

## ذرات تک تاییه به عنوان ماده تاریک سرد در فضا- زمان ناجابه جایی دقیق

سید علی اصغر علوی و طیبه صالحی

بخش فیزیک دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار

پست الکترونیکی: s.alavi@hsu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۶/۲۱؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۱۱/۲۴)

### چکیده

ابتدا نابودی ماده تاریک تک تاییه را به زوج فرمیون های باردار و زوج  $W^\pm$ ، تا مرتبه اول پارامتر ناجابه جایی در مدل اختلالی مورد بررسی قرار می دهیم. نتایج ما با نتایجی که قبلاً گزارش شده اند، تفاوت دارد. سپس مسئله را به صورت دقیق ( $\theta$ -exact) در فضا- زمان ناجابه جایی و در مدل غیر اختلالی فرمول بندی نموده، محاسبات مربوطه را به طور دقیق انجام می دهیم.

واژه های کلیدی: ماده تاریک، فرمیون تک تاییه، اسکالر تک تاییه، فضا- زمان ناجابه جایی

### ۱. مقدمه

انبساط جهان می شود، ذره از تعادل ترمودینامیکی خارج شده، واپاشی می کند اما چگالی عددی اش در حجم ساکن<sup>۳</sup> (نسبت به ذره)، ثابت باقی می ماند. چگالی ماندگار<sup>۴</sup> WIMPs در حالت کلی به صورت  $\Omega_X h^2 \approx \frac{3 \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}}{\langle \sigma_{ann} v \rangle}$  برآورد شده است [۲].  $\langle \sigma_{ann} v \rangle$ ، میانگین گرمایی حاصل ضرب سطح مقطع نابودی در سرعت ذرات است. با توجه به  $\Omega_X h^2 \approx 0.112$  و این که  $5 (GeV)^{-1} \approx 1 \text{ fm}$  داریم:

$$\langle \sigma_{ann} v \rangle \approx 2.5 \times 10^{-9} (GeV)^{-2}. \quad (1)$$

که بسط غیرنسبیتی آن تا مرتبه دوم از  $x^{-1}$  به شکل زیر می باشد [۴]:

در چارچوب کیهان شناسی استاندارد، ماده تاریک سرد (CDM) بعد از انرژی تاریک، مؤلفه غالبی است که بخش اعظم کیهان را دربرمی گیرد. در [۱]، مقدار  $\Omega_X h^2 \approx 0.112$  برای چگالی CDM موجود در جهان گزارش شده است.  $\Omega_X$  فراوانی بهنجار شده CDM می باشد و  $h$ ، ثابت هابل مقیاس شده<sup>۱</sup> است که به صورت  $h \equiv \frac{H_0}{100 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}}$  تعریف می شود. CDM می تواند از ذرات سنگین با برهم کنش ضعیف ( $WIMP^2$ ) تشکیل شده باشد. زمانی که آهنگ برهم کنش ضعیف (واپاشی) یک WIMP کمتر از آهنگ

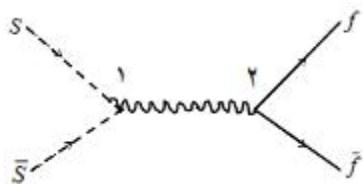
۳. Comoving volume

۴. Relic density

۱. Scaled Hubble parameter

۲. Weakly Interacting Massive Particle

است) و به محاسبه  $\langle \sigma_{ann} v \rangle$  در چارچوب CM می‌پردازیم. به منظور نشان دادن چگونگی محاسبات، فقط محاسبه  $\langle \sigma_{ann} v \rangle_{Sf}$  را برای فرآیند نابودی اسکالرهای تک‌تایه به جفت فرمیون‌های باردار به طور مختصر بیان می‌کنیم. کنش  $S_{Sf}$  منجر به عبارت رأس  $ie(q\theta p)p^\mu$  خواهد شد. که  $q = p + p'$  و  $p'$  به ترتیب چاربردار انرژی-تکانه  $S$  و  $\bar{S}$  می‌باشند.  $q_i \theta^{ij} p_j$  به صورت  $q\theta p$  تعریف شده است. نمودار فاینمن زیر نابودی اسکالر تک‌تایه به فرمیون‌های باردار را نشان می‌دهد.



دامنه ناوردا تا مرتبه اول  $\theta$  به شکل زیر می‌باشد:

$$-iM_{NC} = [ie(q\theta p)p^\mu] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \bar{u}(k)(-ie\gamma^\nu)v(k'), \quad (5)$$

$k'$  و  $k$  به ترتیب چاربردارهای انرژی-تکانه  $f$  و  $\bar{f}$  هستند. در عبارت دامنه تنها رأس ماده-تاریک-فوتون را ناجابه‌جایی در نظر گرفتیم زیرا محاسبات تا مرتبه اول  $\theta$  انجام می‌گیرد. از آنجا که در چارچوب CM،  $q_1 = q_2 = q_3 = 0$ ، تنها مؤلفه‌های  $\theta^i$  ( $i=1, 2, 3$ ) در محاسبات ظاهر می‌شوند. از طرفی با توجه به  $p_0 = p'_0 = \sqrt{s}/2$ ، برای  $q\theta p$  داریم:

$$q\theta p = q_i \theta^i p_i = (p_+ + p'_+) \theta^i p_i = \sqrt{s}(\theta^1 p_1 + \theta^2 p_2 + \theta^3 p_3) = \sqrt{s}(\vec{\theta} \cdot \vec{p}). \quad (6)$$

با تعریف  $\vec{\theta} = (\theta^1, \theta^2, \theta^3)$ ، در نهایت برای  $|M_{NC}|^2$  با ضرب چاربردارها و نوشتن عبارت‌ها بر حسب  $s$  خواهیم داشت:

$$|M_{NC}|^2 = e^4 |\vec{\theta}|^2 \cos^2 \lambda \left(1 - \frac{4m_S^2}{s}\right) \left\{ \frac{s^2}{8} \right. \quad (7)$$

که زاویه بین  $\vec{\theta}$  و  $\vec{p}$  می‌باشد ( $\vec{p}$  در جهت محور  $z$  گرفته می‌شود) و  $\phi$  هم زاویه پراکندگی در چارچوب CM است. برای محاسبه سطح مقطع در چارچوب CM از رابطه

$$d\sigma_{NC} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{k}|}{|\vec{p}|} |M_{NC}|^2 d\Omega$$

پراکندگی انتگرال می‌گیریم و با متوسط‌گیری روی زاویه  $\lambda$  از

$$\langle \sigma_{ann} v \rangle \cong a^{(0)} + (3/2)a^{(1)}x^{-1} + (15/8)a^{(2)}x^{-2}. \quad (2)$$

$a^{(n)}$ ، مشتق  $n$ ام  $\sigma_{ann} v$  بر حسب  $\varepsilon$  در  $\varepsilon=0$  است ( $\varepsilon$  انرژی جنبشی واحد جرم ذرات نابودشونده در چارچوب آزمایشگاه می‌باشد و برابر است با  $\frac{s-4m_x^2}{4m_x^2}$  که  $s$  متغیر مندلستام<sup>۱</sup> است).

که  $x = \frac{m_x}{T}$  و  $T$  و  $m_x$  به ترتیب دمای هنگام انجماد<sup>۲</sup> و جرم WIMPs هستند. در [۳] دو نوع بسط نسبی و غیرنسبی برای  $\langle \sigma_{ann} v \rangle$  ارائه شده است که به دلیل بررسی CDM از بسط غیرنسبی آن استفاده می‌کنیم. برای حد غیرنسبی، انجماد در  $x \cong 25$  اتفاق می‌افتد [۳].

از سوی دیگر، در نظریه میدان ناجابه‌جایی نسبت به هم‌تایش در فضای جابه‌جایی، برهم‌کنش‌های جدیدی وجود دارد که می‌توان جفت‌شدگی ماده-تاریک تک‌تایه با میدان پیمانه‌ای  $U_Y(1)$  در مدل استاندارد ناجابه‌جایی را ذکر نمود [۱]. این جفت‌شدگی مشابه برهم‌کنش فرمیون خنثی با فوتون در الکترودینامیک کوانتومی ناجابه‌جایی است [۴].

## ۲. نابودی ماده-تاریک تک‌تایه در فضا-زمان

### ناجابه‌جایی با در نظر گرفتن نگاشت S-W تا مرتبه اول $\theta$

کنش‌های زیر را برای جفت‌شدگی فرمیون و اسکالر تک‌تایه با ابر-فوتون<sup>۳</sup> داریم [۴]:

$$S_{\psi\gamma} = -\frac{g'}{2} \theta^{\nu\rho} \int d^4x \bar{\psi} (i\gamma^\mu (B_{\nu\rho} \partial_\mu + B_{\mu\nu} \partial_\rho + B_{\rho\mu} \partial_\nu) - m_\psi B_{\nu\rho}) \psi, \quad (3)$$

$$S_{S\gamma} = -g' \theta^{\mu\nu} \int d^4x (\partial^\lambda S B_\nu \partial_\mu S - \partial_\nu S \partial_\mu B_\rho \partial^\rho S + m_S^2 S B_\nu \partial_\mu S), \quad (4)$$

$B_\mu$  به صورت  $B_\mu = A_\mu \cos(\theta_w) - Z_\mu \sin(\theta_w)$  تعریف می‌شود.

با توجه به کنش‌های فوق و نیز رابطه (۲)، نابودی ذرات تک‌تایه را به فرمیون‌های باردار و بوزون‌های  $W^+$  و  $W^-$ ، با انتشارگر  $A_\mu$  در نظر گرفته (انتشارگر  $Z_\mu$  در نظر گرفته نشده

۱. Mandelstam

۲. Freeze-out

۳. Hyper-photon

تا  $2\pi$  به عبارت زیر می‌رسیم:

$$\sigma_{NC} = \frac{e^4 |\bar{\theta}|^2}{384\pi} \sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{s}} \sqrt{1 - \frac{4m_S^2}{s}} \{s - 4m_S^2 + 2m_f^2 - \frac{m_f^2 m_S^2}{s}\}. \quad (8)$$

اکنون  $v_{cm}$ ، سرعت نسبی دو ذره تک تاییه در CM را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$v_{cm} = 2 \frac{|\vec{p}_S|}{E_S} = 2 \times \frac{\sqrt{s} \sqrt{1 - \frac{4m_S^2}{s}}}{\sqrt{s}} = 2 \sqrt{1 - \frac{4m_S^2}{s}}. \quad (9)$$

با ضرب  $v_{cm}$  در  $\sigma_{NC}$  و استفاده از بسط  $\langle \sigma_{ann} v \rangle$  (رابطه ۲)،  $a^{(2)}$  و  $a^{(1)}$  برابر صفر شده و  $a^{(0)}$  غیر صفر می‌شود. بنابراین در نهایت خواهیم داشت:

$$\langle \sigma_{ann} v \rangle_{Sf} \cong 3\pi |\bar{\theta}|^2 \left\{ \sum_f \frac{(2m_S^2 + m_f^2)}{56307000} \sqrt{1 - \frac{m_f^2}{m_S^2}} \right\}. \quad (10)$$

که به جای  $e^4$  قرار دادیم  $\alpha^2 = 16\pi^2 \alpha^2$  و  $\alpha = \frac{1}{137}$ . با در نظر گرفتن نابودی اسکالره‌های تک تاییه به  $W^\pm$ ، در حالت کلی به صورت

$$\langle \sigma_{ann} v \rangle_S \cong 3\pi |\bar{\theta}|^2 \left\{ \sum_f \frac{(2m_S^2 + m_f^2)}{56307000} \sqrt{1 - \frac{m_f^2}{m_S^2}} + \frac{(2m_S^2 / m_W^2 + 8m_S^2 / m_W^2 - \frac{3}{2} m_W^2 - \frac{17}{2} m_S^2)}{56307000} \sqrt{1 - \frac{m_W^2}{m_S^2}} \right\}, \quad (11)$$

محاسبه می‌شود. با انجام محاسبات مربوط به نابودی فرمیون‌های تک تاییه به جفت فرمیون‌های باردار و  $W^\pm$  خواهیم داشت:

$$\langle \sigma_{ann} v \rangle_{\psi} \cong 3\pi |\bar{\theta}|^2 \left\{ \sum_f \frac{(2m_\psi^2 + m_f^2)}{938450} \sqrt{1 - \frac{m_f^2}{m_\psi^2}} + \frac{(8m_\psi^2 / m_W^2 + 32m_\psi^2 / m_W^2 - 6m_W^2 - 34m_\psi^2)}{3753800} \sqrt{1 - \frac{m_W^2}{m_\psi^2}} \right\}. \quad (12)$$

### ۳. نابودی ماده تاریک تک تاییه در فضا- زمان

#### ناجابه جایی با در نظر گرفتن نگاهت S-W دقیق

برای میدان‌های ناجابه جایی  $\hat{\phi}$  و  $\hat{B}_\mu$  که میدان ناجابه جایی ذرات تک تاییه است، بسط دقیق نگاهت S-W را معرفی می‌کنیم

که در آن برای هر مرتبه از میدان‌های ناجابه جایی  $\phi$  و  $B_\mu$ ، تمام مراتب  $\theta$  لحاظ گردیده است [۶].

$$\hat{B}_\mu = B_\mu + g' \theta^{\nu\rho} B_\rho *_\nu (\partial_\nu B_\mu - \frac{1}{\nu} \partial_\mu B_\nu) + O(B^3). \quad (13)$$

$$\hat{\phi} = \phi + g' \theta^{\mu\nu} B_\nu *_\nu \partial_\mu \phi + O(B^2) \phi. \quad (14)$$

ضرب ستاره‌ای تعمیم یافته  $(*_\nu)$ ، به صورت

$$f *_\nu g = f(x) \frac{\sin(\frac{\partial_x \theta \partial_y}{2})}{\frac{\partial_x \theta \partial_y}{2}} g(y) \Big|_{x=y}, \quad (15)$$

تعریف می‌شود [۶]. اکنون با توجه به عبارت‌های جدید (۱۳) و (۱۴)، لاگرانژی دقیق برهم‌کنش‌ها را تا مرتبه اول  $B_\mu$  خواهیم داشت که عبارتند از:

$$L_{\psi\gamma} = g' (-\theta^{\nu\rho} B_\nu *_\nu \partial_\rho \bar{\psi})(i\partial - m_\psi)\psi - \bar{\psi}(i\partial - m_\psi) (\theta^{\nu\rho} B_\nu *_\nu \partial_\rho \psi) + i\bar{\psi} \gamma^\mu (\theta^{\nu\rho} \partial_\nu B_\mu *_\nu \partial_\rho \psi) \quad (16)$$

و

$$L_{S\gamma} = g' (\theta^{\mu\nu} (\partial_\mu B_\rho *_\nu \partial_\nu S) \partial^\rho S + \theta^{\mu\nu} (B_\mu *_\nu \partial_\nu S) \partial^\rho S + m_S^2 \theta^{\mu\nu} S (B_\mu *_\nu \partial_\nu S)). \quad (17)$$

با استفاده از لاگرانژی‌های فوق، عبارت‌های رأس ناجابه جایی دقیق را به دست آورده و تأثیر آنها را بررسی می‌کنیم. به عنوان مثال عبارت رأس ناجابه جایی دقیق ( $\theta$ -exact) اسکالر تک تاییه- فوتون به صورت

$$\Gamma_{S\gamma}^{\mu}(\text{exact}) = ie \frac{\sin(\frac{q\theta p}{2})}{\frac{q\theta p}{2}} ((q\theta p) p^\mu), \quad (18)$$

است. با لحاظ کردن این عبارت رأس جدید، متوسط مجذور دامنه ناوردا و سپس سطح مقطع نابودی اسکالر تک تاییه به فرمیون‌های باردار با متوسط گیری از  $\lambda$  در بازه  $0$  تا  $2\pi$  به ترتیب به شکل زیر خواهند شد:

$$|M_{NC}|^2 = \frac{16e^4}{s^2} \sin^2(\frac{\sqrt{s}}{2} |\bar{\theta}|) |\vec{p}| \cos \lambda \left\{ \frac{s}{\lambda} - \frac{s}{2} m_S^2 + (-\frac{s}{\lambda} + \frac{s}{2} m_f^2 + \frac{s}{2} m_S^2 - 2m_f^2 m_S^2) \cos^2 \varphi \right\}. \quad (19)$$

$$\sigma_{NC} = \frac{e^4}{2\pi s^2} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{s}}}{\sqrt{1 - \frac{4m_S^2}{s}}} (1 - J_0(\frac{1}{2} s \sqrt{1 - \frac{4m_S^2}{s}} |\bar{\theta}|)) \left\{ \frac{s}{12} - \frac{m_S^2}{3} + \frac{m_f^2}{6} - \frac{2}{3s} m_f^2 m_S^2 \right\}. \quad (20)$$

$$\sigma_{NC} = \frac{e^4}{4\pi s} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{s}}}{\sqrt{1 - \frac{4m_\psi^2}{s}}} (1 - J_0(\frac{1}{2}s\sqrt{1 - \frac{4m_\psi^2}{s}}|\bar{\theta}|)) \quad (26)$$

$$\{1 + \frac{1}{3}(1 - \frac{4m_f^2}{s})(1 - \frac{4m_\psi^2}{s}) + \frac{4}{s}(m_f^2 + m_\psi^2)\}.$$

#### ۴. نتیجه گیری

مشاهده می شود در رهیافت ناجابه جایی دقیق تغییری در  $\langle \sigma_{ann} \rangle$  حاصل نشد. اما حضور جمله شامل  $J_0$  در سطح مقطع فرآیندهای نابودی مورد بررسی (همانند فرآیند نابودی اسکالر تک تاییه) بیانگر تغییری است که به واسطه اعمال ناجابه جایی دقیق، در سطح مقطع ها نسبت به حالت غیر دقیق رخ داده است. به عبارت دیگر دقیق بودن رئوس، خودش را با جمله  $J_0$  در سطح مقطع ها نشان می دهد. از طرفی در مدل اختلالی اگر ذرات تشکیل دهنده ماده تاریک از یک نظریه فرای مدل استاندارد بیانند که این نظریه ناشی از بسط فضای ناجابه جایی باشد آنگاه تمام ذرات ناشی از شکسته شدن یک تقارن بزرگ باید جرمی کمتر از مقیاس اعتبار انرژی نظریه داشته باشند اما اگر نامزد ماده تاریک از یک نظریه مستقل از ناجابه جایی بیاید در آن صورت می توان گفت که جرم این ذره ارتباطی به مقیاس اعتبار نظریه ناجابه جایی ندارد و می تواند از آن بزرگتر باشد. اما در مدل ناجابه جایی دقیق کوچک بودن مقیاس انرژی ناجابه جایی از جرم مشکلی ایجاد نخواهد کرد زیرا در این مدل قیدی روی انرژی سیستم نداریم و می توان گفت که مدل ناجابه جایی دقیق می تواند برهم کنش های ماده تاریک تک تاییه را با توجه به فراوانی حاضر ماده تاریک توجیه کند.

که  $J_0$  تابع بسل نوع اول از مرتبه صفر است. اما با محاسبه  $\langle \sigma_{ann} \rangle$ ، دوباره همان رابطه (۱۰) حاصل خواهد شد. در حالت کلی عبارت های رأس دقیق تغییری در روابط (۱۱) و (۱۲) ایجاد نخواهند کرد. برای توضیح بیشتر اگر نابودی فرمیون های تک تاییه به فرمیون های باردار را نیز در نظر بگیریم، عبارت رأس فرمیون تک تاییه- فوتون تا مرتبه اول پارامتر ناجابه جایی به صورت زیر خواهد بود:

$$\Gamma_{\psi\gamma}^\mu = ie((q\theta p)\gamma^\mu + (p - m_\psi)\bar{q}^\mu - q\bar{p}^\mu), \quad (21)$$

که  $p$  و  $q$  به ترتیب چاربردار انرژی- تکانه فرمیون تک تاییه و فوتون هستند و  $\bar{p}^\mu = \theta^{\mu\nu} p_\nu$ . همچنین برای  $|M_{NC}|^2$  خواهیم داشت:

$$|M_{NC}|^2 = e^4 |\bar{\theta}|^2 \cos^2 \lambda (1 - \frac{4m_\psi^2}{s}) \{ \frac{s^2}{4} (1 - \frac{4m_f^2}{s}) (1 - \frac{4m_\psi^2}{s}) \cos^2 \varphi + \frac{s^2}{4} + s(m_f^2 + m_\psi^2) \}. \quad (22)$$

$$\sigma_{NC} = \frac{e^4 |\bar{\theta}|^2}{128\pi} \frac{\sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{s}}}{\sqrt{1 - \frac{4m_\psi^2}{s}}} \{ s + 4(m_\psi^2 + m_f^2) + \frac{s}{3} (1 - \frac{4m_f^2}{s})(1 - \frac{4m_\psi^2}{s}) \}. \quad (23)$$

عبارت رأس دقیق متناظر با رابطه (۲۱) به صورت زیر می باشد:

$$\Gamma_{\psi\gamma}^\mu (exact) = ie \frac{\sin(\frac{q\theta p}{2})}{q\theta p} ((q\theta p)\gamma^\mu + (p - m_\psi)\bar{q}^\mu - q\bar{p}^\mu). \quad (24)$$

با توجه به رابطه فوق  $|M_{NC}|^2$  دقیق و  $\sigma_{NC}$  دقیق شامل عبارت های زیر خواهند بود:

$$|M_{NC}|^2 = e^4 \sin^2(\frac{\sqrt{s}}{2}|\bar{\theta}|) |\bar{p}| \cos \lambda \{ 1 + (1 - \frac{4m_f^2}{s})(1 - \frac{4m_\psi^2}{s}) \cos^2 \varphi + \frac{4}{s}(m_f^2 + m_\psi^2) \}. \quad (25)$$

#### مراجع

1. J Beringer et al., (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* **86** (2012) 010001
2. G Bertone, D Hooper and J Silk, *Phys. Rept.* **405** (2005) 279.
3. P Gondolo and G Gelmini, *Nucl. Phys. B* **360** (1991) 145.
4. M M Etefaghi, *phys. Rev. D* **79**, (2009) 065022.
5. P Schupp, J Trampetic, J Wess and G Raffelt, *Eur. Phys. J. C* **36** (2004) 405.
6. R Horvat, D Kekez, P Schupp, J Trampetic and J You, *Phys. Rev. D* **84** (2011) 045004.