

## تأثیر اندازه محدود بر روی تابش تراهرتز از یک محیط ابررسانا

مهدی حسینی

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز

پست الکترونیکی: hosseini@sutech.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۱۰/۲۲؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۲/۷)

### چکیده

در این مقاله تابش تراهرتز از یک محیط ابررسانا با ابعاد متناهی درون میدان مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفته است. تابش تراهرتز از یک محیط ابررسانا ناشی از حرکت خطوط شار داخل ابررسانا می‌باشد. برای محاسبه تابش از محیط ابررسانا، میدان‌های الکترومغناطیسی ناشی از فلاکسون‌ها به کمک شرایط مرزی محاسبه و به وسیله آن طیف تابشی از ابررسانا محاسبه می‌شود. در این پژوهش توان تابشی از یک محیط با اندازه محدود محاسبه و اثر اندازه بر روی توان و پهنای هارمونیک‌های تابشی بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که میزان قله تابش و پهنای قله به ضخامت قطعه ابررسانا بستگی دارد و با افزایش ضخامت قله تابش افزایش و پهنای آن کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: تابش تراهرتز، خطوط شار، ابررسانا

### ۱. مقدمه

بسامد واشبورند<sup>۳</sup> (WF) معروف است [۱]. با این وجود محاسبات دقیق برای این پدیده در سال ۲۰۰۶ انجام شد [۲] که توان تابشی و هارمونیک‌های ساطع شده برای یک قطعه با ابعاد بسیار بزرگ به دست آمد. نتایج به دست آمده توسط این گروه نشان می‌دهد که امواج تابشی هارمونیک‌های WF می‌باشند و همچنین شدت آنها عمدتاً با افزایش فرکانس بیشتر می‌شود [۲]. طیف تراهرتز تابشی ساطع شده از محیط‌های ابررسانا توسط گروه‌های تجربی بسیاری اندازه‌گیری شد و پیش‌بینی‌های فوق تایید شد [۳-۶]. برای بررسی تابش از محیط ابررسانا بایستی

فیوری<sup>۱</sup> برای نخستین بار مشاهده کرد که یک محیط ابررسانای نوع دوم که در یک میدان مغناطیسی کمتر از میدان مغناطیسی بحرانی ثانویه و بیشتر از میدان مغناطیسی اولیه قرار دارد و از آن جریان ثابت می‌گذرد، امواج الکترومغناطیسی با طول موج محدوده تراهرتز ساطع می‌شود [۱]. وی همچنین مشاهده کرد که فرکانس‌های ساطع شده ظریب صحیحی از نسبت سرعت حرکت خطوط شار<sup>۲</sup> و فاصله آنها از یکدیگر است که این به

۱. Fiory

۲. Flux line

۳. Washboard Frequency

مغناطیسی ناشی از خطوط شار در فضای فوریه رسید:

$$B_{zv}(\omega, k) = \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dz dt \phi_0 \frac{\exp(jk_z z - jk_y y_p)}{1 + \lambda^2 k^2} e^{j\omega t - jk_x(an+vt)} \\ \times \Theta\left(-\frac{an}{v\tau} - \frac{t}{\tau}\right) \Theta\left(L_x + \frac{an}{v\tau} + \frac{t}{\tau}\right).$$

برای یافتن میدان مغناطیسی در مرز نمونه ( $x=0$ ) بایستی ابتدا میدان را در فضای مکان بیابیم. یافتن میدان مغناطیسی در فضای مکان با استفاده از تبدیل فوریه معادله (۳) در فضای  $k_x$  زیر امکان پذیر است. با استفاده از انتگرال مانده‌ها می‌توان به عبارت زیر برای میدان مغناطیسی در مرز قطعه ابرسانا رسید:

$$B_{zv}(\omega, k_y, k_z, x=0) = \frac{a}{\pi} \sum_{n,p} \int dz \phi_0 e^{(jk_z z - jk_y y_p)} e^{bna/\lambda} \frac{\pi}{b\lambda} \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \Theta\left(-\frac{an}{v\tau} - \frac{t}{\tau}\right) \Theta\left(L_x + \frac{an}{v\tau} + \frac{t}{\tau}\right) e^{j\omega t} e^{bvt/\lambda} dt, \quad (4)$$

که در رابطه فوق داریم  $b = [1 + (k_y y)^2 + (k_z z)^2]^{1/2}$  محاسبه قسمت زمانی انتگرال معادله (۴) به عبارت زیر خواهیم رسید:

$$B_{zv}(\omega, k_y, k_z) = \frac{\pi a}{2\pi b(i\lambda\omega + bv)} \sum_{n,p} e^{nab/\lambda} \times \\ \int dz \phi_0 e^{(jk_z z - jk_y y_p)} e^{-i\omega(an/v)} \left(1 - e^{-(i\omega L_x/v + L_x b/\lambda)}\right). \quad (5)$$

میدان مغناطیسی کل شامل سمت راست معادله (۵) به علاوه جواب بدون طرف دوم معادله (۱- $a$ ) هستند  $B_t = B_{zv} + B_{z0}$ . همچنین برای یافتن تابش نیاز به پیدا کردن میدان الکتریکی نیز می‌باشد. نحوه استخراج رابطه بین میدان الکتریکی و مغناطیسی با تفصیل در منبع [۲] آمده است، در اینجا با استفاده از نتایج منبع [۲ و ۱۰] به محاسبه تابش از قطعه ابرسانا با اندازه متناهی در راستای  $x$  می‌پردازیم. با تعریف پارامتر  $\zeta$  به عنوان نسبت میدان الکتریکی به میدان مغناطیسی با استفاده از معادله (۱- $b$ ) و روابط دیگر ماکسول می‌توان این کمیت را به شکل زیر محاسبه کرد [۲ و ۱۰]:

$$\zeta(\omega, k_{\perp}) = \frac{|k_{\omega}| \Theta(k_{\omega}^2 - k_{\perp}^2)}{\sqrt{k_{\omega}^2 - k_{\perp}^2}} - \frac{jk_{\omega} \Theta(k_{\perp}^2 - k_{\omega}^2)}{\sqrt{k_{\perp}^2 - k_{\omega}^2}}. \quad (6)$$

میدان‌های الکترومغناطیسی ناشی از حرکت خطوط شار را محاسبه کرد. حرکت خطوط شار در نتیجه نیروی لورنتس وارده بر آنها و البته بر هم کنش خطوط با یکدیگر می‌باشد، که در حالت بزرگ بودن نیروی لورنتس می‌توان از برهم کنش خطوط شار با یکدیگر صرف نظر کرد [۲ و ۷-۸]. بررسی دینامیک حرکت خطوط شار درون محیط ابرسانا نشان می‌دهد که به علت برهم کنش‌های مختلف، وشکسانی<sup>۱</sup> محیط بسیار بالاست و بنابراین می‌توان از معادلات حرکت در محیط با وشکسانی بالا استفاده کرد [۹].

## ۲. جزئیات محاسبه

برای محاسبه تابش امواج الکترومغناطیسی از یک قطعه ابرسانا، هندسه‌ای مشابه هندسه استفاده شده در مراجع [۲ و ۱۰] را در نظر می‌گیریم. میدان‌های الکترومغناطیسی ناشی از خطوط شار زمانی که سرعت حرکت آنها خیلی کمتر از سرعت نور باشد از رابطه زیر قابل محاسبه است [۱۱].

$$a) \nabla \times \nabla \times B + B/\lambda^2 = (\Phi_0 \mathbf{e}_z / \lambda^2) \sum_n \int dz \delta[r - r_n(t, z)] \\ \Theta[-x_n(t)] \Theta[L_x + x_n(t)], \\ b) c[\nabla \times E] = -\partial B / \partial t. \quad (1)$$

در این معادله  $L_x$  طول ابرسانا در جهت  $x$  مکان و  $r_n$  مولفه  $x$  خط شار،  $\Theta$  تابع پله،  $\lambda$  عمق نفوذ،  $E$  و  $B$  میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی،  $c$  سرعت نور و  $\Phi_0$  کوانتوم شار است.

معادله حرکت خطوط شار به صورت زیر است، که با داشتن آن نقاط  $x_n$  مشخص می‌شوند، همچنین برای دو مولفه مکانی دیگر فرض می‌کنیم که خطوط شار خطوطی با اندکی انحراف از مسیر مستقیم باشند:

$$v = \frac{F}{\eta}, \quad x = vt + x_0 \Rightarrow x_n = an + vt, \quad (2)$$

$$y_p(z) = ap + \delta_p(z)$$

با جایگذاری معادله (۲) در معادله (۱- $a$ ) و گرفتن تبدیل فوریه از این عبارت می‌توان به رابطه‌ای به شکل زیر برای میدان

ضریب ساختار را می‌توان با داشتن شکل خطوط شار محاسبه کرد. در مرجع [۲] ضریب ساختار برای سه تقریب کریستالی محاسبه شده است. در اینجا نتایج محاسبات برای تقریب نظم زیاد و کریستال بزرگ آورده شده است. برای این تقریب داریم  $L_y, L_z \gg \omega/c$  و  $al_y \gg L_y, al_z \gg L_z$  که  $l_y$  و  $l_z$  طول همبستگی بدون بعد می‌باشند [۲، ۱۲]. با این تقریب می‌توان نشان داد که  $\int dk / (2\pi) S(k) = \sqrt{a}$  بنابراین برای توان داریم:

$$P(\omega) = \frac{L_y L_z v^2 B^2}{32\lambda^2 \omega^2 \pi c} \left| \left( 1 - e^{-i\omega L_x / (v + L_x / \lambda)} \right) \sum_n e^{-i\omega(an/v)} \right|^2 \quad (11)$$

برای طول بلند ابرسانا در جهت  $x$  می‌توان دید که معادله (۱۱) با نتایج [۲] برای طول بی‌نهایت همخوانی دارد.

برای بررسی رفتار توان پارامترهای ابرسانا را به این صورت در نظر می‌گیریم: میدان مغناطیسی ۵/۲ تسلا، در نتیجه  $a = 20 \text{ nm}$  و عمق نفوذ ۴۰۰ نانومتر را در نظر می‌گیریم، همچنین سرعت حرکت خطوط شار را ۲۰۰ متر بر ثانیه منظور می‌کنیم که در نتیجه بسامد واشبورده برابر با ۶۲/۸ مگاهرتز می‌شود. از آنجا در فرکانس‌های بالا به علت نزدیکی به شکاف ابرسانا تأثیرات ناخواسته دیگری ناشی از واجفتیدگی زوج‌های کوپر و در نتیجه تغییر شکل خطوط شار ایجاد می‌شود. به منظور دور ماندن از آن ناحیه دهمین فرکانس  $\omega_0 = 0.628 \text{ THz}$  که در محدوده مناسبی است را بررسی می‌کنیم. قابل ذکر است که با توجه به معادله (۱۱) رفتار طیف تابشی حول تمام قله‌ها مشابه است.

در شکل ۱، برای برخی مقادیر طول در راستای  $x$  نمودار بهنجار شده توان تابشی از ابرسانا حول قله دهم آن برحسب بسامد آورده شده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود برای طول‌های کوچک، توان دارای دو قله می‌باشد که با افزایش طول ابرسانا این قله‌ها به سمت وسط حرکت کرده و تبدیل به یک قله می‌شوند. در شکل ۱-b دیده می‌شود که با افزایش طول ابرسانا به حدود یک میکرون دوقله به هم متصل شده و با افزایش مجدد طول، طیف تابشی تنها دارای یک قله در  $\omega_0$  می‌باشد (مشابه طول‌های بلند).

$$P_e(\omega) = \frac{c}{\lambda\pi} \int \frac{dk_{\perp}}{(2\pi)^2} \text{Re} \left[ \zeta^{-1}(\omega, k_{\perp}) \right] \left| B_z(\omega, \omega, k_{\perp}) \right|^2 \quad (7)$$

$$= \frac{ck_{\omega}}{\lambda\pi} \int \frac{dk_{\perp}}{(2\pi)^2} \frac{1}{\sqrt{k_{\omega}^2 - k_{\perp}^2}} \lambda^2 k_{\omega}^2 \left| B_{zv}(\omega, \omega, k_{\perp}) \right|^2,$$

با استفاده از رابطه (۶) و  $\lambda k \ll 1$  می‌توان دید که  $B_t \sim B_{zv}$  و در نتیجه  $E_t \sim \zeta^1 B_{zv}$  [۲ و ۱۰]، با توجه به داشتن میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی توان تابشی راستگرد به صورت زیر قابل محاسبه است.

قابل ذکر است که چون سرعت حرکت خطوط شار در مقایسه با سرعت نور ناچیز است، تفاوت توان راستگرد و چپگرد قابل چشم‌پوشی است و از این به بعد تنها از توان نام برده می‌شود [۲]. با جایگذاری عبارت (۵) در معادله (۷) و ساده سازی به عبارت زیر برای توان می‌رسیم:

$$P_{rad}(\omega) = L_y L_z \frac{k_{\omega} \phi_0^2 v^2}{32\pi c a^2} \int \frac{dk_{\perp}}{\pi^2} \frac{S(k_{\perp})}{\sqrt{k_{\omega}^2 - k_{\perp}^2}} \times \left| \frac{a \left( 1 - e^{-i\omega L_x / (v + L_x b / \lambda)} \right)}{vb(i\lambda\omega + bv)} \sum_n e^{-i\omega(an/v)} \right|^2, \quad (8)$$

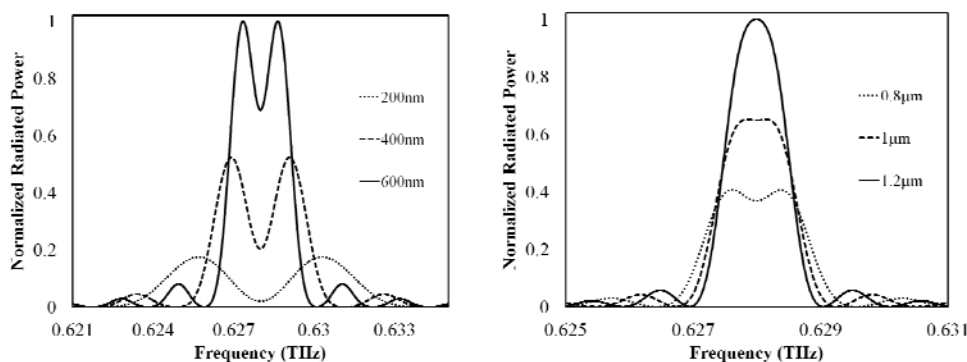
که در آن  $S(k_{\perp})$  ضریب ساختار است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S(k_{\perp}) = \sum_p \int \frac{dz}{a} \exp[ik_z z - ik_y y_p(z)]. \quad (9)$$

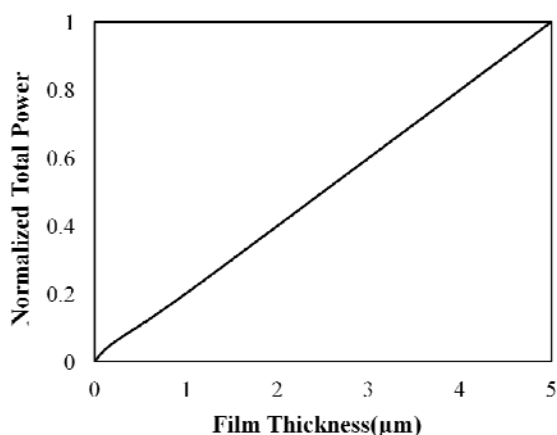
### ۳. نتایج و بحث

با توجه به ناحیه بسامد مورد نظر ما که محدوده تراهرتز است و مقادیر  $\lambda$  که در محدوده چند ده میکرومتر،  $b \sim 1$  و سرعت حرکت خطوط شار که کمتر از ۱۰۰۰ متر بر ثانیه می‌باشد می‌توان از  $bv$  در مقابل  $\lambda\omega$  صرف نظر کرد و توان تابشی را به صورت زیر ساده کرد:

$$P_{rad}(\omega) = L_y L_z \frac{k_{\omega} \phi_0^2 v^2}{32\pi c a^2} \int \frac{dk_{\perp}}{\pi^2} \frac{S(k_{\perp})}{\sqrt{k_{\omega}^2 - k_{\perp}^2}} \times \left| \frac{a \left( 1 - e^{-i\omega L_x / (v + L_x b / \lambda)} \right)}{vib\lambda\omega} \sum_n e^{-i\omega(an/v)} \right|^2. \quad (10)$$



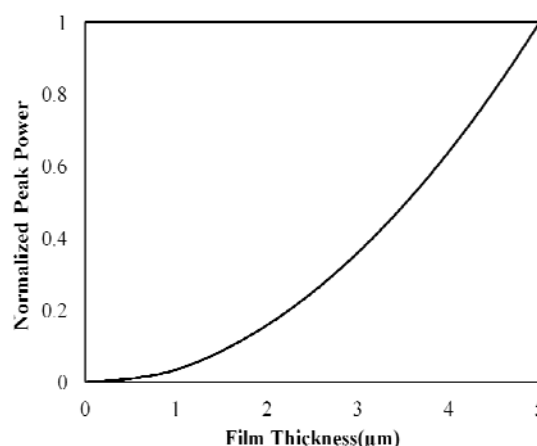
شکل ۱. نمودار بهنجار شده توان تابشی بر حسب بسامد برای قطعه ابرسانا با طول‌های مختلف حول و هوش  $\omega = 10$ .



شکل ۳. نمودار بهنجار شده توان تابشی کل بر حسب ضخامت ابرسانا، شکل کوچک داخلی درصد انحراف این نمودار از منحنی خطی را نشان می‌دهد.

افزایش می‌یابد. با توجه به دو شکل ۲ و ۳ دیده می‌شود که جهت افزایش توان کل و یا قله توان تابشی بایستی ضخامت ابرسانا هرچه بیشتر افزایش یابد، البته محدودیت‌های عملی امکان افزایش نامحدود را عملاً سلب می‌کند به طوری که بزرگترین ابرساناهای ساخته شده با قابلیت انتشار امواج دارای ضخامت‌های چند میکرون تا چند ده میکرون می‌باشند [۳-۶].

همان‌طور که در شکل ۱ دیده می‌شود با افزایش ضخامت، علاوه بر افزایش توان تابشی، قله‌های تابش نیز به سمت هم حرکت می‌کنند و در نقطه میانی به هم می‌رسند و در این نقطه دو قله یکی می‌شوند. در شکل ۴ نسبت قله تابش به میزان آن در بسامد  $10\omega$  آورده شده است. در شکل دیده می‌شود که این نسبت برای ضخامت‌های کم بیشتر از یک است، که معنی آن واقع نشدن قله توان تابشی در بسامد  $10\omega$  می‌باشد، درحالی‌که



شکل ۲. نمودار بهنجار شده قله توان تابشی بر حسب ضخامت ابرسانا، شکل کوچک داخلی درصد انحراف این نمودار از منحنی درجه ۲ را نشان می‌دهد.

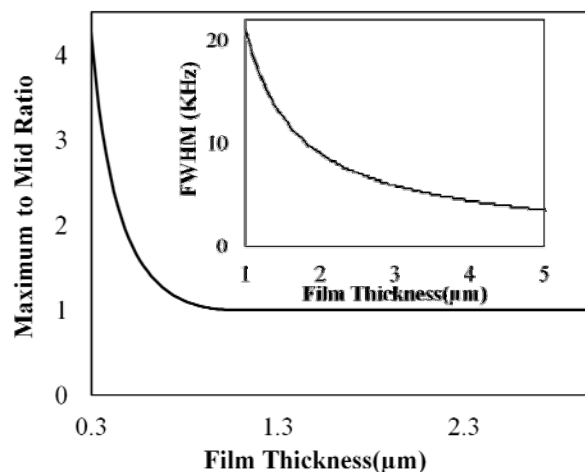
در شکل ۲ نمودار بهنجار شده میزان قله تابش بر حسب ضخامت قطعه ابرسانا آورده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود با افزایش ضخامت ابرسانا قله توان تابشی به صورت تقریباً سهمی وار (تابع درجه ۲) افزایش می‌یابد. این نتیجه با نتایج تجربی مطابقت دارد [۴]. در نمودار کوچک داخل این شکل درصد انحراف نمودار از سهمی نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت بیش از  $2/5$  میکرون منحنی توان به سهمی میل می‌کند، در حالی‌که رشد قله توان برای ضخامت‌های کمتر، سریعتر از منحنی درجه ۲ است.

نمودار بهنجار شده توان تابشی کل از ابرسانا به همراه درصد اختلاف آن از منحنی خطی در شکل ۳ آورده شده است. در این شکل نیز دیده می‌شود که برای ضخامت‌های بیش از  $1/5$  میکرون، توان تابشی کل با افزایش ضخامت به‌طور خطی

پهنای میانی تقریباً با عکس ضخامت کاهش می‌یابد که با نتایج تجربی همخوانی دارد [۴].

#### ۴. نتیجه گیری

در این مقاله تابش تراهرتز از یک قطعه ابررسانا با ضخامت متناهی حامل جریان که درون میدان مغناطیسی قرار گرفته، بررسی شده است. برای محاسبه طیف توان تابشی ابتدا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی ناشی از حرکت خطوط شار در محیط ابررسانا به کمک شرایط مرزی محاسبه و با استفاده از آن توان تابشی از نمونه به دست آمده است. نتایج نشان می‌دهد که برای یک نمونه متناهی قله تابشی تقریباً متناسب با توان دوم ضخامت افزایش می‌یابد و توان کل تقریباً با ضخامت رابطه خطی دارد؛ همچنین پهنای میانی قله تابش تقریباً با معکوس ضخامت کاهش می‌یابد که با نتایج تجربی همخوانی دارد [۴]. علاوه بر این دیده می‌شود که در ضخامت‌های کمتر از یک میکرومتر علاوه بر یک قله در هر هارمونیک بسامد واشبورود دو قله در اطراف این بسامد وجود دارد.



شکل ۴. نمودار نسبت ماکزیمم توان تابشی به میزان آن در فرکانس ۱۰۰ GHz. برحسب ضخامت ابررسانا، شکل کوچک پهنای میانه قله را برای وقتی که دو قله به هم متصل شده‌اند را نشان می‌دهد.

برای ضخامت‌های اندکی بیشتر از یک میکرومتر این نسبت برابر یک می‌شود و بنابراین دو قله یکی شده و در فرکانس ۱۰۰ GHz اتفاق می‌افتد. در شکل کوچک درون شکل ۴ پهنای میانی (Full Width of Half Maximum-FWHM) قله تابش برای فرکانس‌های بیشتر از یک میکرومتر که دو بیشینه تبدیل به یک قله شده‌اند آورده شده است. در این شکل دیده می‌شود که

#### مراجع

1. A T Fiory, *Phys. Rev. Lett.* **27** (1971) 501; and *Phys. Rev. B.* **7** (1973) 1881.
2. L N Bulaevskii and E M Chudnovsky, *Phys. Rev. Lett.*, **97** (2006) 1970021.
3. L Ozyuzer, A E Koshelev, C Kurter, N Gopalsami, Q Li, M Tachiki, K Kadowaki, T Yamamoto, H Minami, H Yamaguchi, T Tachiki, K E Gray, W -K Kwok, and U Welp, *Science*, **318** (2007) 1291.
4. U Welp, K Kadowaki, and R Kleiner, *Nature Photon.*, **7**, 9 (2013) 702.
5. M Tsujimoto, T Yamamoto, K Delfanazari, R Nakayama, T Kitamura, M. Sawamura, and R A Klemm, *Phys. Rev. Lett.*, **108** (2012) 107006.
6. S Sekimoto, C Watanabe, H Minami, T Yamamoto, T Kashiwagi, R A Klemm, and K Kadowaki, *Appl. Phys. Lett.*, **103**, 18 (2013) 182601.
7. A E Koshelev and V M Vinokur, *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 3580.
8. P Le Doussal and T Giamarchi, *Phys. Rev. B* **57** (1998) 11356.
9. A Shekhter, L N Bulaevskii, and C D Batista, *Phys. Rev. Lett.*, **106**, 3 (2011) 037001.
10. F Sarreshtedari, M Hosseini, H R Chalabi, A Moftakharzadeh, H Zandi, S Khorasani, and M Fardmanesh, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **19**, 4 (2009) 3653.
11. K Fossheim and A Sudbø, "Superconductivity: Physics and Applications". Hoboken, NJ: Wiley, (2004).
12. G Blatter, M V Feigel'man, V B Geshkenbein, A I Larkin, and V M Vinokur, *Rev. Mod. Phys.* **66** (1994) 1125.