده از نمای لیاپانوف می‌باشد. در همه این روش‌ها، تأثیر عوامل مختلف بر روی دستگاه با رآکتیویته خارجی ثابت و اثرات پسخورد دمایی بررسی شده است و بررسی با رآکتیویته خارجی با اثرات پسخورد دمایی انجام نگرفته است. بنابراین در این مطالعه از روش نمای لیاپانوف در جهت تحلیل پایداری دستگاه رآکتور

۱. Power series solution

۲. Taylor series methods

۳. Piecewise polynomial approach

۴. Routh Hurwitz

۵. Bode

جدول ۱. انواع رآکتیویته‌های خارجی با در نظر گرفتن پسخورد دمایی.

| نوع رآکتیویته                          | شکل ریاضی رآکتیویته                                                     |
|----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| رآکتیویته خارجی پله‌ای با پسخورد دمایی | $\rho(t) = \rho_0 - \alpha [T(t) - T_0]$                                |
| رآکتیویته خارجی رمپ با پسخورد دمایی    | $\rho(t) = rt - \alpha [T(t) - T_0]$                                    |
| رآکتیویته خارجی سینوسی با پسخورد دمایی | $\rho(t) = a \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) - \alpha [T(t) - T_0]$ |

خودشان است و گذر زمان تأثیری بر مسیرها ندارد. بنابراین مسیرها روی یک جاذب پایدار قرار می‌گیرند. در نهایت نمای لیپانوف مثبت حاکی از ناپایداری و آشوبناک بودن دستگاه می‌باشد. در یک دستگاه  $m$  بعدی با  $m$  نمای لیپانوف، تنها یک نمای لیپانوف مثبت کافی است که دستگاه را ناپایدار، یا به عبارت دیگر آشوبناک سازد [۳۰، ۳۴ و ۳۵]. نمای لیپانوف را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد. دو نقطه از نزدیکترین مسیرهای همسایه را در فضای فاز در زمانهای  $t_1 = 0$  و  $t_2 = t$  در نظر بگیرید که فاصله نقاط در  $t$  امین جهت به ترتیب  $\|\delta x_i(t)\|$  و  $\|\delta x_i(0)\|$  است. نمای لیپانوف  $(\Lambda_i)$  به صورت متوسط آهنگ رشد از فاصله اولیه تعریف می‌شود [۳۲].

$$\frac{\|\delta x_i(t)\|}{\|\delta x_i(0)\|} = \exp(\Lambda_i t), \quad (t \rightarrow \infty) \quad (5)$$

یا

$$\Lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log_2 \frac{\|\delta x_i(t)\|}{\|\delta x_i(0)\|}, \quad (6)$$

به عبارت دیگر اگر حالت‌های اولیه نزدیک به هم باشند، حالت‌های نهایی بسیار متفاوت خواهند بود. گاهی مواقع این پدیده، وابستگی به شرایط اولیه، نامیده می‌شود. عمده‌تاً نمای لیپانوف را می‌توان براساس یکی از دو ایده زیر بررسی کرد:

(الف) براساس تحول زمانی نقاط همسایه در فضای حالت،

(ب) براساس تخمین ماتریس ژاکوبی موضعی [۳۶-۳۸].

روش اول به الگوریتم ولف [۳۴] معروف است و یک تخمینی از بزرگترین نمای لیپانوف را ارائه می‌دهد. روش دوم قادر به تخمین همه نماهای لیپانوف است. به کمک یکی از این ایده‌ها، به ازای یک کمیت تنظیمی دلخواه می‌توان نمای لیپانوف را محاسبه کرد. از این رو با تغییر جزیی در مقدار

$$\frac{dT(t)}{dt} = K_c n(t). \quad (4)$$

در معادله (۴)،  $K_c$  وارون ظرفیت گرمایی رآکتور است. از معادلات (۴) و (۵) واضح است که رآکتیویته خالص دستگاه تابعی از زمان و چگالی نوترون است و دستگاه معادلات توصیف کننده رفتار گذار رآکتور، یک دستگاه غیر خطی می‌باشد. علی‌رغم وابستگی شکل رآکتیویته خارجی به حرکت میله‌های تنظیم [۳، ۸ و ۹]، شکل رآکتیویته خارجی در معادله (۲) می‌تواند به صورت‌های مرسوم پله‌ای، رمپ و سینوسی باشد. بیشتر محاسبات عددی و تحلیلی در حضور رآکتیویته پسخورد دمایی با رآکتیویته خارجی پله‌ای انجام شده است. در این کار علاوه بر رآکتیویته خارجی پله‌ای، رآکتیویته رمپ و سینوسی نیز بررسی شده است. شکل کلی رآکتیویته‌های مذکور با در نظر گرفتن پسخورد دمایی در جدول ۱ آورده شده است. در جدول ۱ کمیت‌های  $\rho_0$ ،  $r$ ،  $a$  و  $\tau$  به ترتیب عبارتند از: رآکتیویته پله‌ای خارجی، آهنگ رآکتیویته رمپ، دامنه رآکتیویته خارجی سینوسی و نیم‌دوره رآکتیویته خارج سینوسی [۱، ۳ و ۴].

### ۳. روش نمای لیپانوف

یکی از سودمندترین ابزارها برای تحلیل پایداری دستگاه‌های خطی و غیرخطی، نمای لیپانوف می‌باشد. نمای لیپانوف حساسیت دستگاه به شرایط اولیه را به صورت کمی بیان می‌کند، و مقیاسی از میزان تناوبی بودن دستگاه را ارائه می‌دهد [۳۲ و ۳۳]. به طوری که نمای لیپانوف منفی به معنای نزدیک شدن مسیرها در فضای فاز به نقطه ثابت است و نمای لیپانوف صفر دلالت بر ثابت باقی ماندن مسیرها در موقعیت نسبی

و شرایط اولیه برای حالت یک گروهی به صورت رابطه زیر است:

$$n_0 = 1, \quad c_0 = \left( \frac{\beta n_0}{l \lambda} \right). \quad (9)$$

با توجه به داده ها و شرایط اولیه مذکور هر نوع راکتیویته به طور مجزا در یک زیربخش بحث خواهد شد. توجه شود که در تمام جداولی که در ادامه خواهد آمد، کمیت

$$\text{REP} = \left| \frac{T_{fg} - T_g}{T_{fg}} \right| \times 100, \quad \text{درصد خطای نسبی از بیشینه دمای}$$

قلب راکتور نسبت به حالت شش گروهی است.  $T_g \rightarrow 0$  و  $T_{fg}$  به ترتیب بیشینه دمای قلب راکتور با یک گروه و شش گروه نوترون تأخیری و  $n_{\max}$  و  $n_{\max}$ ، به ترتیب قله توان راکتور در حالت یک گروهی و شش گروهی است.

#### ۱.۴. راکتیویته پله‌ای با پس‌خورد دمایی

در این مطالعه بیشینه دمای قلب راکتور با کمیت‌های مذکور برای یک و شش گروه نوترون تأخیری و همچنین درصد خطای نسبی از حالت شش گروهی به ازای کمیت‌های تنظیمی مختلف بررسی شده است. با توجه به جدول ۱ دمای قلب راکتور با افزایش راکتیویته پله‌ای افزایش پیدا می‌کند. این افزایش دما می‌تواند ناشی از افزایش چگالی نوترون باشد بطوری که قله چگالی نوترون در دو رژیم یک گروهی و شش گروهی در جدول ۱ بیانگر این مطلب است. در این بررسی، محاسبات با روش رانگ کوتا انجام شده است و نتایج حاصله توافق بسیار خوبی با نتایج حاصل از روش‌های TSM, GAEM و NAM دارد [۴]. با افزایش کمیت‌های ضریب دمایی راکتیویته و وارون ظرفیت گرمایی راکتور، چگالی نوترون در دورژیم کاهش یافته، از این رو دمای قلب راکتور نیز روندی نزولی دارد. مطابق جدول ۱ درصد خطای نسبی در دو رژیم بسیار ناچیز است، از این رو تحلیل دمایی قلب راکتور با تقریب یک گروهی و شش گروهی برای راکتیویته پله‌ای با پس‌خورد دمایی نتایج یکسانی را نشان می‌دهد. تغییر در هر یک از کمیت‌های دینامیکی راکتور باعث تغییر در دمای قلب و توان

کمیت تنظیم، نمای لیپانوف جدید مجدداً محاسبه می‌شود. با ادامه این روش می‌توان طیف نمای لیپانوف مربوط به دستگاه معادلات نقطه‌ای راکتور نسبت به تغییرات کمیت تنظیمی را رسم کرد. لذا می‌توان به کمک این روش وضعیت پایداری دستگاه را در یک محدوده دلخواه از تغییرات کمیت تنظیمی تحلیل کرد.

#### ۴. نتایج و بحث

روش عددی به کار رفته در این تحقیق برای حل معادلات ستیک نقطه‌ای، با شش و یک گروه نوترون تأخیری، روش رانگ کوتای مرتبه چهارم و پنجم می‌باشد و تحلیل پایداری دستگاه به کمک روش نمای لیپانوف انجام شده است. مقادیر کمیت‌های هسته‌ای مربوطه برای هر سه نوع راکتیویته با شش گروه نوترون تأخیری در یک راکتور با سوخت  $^{235}\text{U}$  عبارت‌اند از [۳ و ۴]:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 0.00021, \quad \beta_2 = 0.00141, \quad \beta_3 = 0.00127, \quad \beta_4 = 0.00255, \\ \beta_5 &= 0.000027, \quad \beta_6 = 0.00645, \quad \beta_7 = 0.000074, \\ \lambda_1 &= 0.0305(s^{-1}), \quad \lambda_2 = 0.0124(s^{-1}), \quad l = 0.00005(s), \\ \lambda_3 &= 1.13(s^{-1}), \quad \lambda_4 = 0.111(s^{-1}), \quad \lambda_5 = 0.301(s^{-1}), \\ k_c &= 0.05\left(\frac{K}{\text{MWs}}\right) \quad \text{و} \quad \alpha = 0.00005(K^{-1}), \quad \lambda_6 = 3.7(s^{-1}), \end{aligned}$$

و داده‌های هسته‌ای برای راکتور مذکور با یک گروه نوترون تأخیری عبارت‌اند از:

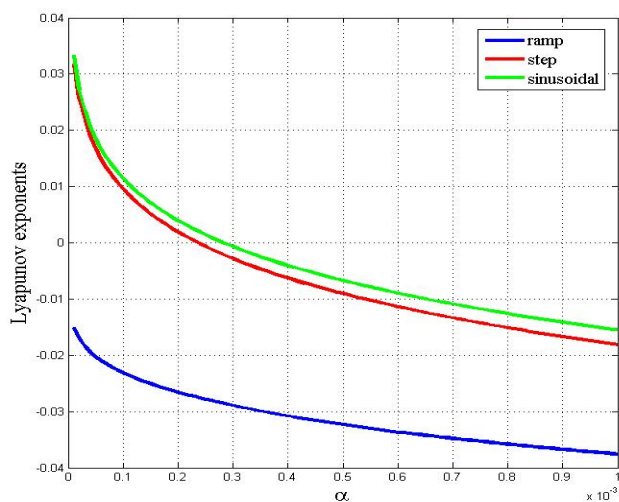
$$\begin{aligned} l &= 0.00005(s), \quad k_c = 0.05\left(\frac{K}{\text{MWs}}\right), \quad \alpha = 0.00005(K^{-1}), \\ \lambda &= 0.07735(s^{-1}), \quad \beta = 0.00645. \end{aligned}$$

در مقادیر پارمترهای یک گروهی مقدار  $\lambda$  از رابطه زیر محاسبه شده است [۹]:

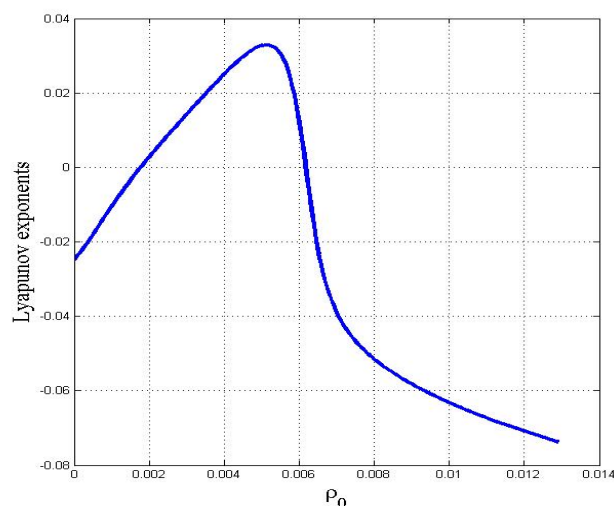
$$\lambda = \sum_{i=1}^m \beta_i \left( \sum_{i=1}^m \left( \frac{\beta_i}{\lambda_i} \right) \right)^{-1}. \quad (7)$$

همه نتایج محاسباتمان، برای حالت شش گروهی با شرط تعادلی زیر آغاز می‌شود [۴ و ۳۳]:

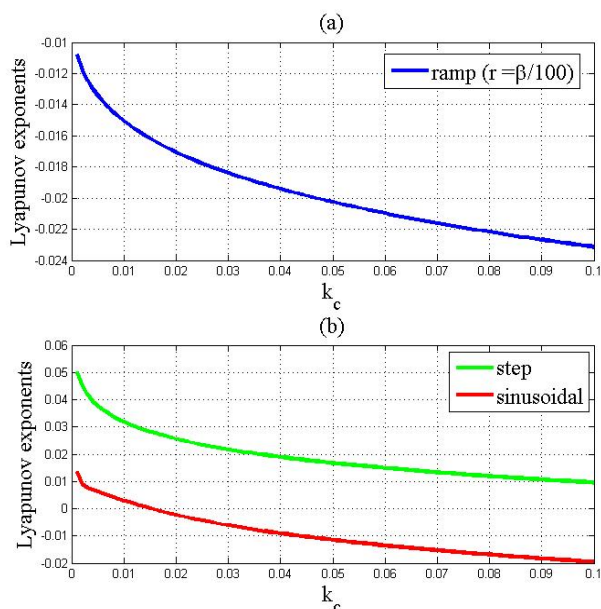
$$n_0 = 1, \quad c_{i0} = \left( \frac{\beta_i n_0}{l \lambda_i} \right), \quad (8)$$



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمای لیپانوف نسبت به ضریب دمایی راکتیویتی.



شکل ۱. نمای لیپانوف نسبت به راکتیویتی پله‌ای.



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمای لیپانوف نسبت به وارون ظرفیت گرمایی راکتور.

رژیم شش گروهی و یک گروهی و پایداری راکتور بررسی شده است. برای آهنگ راکتیویتی رمپ در بازه  $[0.001\beta, 0.01\beta]$  و وارون ظرفیت گرمایی راکتور در بازه  $[0.001, 0.01]$ ، جدول ۲ نشان می‌دهد که با افزایش آهنگ راکتیویتی رمپ و وارون ظرفیت گرمایی راکتور اختلاف بین نتایج یک گروهی و شش گروهی زیاد می‌شود. بنابراین در این بازه‌ها، اختلاف بین نتایج یک

راکتور می‌شود، بنابراین بررسی پایداری راکتور در جهت ایمنی و تنظیم دستگاه حائز اهمیت است. به کمک روش نمای لیپانوف، محدوده پایداری راکتور به ازای کمیت‌های تنظیمی مختلف بررسی شده است. شکل ۱ بیانگر نمای لیپانوف نسبت به راکتیویتی پله‌ای می‌باشد. در مدت زمان ۳۵۰ ثانیه از راه اندازی راکتور با تغییر راکتیویتی پله‌ای ورودی در بازه  $[0.002, 0.004]$  به قلب راکتور، در محدوده  $0.0061725 < \rho_0 < 0.00617718$ ، دستگاه رفتار ناپایداری دارد. به عبارت دیگر، مسیرهای فضای فاز به طور نمایی از هم دور می‌شوند. با توجه به شکل ۲ منحنی قرمز رنگ، نمای لیپانوف نسبت به تغییر در ضریب دمایی راکتیویتی در بازه  $[0.00001, 0.0001]$  روندی نزولی دارد که با نتایج حاصل از جدول ۱ در توافق است. در این شرایط راکتور به ازای  $\alpha > 0.00023568$  پایدار خواهد ماند. همچنین وارون ظرفیت گرمایی راکتور در بازه  $[0.001, 0.01]$  بررسی شده است. از منحنی سبز رنگ شکل ۳، پیداست که دستگاه در محدوده مذکور رفتار ناپایداری دارد و تغییرات نمای لیپانوف نسبت به وارون ظرفیت گرمایی راکتور شیب نزولی نشان می‌دهد، در نتیجه افزایش  $k_c$  از شدت ناپایداری می‌کاهد.

#### ۲.۴. راکتیویتی رمپ با پسخورد دمایی

در اینجا تأثیر راکتیویتی رمپ بر دمای قلب راکتور در هر دو

جدول ۲. قله چگالی نوترون و بیشینه تغییرات دمایی به ازای کمیت‌های تنظیمی مختلف، با راکتیویته پله‌ای و دمای پس‌خورد یک‌گروهی و شش‌گروهی.

| راکتیویته پله‌ای با پس‌خورد دمایی |          |                     |       |             |                       |
|-----------------------------------|----------|---------------------|-------|-------------|-----------------------|
| $\rho_c$                          | $T_{lg}$ | $T_{\varepsilon g}$ | REP   | $n_{1\max}$ | $n_{\varepsilon\max}$ |
| ۰/۵                               | ۸۸۰/۲    | ۸۷۹/۷               | ۰/۰۵۷ | ۲۷/۷        | ۴۵/۷                  |
| ۱/۰                               | ۱۰۰۸/۶   | ۱۰۰۸/۴              | ۰/۰۲۰ | ۲۰۷/۹       | ۸۰۷/۸                 |
| ۱/۲                               | ۱۰۶۰/۱   | ۱۰۶۰/۰              | ۰/۰۰۹ | ۶۹۵۵/۱      | ۸۰۲۰/۸                |
| ۱/۵                               | ۱۱۳۷/۴   | ۱۱۳۷/۳              | ۰/۰۰۹ | ۴۱۸۶۶/۳     | ۴۳۰۲۰/۸               |
| ۲                                 | ۱۲۶۶/۳   | ۱۲۶۶/۲              | ۰/۰۰۸ | ۱۶۵۲۱۱/۴    | ۱۶۷۷۳۹/۴              |
| $k_c$                             | $T_{lg}$ | $T_{\varepsilon g}$ | REP   | $n_{1\max}$ | $n_{\varepsilon\max}$ |
| ۰/۰۰۰۱                            | ۸۷۸/۷    | ۸۷۸/۳               | ۰/۰۴۵ | ۱۳۲۹/۳      | ۲۱۸۲/۰                |
| ۰/۰۰۰۵                            | ۸۷۹/۰    | ۸۷۸/۵               | ۰/۰۵۷ | ۲۶۶/۸       | ۴۳۸/۲                 |
| ۰/۰۰۱۰                            | ۸۷۹/۱    | ۸۷۸/۶               | ۰/۰۵۷ | ۱۳۴/۰       | ۲۲۰/۲                 |
| ۰/۰۰۵۰                            | ۸۸۰/۲    | ۸۷۹/۷               | ۰/۰۵۷ | ۲۷/۷        | ۴۵/۷                  |
| ۰/۰۱۰۰                            | ۸۸۱/۵    | ۸۸۱/۱               | ۰/۰۵۷ | ۱۴/۴        | ۲۳/۹                  |
| $\alpha$                          | $T_{lg}$ | $T_{\varepsilon g}$ | REP   | $n_{1\max}$ | $n_{\varepsilon\max}$ |
| ۰/۰۰۰۰۰۱                          | ۱۳۹۵/۷   | ۱۳۹۳/۲              | ۰/۱۷۹ | ۱۳۴/۰       | ۲۲۰/۲                 |
| ۰/۰۰۰۰۰۵                          | ۸۸۰/۲    | ۸۷۹/۷               | ۰/۰۵۷ | ۲۷/۷        | ۴۵/۷                  |
| ۰/۰۰۰۰۱۰                          | ۸۱۵/۷    | ۸۱۵/۵               | ۰/۰۲۴ | ۱۴/۴        | ۲۳/۹                  |
| ۰/۰۰۰۰۵۰                          | ۷۶۴/۱    | ۷۶۴/۰               | ۰/۰۱۳ | ۳/۸         | ۶/۳                   |
| ۰/۰۰۰۱۰۰                          | ۷۵۷/۶    | ۷۵۷/۵               | ۰/۰۱۳ | ۲/۶         | ۴/۱                   |

راکتیویته رمپ را نشان می‌دهد. در مدت زمان مذکور، راکتور رفتار پایداری را نشان می‌دهد. منحنی‌های آبی رنگ در شکل ۲ و ۳ به ترتیب بیانگر تغییرات نمای لیپانوف نسبت به تغییرات ضریب دمایی راکتیویته و وارون ظرفیت گرمایی راکتور است، که به طور کامل در محدوده منفی قرار گرفته‌اند. لذا رفتار راکتور به ازای تغییرات کمیتی در بازه‌های مذکور پایدار می‌باشد و از این رو راکتور همچنان در حالت بحرانی باقی می‌ماند.

### ۳.۴. راکتیویته سینوسی با پس‌خورد دمایی

تأثیر کمیت‌های دینامیکی بر دمای قلب، توان و پایداری راکتور در حضور اثرات دمایی و راکتیویته سینوسی خارجی را مورد بررسی قرار دادیم. جدول ۳ اختلاف و نتایج محاسبات یک

گروهی و شش‌گروهی قابل اغماض نیست و تقریب یک‌گروهی تقریب خوبی برای محاسبات چگالی نوترون و قدرت نیروگاه نخواهد بود. و اما برای ضریب دمایی راکتیویته در بازه  $[۰/۰۰۰۰۰۱, ۰/۰۰۰۱]$ ، نتایج محاسبات یک‌گروهی و شش‌گروهی یکسان بوده، و رابطه معکوسی با توان راکتور دارد، و دمای قلب در رژیم شش‌گروهی مستقل از تغییرات ضریب دمایی راکتیویته است. واضح است که هرگونه تغییر در کمیت‌های مذکور بر روی پایداری راکتور تأثیر گذار خواهد بود. به عنوان نمونه تأثیر آهنگ راکتیویته رمپ، وارون ظرفیت گرمایی راکتور و ضریب دمایی راکتیویته در مدت ۳۵۰ ثانیه از زمان راه‌اندازی راکتور به ترتیب در بازه‌های، فوق ذکر بر روی پایداری راکتور بررسی شد. شکل ۴ تغییرات نمای لیپانوف نسبت به تغییرات آهنگ

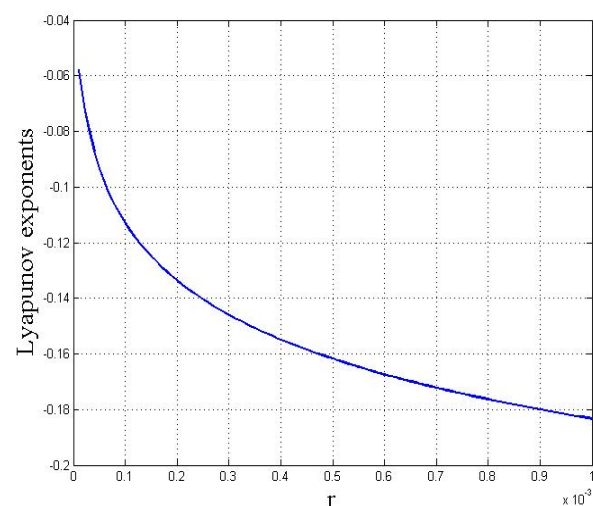
جدول ۳. قله چگالی نوترون و بیشینه تغییرات دمایی به ازای کمیت‌های تنظیمی مختلف با راکتیویته رمپ و دمای پس‌خورد یک‌گروهی و شش‌گروهی.

| راکتیویته رمپ با پس‌خورد دمایی |          |                     |        |             |                       |
|--------------------------------|----------|---------------------|--------|-------------|-----------------------|
| $r$                            | $T_{lg}$ | $T_{\varepsilon g}$ | REP    | $n_{1\max}$ | $n_{\varepsilon\max}$ |
| ۰٫۰۰۰۰۰۰۶۴۵                    | ۷۹۴٫۴    | ۷۵۳٫۳               | ۵٫۴۶   | ۴٫۸         | ۱                     |
| ۰٫۰۰۰۰۰۳۲۲۵                    | ۹۷۰٫۶    | ۷۶۱٫۳               | ۲۷٫۴۹  | ۳۵٫۸        | ۱                     |
| ۰٫۰۰۰۰۰۶۴۵۰                    | ۱۲۰۴٫۲   | ۷۷۲٫۶               | ۵۵٫۸۶  | ۷۲٫۳        | ۱٫۴                   |
| ۰٫۰۰۰۰۳۲۲۵۰                    | ۳۰۰۷٫۵   | ۸۶۲٫۹               | ۲۴۸٫۵۳ | ۲۷۱٫۲       | ۱۰٫۵                  |
| ۰٫۰۰۰۰۶۴۵۰۰                    | ۵۲۶۵٫۰   | ۹۷۵٫۷               | ۴۳۹٫۸۴ | ۴۸۲٫۱       | ۲۱٫۹                  |
| $k_c$                          | $T_{lg}$ | $T_{\varepsilon g}$ | REP    | $n_{1\max}$ | $n_{\varepsilon\max}$ |
| ۰٫۰۰۱                          | ۱۱۹۷٫۰   | ۷۷۲٫۶               | ۵۴٫۹۳  | ۵۵۳٫۸۴      | ۲۰۵٫۹                 |
| ۰٫۰۰۵                          | ۱۲۰۰٫۸   | ۷۷۲٫۶               | ۵۵٫۴۲  | ۹۶۷٫۸       | ۲۹٫۶                  |
| ۰٫۰۱۰                          | ۱۲۰۲٫۱   | ۷۷۲٫۶               | ۵۵٫۵۹  | ۴۵۰٫۲       | ۱۲٫۳                  |
| ۰٫۰۵۰                          | ۱۲۰۴٫۲   | ۷۷۲٫۶               | ۵۵٫۹۵  | ۷۲٫۳        | ۱٫۴                   |
| ۰٫۱۰۰                          | ۱۲۰۴٫۴   | ۷۷۲٫۶               | ۵۵٫۹۵  | ۳۱٫۸        | ۱٫۰                   |
| $\alpha$                       | $T_{lg}$ | $T_{\varepsilon g}$ | REP    | $n_{1\max}$ | $n_{\varepsilon\max}$ |
| ۰٫۰۰۰۰۱                        | ۳۰۱۰٫۴   | ۳۰۱۴٫۵              | ۰٫۱۴   | ۴۵۰٫۲       | ۴۶۰٫۷                 |
| ۰٫۰۰۰۰۵                        | ۱۲۰۴٫۲   | ۱۲۰۲٫۵              | ۰٫۱۹   | ۷۲٫۳        | ۶۹٫۲                  |
| ۰٫۰۰۰۱۰                        | ۹۷۷٫۲    | ۹۷۶٫۲               | ۰٫۱۰   | ۳۱٫۸        | ۲۹٫۶                  |
| ۰٫۰۰۰۵۰                        | ۷۹۵٫۳    | ۷۹۵٫۲               | ۰٫۰۱   | ۴٫۱         | ۳٫۷                   |
| ۰٫۰۰۱۰۰                        | ۷۷۲٫۶    | ۷۷۲٫۶               | ۰٫۰۰   | ۱٫۵         | ۱٫۴                   |

نیز گویای این مطلب است. بنابراین تقریب یک گروهی نتایج قابل استنادی را نتیجه نمی‌دهد. اما درصد اختلاف نسبی نتایج دو گروه ناشی از تغییر وارون ظرفیت گرمایی، ضریب دمایی راکتیویته و دوره راکتیویته خارجی مقدار قابل توجهی نیست، و نتایج مدل یک‌گروهی و شش‌گروهی تقریباً یکسان می‌باشد.

همچنین اثر هر یک از کمیت‌های مذکور بر روی پایداری دستگاه را بررسی نمودیم، و نتایج در شکل‌های ۲ تا ۶ نشان داده شده است. محدوده پایداری راکتور به ازای کمیت‌های تنظیمی به کمک روش نمای لیاپانوف عبارتند از:

- در محدوده  $0 \leq \alpha \leq 0.001$ ، دستگاه، به ازای  $\alpha > 0.0002827$  دستگاه پایدار است (منحنی سبز رنگ شکل ۲).



شکل ۴. نمای لیاپانوف نسبت به آهنگ راکتیویته رمپ.

جدول، درصد اختلاف این دو مدل با افزایش دامنه راکتیویته سینوسی افزایش می‌یابد. مقدار اختلاف در قله توان راکتور

**جدول ۴.** قله چگالی نوترون و بیشینه تغییرات دمایی به ازای کمیت‌های تنظیم مختلف با رآکتیویته سینوسی و دمای پسخورد یک‌گروهی و شش‌گروهی.

| رآکتیویته سینوسی با پسخورد دمایی |          |                     |       |            |                       |
|----------------------------------|----------|---------------------|-------|------------|-----------------------|
| $a$                              | $T_{lg}$ | $T_{\varepsilon g}$ | REP   | $n_{1max}$ | $n_{\varepsilon max}$ |
| ۰/۵                              | ۷۸۸/۲    | ۷۵۵/۳               | ۴/۳۵  | ۷/۶        | ۲/۶                   |
| ۱/۰                              | ۹۲۴/۳    | ۷۶۰/۱               | ۲۱/۶۰ | ۱۵۲/۷      | ۸/۸                   |
| ۱/۲                              | ۹۸۲/۶    | ۷۶۲/۱               | ۲۸/۹۳ | ۲۳۶/۴      | ۱۱/۹                  |
| ۱/۵                              | ۱۰۴۸/۳   | ۷۶۴/۶               | ۳۷/۱۰ | ۳۳۸/۵      | ۱۶/۶                  |
| ۲/۰                              | ۱۱۳۸/۱   | ۷۶۸/۵               | ۴۸/۰۹ | ۵۴۵/۶      | ۲۴/۳                  |
| $k_c$                            | $T_{lg}$ | $T_{\varepsilon g}$ | REP   | $n_{1max}$ | $n_{\varepsilon max}$ |
| ۰/۰۰۰۱                           | ۷۶۰/۲    | ۷۹۵/۴               | ۴/۴۲  | ۱۴۳/۰      | ۶۸۹/۸                 |
| ۰/۰۰۰۵                           | ۷۷۱/۸    | ۷۹۸/۲               | ۳/۳۱  | ۳۵/۲       | ۱۳۶/۳                 |
| ۰/۰۱۰                            | ۷۷۶/۶    | ۷۹۸/۹               | ۲/۷۹  | ۱۸/۵       | ۶۴/۲                  |
| ۰/۰۵۰                            | ۷۸۸/۲    | ۸۱۰/۲               | ۲/۷۱  | ۷/۶        | ۲۹/۵                  |
| ۰/۱۰۰                            | ۷۹۵/۷    | ۸۱۸/۵               | ۲/۷۸  | ۶/۳        | ۱۸/۲                  |
| $\alpha$                         | $T_{lg}$ | $T_{\varepsilon g}$ | REP   | $n_{1max}$ | $n_{\varepsilon max}$ |
| ۰/۰۰۰۰۰۱                         | ۸۸۳/۳    | ۹۹۴/۸               | ۱۱/۲۱ | ۱۸/۵       | ۶۴/۲                  |
| ۰/۰۰۰۰۰۵                         | ۷۸۸/۲    | ۸۱۰/۲               | ۲/۷۱  | ۷/۶        | ۲۹/۵                  |
| ۰/۰۰۰۰۱۰                         | ۷۷۲/۸    | ۷۸۴/۳               | ۱/۴۷  | ۶/۳        | ۱۸/۲                  |
| ۰/۰۰۰۰۵۰                         | ۷۵۷/۷    | ۷۵۹/۱               | ۰/۱۷  | ۳/۰        | ۴/۸                   |
| ۰/۰۰۰۱۰۰                         | ۷۵۴/۹    | ۷۵۵/۳               | ۰/۰۵  | ۲/۰        | ۲/۶                   |
| $\tau$                           | $T_{lg}$ | $T_{\varepsilon g}$ | REP   | $n_{1max}$ | $n_{\varepsilon max}$ |
| ۰/۱                              | ۷۷۹/۸    | ۷۷۹/۵               | ۰/۰۴  | ۳/۷        | ۳/۹                   |
| ۱/۰                              | ۷۸۱/۸    | ۷۸۲/۱               | ۰/۰۴  | ۴/۲        | ۴/۸                   |
| ۱۰/۰                             | ۷۸۲/۷    | ۷۸۸/۷               | ۰/۷۶  | ۴/۵        | ۷/۵                   |
| ۵۰/۰                             | ۷۸۸/۲    | ۸۱۰/۲               | ۲/۷۱  | ۷/۶        | ۲۹/۵                  |
| ۱۰۰/۰                            | ۸۱۰/۴    | ۸۴۱/۲               | ۳/۶۶  | ۱۸/۱       | ۴۰/۲                  |

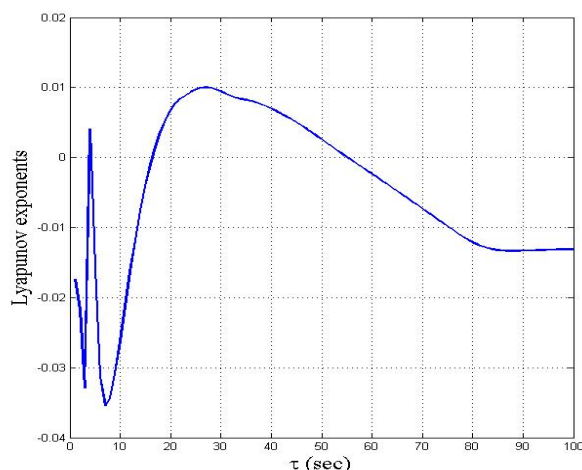
## ۵. نتیجه‌گیری

در این کار ضمن بررسی عوامل مؤثر بر دمای قلب رآکتور و محاسبه خطای نسبی در دو رژیم یک‌گروهی و شش‌گروهی به کمک روش عددی رانگ کوتا، تأثیر ضریب دمایی رآکتیویته  $\alpha$ ، ظرفیت گرمایی وارون رآکتور  $k_c$ ، دوره رآکتیویته سینوسی  $\tau$ ، بر پایداری رآکتور به کمک روش نمای لیپانوف بررسی شده است. واضح است که تقریب یک‌گروهی در

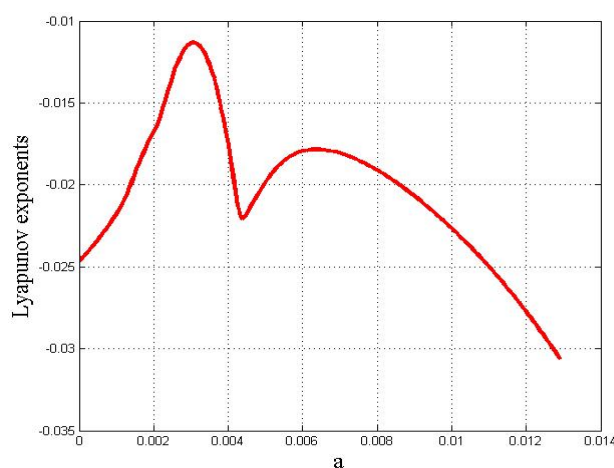
- در محدوده  $0/1 \leq k_c \leq 0/01$  دستگاه، به ازای  $k_c > 0/15$  پایدار است (منحنی قرمز رنگ شکل ۳).

- در محدوده  $0 \leq a \leq 2\beta$ ، دستگاه به ازای تمام مقادیر دامنه رآکتیویته سینوسی پایدار است (شکل ۵).

- در محدوده  $1 \leq \tau \leq 100$ ، دستگاه در بازه  $[1, 3/89) \cup (4/21, 16/37) \cup (55/13, 100]$  پایدار می‌باشد (شکل ۶).



شکل ۶. نمای لیاپانوف نسبت به دوره راکتیویته سینوسی.



شکل ۵. نمای لیاپانوف نسبت به دامنه راکتیویته سینوسی.

تأثیرگذار است. روش نمای لیاپانوف برای مشخص کردن محدوده پایداری در دستگاه‌های خطی و غیرخطی، ابزار قدرتمندی است. در اینجا محدوده پایداری به ازای کمیت‌های مختلف بررسی شده است و نتایج کیفی با نتایج کمی هم‌خوانی خوبی با هم دارند [۴].

تحلیل دمای قلب و توان راکتور، به جز در مواردی، کارآمد نیست. نتایج محاسباتمان نشان می‌دهد که با افزایش  $\alpha$  و  $k_c$ ، دمای قلب راکتور در هر دو رژیم کاهش می‌یابد و با افزایش سایر کمیت‌ها از قبیل، دوره راکتیویته سینوسی  $\tau$ ، ... و دمای قلب راکتور افزایش می‌یابد. تغییر عوامل دینامیکی، علاوه بر تغییر دما و توان قلب راکتور بر وضعیت پایداری راکتور نیز

## مراجع

1. A A Nahla, *Nuclear Engineering and Design* **240** (2010) 1622.
2. S Tashakor, G Jahanfarnia, and M Hashemi-Tilehnoee, *Annals of Nuclear Energy* **37** (2010) 265.
3. A A Nahla, *Annals of Nuclear Energy* **38** (2011) 2810.
4. A A Nahla, *Nuclear Engineering and Design* **241** (2011) 1592.
5. S Yamoah, E H K Akaho, and B J B Nyarko, *Annals of Nuclear Energy* **54** (2013) 104.
6. M R Eskandari and M Shayesteh, *Iranian Journal Physics Research* **1** (1996) 29.
7. A Shirani, H Shamoradi, and I Shahabi, *Iranian Journal Physics Research* **10** (2010) 55.
8. T Sathiyasheela, *Annals of Nuclear Energy* **36** (2009) 246.
9. D L Hetrick, "Dynamics of Nuclear Reactor", American Nuclear Society, Jbc, Illinois, USA (1993).
10. J R Lamarsh, "Introduction to Nuclear Reactor Theory", Addison Wesley (1966).
11. D G Cacuci, "Handbook of Nuclear Engineering", Springer (2010).
12. A Shirani, L Ranjbar, and I Shahabi, *Iranian Journal of Physics Research* **10** (2010) 273.
13. A E Aboanber and Y M Hamada, *Annals of Nuclear Energy* **30** (2003) 1111.
14. J C Allerd and D S Carter, *Nucl. Sci. Eng.* **3** (1958) 482.
15. L R Blue and M Hoffman, "Generalized program for the numerical solution of space independent reactor kinetics equations", NAA - SR -Memo - 9197, North American Aviation (1963).
16. J Sanchez, *Nuclear Science and Engineering* **103** (1989) 10394.
17. J A W Da No'rbrega, *Nuclear Science and Engineering* **46** (1971) 366.
18. A E Aboanber, *Progress in Nuclear Energy*, **44** (2004) 347.
19. J P Hennart, *Nucl. Sci. Eng.* **64** (1977) 875.
20. D Suescún Díaz, J F Flórez Ospina, and J A Rodríguez Sarasty, *Annals of Nuclear Energy* **42** (2012) 47.
21. F B Zhang, "Operating Physics of Nuclear Reactor". Atomic Energy Press, Beijing (2000).
22. G Samuel, and S Alexander, "Nuclear Reactor Engineering", Chapman & Hall, Inc. (1994).
23. W Z Chen, B Kuang, L F Guo, Z Y Chen, and B Zhu, *Nuclear Engineering and Design* **236** (2006) 1326.

31. J J Duderstadt and L J Hamilton, "*Nuclear Reactor Analysis*", John Wiley & Sons (1976).
32. E Ott, "*Chaos in Dynamical System*", Cambridge University Press, Canada (1993).
33. B J West, A L Goldberger, G Rouner, and V Bhargava, *Physica D* **17** (1985) 198.
34. A Wolf, J B Swift, H L Swinney, and J A Vastano, *Physica D* **16** (1985) 285.
35. J R Dorfman, "*An Introduction to Chaos in Nonequilibrium Statistical Mechanics*", Cambridge University Press, Cambridge (1999).
36. H Shibata, *Physica A* **292** (2001) 175.
37. H Shibata, *Physica A* **284** (2000) 124.
38. H Shibata, *Physica A* **285** (2000) 325.
24. A A Nahla, *Progress in Nuclear Energy* **51** (2009) 124.
25. S D Hamieh, and M Saidinezhad, *Annals of Nuclear Energy* **42** (2012) 148.
26. R Della, E Alhassan, N A Adoo, C Y Bansah, B J B Nyarko, and E H K Akaho, *Energy Conversion and Management* **74** (2013) 587.
27. D E Seborg, T F Edgar, and D A Mellichamp, "*Process Dynamics and Control*", John Wiley and Sons, Inc. (2004).
28. W K Ergen, H J Lipkin, and J A Nohel, *Journal of Mathematics and Physics* **36** (1957) 36.
29. E Jean-Jacques Slotine, and Weiping Li, "*Applied Nonlinear Control*", Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey (1991).
30. S T Strogatz, "*Nonlinear Dynamics and Chaos*", Perseus Books Publishing (1994).