

## بررسی پتانسیل نیلسون در تغییر شکل‌های هسته‌ای مختلف

اعظم کاردان

دانشکده فیزیک، دانشگاه دامغان

پست الکترونیکی: aakardan@du.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۱/۲۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۰۸/۰۴)

### چکیده

ما با استفاده از یک کد محاسباتی، بر اساس روش اختلال، ترازهای انرژی هامیلتونی نیلسون را در پارامترهای مختلف تغییر شکل محاسبه کرده‌ایم. توجه اصلی بر روی تصویر یک حالت پروتونی بر روی پایه‌های مجانبی بوده است. محاسبات ما نشان می‌دهد جملات تصحیحی اسپین-مدار و  $\ell^2$ ، ویژه حالات مختلف مجانبی را جفت کرده و بنابراین هامیلتونی نیلسون در این پایه‌ها قطری نخواهد بود. با افزایش تغییر شکل، جملات غیر قطری کوچک‌تر می‌شوند. بنابراین در تغییر شکل‌های به اندازه کافی بزرگ  $\epsilon \geq 0.4$  اعداد کوانتومی مجانبی، اعداد کوانتومی خوبی خواهند بود.

واژه‌های کلیدی: مدل نیلسون، روش اختلال، پارامتر تغییر شکل، ویژه حالت‌های مجانبی، اعداد کوانتومی خوب

### ۱. مقدمه

دارای رفتار تجمعی دوران هستند تعیین کرد. همچنین بسیاری از رفتارهای مشاهده شده و یا مورد انتظار در هسته‌های با اسپین بالا را با انتخاب پتانسیل نیلسون به عنوان پتانسیل میانگین می‌توان نشان داد. در تغییر شکل‌های نزدیک به صفر، اعداد کوانتومی  $N$ ،  $\ell$ ،  $j$  و  $\Omega$  (تصویر تکانه زاویه‌ای کل بر روی محور تقارن) اعداد کوانتومی خوبی هستند. اما در هسته‌های تغییر شکل یافته این اعداد کوانتومی اعتبار خود را از دست می‌دهند و اعداد کوانتومی مجانبی،  $(Nn_z \Lambda \Omega)$ ، اعداد کوانتومی خوبی خواهند بود. با توجه به اینکه برای به دست آوردن انرژی کل هسته، هامیلتونی هسته‌ای باید در پایه‌هایی قطری شود که شامل اعداد کوانتومی خوب

مدل نیلسون یکی از بهترین مدل‌ها در تعیین ساختار هسته‌های استاتیک و تغییر شکل یافته می‌باشد [۱-۴]. در این مدل پتانسیل نوسانگر هارمونیک تغییر شکل یافته به همراه جملات تصحیحی اسپین-مدار و  $\ell^2$  به عنوان پتانسیل میانگین به کار می‌رود [۵، ۶]:

$$V = \frac{M}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) - \hbar \omega_s \kappa (\vec{\ell} \cdot \vec{s}) - \hbar \omega_s \kappa \mu \left[ \vec{\ell}^2 - \langle \vec{\ell}^2 \rangle_N \right]. \quad (1)$$

دو پارامتر پوسته‌ای  $\mu$  و  $\kappa$  در این پتانسیل وجود دارد که به ترتیب قدرت جملات اسپین-مدار و  $\ell^2$  را تعیین می‌کنند. به کمک پتانسیل نیلسون می‌توان ساختار ذاتی هسته‌هایی را که

$$H_{ho} = \sum_{i=x,y,z} \hbar \omega_i (a_i^\dagger a_i + 1/2). \quad (6)$$

ویژه حالات نوسانگر هارمونیک استوانه‌ای کشیده که پایه‌های نیلسون یا مجانبی نیز نامیده می‌شوند به صورت  $|rsn_z \Sigma\rangle$  خواهد بود [۷]. پایه‌های  $|rsn_z \Sigma\rangle$  متعامد هستند و همزمان ویژه حالات  $l_z^t, H_z, H_\perp$  و به ترتیب با ویژه مقادیر  $\hbar \omega_\perp (n_\perp + 1/2)$ ,  $\hbar \omega_z (n_z + 1/2)$  و  $\hbar \Omega$  می‌باشند. با تعریف اعداد کوانتومی  $n_\perp = r + s$ ,  $n_z = r - s$ ,  $\Omega = \Lambda + \Sigma$  و  $N = n_\perp + n_z$  رابطه زیر برقرار خواهد بود.

$$|N n_z \Lambda \Omega\rangle \equiv |n_\perp n_z \Lambda \Sigma\rangle \equiv |rsn_z \Sigma\rangle. \quad (7)$$

قوانین حاکم بر اعداد کوانتومی نیلسون از شرایط حاکم بر اعداد کوانتومی  $r, s, n_z$  به دست می‌آیند. این قوانین به صورت زیر می‌باشد [۷ - ۵]:

$$\begin{aligned} N &\in \{0, 1, 2, \dots\} \\ n_z &\in \{0, 1, 2, \dots, N\} \\ \Lambda &\in \{-n_\perp, -n_\perp + 2, \dots, n_\perp - 2, n_\perp\} \\ \Sigma &\in \{-1/2, 1/2\}. \end{aligned} \quad (8)$$

با اضافه کردن دو جمله اسپین-مدار و  $l^2$  به صورت جمله اختلالی به پتانسیل نوسانگر هارمونیک، ترازهای انرژی به دست خواهند آمد.

### ۳. نتایج

ما مقادیر  $\kappa = 0.0635$  و  $\mu' = 0.6$  ( $\mu' = \kappa \mu$ ) را برای پارامترهای تک-ذره پروتونی و  $\kappa = 0.0637$  و  $\mu' = 0.42$  را برای پارامترهای تک-ذره نوترونی در نظر می‌گیریم [۷]. ترازهای انرژی تک-ذره پروتونی برای پوسته‌های  $N = 0-9$  در شکل ۱ رسم شده است.

همان طور که مشاهده می‌شود شکل به دست آمده از کد محاسباتی ما با شکل (۸-۳) در مرجع [۷] یکسان است. بنابراین نتیجه می‌گیریم کد محاسباتی ما دارای دقت مناسبی است. هر کدام از ترازهای انرژی دارای تابع موجی است که ترکیب خطی از توابع موج نیلسون می‌باشد و به دلیل شرط بقای پارته باید همه آنها دارای عدد پوسته‌ای و تکانه زاویه‌ای مداری یکسان باشند. سهم هر کدام از جملات ترکیب خطی در تغییر شکل‌های متفاوت، تغییر خواهد کرد. ترازهای که دارای اعداد

باشد، بنابراین تعیین کردن مجموعه اعداد کوانتومی خوب در هسته‌ها از اهمیت قابل توجهی برخوردار است. در این مقاله برآینم تا اعتبار اعداد کوانتومی مجانبی را در تغییر شکل‌های مختلف هسته‌ای بررسی کنیم. برای این کار کد محاسباتی تهیه شده است که در قسمت بعد روش کار آن توضیح داده می‌شود.

### ۲. روش کار

در این محاسبات از یک کد کامپیوتری که توسط بنگتسون<sup>۱</sup> با زبان برنامه نویسی فرترن، نوشته شده است برای محاسبه ترازهای انرژی تک-ذره استفاده کرده‌ایم. در این کد، ابتدا پتانسیل نوسانگر هارمونیک تغییر شکل یافته خالص که با صفر قرار دادن پارامترهای پوسته‌ای  $\kappa$  و  $\mu$  در رابطه (۱) به دست می‌آید، در پایه‌های نوسانگر هماهنگ استوانه‌ای کشیده،  $|N n_z \Lambda \Omega\rangle$ ، قطری می‌شوند و سپس جملات تصحیحی اسپین-مدار و  $l^2$  به صورت جملات اختلالی وارد محاسبات می‌شوند. ابتدا به معرفی پایه‌های نوسانگر هماهنگ استوانه‌ای کشیده می‌پردازیم. مختصات کشیده که بدون بعد هستند از طریق یک تبدیل خطی از مختصات دکارتی  $x, y, z$  به دست می‌آیند [۷]:

$$\xi = \sqrt{\frac{M \omega_x}{\hbar}} x, \quad \eta = \sqrt{\frac{M \omega_y}{\hbar}} y, \quad \zeta = \sqrt{\frac{M \omega_z}{\hbar}} z. \quad (2)$$

حال عملگرهای زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} a_x &= 1/\sqrt{2}(\xi + \partial/\partial \xi), \\ a_y &= 1/\sqrt{2}(\eta + \partial/\partial \eta), \\ a_z &= 1/\sqrt{2}(\zeta + \partial/\partial \zeta). \end{aligned} \quad (3)$$

به کمک روابط فوق می‌توان روابطی برای  $a_x^\dagger$ ,  $a_y^\dagger$  و  $a_z^\dagger$  نیز به دست آورد. با توجه به روابط بالا،  $a_i^\dagger$ ها را عملگر خلق و  $a_i$ ها را عملگر نابودی می‌نامند. با تعریف کردن ترکیب‌های خطی

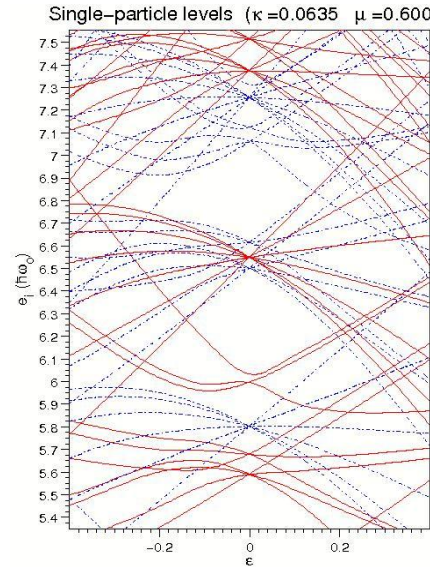
$$\begin{aligned} R &= 1/\sqrt{2}(a_x - ia_y) & S &= 1/\sqrt{2}(a_x + ia_y) \\ R^\dagger &= 1/\sqrt{2}(a_x^\dagger + ia_y^\dagger) & S^\dagger &= 1/\sqrt{2}(a_x^\dagger - ia_y^\dagger) \end{aligned} \quad (4)$$

روابط زیر به دست می‌آیند [۷]:

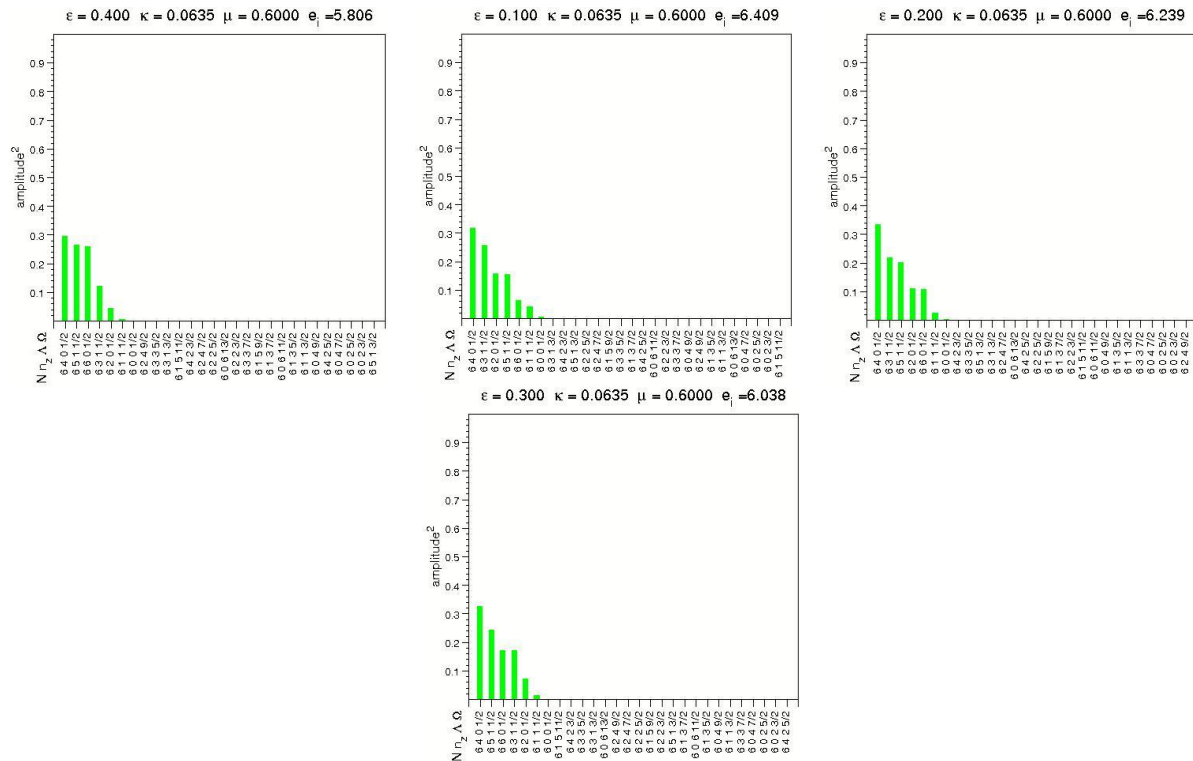
$$\begin{aligned} H_\perp &= \hbar \omega_\perp (R^\dagger R + S^\dagger S + 1) & H_z &= \hbar \omega_z (a_z^\dagger a_z + 1/2) \\ l_z^t &= \hbar (R^\dagger R - S^\dagger S) & j_z^t &= \hbar (R^\dagger R - S^\dagger S) + s_z \end{aligned} \quad (5)$$

به این ترتیب هامیلتونی نوسانگر به صورت زیر خواهد بود:

<sup>۱</sup>. R. Bengtsson



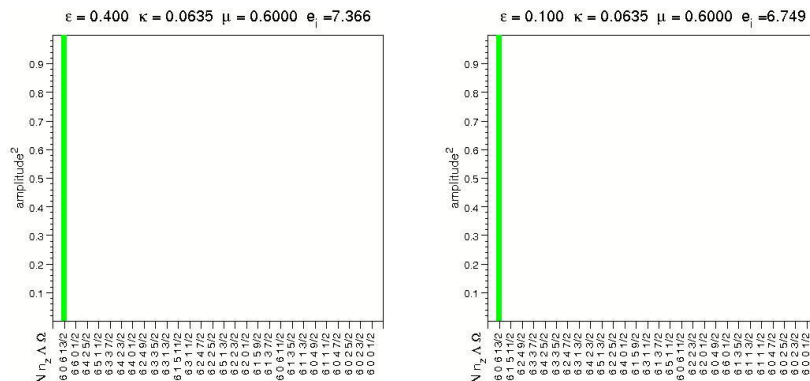
شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ترازهای انرژی تک-ذره پروتونی در پتانسیل نیلسون با پارامترهای تک-ذره  $\kappa = 0.0635$  و  $\mu' = 0.6$  بر حسب پارامتر تغییر شکل چهار قطبی  $\mathcal{E}$ . خطوط پرنگ و خط چین به ترتیب نشان دهنده اوربیتال‌های با پاریته زوج و فرد هستند.



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) احتمال حضور پروتون در توابع مجانبی در تشکیل یک ویژه حالت پروتونی با عدد پوسته‌ای  $N = 6$  و  $\Omega = 1, 2$  در پارامترهای تغییر شکل  $\mathcal{E} = 0.3, 0.4$ .

در شکل ۲ سهم ویژه توابع مجانبی برای تولید حالتی با عدد پوسته‌ای  $N = 6$  در پارامترهای تغییر شکل  $\mathcal{E} = 0.2, 0.3, 0.4$ ,

کوانتومی  $N = 6$  و  $\Omega = 1, 2$  می‌باشد انتخاب کرده و سهم جملائی که در تشکیل این حالت نقش دارند را بررسی می‌کنیم.



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) احتمال حضور پروتون در توابع مجانبی در تشکیل یک ویژه حالت پروتونی با عدد پوسته‌ای  $N = 6$  و  $\Omega = 13/2$  در پارامترهای تغییر شکل کوچک و بزرگ.

حالت مجانبی کاهش می‌یابد. چنانکه انتظار می‌رود در تغییرشکل‌های به اندازه کافی بزرگ، ویژه حالت به صورت یک ویژه حالت مجانبی خالص می‌باشد و هیچ کوپلی بین ویژه حالات مختلف صورت نمی‌گیرد. هفت جمله در ترکیب خطی فوق وجود دارد زیرا در پوسته  $N = 6$  هفت مقدار مختلف  $z$  وجود دارد ( $1/2, 3/2, 5/2, 7/2, 9/2, 11/2, 13/2$ ) که همه می‌توانند مقدار  $\Omega = 1/2$  داشته باشند یا به دلیل اینکه در این پوسته هفت مقدار مختلف  $n_{\perp}$  وجود دارد. در نتیجه در تغییر شکل‌های به اندازه کافی بزرگ، اعداد کوانتومی مجانبی، اعداد کوانتومی خوبی هستند و یک ویژه حالت مجانبی  $|Nn_z \Lambda \Omega\rangle$  می‌تواند متناظر با یک ویژه حالت هسته باشد.

محاسبات ما نشان می‌دهد در تغییر شکل‌های کوچک اعداد کوانتومی مجانبی، اعداد کوانتومی خوبی نیستند زیرا قادر به تولید یک ویژه حالت هسته نمی‌باشند. بنابراین انتظار می‌رود که ویژه حالت  $N = 6$  با  $\Omega = 13/2$  شامل تنها یک ویژه حالت مجانبی در تغییر شکل‌های مختلف باشد. زیرا در این پوسته تنها تکانه زاویه‌ای کل  $z = 13/2$  می‌تواند دارای یک تصویر  $\Omega = 13/2$  بر روی محور تقارن هسته باشد. در شکل ۳ می‌توان دید ویژه حالت با  $N = 6$  و  $\Omega = 13/2$  در تغییر شکل‌های بزرگ و کوچک تنها متناظر با یک ویژه حالت مجانبی،  $|6\ 6\ 13/2\rangle$ ، می‌باشد. این بدان معناست که برای بزرگ‌ترین مقدار  $\Omega$  در یک پوسته در تمام مقادیر پارامتر تغییر شکل، یک

$\varepsilon = 0/1$  رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تنها سهم ویژه توابعی که دارای  $\Omega = 1/2$  هستند مخالف صفر است. در حقیقت شکل ۲ احتمال حضور یک ذره را در هر کدام از ویژه حالات مشخص شده در شکل نشان می‌دهد. همچنین در شکل ۳ سهم ویژه توابع مجانبی در تشکیل حالت  $N = 6$  و بالاترین ممکن در این پوسته، یعنی  $\Omega = 13/2$  در تغییر شکل‌های بزرگ و کوچک رسم شده است.

#### ۴. بحث و نتیجه‌گیری

از شکل ۲ می‌توان نتیجه گرفت در تغییر شکل‌های  $\varepsilon \leq 0/4$ ، یک ویژه حالت نمی‌تواند از یک ویژه حالت مجانبی خالص تشکیل شده باشد بلکه ترکیب خطی از تعدادی توابع پایه‌ای مجانبی خواهد بود. همه این توابع مجانبی دارای عدد پوسته‌ای  $N$ ،  $\Omega$  و همچنین پارامتر یکسان هستند. در حقیقت یک ویژه حالت ترکیب خطی از ویژه حالات مجانبی  $|6\ 4\ 0\ 1/2\rangle$ ،  $|6\ 3\ 1\ 1/2\rangle$ ،  $|6\ 2\ 0\ 1/2\rangle$ ،  $|6\ 5\ 1\ 1/2\rangle$ ،  $|6\ 6\ 0\ 1/2\rangle$  و  $|6\ 1\ 1\ 1/2\rangle$  می‌باشد که جوابهای پتانسیل نیلسون در یک روش اختلالی هستند. جملات تصحیحی اسپین-مدار و  $l^2$  مؤلفه‌های غیر قطری نیز در ماتریس هامیلتونی تولید می‌کنند [۸]. به همین دلیل توابع پایه‌ای مجانبی با هم جفت می‌شوند و یک ویژه حالت را تشکیل می‌دهند.

همان‌طور که در شکل ۲ می‌توان دید، با بزرگ شدن پارامتر تغییر شکل، احتمال حضور پروتون در آخرین ویژه

می‌کنند و این امر باعث می‌شود اعداد کوانتومی مجانبی اعداد کوانتومی خوبی نباشند. محاسبات نشان می‌دهد در تغییر شکل‌های بزرگ، اثر تغییر شکل بر اثر جملات اختلالی غالب می‌شود و بنابراین اعداد کوانتومی خوب، اعداد کوانتومی مجانبی خواهند بود.

### سپاس‌گزاری

از پروفیسور راگنار بنگتسون که کد محاسباتی خود را در اختیار اینجانب قرار دادند بسیار سپاس‌گزارم.

تابع مجانبی خالص نمایش دهنده ویژه حالت هسته می‌باشد. اما در تغییر شکل‌های به اندازه کافی بزرگ می‌شود یک ویژه حالت هسته را به وسیله یک ویژه حالت مجانبی توصیف کرد و بنابراین در چنین تغییر شکل‌هایی اعداد کوانتومی مجانبی اعداد کوانتومی خوبی می‌باشند. در حقیقت در بررسی هامیلتونی نیلسون با استفاده از تئوری اختلال مرتبه اول، هامیلتونی در پایه‌های مجانبی قطری است و بنابراین اعداد کوانتومی مجانبی اعداد کوانتومی خوبی هستند. اما اگر از مرتبه‌های بالاتر نظریه اختلال استفاده کنیم جملات تصحیحی اسپین-مدار و  $\ell^2$  پایه‌های مختلف مجانبی را با هم جفت

### مراجع

1. A Kardan, *et al.*, *Phys. Rev. C* **86** (2012) 014309.
2. J C Marsh, *et al.*, *Phys. Rev. C* **88** (2013) 041306(R).
3. Hai-Liang Ma, *et al.*, *Phys. Rev. C* **90** (2014) 014316.
4. A Kardan and S Sayyah, *Int. J. Mod. Phys. E* **25** (2016) 1650044.
5. S G Nilsson, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **29**, No.16 (1955).
6. C Gustafsson *et al.*, *Ark. Fys* **36** (1967) 613.
7. S G Nilsson and I. Ragnarsson, "Shapes and shells in nuclear structure", Cambridge University Press, (1995).
8. T Bengtsson and I Ragnarsson, *Nucl. Phys. A* **436** (1985) 14.