

## دینامیک جبری نوسانات بلوخ اتم‌های فراسرد در شبکه اپتیکی

حسن پهلوانی و آمنه زمانی

گروه فیزیک، دانشگاه قم، قم

پست الکترونیکی: h-pahlavani@qom.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۸/۲۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۱۰/۳۰)

### چکیده

دینامیک یک ذره کوانتومی باردار در آرایه نامتناهی از چاه‌های پتانسیل تحت تأثیر میدان خارجی در یک بعد و دو بعد در تقریب مدل بستگی قوی به روش جبری مطالعه شده است. احتمال ماندگاری (حبس شدگی کوانتومی) و احتمال گذار (انتقال کوانتومی) این ذره کوانتومی بر حسب جملاتی از توابع بسل چند متغیره محاسبه شده است و نتایج آن به روش عددی بیان شده است.

واژه‌های کلیدی: تقریب بستگی قوی، روش جبری (جبرلی)، احتمال ماندگاری، احتمال گذار

### ۱. مقدمه

و طبیعت آنها اثر ژرفی در خواص انتقال الکترونیکی در جامدات دارد. شرط تحقق نوسانات بلوخ این است که دوره تناوب نوساناتی که الکترون در شبکه کسب می‌کند از زمان واهلش (متوسط زمانی بین دو برخورد متوالی) کمتر باشد ( $T_B \ll \tau$ )، معمولاً این شرط در سامانه‌های حالت جامدی برقرار نیست و نوسانات بلوخ را نمی‌توان در آنها مشاهده کرد. اولین آزمایش تجربی مشاهده نوسانات بلوخ، در سال ۱۹۹۲ برای اتم‌های فراسرد در شبکه‌های اپتیکی مشاهده گردید [۳]. در شبکه‌های اپتیکی امواج ایستاده لیزر، نقش شبکه‌های بلور و اتم‌های سرد خنثی، نقش الکترون‌ها را بازی می‌کنند، بنابراین مشکلات مربوط به فرایند واهلش در این شبکه‌ها مرتفع شد. براین اساس آزمایش‌های زیادی برای آشکار کردن نوسانات

با پیشرفت‌های روزافزون فناوری نانو در عرصه‌های مختلف علمی به خصوص در ساخت وسایل اندازه‌گیری در مقیاس نانو و نانوالکترونیک، دانستن قوانین حاکم بر رفتار ذرات و چگونگی آنها در نانو ساختارها بسیار لازم و ضروری است. وقتی به یک ذره کوانتومی باردار (الکترون) موجود در سامانه، میدان خارجی اعمال می‌شود، نوسانات متناوبی توسط الکترون در بلور به وجود می‌آید که به نوسانات بلوخ معروف است [۱] و دارای دوره تناوب بلوخ  $T_B = \frac{\gamma f \hbar}{dF}$  هستند. در آن  $F$  بزرگی نیروی ایستا و  $d$  دوره تناوب بلور است. یک پایه متعامد مناسب برای تحقیق در مورد این ساختارهای تناوبی، حالت‌های جایگزیده است. این حالت‌ها به حالت‌های وانیر-استارک معروف‌اند [۲]

آورنده و بالابرنده و  $\hat{N}$  عملگر موقعیت می‌باشد که به شکل زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{aligned}\hat{K}^\dagger &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |n+1\rangle\langle n|, \\ \hat{K} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |n\rangle\langle n+1|, \\ \hat{N} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} n|n\rangle\langle n|,\end{aligned}\quad (۳)$$

به طوری که عملگرها تشکیل  $\{\hat{K}, \hat{K}^\dagger, \hat{N}\}$  جبر لی می‌دهند و روابط جابه‌جاگری آنها مطابق زیر است

$$[\hat{N}, \hat{K}] = -\hat{K}, [\hat{N}, \hat{K}^\dagger] = \hat{K}^\dagger, [\hat{K}^\dagger, \hat{K}] = 0, \quad (۴)$$

عملگر تحول زمانی چنین سامانه‌ای را می‌توان براساس روش تجزیه لوی-مالسیو و به‌کارگیری رابطه بیکر هاسدروف این چنین به دست آورد [۸]

$$f_t = \frac{F(t)}{\hbar}, \quad g_t = \frac{G(t)}{\hbar}, \quad \hat{U}(t) = e^{-iy_t \hat{N}} e^{-it_t \hat{K}} e^{-it_t^* \hat{K}^\dagger} \quad (۵)$$

که در آن  $y_t = y(t)$  و  $t_t = t(t)$  به شکل زیر تعریف می‌شوند

$$t_t = \int_0^t g_{\dagger} e^{-iy_{\dagger} t} dt, \quad y_t = \int_0^t f_{\dagger} dt \quad (۶)$$

با معلوم بودن  $F(t)$  و  $G(t)$  می‌توان عملگر تحول زمانی سامانه (۱) را محاسبه کرد و در مورد خواص آن بحث کرد. برای بررسی رفتار جایگزیدگی ذره در سامانه، مناسب است عملگر تحول زمانی را برحسب تابع بسط بیان نمود.

تابع بسط یک نمایش خوبی از حالت‌های وانیر-استارک را در فضای وانیر می‌دهد و با توجه به خواص آن، متوجه می‌شویم که تابع بسط  $J_{n-m}(x)$  در بازه  $|m-n| < x$  رفتاری کاملاً نوسانی دارد، بنابراین رفتار حالت‌های جایگزیده را به خوبی توصیف می‌کند، یعنی می‌توان گفت حالت‌های جایگزیده وانیر-استارک در این بازه واقع می‌شوند. همچنین با توجه به خاصیت  $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$ ، برای شاخص‌های منفی،  $n$  نیز رفتاری کاملاً نوسانی دارد. خارج از این بازه رفتار تابع موج بسط به شکل  $J_n(x) \sim x^n$  است که بر اساس آن می‌توان مرز نوسانات بلوخ را تعیین کرد.

شکل عملگر تحول زمانی (۵) در پایه‌های وانیر به صورت

زیر به دست می‌آید

بلوخ از جمله، اتم‌های فراسرد در شبکه‌های اپتیکی [۴]، چگالش بوز انیشتین [۵] و شبکه‌های اپتیکی دوبعدی، می‌توان جستجو کرد. همچنین می‌توان به کارهای کرش و همکاران اشاره کرد، به طوری که آنها توانستند دینامیک یک ذره کوانتومی باردار را در یک زنجیره نامتناهی از چاه‌های کوانتومی یک‌بعدی و دوبعدی در تقریب مدل بستگی قوی، تحت تأثیر میدان اختیاری وابسته به زمان  $F(t)$ ، بررسی کنند [۶]. مطالعه دینامیک کوانتومی الکترون در این سامانه‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، می‌توان در زمینه رایانش کوانتومی، آرایه دوبعدی از اتم‌های سرد به دام افتاده در میکرو تله‌ها روی تراشه‌های اتمی را نام برد [۷]. در این مقاله با مرور کارهای کرش و همکارانش براساس دینامیک جبری، احتمال‌های گذار و ماندگاری الکترون را در یک آرایه یک‌بعدی و دوبعدی (صفحه کوانتومی) برحسب تابع بسط به دست آورده و آن را به روش عددی به ازای مقادیر مختلف میدان خارجی و انتگرال هم‌پوشانی نزدیکترین همسایه‌ها (ثابت جفت‌شدگی) مطالعه کرده‌ایم.

## ۲. بررسی نوسانات بلوخ در یک‌بعد

آرایه نامتناهی از چاه‌های کوانتومی در یک‌بعد، تحت تأثیر میدان خارجی اختیاری وابسته به زمان را در نظر می‌گیریم. هامیلتونی چنین سامانه‌ای در تقریب مدل بستگی قوی به شکل زیر است

$$\hat{H} = G(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n|) + F(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} n|n\rangle\langle n|. \quad (۱)$$

که در آن  $|n\rangle$  بیانگر حالت‌های جایگزیده وانیر-استارک (جایگزیده در مکان  $n$ ) است و شرط تعامد  $\langle n|n'\rangle = \delta_{nn'}$  در مورد آن برقرار است.

$F(t)$  میدان اختیاری خارجی و  $G(t)$  تابع جفت‌شدگی (انتگرال هم‌پوشانی) نزدیکترین همسایه است. عملگر هامیلتونی (۱) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\hat{H}(t) = G(\hat{K} + \hat{K}^\dagger) + F(t)\hat{N}, \quad (۲)$$

که در آن عملگرهای  $\hat{K}$  و  $\hat{K}^\dagger$  به ترتیب عملگرهای پایین

که در آن  $f = \frac{F}{\hbar}$  و  $\frac{f_1}{f_2} = \frac{q}{r}$  و  $q, r \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} \hat{N}_1 &= \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} m |m,n\rangle \langle m,n|, \quad \hat{N}_2 \\ &= \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} n |m,n\rangle \langle m,n| \\ \hat{K}_1 &= \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} |m,n\rangle \langle m+1,n|, \quad \hat{K}_2 \\ &= \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} |m,n\rangle \langle m,n+1| \\ \hat{K}_1 \hat{K}_2 &= \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} |m,n\rangle \langle m+1,n+1|, \quad \hat{K}_2 \hat{K}_1^\dagger \\ &= \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} |m,n\rangle \langle m+1,n-1| \end{aligned} \quad (12)$$

به طوری که مجموعه

$L = \{ \hat{N}_1, \hat{K}_1, \hat{K}_1^\dagger, \hat{N}_2, \hat{K}_2, \hat{K}_2^\dagger, \hat{K}_1 \hat{K}_2, \hat{K}_1^\dagger \hat{K}_2^\dagger, \hat{K}_1 \hat{K}_2^\dagger, \hat{K}_1^\dagger \hat{K}_2 \}$  تشکیل جبر لی می‌دهد. در اینجا نیز با استفاده از روش تجزیه لوی مالسیو عملگر تحول زمانی را می‌توان بعد از انجام محاسبات به صورت زیر به دست آورد [۹]

$$\begin{aligned} \hat{U}(t) &= \exp\{-i\hat{H}t/\hbar\} \\ &= \exp\{-i[g^{(\pm,0)}(\hat{K}_{1,\pm} + \hat{K}_{-1,\pm}) + g^{(0,\pm)}(\hat{K}_{\pm,1} + \hat{K}_{\pm,-1}) \\ &\quad + g^{(\pm,1)}(\hat{K}_{1,\pm} + \hat{K}_{-1,\pm} + \hat{K}_{1,\pm} + \hat{K}_{-1,\pm}) + f_1 \hat{N}_1 + f_2 \hat{N}_2]t\} \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن

$$g^{(\pm,0)} = \frac{G_1}{\hbar}, \quad g^{(0,\pm)} = \frac{G_2}{\hbar}, \quad g^{(\pm,1)} = g^{(\pm,1)} = \frac{G_3}{\hbar} \quad (14)$$

و  $\hat{K}_{u,v} = \hat{K}_u \hat{K}_v$  به طوری که  $u, v \in \mathbb{Z}$ . با توجه به توضیحات بخش قبل اگر بتوان عملگر تحول زمانی (۱۳) را برحسب تابع بسط پیدا کرد، رفتار نوسانات بلوخ به خوبی قابل درک است و به راحتی می‌توان حالت‌های جایگزیده وانیر-استارک را بررسی کرد. با توجه به محاسبات در حالت یک‌بعدی، شکل بسلی معادله (۱۳) یک تابع بسط دو شاخصی می‌شود که بررسی و تجزیه و تحلیل آن و استخراج نتایج آن کار بسیار مشکلی است. بنابراین با کمک رابطه زیر [۱۰]

$$U_{mm'} = e^{-i(n'-n)(\omega_t + f/\gamma) - in\gamma} J_{n'-n}(\gamma |t_t|), \quad (7)$$

یکی از حالت‌های قابل توجه و کاربردی این است که میدان و ثابت جفت‌شدگی مستقل از زمان باشند، یعنی [۸]

$$f_t = f_0, \quad g_t = g_0,$$

بنابراین

$$y_t = f_0 t, \quad t_t = \frac{\gamma g_0}{f_0} e^{-if_0 t/\gamma} \sin(f_0 t/\gamma). \quad (8)$$

با جایگذاری مقادیر فوق در رابطه (۷)، می‌توان تابع احتمال را در پایه‌های وانیر به شکل زیر به دست آورد

$$\begin{aligned} P_{mm'} &= |\langle n|U(t)|n'\rangle|^2 \\ &= |J_{n'-n}(\gamma |t_t|)|^2. \end{aligned} \quad (9)$$

### ۳. بررسی نوسانات بلوخ در دو بعد

با در نظرگرفتن آرایه‌های نامتناهی از چاه‌های کوآتومی در دو بعد، تحت تأثیر میدان‌های خارجی مختلف می‌توان هامیلتونی سامانه را در تقریب بستگی قوی مطابق زیر بیان کرد [۹]

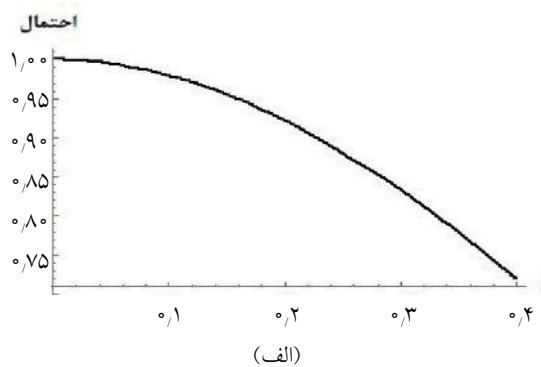
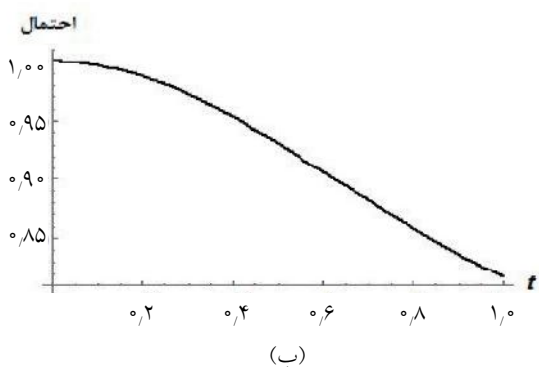
$$\begin{aligned} \hat{H} &= G_1 \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (|m,n\rangle \langle m+1,n| + |m,n\rangle \langle m-1,n|) + \\ &G_2 \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (|m,n\rangle \langle m,n+1| + |m,n\rangle \langle m,n-1|) + \\ &G_3 \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (|m+1,n+1\rangle \langle m,n| + |m,n\rangle \langle m+1,n+1| + \\ &|m+1,n-1\rangle \langle m,n| + |m,n\rangle \langle m+1,n-1|) + \\ &\sum_{m,n=-\infty}^{\infty} (F_1 m + F_2 n) |m,n\rangle \langle m,n| \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن  $|m,n\rangle$  بیانگر حالت جایگزیده در مکان  $(m,n)$  است که شرط تعامد در مورد آن برقرار است.

$$\langle m,n|m',n'\rangle = \delta_{m',m} \delta_{n',n}$$

$F_1$  و  $F_2$  مؤلفه‌های میدان خارجی  $F$  در دو راستای ۱ و ۲ است  $G_1$  و  $G_2$  ثابت جفت‌شدگی در دو راستای ۱ و ۲ است ثابت جفت‌شدگی در راستای قطر اصلی است. مطابق روش جبری، هامیلتونی این سامانه را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\begin{aligned} \hat{H} &= G_1(\hat{K}_1 + \hat{K}_1^\dagger) + G_2(\hat{K}_2 + \hat{K}_2^\dagger) \\ &\quad + G_3(\hat{K}_1 \hat{K}_2 + \hat{K}_1^\dagger \hat{K}_2^\dagger + \hat{K}_1 \hat{K}_2^\dagger + \hat{K}_1^\dagger \hat{K}_2) + \hbar f_1 \hat{N}_1 + \hbar f_2 \hat{N}_2 \end{aligned} \quad (11)$$



شکل ۱. (الف) احتمال ماندگاری ذره در چاه یکم و احتمال ماندگاری ذره در چاه نهم به ازای  $g_0 = 1$  در  $t = T_B$ . (ب) احتمال ماندگاری ذره در چاه (۱,۱) و احتمال ماندگاری ذره در چاه (۳,۳) در  $t = T_B$  به ازای مقادیر  $r = 2$  و  $g_1 = g_2 = g_3 = 0.1$  و  $q = 1$ .

دست می‌آیند

$$\begin{aligned}
 t_q(t) &= \frac{2g_1 \sqrt{q^2 + r^2}}{f_0 q} \exp\left(-\frac{if_0 tq}{2\sqrt{q^2 + r^2}}\right) \sin\left(\frac{f_0 tq}{2\sqrt{q^2 + r^2}}\right), \\
 t_r(t) &= \frac{2g_2 \sqrt{q^2 + r^2}}{f_0 r} \exp\left(-\frac{if_0 tr}{2\sqrt{q^2 + r^2}}\right) \sin\left(\frac{f_0 tr}{2\sqrt{q^2 + r^2}}\right), \\
 t_{r+q}(t) &= \frac{2g_3 \sqrt{q^2 + r^2}}{f_0 r+q} \exp\left(-\frac{if_0 t(r+q)}{2\sqrt{q^2 + r^2}}\right) \sin\left(\frac{f_0 t(r+q)}{2\sqrt{q^2 + r^2}}\right), \\
 t_{|r-q|}(t) &= \frac{2g_4 \sqrt{q^2 + r^2}}{f_0 |r-q|} \exp\left(-\frac{if_0 t|r-q|}{2\sqrt{q^2 + r^2}}\right) \sin\left(\frac{f_0 t|r-q|}{2\sqrt{q^2 + r^2}}\right).
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

با جایگذاری این عبارات در معادله (۱۷)، به روش عددی می‌توان احتمال گذار و ماندگاری را به ازای مقادیر مختلف میدان خارجی و ثابت جفت‌شدگی به دست آورد.

#### ۴. نتایج عددی

با توجه به وابستگی معادلات (۹) و (۱۷) به پارامترهای میدان خارجی  $F$  و ثابت‌های جفت‌شدگی  $G$ ، در این بخش نمودارهای احتمال ماندگاری و گذار الکترون را در حالت یک‌بعدی و دوبعدی برحسب زمان به ازای مقادیر مختلف  $F$  و  $G$  و سایر پارامترهای دیگر، به صورت عددی برحسب  $\frac{t}{T_B}$  رسم کرده و به تجزیه و تحلیل آنها پرداخته‌ایم.

در شکل ۱ احتمال ماندگاری ذره در چاه‌های پتانسیل را در آرایه یک‌بعدی و دوبعدی نشان می‌دهد که بیانگر یکسان بودن

$$J_{m,n}(t) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} J_{m-h}(t) J_{n-h}(t) J_h(t) \tag{15}$$

می‌توان آن را به یک تابع بسلی که از حاصل ضرب هشت تابع بسلی با شاخص‌های متفاوت به دست می‌آید، تبدیل نمود. در این حالت نیز حجم محاسبات افزایش می‌یابد و حل عددی آن زمان‌بر و مفاهیم گذار و ماندگاری را نمی‌توان به سهولت بیان کرد و همچنین با نتایج یک‌بعدی قابل مقایسه نیست، برای حل این مشکل با کمک معادله زیر

$$\begin{aligned}
 J_s(\{S_m\}) &= \frac{1}{f} \int_0^f \cos(s_n - \sum_m S_m \sin(m_n)) d_n, \\
 s &\in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N}, \\
 \sum_1^{\infty} |S_m| &< \infty
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

می‌توان به یک تابع بسلی چند متغیره با یک شاخص رسید، بر این اساس با استفاده از معادله (۱۶) می‌توان هشت تابع بسلی یک شاخصی را به یک تابع بسلی یک شاخصی، با چهار متغیر تبدیل نمود [۱۱ و ۱۲] یعنی

$$|U_{mm',nn'}(t)|^2 = \left| J_{s'}(2|t_q|, 2|t_r|, 2|t_{r+q}|, 2|t_{|r-q|}|) \right|^2 \tag{17}$$

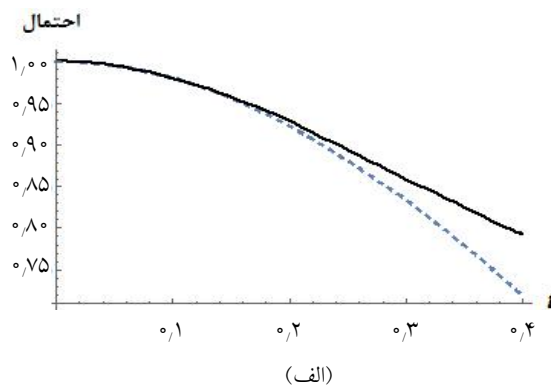
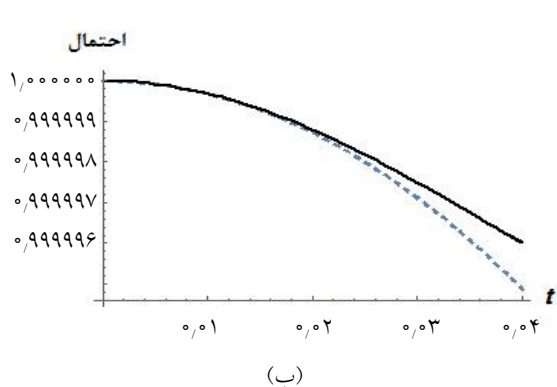
که در آنان شاخص تابع بسلی مطابق زیر تعریف می‌شود

$$s' = -q(m - m') - r(n - n') \tag{18}$$

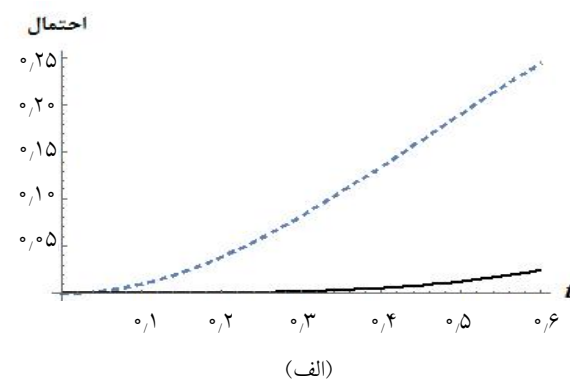
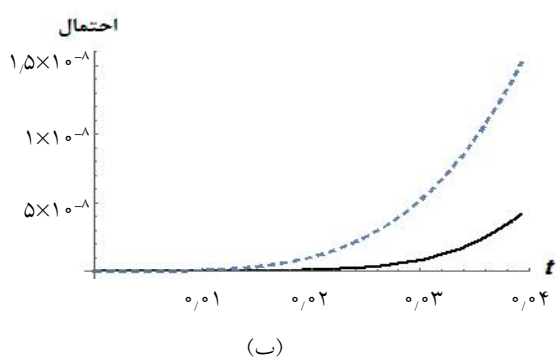
در محاسبات رابطه (۱۷) از معادلات زیر استفاده شده است

$$\hat{K}_1^m |m\rangle = |m - m'\rangle, \quad \hat{K}_2^n |n\rangle = |n - n'\rangle$$

با استفاده از معادله (۱۷) نتایج حالت دوبعدی قابل تطبیق به حالت یک‌بعدی می‌باشد. در ادامه با فرض میدان ثابت، با استفاده از رابطه (۱۶) برای یک آرایه دوبعدی عبارات زیر به



شکل ۲. (الف) در حالت یک‌بعدی به ازای مقادیر  $t = 0.4T_B$ ،  $f_0 = 1$  و  $g_0 = 1$ ، نمودار خط‌چین و به ازای  $t = 2T_B$ ،  $f_0 = 5$  و  $g_0 = 1$ ، نمودار خط پر به ازای نمودار خط پر (ب) در حالت دوبعدی به ازای  $t = 0.4T_B$ ،  $f_0 = 1$ ، نمودار خط‌چین و  $t = 2T_B$ ،  $f_0 = 50$ ، نمودار خط پر به ازای  $q = 1$  و  $r = 2$ ،  $g_1 = g_2 = g_3 = 0.1$ .



شکل ۳. (الف) احتمال گذار در حالت یک‌بعدی از چاه یک به چاه دو (خط‌چین) و احتمال گذار از چاه یک به سه (خط پر) به ازای  $t = 0.6T_B$ ،  $f_0 = 1$  و  $g_0 = 1$ ، (ب) احتمال گذار در حالت دوبعدی از چاه (۱,۱) به چاه (۱,۲) (خط‌چین) و احتمال گذار از چاه (۱,۱) به چاه (۲,۲) (خط پر) به ازای  $t = 0.4T_B$ ،  $f_0 = 1$  و  $g_1 = g_2 = g_3 = 0.1$ ،  $r = 2$  و  $q = 1$ .

احتمال جایگزیدگی کاهش می‌یابد. این رویه در مورد آرایهٔ دوبعدی نیز در شکل ۴ (ب) به ازای دو مقدار مختلف  $g_1$  و ثابت ماندن  $g_2$  و  $g_3$  نشان داده شده است، همان‌طور که از شکل پیداست، با افزایش  $g_1$  احتمال گذار در راستای محور  $x$  افزایش می‌یابد. به همین ترتیب برای مقادیر مختلف در راستای  $y$  نیز می‌توان نمودار مشابهی ترسیم نمود.

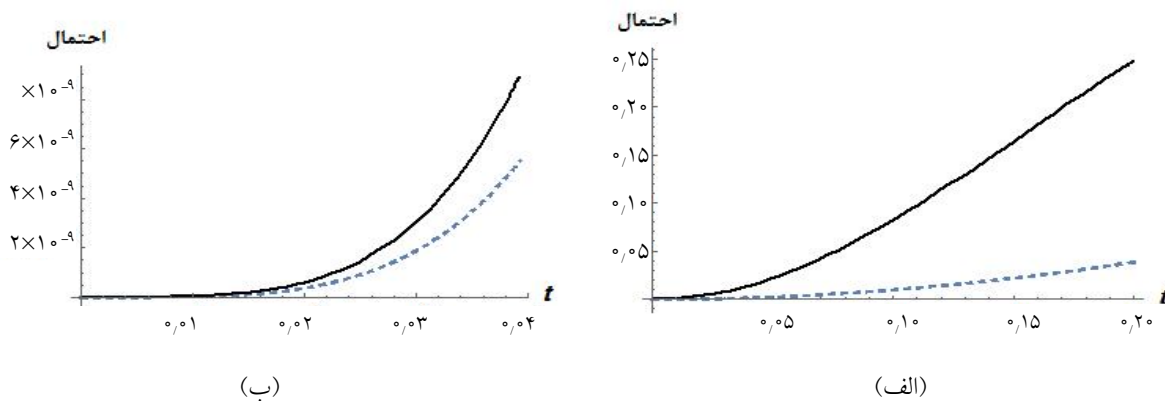
احتمال گذار با افزایش مقادیری از  $g$  در همان راستا به نسبت سایر راستاها افزایش بیشتری می‌یابد، یعنی تغییرات احتمال گذار در آن راستا زیادتر است. در اینجا با فرض ثابت ماندن میدان خارجی و مقادیر  $g_1$  و  $g_2$  دیده می‌شود که با افزایش  $g_3$  احتمال گذار در راستای قطر اصلی در مقایسه با سایر راستاها افزایش بیشتری یافته است. با وجود این که طبق تقریب بستگی قوی احتمال گذار در این راستا کم‌تر است، اما با افزایش ثابت

احتمال در چاه‌های مختلف است.

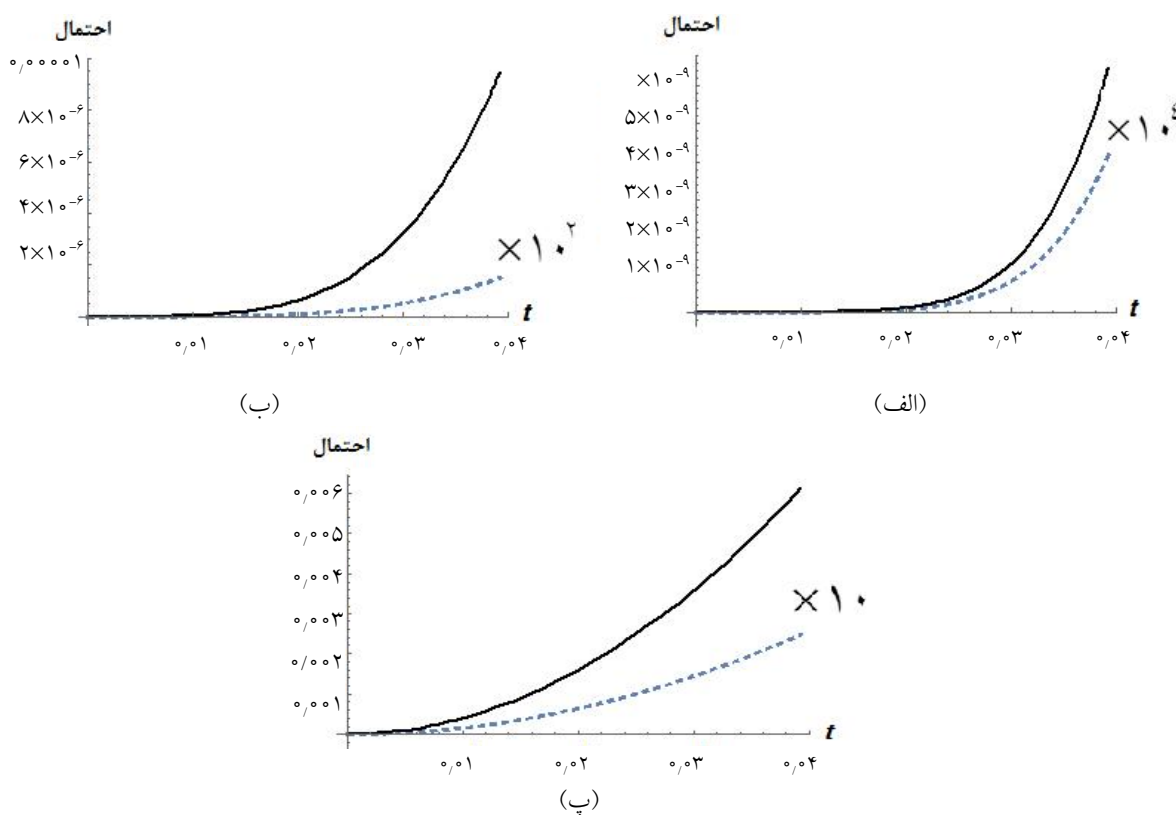
شکل ۲ احتمال ماندگاری را برای مقادیر مختلف  $f_0$  و ثابت ماندن  $g_0$  را در حالت یک‌بعدی و دوبعدی نشان می‌دهد، به طوری که با افزایش میدان خارجی، جایگزیدگی در هریک از چاه‌های پتانسیل زیاد می‌شود.

به منظور بررسی عددی مدل بستگی قوی در نمودار ۳ احتمال گذار ذره به همسایه‌های اول و دورتر رسم شده است، همان‌طور که مشخص است احتمال گذار به اولین چاه‌های همسایه در آرایهٔ یک‌بعدی و دوبعدی بیشتر از احتمال گذار به همسایه‌های دورتر است.

شکل ۴ (الف) احتمال گذار به ازای مقادیر مختلف  $g_0$  با ثابت ماندن  $f_0$  را نشان می‌دهد، به طوری که با افزایش  $g_0$  احتمال گذار در حالت یک‌بعدی افزایش یافته است، در واقع



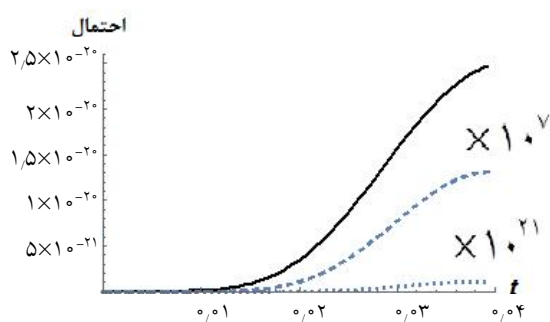
شکل ۴. (الف) - احتمال گذار از چاه یکم به چاه دوم در حالت یک‌بعدی به ازای  $g_1 = 1$  (خط چین) و به ازای  $g_2 = 3$  (خط پر) در  $t = 0.2T_B$ ،  $f_0 = 1$ ، (ب) - احتمال گذار از چاه (۱،۱) به چاه (۲،۱) در حالت دوبعدی به ازای  $g_1 = 0.1$  (خط چین) و به ازای  $g_1 = 0.05$  (خط پر) در  $t = 0.4T_B$ ،  $f_0 = 1$ ،  $q = 2$  و  $r = 1$



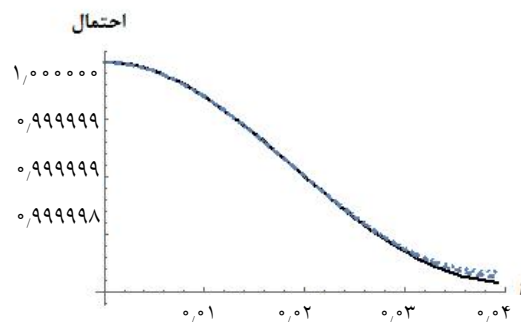
شکل ۵. احتمال گذار برحسب زمان به ازای میدان خارجی ثابت و  $r = 2$ ،  $q = 1$  و  $g_1 = g_2 = 0.1$ ، در راستاهای (الف) از چاه (۱،۱) به چاه (۲،۲)، (ب) از چاه (۱،۱) به چاه (۲،۱)، (پ) از چاه (۱،۱) به چاه (۱،۲) به ازای  $g_3$  برابر با ۰٫۱ (نمودار خط‌چین) و ۰٫۹ (نمودار خط پر) و  $(f_0 = 1$  و  $t = 0.4T_B)$ .

با افزایش  $r$  یا  $q$  احتمال ماندگاری تقریباً ثابت است، زیرا احتمال ماندگاری با تغییر میدان متغیر است و با تغییر  $r$  و  $q$  مؤلفه‌های میدان تغییر کرده و بزرگی آن ثابت خواهد بود، اما این تغییرات در احتمال گذار بسیار چشمگیر است و با افزایش مؤلفه میدان در یکی از راستاها، احتمال گذار در آن راستا به

جفت شدگی در این راستا، تغییرات احتمال گذار در این راستا بیشتر است. تا اینجا، محاسبات عددی به کار رفته به ازای  $q = 1$  و  $r = 2$  بوده است، در ادامه رفتار احتمال‌های ماندگاری و گذار بر اثر تغییرات این دو کمیت را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.



(ب)



(الف)

شکل ۶. (الف) احتمال ماندگاری در چاه (۱,۱) به ازای مقادیر  $r=1$  و  $q=2$  (نمودار خط پر)،  $r=1$  و  $q=3$  (خط چین) و  $r=1$  و  $q=5$  (نقطه چین)، و نمودار (ب) احتمال گذار از چاه (۱,۱) به چاه (۱,۲) به ازای همین مقادیر را نشان می‌دهد ( $t = 0.035T_B$  و  $f_0 = 1$ ).

زیاد شدن میدان احتمال جایگزیدگی و با افزایش ثابت جفت‌شدگی احتمال گذار افزایش می‌یابد. با تغییر نسبت مؤلفه‌های میدان در یک شبکه دوبعدی، هر چه مؤلفه میدان در یک راستا بزرگتر شود، احتمال جایگزیدگی در آن راستا بیشتر ولی احتمال گذار در آن راستا کمتر می‌شود. از آنجایی که شبکه‌های اپتیکی دستگاه‌های ایده‌آلی برای درک پدیده‌های حالت جامد و اتمی مولکولی می‌باشند، لذا بررسی دینامیک نوسانات بلوخ اتم‌های سرد در شبکه‌های اپتیکی، در محدوده وسیعی از سامانه‌های فیزیکی، از جمله تداخل‌سنجی اتم‌ها، تحقیق نیمه کلاسیکی دینامیک نوارهای بلوخ، تحقیق عایق‌های مات در میدان‌های الکتریکی قوی کاربردهای زیادی دارد.

شدت کاهش می‌یابد. شکل ۶ این مطلب را بیان می‌کند، در این دو نمودار  $r$  ثابت و  $q$  تغییر می‌کند که در حالت عکس آن یعنی  $q$  ثابت و  $r$  متغیر باز هم نتایج مشابه برقرار است.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، دینامیک اتم‌های فراسرد در شبکه‌های اپتیکی به صورت جبری در یک‌بعد و دو بعد مورد بررسی قرار گرفت، با تبدیل تحول زمانی به صورت یک تابع بسط توانسته‌ایم جایگزیدگی توابع وانیر استارک را به‌خوبی تشریح کنیم، به صورت عددی احتمال ماندگاری و گذار برای مقادیر مختلف میدان خارجی و ثابت جفت‌شدگی رسم کرده و دیدیم که با

## مراجع

1. D H Dunlap and V M Kenkre, *Phys. Rev. B* **34** (1986) 3625.
2. A R Kolovsky and H J Korsch, *Phys. Rev. A* **67** (2003) 063601.
3. B P Anderson and M A Kasevich, "Macroscopic Quantum Interference from Atomic Tunnel Arrays", *Science* **27** (1998) 1686.
4. R Walters, "Ultra-cold Atoms in Optical Lattices: Simulating Quantum Spin Systems", Ph.D. Thesis, Oxford University (2012).
5. B P Anderson and M A Kasevich, *Science* **282** (1998) 1686.
6. A R Kolovsky and H J Korsch, *International J. Mod. Phys.* **18** (2004) 1235.
7. S Whitlock, R Gerritsma, T Fernholz, and R J C Spreeuw, *New Journal of Physics* **11** (2009) 023021.
8. H J Korsch and S Mossmann, *Phys. Lett. A* **317** (2003) 54.
9. S Mossmann, A Schulze, D Witthaut, and H J Korsch, *J. Phys. A: Math. Gen.* **38** (2005) 3381.
10. T Hartman, F Keck, H J Korsch, and S Mossmann, *New J. Phys.* **6** (2004) 2.
11. L Galue, H G Khajjah, S L Kalla, *J. Computational and Applied Mathematics* **118** (2000) 143.
12. F Keck and H J Korsch, *J. Phys. A: Math. Gen.* **35** (2002) L105.