

حذف پراش مرتبه صفر در تصاویر بازسازی شده به روش تمام‌نگاری دیجیتالی

محمد رضا رشیدیان وزیری، ناصر پرتوی شبستری، عیسی علیدخت و بهاره زارع فارسانی

پژوهشکده لیزر و اپتیک، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای تهران، تهران

پست الکترونیکی: mrashidian@aeoi.org.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۶/۱۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۶/۱۰)

چکیده

تصاویر بازسازی شده عددی در روش تمام‌نگاری دیجیتال دو مشخصه نامطلوب دارند. پس از بازسازی، پراش مرتبه صفر و تصویر مزدوج جسم نیز در تصاویر وجود دارند و کیفیت آن را به شدت کاهش می‌دهند. کاربردهای عملی تمام‌نگاری دیجیتال در زمینه مشخصه‌یابی و اندازه‌گیری خواص فیزیکی اجسام تحت تابش، نیازمند حذف این دو پدیده پیش از مرحله بازسازی است. در این کار با استفاده از توابع ریاضی مورد نیاز برای حذف پراش مرتبه صفر و تبدیل کردن این توابع به شکل گسسته، صافی‌های عددی برای عبور از روی تصویر ذخیره شده توسط آشکارساز ساخته شده‌اند. پس از این مرحله، تصاویر پالایش شده با استفاده از تبدیل فرنل گسسته بازسازی شده‌اند. با بررسی کیفیت تصاویر بازسازی شده مختلف، می‌توان این‌گونه نتیجه گرفت که در صورتی که صافی‌ها همسایگی کوچک‌تری از پیکسل‌های تصویر ذخیره شده توسط CCD را پوشش دهند، عملکرد آنها در حذف پراش مرتبه صفر مؤثرتر خواهد بود. در میان صافی‌های به کار گرفته شده در این کار، صافی میانگین 3×3 بهترین عملکرد را در حذف پراش مرتبه صفر از تصاویر بازسازی شده برجای گذارده است.

واژه‌های کلیدی: تمام‌نگاری دیجیتال، تداخل‌سنجی تمام‌نگاشتی، اپتیک فوریه، پردازش سیگنال، انتشار امواج

۱. مقدمه

اجسام با استفاده از نوارهای تداخلی نوری، نخستین بار در سال ۱۹۴۸ ارائه [۱] و پس از اختراع لیزر، رنگ واقعیت به خود گرفت [۲]. روش به کار گرفته شده برای ثبت هم‌زمان دامنه و فاز امواج به نام روش تمام‌نگاری شناخته می‌شود. در روش تمام‌نگاری کلاسیک، نوارهای تداخلی بر روی محیط حساس به نور ثبت می‌شوند. در این نوارهای تداخلی اطلاعات

از جذاب‌ترین رؤیاهای بشر در طول تاریخ، ایده ثبت تصاویر از اجسام و دنیای پیرامون خود بوده است. در عکاسی معمول، تنها نیمی از اطلاعات موج مربوط به دامنه ثبت می‌شود و نیمی دیگر از اطلاعات که مربوط به فاز موج می‌شود ثبت نشده و از بین می‌رود. ایده ثبت هم‌زمان فاز و دامنه موج بازتابیده از سطح

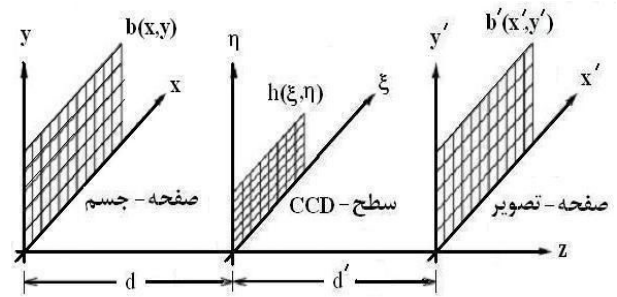
$$b'(n\Delta x', m\Delta y') = e^{if d} \left\{ \frac{n^2}{N^2 \Delta'^2} + \frac{m^2}{M^2 \Delta y'^2} \right\} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{z=0}^{M-1} h(k\Delta', l\Delta y) \times r(k\Delta', l\Delta y) e^{if d} \{ (k^2 \Delta'^2 + l^2 \Delta y'^2) \}^{-1/2} e^{if \left(\frac{kn}{N} + \frac{lm}{M} \right)} \quad (3)$$

که در آن x' و y' مختصات در صفحه بازسازی تصویر و x و y مختصات در سطح CCD هستند (شکل ۲). با محاسبه این حاصل جمع‌ها می‌توان جنبه موج بازسازی شده b' را به دست آورد. به منظور افزایش سرعت محاسبات می‌توان از الگوریتم‌های فوریه سریع بهره جست. با این وجود بایستی دقت داشت که همان‌طور که در توضیحات بعد از رابطه (۲) اشاره شد، جنبه موج بازسازی شده شامل پراش مرتبه صفر و تصویر مزدوج جسم هم خواهد بود. جمله مرتبه صفر به صورت لکه نورانی در مرکز و تصویر مزدوج به صورت قرینه نسبت به مرکز روی سطح تصویر بازسازی شده شکل خواهند گرفت. جمله مرتبه صفر به دلیل شدت بالا و افزایش محدوده پویایی^۱، رؤیت تصویر دیجیتال بازسازی شده را دچار مشکل خواهد کرد. ساده‌ترین راه برای حذف این جمله، استفاده از مدل‌های رایانه‌ای برای حذف آن است. کارآیی هریک از این مدل‌ها وابسته به میزان توانایی آن در حذف این جمله است. در ادامه به شرح سه مدل به کار گرفته شده برای حذف این جمله خواهیم پرداخت.

با دقت در رابطه (۱) می‌توان مشاهده کرد که جمله $(|B|^2 + |r|^2)$ در تمامی پیکسل‌های تابع تمام‌نگار h وجود دارند. اگر از رابطه (۱) میانگین بگیریم جملات دوم و سوم به دلیل طبیعت تناوبی تابع‌های B و r ، نتیجه صفر خواهند داشت. اگر این مقدار میانگین را با hm نشان دهیم، از رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$(|B|^2 + |r|^2) = \frac{1}{NM} h_m = \frac{1}{NM} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{z=0}^{M-1} h(k\Delta', l\Delta y). \quad (4)$$

در نوشتن این عبارت فرض شده است که موج مرجع r به



شکل ۲. دستگاه مختصات به کار گرفته شده برای بازسازی عددی تصاویر.

تداخل دو جنبه موج مرجع و شیئی حاصل می‌شود. اگر در روی سطح CCD دامنه مختلط موج جسم را با $B(y) = B'$ دامنه مختلط موج مرجع را با $r(y) = r'$ نشان دهیم، تداخل این دو موج روی سطح CCD را می‌توان با رابطه زیر توصیف کرد:

$$h = (B+r)(B+r)^* = (|B|^2 + |r|^2) + rB^* + r^*B, \quad (1)$$

که در آن برای سادگی از نمایش متغیرهای x' و y' صرف‌نظر شده است. تابع $h(y) = h'$ به نام تابع تمام‌نگاری نیز شناخته می‌شود. برای بازسازی تصاویر، تابع تمام‌نگاری را باید در دامنه مختلط موج مرجع ضرب کرد:

$$hr = (|B|^2 + |r|^2)r + r^2B^* + |r|^2B. \quad (2)$$

جمله نخست در سمت راست این رابطه متناسب با دامنه مختلط موج مرجع استفاده شده برای بازسازی تصویر است. این جمله، موج پراش نیافته پس از عبور از تمام‌نگار (مرتبه صفرم پراش) را نشان می‌دهد. جمله دوم، متناسب با مزدوج جنبه موج شیئی بوده و باعث شکل‌گیری تصویر مزدوج می‌شود. جمله سوم نیز متناسب با جنبه موج اصلی شیئی بوده و باعث شکل‌گیری تصویر جسم در مکان اولیه‌اش می‌گردد.

بازسازی و شکل‌گیری تصویر را می‌توان با استفاده از انتگرال پراش فرنل - کرشلف تابع موجود در رابطه (۲) به دست آورد. با استفاده از تقریب فرنل و با توجه به این که تابع تمام‌نگاری ثبت شده توسط CCD به صورت گسسته است، می‌توان شکل گسسته این انتگرال را به شکل زیر نوشت [۴]:

۱. Dynamic range

داد اعمال دقیق‌تر روش میانگین ارائه شده در رابطه (۴) است. در واقع میانگین‌گیری روی سطح کل پیکسل‌های تابع تمام‌نگار تنها در صورتی مساوی جمله $(|B|^2 + |r|^2)$ خواهد شد که شرایط موجود در رابطه (۱) برقرار بوده و نوفه‌ای در تصویر ذخیره شده توسط آشکارساز وجود نداشته باشد. در عمل، تصویر برداری در روش تمام‌نگاری دیجیتال فارغ از وجود نوفه نخواهد بود. نوفه حاصل از لرزش‌های میز اپتیکی، فقدان لایه‌نشانی ضد بازتاب قطعات طول مسیر چیدمان و نیز نوفه خود CCD می‌توانند در پیکسل‌های تصویر ذخیره شده وجود داشته باشند. با میانگین‌گیری روی کل پیکسل‌ها، اثر تجمعی این نوفه در تصویر بازسازی شده نهایی به چشم آمده و جمله مرتبه صفر به صورت کامل حذف نخواهد شد. برای کاهش اثر نوفه، می‌توان میانگین‌گیری را تنها به عناصر همسایه هر یک از پیکسل‌های تصویر محدود کرد. کوچک‌ترین همسایگی قابل تعریف برای کاهش اثر نوفه، همسایگی 3×3 در اطراف هر یک از پیکسل‌ها است. این صافی میانگین 3×3 را باید پس از اعمال روی تابع تمام‌نگار، از مقدار اصلی آن کم کرد:

$$h'(k,l) = h(k,l) - \frac{1}{9} [h(k-1,l-1) + h(k-1,l) + h(k-1,l+1) + h(k,l-1) + h(k,l) + h(k,l+1) + h(k+1,l-1) + h(k+1,l) + h(k+1,l+1)] \quad (6)$$

این عبارت ریاضی را با استفاده از ماتریس صافی زیر بر روی کلیه پیکسل‌های تابع تمام‌نگار می‌توان اعمال کرد:

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

در ادامه به بررسی اثر هر یک از صافی‌های ذکر شده بر کیفیت تصویر بازسازی شده و حذف پراش مرتبه صفر از آنها خواهیم پرداخت.

۴. نتایج

در شکل ۳ (الف) تصویر تمام‌نگار ثبت شده و در شکل‌های ۳ (ب) تا (ه) روش‌های مختلف بازسازی عددی آن نشان داده شده است. برای به دست آوردن تصویر تمام‌نگار، فاصله بین جسم

صورت عمود به سطح آشکارساز رسیده و مقدار آن بر روی تمام پیکسل‌ها یکسان است. بنابراین با کم کردن این عبارت از تابع تمام‌نگار پیش از بازسازی، می‌توان پراش مرتبه صفر را از تصویر بازسازی شده نهایی حذف کرد. با نگاهی به رابطه (۳) می‌توان دریافت که عبارت آخر رابطه (۴) با جایگذاری m و n برابر با صفر به دست خواهد آمد. بنابراین روش حذف جمله میانگین را می‌توان معادل با یک صافی بالاگذر فرکانسی در نظر گرفت که فرکانس فضایی $(0,0)$ را از تصویر نهایی حذف می‌کند [۵].

همان‌طور که اشاره شد چون جمله مرتبه صفر پراش ناشی از جمله ثابت $(|B|^2 + |r|^2)$ است که مقدار آن در تمام پیکسل‌های تصویر ذخیره شده در CCD (یا تابع تمام‌نگار) وجود دارد، بنابراین در صورت استفاده از یک صافی مشتق‌گیر می‌توان مقدار آن را به صفر رساند. صافی مشتق‌گیری که به طور معمول در پردازش تصاویر دیجیتال مورد استفاده قرار می‌گیرد، صافی لاپلاس است. اگر لاپلاسیان تابع تمام‌نگار را بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$$

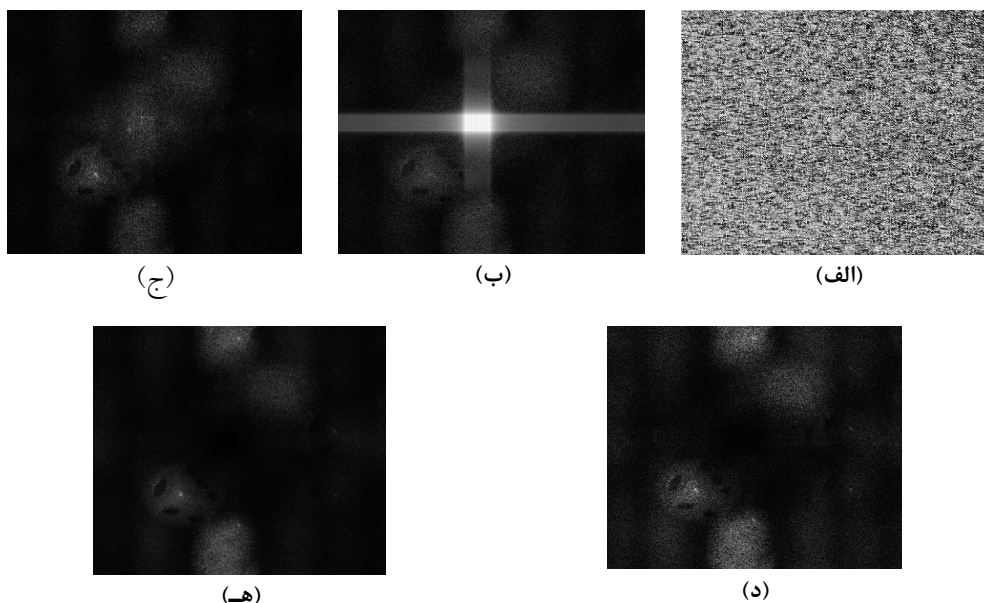
با نوشتن عبارات گسسته برای مشتق‌های مرتبه دوم بر حسب فرمول تفاضل مرکزی، به دست خواهیم آورد:

$$\nabla^2 h = [h(k+1,l) + h(k-1,l) + h(k,l+1) + h(k,l-1) - 4h(k,l)] \quad (5)$$

این عبارت ریاضی را با استفاده از ماتریس صافی زیر بر روی کلیه پیکسل‌های تابع تمام‌نگار می‌توان اعمال کرد:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

برای آن که بتوان این صافی را بر روی تصویر اعمال کرد، باید عناصر همسایه اضافی به ماتریس تابع تمام‌نگار افزود (padding). برای صافی 3×3 بالا باید دوسطر از بالا و پائین و دو ستون از چپ و راست به عناصر این ماتریس اضافه کرد. راه‌های مختلفی برای اعمال این شرایط مرزی وجود دارد. ساده‌ترین راه، اعمال شرایط مرزی دوره‌ای و تکرار عناصر ماتریس روی مرزهاست. مدل سومی که می‌توان برای حذف جمله مرتبه صفر پیشنهاد



شکل ۳. (الف) تمام‌نگار ضبط شده توسط کامپیوتر، (ب) بازسازی عددی آن به روش فرنل. تصویر بازسازی شده با استفاده از صافی‌های: (ج) میانگین، (د) لاپلاس و (ه) میانگین 3×3 .

شدت کاهش می‌دهد. در شکل ۳ (ج) تصویر بازسازی شده پس از اعمال صافی میانگین ارائه شده در رابطه (۴) نشان داده شده است. به کار گرفتن این نوع صافی از شدت لکه نورانی مرکز تصویر کاسته اما باعث حذف کامل آن نشده است. همان طور که پیش‌تر اشاره شد، این نوع صافی چون از جمع بر روی تمام پیکسل‌های تصویر ذخیره شده توسط CCD به دست می‌آید اثر نوفه‌های موجود در آن را تقویت خواهد کرد. بنابراین استفاده از این نوع صافی تنها در صورتی مؤثر خواهد بود که آزمایش‌گر از عدم وجود نوفه‌های ناخواسته در چیدمان تمام‌نگاری دیجیتال اطمینان داشته باشد. در ادامه برای کاهش اثر نوفه، از صافی‌های 3×3 لاپلاس و میانگین استفاده شده است. تصاویر حاصل از به کارگیری این دو نوع صافی را می‌توان به ترتیب در شکل‌های ۳ (د) و (ه) مشاهده کرد. اثر حذف نوفه‌های تجربی ایجاد شده به هنگام ثبت تمام‌نگار را می‌توان در حذف کامل لکه نورانی از مرکز شکل‌ها مشاهده کرد. در میان دو صافی 3×3 به کار گرفته شده، صافی میانگین (رابطه (۶)) تصویر با کیفیت‌تری را برجای می‌گذارد. علت این موضوع را باید در طبیعت مشتق‌گیر صافی لاپلاس جستجو نمود. در حقیقت خاصیت مشتق‌گیر صافی لاپلاس علاوه بر

تا CCD برابر ۵۸ سانتی‌متر انتخاب شده است. از یک تا شش وجهی که از یک کنج تحت تابش قرار گرفته است به عنوان جسم استفاده شده است. CCD مورد استفاده نیز دارای پیکسل‌های مربعی با اندازه $6/8$ میکرومتر بوده است. شکل ۳ (ب) با استفاده از رابطه (۳) به دست آمده است. پراش مرتبه صفر به صورت لکه نورانی در مرکز شکل مشخص است. تصویر مزدوج جسم نیز به صورت هاله‌ای کم‌رنگ در حالت قرینه نسبت به مرکز شکل قرار گرفته است. هاله‌های نورانی کم‌رنگ در بالا و پایین شکل نیز حاصل از نوفه موجود به هنگام ثبت تصویر تمام‌نگار می‌باشند. همان طور که مشخص است، جمله مرتبه صفر پراش کیفیت تصویر بازسازی شده را به شدت کاهش می‌دهد. در شکل ۳ (ج) تصویر بازسازی شده، پس از به کار بردن صافی میانگین ارائه شده در رابطه (۴)، نشان داده شده است. به کار گرفتن این نوع صافی از شدت لکه نورانی مرکز تصویر کاسته اما باعث حذف کامل آن نشده است. همان طور که پیش‌تر اشاره شد، این نوع صافی چون از جمع بر روی تمام پیکسل‌های تصویر ذخیره شده توسط CCD به دست می‌آید اثر نوفه‌های موجود در آن را تقویت خواهد کرد. بنابراین جمله مرتبه صفر پراش کیفیت تصویر بازسازی شده را به

این کار کارآیی مدل‌های مورد استفاده برای حذف پراش مرتبه صفر مورد بررسی قرار گرفته است. روش‌های ریاضی مربوط به هر کدام از این مدل‌ها بررسی شده و به منظور افزایش تطبیق‌پذیری و گسترش دامنه کاربرد آنها در آینده، برنامه‌نویسی و محاسبات با استفاده از نرم‌افزار متلب به اجرا درآمده‌اند.

با بررسی مدل‌های مورد استفاده برای حذف جمله مرتبه صفر می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از صافی‌های رایانه‌ای در هر یک از این مدل‌ها در صورتی نتیجه مطلوب‌تری بر جای خواهد گذاشت که همسایگی در نظر گرفته شده در اطراف هر پیکسل کوچک‌ترین حالت، یعنی حالت 3×3 داشته باشد. علت این امر نیز کاهش چشم‌گیر اثر نوفه‌های تجربی شکل گرفته بر روی تمام‌نگار در زمان ثبت آن بر روی CCD است.

بررسی‌های ما نشان‌دهنده آن است که در میان صافی‌های بررسی شده با کوچک‌ترین سطح همسایگی، صافی میانگین 3×3 اثر مطلوب‌تری نسبت به صافی مشتق‌گیر لاپلاس بر جای می‌گذارد.

حذف جمله ثابت رابطه (۱)، در جاهایی که اختلاف شدت بین پیکسل‌های مجاور زیاد باشد، مقدار بزرگتری نسبت به مناطقی که اختلاف شدت بین آنها ناچیز باشد، برجای می‌گذارد. همان طور که مقایسه شکل ۳ (ب) با شکل ۳ (د) نشان می‌دهد، این خاصیت باعث تغییر شدت پیکسل‌ها در نواحی مختلف شکل شده و کیفیت آن را اندکی دست‌خوش تغییر می‌نماید.

۵. نتیجه‌گیری

هدف از انجام این کار، فراهم کردن شرایط اولیه و کالیبره کردن چیدمان تمام‌نگاری دیجیتال به منظور استفاده از آن در کاربردهای میکروسکوپی است [۶]. در کاربردهای میکروسکوپی به روش تمام‌نگاری دیجیتال نیاز به مشاهده فیلم جسم بر روی رایانه خواهیم داشت. به این منظور بایستی با استفاده از الگوریتم‌های بهینه جهت افزایش سرعت بازسازی و حذف جمله مرتبه صفر پراش و نیز تصویر مزدوج جسم، فریم‌های پیوسته دریافتی از CCD را هم‌زمان بازسازی نمود. در

مراجع

1. D Gabor, *Nature* **161** (1948) 777.
2. E N Leith and J Upatnieks, *Journal of the Optical Society of America* **52**, 10 (1962) 1123.
3. U Schnars and W Jüptner, *App. Opt.* **33**, 2 (1994) 179.
4. T Kreis, "*Handbook of Holographic Interferometry Optical and Digital Methods*", John Wiley and Sons (2005).
5. L Jun-chang, and P Pascal, "*Digital Holography*", John Wiley and Sons (2013).
6. K Kim Myung, *Journal of Photonics for Energy* **1** (2010) 018005.