

## روش نگاشت دیریکله - نویمن برای بررسی ساختار نوار بلورهای فوتونی فلزی حلقوی

علی اصغر صدقی

گروه فیزیک، واحد شستتر، دانشگاه آزاد اسلامی، شستتر

پست الکترونیکی: a.sedghi@iaushab.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۱۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۰۵/۱۵)

### چکیده

با استفاده از روش نگاشت دیریکله- نویمن، توانسته‌ایم ساختار نوار فوتونی بلورهای فوتونی فلزی حلقوی را محاسبه کنیم. شبکه مورد بررسی مربعی بوده و مراکز پراکندگی (میله‌ها) به شکل حلقه‌های هوا واقع در زمینه فلزی و همچنین حلقه‌های فلزی واقع در زمینه هوا هستند. ساختار نوار فوتونی در هر دو قطبش E و H برای امواج الکترومغناطیسی محاسبه شده است. نتایج به دست آمده حاکی از وجود نواحی ممنوعه بسامدی (گاف نوار فوتونی) به علاوه نوارهای تخت با سرعت نور کم هستند. اثر اندازه حلقه‌های هوا و فلزی بر روی ساختارهای نوار فوتونی، به طور نظری بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: بلورهای فوتونی فلزی حلقوی، روش نگاشت دیریکله- نویمن، ساختار نوار فوتونی، گاف نوار فوتونی

### ۱. مقدمه

دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک مستقل از بسامد بوده و دسته دوم بلورهای فوتونی فلزی با ثابت دی‌الکتریک وابسته به بسامد هستند. در مقایسه با بلورهای فوتونی دی‌الکتریک، بلورهای فوتونی فلزی دارای مزیت‌هایی می‌باشند. در بلورهای فوتونی فلزی یک گاف نوار بزرگ بین بسامد صفر و بسامد قطع<sup>۲</sup> (در محدوده بسامد پلاسما فلز) در ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش E (میدان الکتریکی عمود بر صفحه بلور) وجود دارد [۴]. وجود فلز در بلور فوتونی

در سال‌های اخیر بلورهای فوتونی به خاطر توانایی در هدایت تابش امواج الکترومغناطیسی بسیار مورد توجه بوده‌اند. در تشابه با نیم رساناها، این بلورهای مصنوعی می‌توانند از انتشار امواج الکترومغناطیسی در یک محدوده بسامدی معین که به آن ناحیه ممنوعه بسامدی یا گاف نوار فوتونی<sup>۱</sup> گویند، جلوگیری کنند [۱-۳]. بلورهای فوتونی را بر حسب ثابت دی‌الکتریک مواد تشکیل دهنده آن می‌توان به دو دسته تقسیم‌بندی کرد. دسته اول بلورهای فوتونی

۲. Cut-off frequency

۱. Photonic band gap

روش بسط موج تخت معمولی این است که می توان هر مدل دلخواهی را برای ثابت دی الکتریک فلز در نظر گرفت. سایر روش های ذکر شده برای بلورهای فوتونی فلزی مانند روش کورینگا- کوهن- روستوکر محدودیت های مربوط به روش بسط موج تخت را ندارند اما نسبتاً پیچیده و زمان بر هستند. اخیراً یک روش بسیار سریع و قدرتمند به نام روش نگاهت دیریکله- نویمن<sup>۷</sup> معرفی شده است که بدون هیچ محدودیتی قادر به محاسبه ساختار نوار بلورهای فوتونی فلزی با هر نوع وابستگی بسامدی برای ثابت دی الکتریک به ازای هر دو قطبش E و H است [۳۶ و ۳۷]. مزیت های اصلی این روش عبارتند از: (۱) معادلات ویژه مقدراری حاوی ماتریس های نسبتاً کوچک هستند، (۲) بر خلاف بقیه روش های مبتنی بر بسط موج استوانه ای مانند روش کورینگا- کوهن- روستوکر، نیاز به سازوکارهای جمع شبکه پیچیده نیست.

اخیراً، ساختار نوار بلورهای فوتونی فلزی حلقوی<sup>۸</sup> با استفاده از روش بسط موج تخت که در آن مقدار فلز به خاطر محدودیت این روش ناچیز می باشد، بررسی شده است [۳۵]. قبلاً روش نگاهت دیریکله- نویمن برای بلورهای فوتونی فلزی متشکل از میله هایی با سطح مقطع دایروی به کار برده شده است [۳۶-۳۸] و ما توانسته ایم آن را برای بلورهای فوتونی فلزی حلقوی که در آن سطح مقطع میله ها به شکل حلقه های دایروی می باشند، به کار ببریم. با استفاده از این روش هیچ محدودیتی برای مقدار فلز در بلور فوتونی فلزی حلقوی نخواهیم داشت. در این مقاله، بلورهای فوتونی فلزی حلقوی با شبکه مربعی متشکل از میله هایی به شکل حلقه های هوا واقع در زمینه فلزی و همچنین حلقه های فلزی واقع در زمینه هوا را در نظر گرفته ایم. با استفاده از روش نگاهت دیریکله- نویمن، اثر اندازه حلقه های فلزی و هوا بر روی ساختارهای نوار فوتونی در هر دو قطبش E و H بررسی شده است. نتایج به دست آمده حاکی از وجود گاف های نوار فوتونی به علاوه نوارهای تخت با سرعت نور کم در ساختارهای نوار فوتونی هستند.

باعث ایجاد نوارهای تخت<sup>۱</sup> با سرعت گروه خیلی کم در ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش H (میدان مغناطیسی عمود بر صفحه بلور) می شود [۵ و ۶]. بلورهای فوتونی فلزی دارای گاف های نوار بزرگ تر [۷ و ۸] در محدوده طول موجی وسیع تر [۹] است، که در نتیجه آن می توان با استفاده از این نوع از بلورهای فوتونی وسایل نوری کوچک تر و سبک تری را ساخت [۱۰ و ۱۱]. این ساختارها دارای کاربردهای وسیعی از قبیل استفاده در قطبشگرها [۱۲] و موجرها [۱۳ و ۱۴] می باشند. ساختار نوار بلورهای فوتونی دی الکتریک قبلاً به طور وسیعی بررسی شده است [۱۵ و ۱۶]. برای این منظور روش های مختلفی مانند روش بسط موج تخت [۱۷-۱۹]، روش ماتریس انتقال [۲۰ و ۲۱] و روش منطقه زمانی تفاضل محدود<sup>۲</sup> [۲۲ و ۲۳] به کار برده شده اند. برای بررسی ساختار نوار بلورهای فوتونی فلزی نیز روش های مختلفی از قبیل روش بسط موج تخت [۲۴]، روش بسط موج تخت تصحیح یافته<sup>۳</sup> [۲۵ و ۲۶]، روش بسط مد هدایت تصحیح یافته<sup>۴</sup> [۲۷]، روش کورینگا- کوهن- روستوکر<sup>۵</sup> [۲۸ و ۲۹]، روش پراکنندگی چندگانه<sup>۶</sup> [۳۰] و روش چند قطبی چندگانه<sup>۷</sup> [۳۱] استفاده شده اند. روش بسط موج تخت یک روش بسیار ساده و خوب است اما استفاده از آن برای بلورهای فوتونی فلزی با مشکلاتی روبه رو می شود. با وجود این می توان این روش را برای محاسبه ساختار نوار فوتونی برای قطبش E که در آن ثابت دی الکتریک ماد، فلزی از مدل درود تبعیت می کند، به کار برد. برای قطبش H، به علت وجود مدهای پلاسمون سطحی [۳۲ و ۳۳]، به جز در حالتی که بلور فوتونی فلزی حاوی کسر کوچکی از فلز باشد [۳۴ و ۳۵]، روش بسط موج تخت با مشکل همگرایی مواجه می شود. مزیت روش بسط موج تخت تصحیح یافته نسبت به

۱. Flat bands

۲. Finite difference time domain method

۳. Revised plane wave method

۴. Revised guided mode expansion method

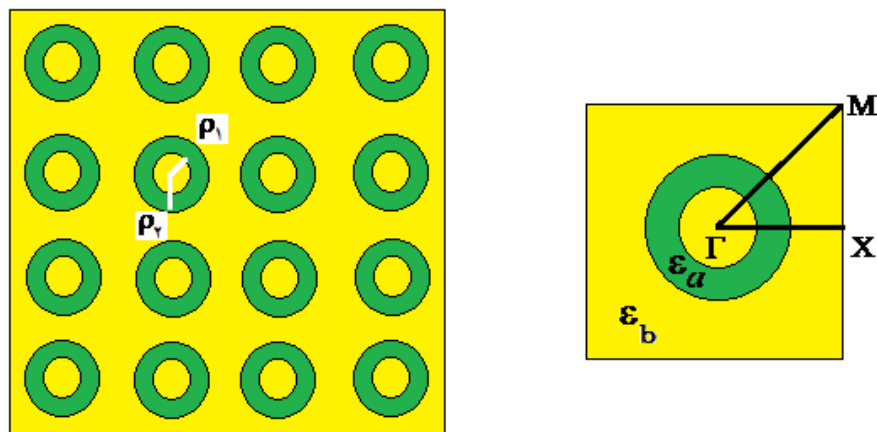
۵. Korringa-Kohn-Rostoker method

۶. Multiple scattering method

۷. Multiple multipole method

۸. Dirichlet-to-Neumann map method

۸. Annular metallic photonic crystals



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) طرح نمادین از یک شبکه مربعی متشکل از میله‌های حلقوی و منطقه اول بریلوئن مربوطه.

۲. روش محاسباتی

یک بلور فوتونی دوبعدی متشکل از میله‌های حلقوی با شعاع داخلی  $\rho_1$  و شعاع خارجی  $\rho_2$  و ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon_a$  را که در زمینه‌ای با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon_b$  قرار گرفته‌اند، در نظر می‌گیریم. طول میله‌ها در مقایسه با ابعاد بلور بزرگ بوده و میله‌ها در راستای محور  $Z$  (عمود بر صفحه) قرار گرفته‌اند. هندسه ساختار در شکل ۱ نشان داده شده است که در آن شبکه بلور در صفحه  $xy$  دارای تقارن مربعی با ثابت شبکه  $a$  است. همان‌طور که می‌دانیم برای انتشار درون صفحه‌ای امواج الکترومغناطیسی در بلورهای فوتونی دوبعدی، قطبش‌های  $E$  و  $H$  مستقل از هم بوده و می‌توان آنها را به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار داد. در این مقاله، ما هر دو قطبش  $E$  و  $H$  را در نظر گرفته‌ایم. برای محاسبه ساختار نوار بلورهای فوتونی فلزی از روش نگاشت دیریکله- نویمان استفاده می‌کنیم. در یک بلور فوتونی دوبعدی متشکل از مواد غیرمغناطیسی که در راستای محور  $Z$  ناوردا می‌باشد، معادله موج برای قطبش  $E$  برابر است با

$$u(\vec{r}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m \Phi_m(r, \theta) \quad (3)$$

$$\Phi_m(r, \theta) = \varphi_m(r) e^{im\theta}$$

که در آن  $m$  عدد صحیح،  $r$  و  $\theta$  متغیرهای مختصات قطبی هستند.  $\varphi_m(r)$  در بلورهای فوتونی حلقوی وابسته به توابع بسل  $J_m$  و  $Y_m$  بوده و ما آن را به صورت زیر نوشته‌ایم:

$$\varphi_m(r) = \begin{cases} A_m J_m(k_o n_b r) & , r < \rho_1 \\ B_m J_m(k_o n_a r) + C_m Y_m(k_o n_a r) & , \rho_1 \leq r < \rho_2 \\ D_m J_m(k_o n_b r) + Y_m(k_o n_b r) & , r \geq \rho_2 \end{cases} \quad (4)$$

ضریب  $Y_m(k_o n_b r)$  به‌طور دلخواه یک انتخاب شده است [۳۶] و ضرایب  $A_m$ ،  $B_m$ ،  $C_m$  و  $D_m$  را می‌توان از شرایط مرزی در  $r = \rho_1$  و  $r = \rho_2$  به دست آورد. برای قطبش  $E$  داریم

$$B_m J_m(k_o n_a \rho_1) + C_m Y_m(k_o n_a \rho_1) = A_m J_m(k_o n_b \rho_1) \quad ,$$

(۱)

$$\frac{\partial^2 u(\vec{r})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(\vec{r})}{\partial y^2} + k_o^2 n^2 u(\vec{r}) = 0 \quad ,$$

و برای قطبش  $H$  داریم

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial y} \right) + k_o^2 u(\vec{r}) = 0 \quad , \quad (2)$$

که در آن  $k_o = \omega/c$  بردار موج در خلاء،  $c$  سرعت نور و

نظر گرفت، زیرا نشان داده شده است که میرایی تنها اثر جزئی بر روی ساختار نوار فوتونی دارد [۲۴]. شعاع خارجی میله‌های حلقوی یعنی  $\rho_r$  را برابر با  $a/34$  در نظر گرفته و نتایج به دست آمده برای دو قطبش E و H را به صورت جداگانه در دو بخش زیر بیان می‌کنیم.

### ۳.۱. قطبش E

ابتدا قطبش E را برای انتشار امواج الکترومغناطیسی در صفحه دو بعدی بلور در نظر گرفته و با استفاده از روش نگاشت دیریکله-نویمن، ساختارهای نوار فوتونی را به ازای مقادیر مختلف برای شعاع داخلی حلقه‌ها،  $\rho_i$ ، محاسبه کرده‌ایم. شعاع داخلی از  $\rho_i = 0$  تا  $\rho_i = 0.33a$  تغییر کرده و ساختار نوار فوتونی در مسیر تقارنی  $\Gamma-X-M-\Gamma$  محاسبه شده است (شکل ۱). برای حالتی که حلقه‌های هوا در زمینه فلزی قرار گرفته‌اند، دو ناحیه ممنوعه بسامدی یا گاف نوار به دست آمده است. گاف اول که پهنای نسبتاً بزرگی دارد بین بسامد صفر و نوار اول (بسامد قطع) قرار داشته و به گاف نواری پلاسمونی معروف است، زیرا پایین‌تر از بسامد پلاسمای فلز قرار دارد. این گاف نوار به خاطر وجود فلز در بلور فوتونی بوده و همان‌طور که انتظار داریم با افزایش شعاع داخلی حلقه هوا که باعث کاهش اندازه حلقه و افزایش مقدار فلز می‌شود، پهنای آن افزایش می‌یابد. کمترین پهنای این گاف به ازای  $\rho_i = 0$  (حفره هوا) بوده و برابر است با  $\Delta\omega = 0.6783(2\pi c/a)$ . بیشترین مقدار آن نیز به ازای  $\rho_i = 0.33a$  و برابر با  $\Delta\omega = 0.9897(2\pi c/a)$  می‌باشد که نزدیک به بسامد پلاسمای فلز یعنی  $\omega_p = 1(2\pi c/a)$  است. گاف نوار دوم دارای بیشترین پهنای در  $\rho_i = 0$  بوده و مقدار آن برابر است با  $\Delta\omega = 0.7976(2\pi c/a)$  که مابین بسامدهای  $0.7976$  و  $0.9897$  در مقیاس  $(2\pi c/a)$  قرار دارد. پهنای این گاف با افزایش شعاع داخلی حلقه هوا کاهش یافته و در  $\rho_i = 0.21a$  به صفر می‌رسد. ساختار نوار فوتونی مربوط به بیشترین مقدار گاف نوار دوم در شکل ۲ نشان داده شده است. شکل ۳ تغییرات پهنای این دو گاف نوار را بر حسب شعاع داخلی

$$B_m J'_m(k_o n_a \rho_r) + C_m Y'_m(k_o n_a \rho_r) = \frac{n_b}{n_a} A_m J'_m(k_o n_b \rho_r) \quad ,$$

و

$$D_m J_m(k_o n_b \rho_r) + Y_m(k_o n_b \rho_r) = \frac{n_a}{n_b} B_m J_m(k_o n_a \rho_r) + C_m Y_m(k_o n_a \rho_r) \quad ,$$

$$D_m J'_m(k_o n_b \rho_r) + Y'_m(k_o n_b \rho_r) = \frac{n_a}{n_b} (B_m J'_m(k_o n_a \rho_r) + C_m Y'_m(k_o n_a \rho_r)) \quad ,$$

برای قطبش H تنها کافی است تا ضرایب  $\frac{n_b}{n_a}$  و  $\frac{n_a}{n_b}$  را در روابط بالا معکوس کنیم. سرانجام با استفاده از قضیه بلوخ و تناوب شبکه مربعی، به یک معادله ویژه مقداری تعمیم یافته<sup>۱</sup> به صورت زیر دست می‌یابیم [۳۶]:

$$\lambda \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ U \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & C \\ -I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ U \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

ویژه مقدار  $\lambda$  که وابسته به بردار موج بلوخ است، به همراه بقیه کمیت‌ها در مرجع [۳۶] معرفی شده‌اند. به ازای هر بسامد معین  $\omega$ ، می‌توان این معادله ویژه مقداری تعمیم یافته را به صورت عددی حل کرده و ساختار نوار فوتونی را به دست آورد.

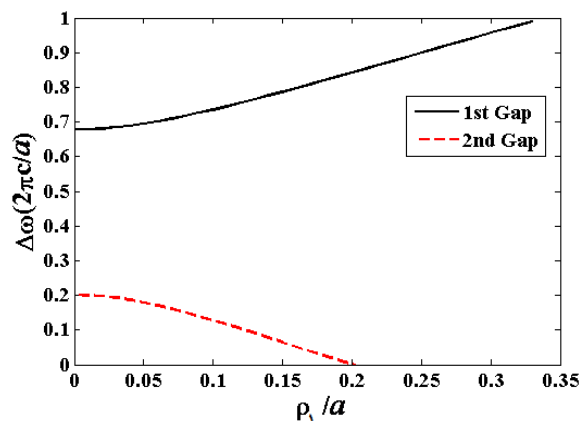
### ۳. نتایج و بحث

در این مقاله یک بلور فوتونی دوبعدی با شبکه مربعی از میله‌های حلقوی فلزی واقع در زمینه هوا و همچنین میله‌های حلقوی هوا واقع در زمینه فلزی را که در شکل ۱ نیز نشان داده شده است، مورد مطالعه قرار داده‌ایم. ساختار نوار فوتونی مربوطه با حل عددی معادله (۵) به دست آمده است. هدف اصلی ما در اینجا مطالعه تغییر خواص ساختار نوار فوتونی برای هر دو قطبش E و H بر حسب اندازه حلقه‌های فلزی و هوا می‌باشد. ثابت دی‌الکتریک فلز از مدل درود تبعیت می‌کند یعنی داریم:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \quad , \quad (6)$$

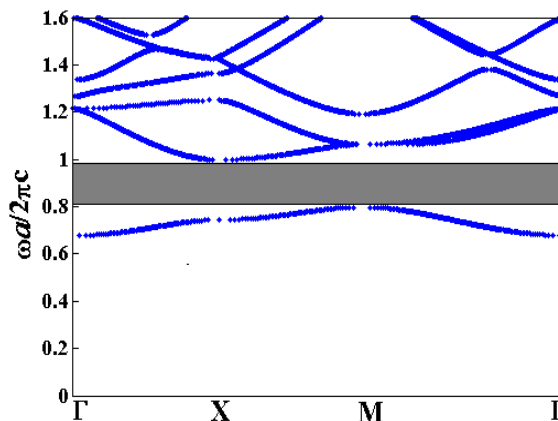
که در آن  $\omega_p$  بسامد پلاسمای بوده و  $\gamma$  ضریب میرایی است. برای مطالعه اثر اندازه میله‌های حلقوی بر روی ساختار نوار فوتونی می‌توان بسامد پلاسمای را به صورت  $\omega_p a/2\pi c = 1$  بهنجار کرد. ضریب میرایی را نیز می‌توان به صورت  $\gamma = 0$  در

1. Generalized eigenvalue equation



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات پهنای گاف‌های نوار فوتونی مربوط به قطبش E بر حسب شعاع داخلی حلقه‌های هوا، در ازای  $\rho_1 = 0$ ، در یک شبکه مربعی از حلقه‌های هوا واقع در زمینه فلزی.

دو بعدی بلور در نظر گرفته و همانند بخش قبل ساختارهای نوار فوتونی را به ازای مقادیر مختلف برای شعاع داخلی حلقه‌ها،  $\rho_1$ ، محاسبه می‌کنیم. شعاع داخلی از  $\rho_1 = 0$  تا  $\rho_1 = 0.33a$  تغییر کرده و ساختار نوار فوتونی در مسیر تقارنی  $\Gamma - X - M - \Gamma$  محاسبه شده است. برای حالتی که حلقه‌های هوا در زمینه فلزی قرار گرفته‌اند، به تعداد سه عدد گاف نوار فوتونی به دست آمده است. گاف اول همانند قطبش E، گاف نوار پلاسما می‌باشد. نکته جالب توجه این است که بر خلاف قطبش E، با افزایش شعاع داخلی حلقه هوا یعنی افزایش مقدار فلز پهنای این گاف نوار کاهش می‌یابد. بیشترین پهنای این گاف به ازای  $\rho_1 = 0$  (حفره هوا) بوده و برابر است با  $\Delta\omega = 0.451 (2\pi c/a)$ . کمترین مقدار آن نیز به ازای  $\rho_1 = 0.33 a$  و برابر با  $\Delta\omega = 0.0758 (2\pi c/a)$  است. پهنای گاف نوار دوم در  $\rho_1 = 0$  برابر با  $\Delta\omega = 0.0803 (2\pi c/a)$  بوده و مقدار آن با افزایش شعاع داخلی حلقه هوا افزایش یافته و در  $\rho_1 = 0.18 a$  به بیشترین مقدار خود یعنی  $\Delta\omega = 0.1688 (2\pi c/a)$  می‌رسد. این گاف نوار بیشینه بین بسامدهای  $0.3317 (2\pi c/a)$  و  $0.5005 (2\pi c/a)$  قرار داشته و ساختار نوار فوتونی مربوط به آن در شکل ۶ نشان داده شده است. البته با افزایش شعاع داخلی حلقه هوا از مقدار

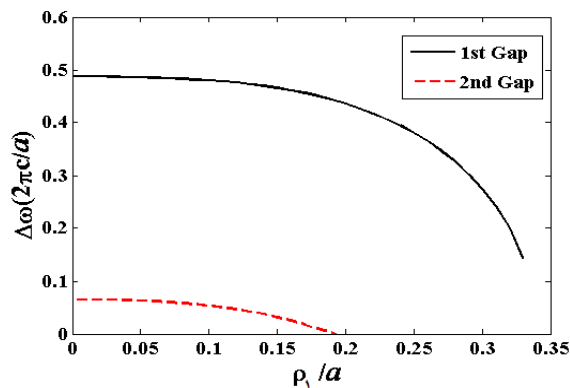


شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش E برای یک شبکه مربعی از حلقه‌های هوا واقع در زمینه فلزی به ازای  $\rho_1 = 0$  و  $\rho_2 = 0.34 a$ . ناحیه تیره گاف نوار فوتونی بهینه را نشان می‌دهد.

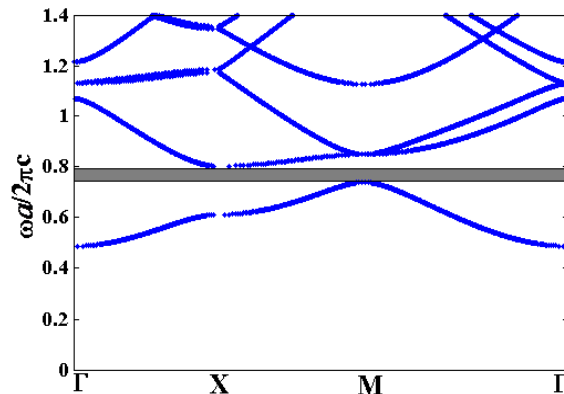
حلقه‌های هوا نشان می‌دهد. حال حلقه‌ها را از جنس فلز در نظر می‌گیریم که در زمینه هوا قرار گرفته‌اند. مشابه با حالت قبل یعنی حلقه‌های هوا شاهد حضور دو گاف نوار در ساختار نوار فوتونی هستیم که اولی گاف نوار پلاسما می‌باشد. مطابق انتظار با افزایش شعاع داخلی حلقه فلزی که معادل کاهش اندازه حلقه و در نتیجه مقدار فلز است، پهنای این گاف نوار پلاسما بر خلاف حالت قبل کاهش می‌یابد. کمترین پهنای این گاف به ازای  $\rho_1 = 0.33 a$  بوده و برابر است با  $\Delta\omega = 0.1441 (2\pi c/a)$ . بیشترین مقدار آن نیز به ازای  $\rho_1 = 0$  (میله فلزی) و برابر با  $\Delta\omega = 0.4877 (2\pi c/a)$  می‌باشد. گاف نوار دوم دارای بیشترین پهنای در  $\rho_1 = 0$  بوده و مقدار آن برابر است با  $\Delta\omega = 0.0653 (2\pi c/a)$  که مابین بسامدهای  $0.7391$  و  $0.8044$  در مقیاس  $(2\pi c/a)$  قرار دارد. پهنای این گاف با افزایش شعاع داخلی حلقه فلزی کاهش یافته و در  $\rho_1 = 0.2 a$  به صفر می‌رسد. شکل ۴ ساختار نوار فوتونی مربوط به بیشترین مقدار گاف‌های نوار اول و دوم را نشان می‌دهد. در شکل ۵ نیز تغییرات پهنای این دو گاف نوار را بر حسب شعاع داخلی حلقه‌های فلزی نشان داده‌ایم.

### ۳.۲. قطبش H

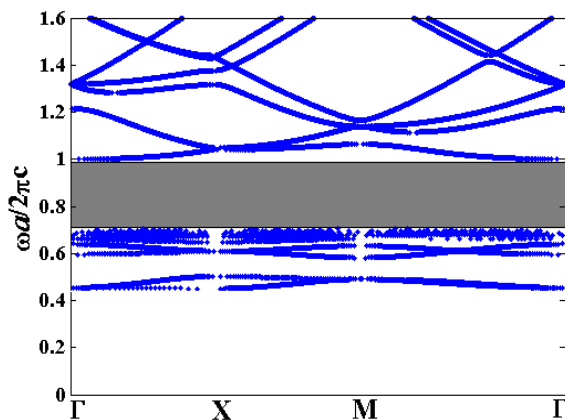
حال قطبش H را برای انتشار امواج الکترومغناطیسی در صفحه



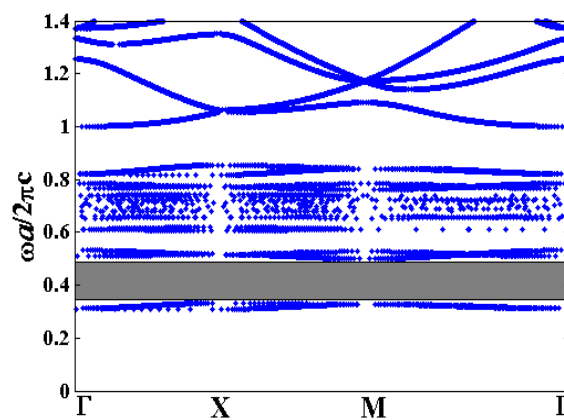
شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات پهنای گاف‌های نوار فوتونی مربوط به قطبش E بر حسب شعاع داخلی حلقه‌های فلزی،  $\rho_1$ ، در یک شبکه مربعی از حلقه‌های فلزی واقع در زمینه هوا.



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش E برای یک شبکه مربعی از حلقه‌های فلزی واقع در زمینه هوا به ازای  $\rho_1 = 0$  و  $\rho_2 = 0.34a$ . ناحیه تیره گاف نوار فوتونی بهینه را نشان می‌دهد.



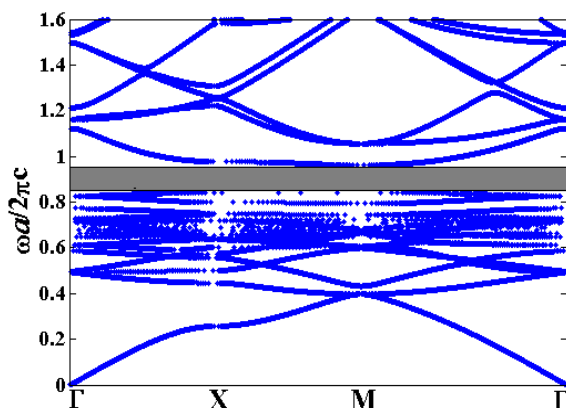
شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش H برای یک شبکه مربعی از حلقه‌های هوا واقع در زمینه فلزی به ازای  $\rho_1 = 0$  و  $\rho_2 = 0.34a$ . ناحیه تیره گاف نوار فوتونی بهینه را نشان می‌دهد.



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش H برای یک شبکه مربعی از حلقه‌های هوا واقع در زمینه فلزی به ازای  $\rho_1 = 0.18a$  و  $\rho_2 = 0.34a$ . ناحیه تیره گاف نوار فوتونی بهینه را نشان می‌دهد.

ساختار نوار فوتونی مربوط به بیشترین پهنای این گاف نوار فوتونی را نشان داده‌ایم. شکل ۸ نیز تغییرات پهنای این سه گاف نوار فوتونی اشاره شده را بر حسب شعاع داخلی حلقه‌های هوا نشان می‌دهد. حال حلقه‌ها را از جنس فلز در نظر می‌گیریم که در زمینه هوا قرار گرفته‌اند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که بر خلاف تمام حالت‌های قبل تنها یک گاف نوار در ساختار نوار فوتونی ظاهر شده و نیز گاف نوار پلاسمونی ناپدید شده است. پهنای این گاف نوار فوتونی در

$\rho_1 = 0.18a$  شاهد کاهش پهنای این گاف نوار خواهیم بود که کمترین مقدار پهنای آن نیز برابر با  $\Delta\omega = 0.0548 (2\pi c/a)$  بوده و در  $\rho_1 = 0.33a$  اتفاق می‌افتد. بالاخره بیشترین پهنای گاف نوار سوم به ازای  $\rho_1 = 0$  بوده و برابر است با  $\Delta\omega = 0.2991 (2\pi c/a)$  که بین بسامدهای  $(2\pi c/a)$  و  $0.7009 (2\pi c/a)$  بسامد پلاسمای فلز یعنی  $\omega_p = 1 (2\pi c/a)$  واقع شده است. با افزایش  $\rho_1$  مقدار آن کاهش یافته و در  $\rho_1 = 0.33a$  به کمترین مقدار خود یعنی  $\Delta\omega = 0.005 (2\pi c/a)$  می‌رسد. در شکل ۷

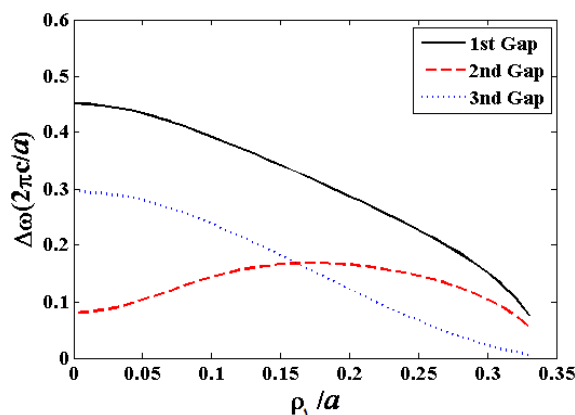


شکل ۹. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش H برای یک شبکه مربعی از حلقه‌های فلزی واقع در زمینه هوا به ازای  $a = 0.19 \rho_1$  و  $a = 0.34 \rho_2$ . ناحیه تیره گاف نوار فوتونی بهینه را نشان می‌دهد.

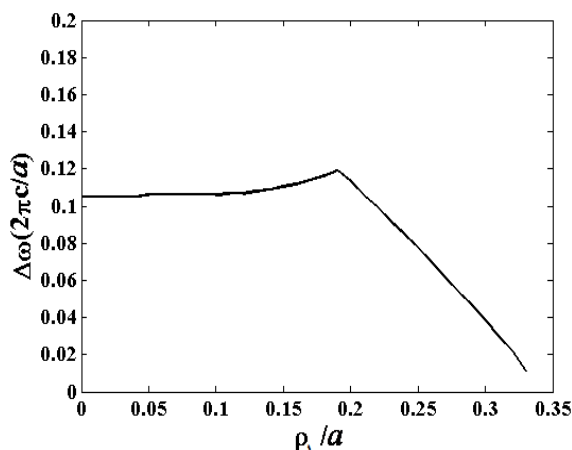
ساختار نوار فوتونی مربوط به حالت بهینه این گاف نوار فوتونی را نشان می‌دهد. شکل ۱۰ نیز نشان‌دهنده نمودار تغییرات پهنای این گاف نوار فوتونی بر حسب شعاع داخلی حلقه‌های فلزی است. نکته جالب توجه در ساختارهای نوار مربوط به قطبش H، همان طور که از شکل‌های ۶، ۷ و ۹ نیز پیدا است، وجود نواحی بسامدی است که شامل مجموعه متراکمی از نوارهای تخت است. در این نوارهای تخت شیب نمودار پاشندگی نزدیک به صفر بوده و در نتیجه سرعت کم است، یعنی می‌توان گفت در این نواحی نور کم سرعت خواهیم داشت. این مجموعه از نوارهای تخت که در محدوده بسامد پلاسما فلز واقع هستند، به مدهای پلاسما سطحی مربوط می‌شوند [۵ و ۶]. اخیراً نور کم سرعت به علت داشتن کاربردهای مختلفی از قبیل استفاده در حائل‌های تمام نوری<sup>۱</sup> [۳۹ و ۴۰] و حافظه‌های نوری<sup>۲</sup> [۴۱]، توجه زیادی را به خود جلب کرده است. به منظور بررسی ماهیت این نوارهای تخت، توزیع میدان مربوط به برخی از مدهای واقع در آنها را در مسیر تقارنی  $\Gamma-X$  در نظر گرفته‌ایم. شکل ۱۱ (الف) توزیع میدان نوار تخت با بسامد  $(2\pi c/a) = 0.7009$  مربوط به ساختار نوارهای شکل ۷ را نشان می‌دهد که در آن حلقه‌های هوا با شعاع

۱. All-optical buffers

۲. Optical storages

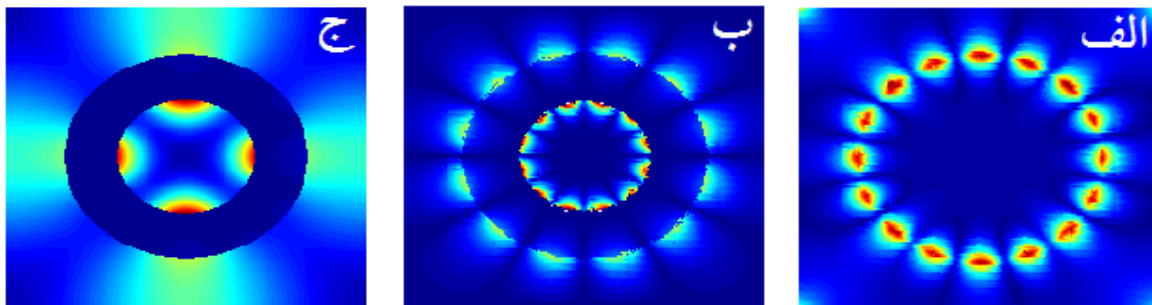


شکل ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات پهنای گاف‌های نوار فوتونی مربوط به قطبش H بر حسب شعاع داخلی حلقه‌های هوا،  $\rho_1$ ، در یک شبکه مربعی از حلقه‌های هوا واقع در زمینه فلزی.



شکل ۱۰. تغییرات پهنای گاف نوار فوتونی مربوط به قطبش H بر حسب شعاع داخلی حلقه‌های فلزی،  $\rho_1$ ، در یک شبکه مربعی از حلقه‌های فلزی واقع در زمینه هوا.

$\rho_1 = 0$  برابر با  $\Delta\omega = 0.105 (2\pi c/a)$  بوده و مقدار آن با افزایش شعاع داخلی حلقه فلزی افزایش یافته و در  $\rho_1 = 0.19 a$  به بیشترین مقدار خود یعنی  $\Delta\omega = 0.1193 (2\pi c/a)$  می‌رسد. این گاف نواری بیشینه بین بسامدهای  $0.8419$  و  $0.9612$  در مقیاس  $(2\pi c/a)$  قرار دارد. با افزایش شعاع داخلی حلقه فلزی از مقدار  $\rho_1 = 0.19 a$  پهنای این گاف نوار فوتونی کاهش یافته و به کمترین مقدار خود در  $\rho_1 = 0.33 a$  برابر با  $\Delta\omega = 0.112 (2\pi c/a)$  می‌رسد. شکل ۹



شکل ۱۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) توزیع میدان H مربوط به برخی از مدهای واقع در نوارهای تخت در مسیر تقارنی  $\Gamma-X$  با بسامدهای (الف)  $(2\pi c/a) \cdot 0.7009$  در ساختار نوار شکل ۷ برای حلقه‌های هوا با شعاع  $\rho_1 = 0$  (حفره هوا) واقع در زمینه فلزی، (ب)  $(2\pi c/a) \cdot 0.7089$  در ساختار نوار شکل ۶ برای حلقه‌های هوا با شعاع  $\rho_1 = 0.18 a$  واقع در زمینه فلزی و (ج)  $(2\pi c/a) \cdot 0.7081$  در ساختار نوار شکل ۹ برای حلقه‌های فلزی با شعاع  $\rho_1 = 0.19 a$  واقع در زمینه هوا.

قرار گرفته‌اند یک گاف نواری مطلق وجود دارد که از هم‌پوشانی گاف نواری دوم مربوط به قطبش E شکل ۲ با گاف نوار سوم مربوط به قطبش H شکل ۷ به وجود آمده است. نقشه گاف مربوطه در شکل ۱۲ نشان داده شده است. این گاف نواری فوتونی مطلق در گستره  $\rho_1 = 0$  تا  $\rho_1 = 0.18 a$  وجود دارد که بیشترین مقدار آن به ازای  $\rho_1 = 0$  بوده و با افزایش شعاع حلقه‌های هوا کاهش می‌یابد. پهنای این گاف نواری مطلق بیشینه برابر با  $\Delta\omega = 0.2011 (2\pi c/a)$  بوده و بین بسامدهای  $(2\pi c/a) \cdot 0.7976$  و  $(2\pi c/a) \cdot 0.9987$  قرار دارد.

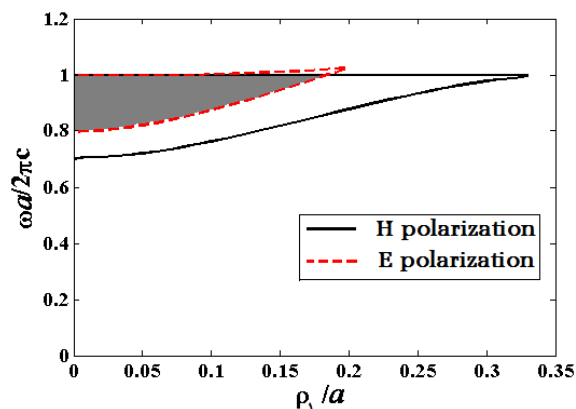
#### ۴. نتیجه‌گیری

با استفاده از روش نگاشت دیریکله-نویمن، ساختار نوار فوتونی بلورهای فوتونی فلزی با شبکه مربعی از حلقه‌های هوا واقع در زمینه فلزی و حلقه‌های فلزی واقع در زمینه هوا را برای هر دو قطبش E و H به صورت عددی محاسبه کرده و با جزئیات کامل بررسی کرده‌ایم. نشان داده‌ایم که تغییر اندازه حلقه‌های هوا و فلزی چه تأثیری بر ساختارهای نوار فوتونی دارد. نتایج عددی نشان می‌دهند که برای قطبش E در هر دو حالت حلقه‌های هوا در زمینه فلزی و حلقه‌های فلزی در زمینه هوا به تعداد دو گاف نوار وجود دارد که گاف اول موسوم به گاف نواری پلاسمونی بوده و در زیر اولین نوار بسامدی قرار دارد. برای قطبش H در حالتی که حلقه‌های هوا در زمینه فلزی

$\rho_1 = 0$  (حفره هوا) در زمینه فلزی قرار دارند. همان طور که مشاهده می‌شود، توزیع میدان به شدت در سطح مشترک بین حفره هوا و فلز جایگزیده شده است، که در واقع مشخصه مدهای پلاسمون سطحی است. حال توزیع میدان نوار تخت با بسامد  $(2\pi c/a) \cdot 0.7089$  مربوط به ساختار نوار شکل ۶ را در نظر می‌گیریم که در آن حلقه‌های هوا با شعاع  $\rho_1 = 0.18 a$  در زمینه فلزی قرار دارند. همان طور که شکل ۱۱ (ب) نشان می‌دهد، باز هم توزیع میدان در سطح مشترک بین حفره هوا و فلز جایگزیده شده است اما با این تفاوت که این جایگزینی بیشتر در قسمت داخلی حلقه هوا است. در شکل ۱۱ (ج) توزیع میدان نوار تخت با بسامد  $(2\pi c/a) \cdot 0.7081$  مربوط به ساختار نوار شکل ۹ را نشان داده‌ایم که در آن حلقه‌های فلزی با شعاع  $\rho_1 = 0.19 a$  در زمینه هوا قرار دارند. مشاهده می‌شود که میدان به طور عمده در قسمت داخلی حلقه فلزی متمرکز شده است که شباهت زیادی به مدهای کاواک دارد.

در انتها علاقه‌مند هستیم تا به یک نتیجه بسیار مهم اشاره کنیم. اگر گاف‌های نواری مربوط به دو قطبش E و H با هم‌دیگر هم‌پوشانی داشته باشند، گاف نواری مطلق ایجاد می‌شود که مستقل از نوع قطبش موج الکترومغناطیسی است [۴۲]. در بیشتر ساختارهای مربوط به بلورهای فوتونی فلزی، گاف نواری مطلق وجود ندارد، اما ما در نتایج خود به این مهم دست پیدا کرده‌ایم. برای حالتی که حلقه‌های هوا در زمینه فلز





شکل ۱۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نقشه گاف مربوط به هم پوشانی گاف نوار دوم در قطبش E با گاف نوار سوم در قطبش H برای یک شبکه مربعی از حلقه‌های هوا واقع در زمینه فلزی. ناحیه تیره گاف فوتونی مطلق را نشان می‌دهد.

نوارهای تخت شبیه به مدهای کاواک می‌باشند. نتیجه مهم دیگر وجود یک گاف نواری مطلق می‌باشد که از هم پوشانی گاف نواری دوم در قطبش E با گاف نوار سوم در قطبش H در حالتی که حلقه‌های هوا در زمینه فلزی قرار دارند، به وجود آمده است. این نتایج می‌توانند در طراحی بلورهای فوتونی فلزی دو بعدی با گاف‌های نوار بزرگ به همراه نوارهای فوتونی با مشخصه نور کم سرعت، مفید واقع شوند.

قرار دارند، سه گاف فوتونی وجود دارد که باز هم اولین گاف مربوط به گاف نواری پلاسمونی است. در حالتی که حلقه‌های فلزی در زمینه هوا قرار دارند، تنها یک گاف فوتونی وجود داشته و گاف نواری پلاسمونی ناپدید شده است. در قطبش H علاوه بر این گاف‌های نواری، نواحی متراکم از نوارهای تخت نیز وجود دارد که مربوط به پلاسمون‌های سطحی بوده و در آنها سرعت نور بسیار کم می‌باشد. همچنین در حالتی که حلقه‌های هوا در زمینه فلزی قرار دارند، مدهای واقع در این

## مراجع

1. S John, *Phys. Rev. Lett.* **58** (1987) 2486.
2. M Imada, S Noda, A Chutinan, T Tokuda, M Murata, and G Sasaki, *Appl. Phys. Lett.* **75** (1999) 316.
3. A R McGurn and A A Maradudin, *Phys. Rev. B* **48** (1993) 17576.
4. M A Ustyantsev, L F Marsal, J Ferre-Borrull, and J Pallares, *Opt. Commun.* **260** (2006) 583.
5. T Ito and K Sakoda, *Phys. Rev. B* **64** (2001) 045117 (8).
6. ع بنانج، م اسدنیا فرد جهرمی، *مجله پژوهش فیزیک ایران*، **۱۶**، **۳** (۱۳۹۵) ۸۷.
10. M M Sigalas, C T Chan, K M Ho, and C M Soukoulis, *Phys. Rev. B* **52** (1995) 11744.
11. E Ozbay and B Temelkuran, *Appl. Phys. Lett.* **69** (1996) 743.
12. F Miyamaru, T Kondo, T Nagashima, and M Hangyo, *Appl. Phys. Lett.* **82** (2003) 2568.
13. M M Sigalas, R Biswas, K M Ho, C M. Soukoulis, and D D Crouch, *Phys. Rev. B* **60** (1999) 4426.
۱۴. سید حسن زهرایی، عبدالرسول قرائتی، *مجله پژوهش فیزیک ایران*، **۱۴**، **۱** (۱۳۹۳) ۱۲۲.
14. S H Zahraei and A Gharaati, *Iranian Journal of Physics Research*, **14**, 1 (2014) 12
15. R Wang, X H Wang, B Y Gu, and G Z Yang, *J. Appl. Phys.* **90** (2001) 4307.
16. B Rezaei, T Fathollahi Khalkhali, A Soltani Vala, and M Kalafi, *Opt. Commun.* **282** (2009) 2861.
17. S Johnson and J Joannopoulos, *Opt. Express* **8** (2001) 173.
18. B Rezaei and M Kalafi, *Opt. Commun.* **266** (2006)
5. A R Bananej and M Asadnia-Fard-Jahromi, *Iranian Journal of Physics Research*, **16**, 3 (2016) 87.
7. V Kuzmiak, A Maradudin, and F Pincemin, *Phys. Rev. B* **50** (1994) 16835.
8. E R Brown and O B McMahan, *Appl. Phys. Lett.* **67** (1995) 2138.
9. D R Smith, S Schultz, N Kroll, M Sigalas, K M Ho, and C M Soukoulis, *Appl. Phys. Lett.* **65** (1994) 645.

- Rev. B **63** (2001) 125114.
31. E Moreno, D Erni, and C Hafner, *Phys. Rev. B* **65** (2002) 155120.
32. A Kaso and S John, *Phys. Rev. A* **76** (2007) 053838.
۳۳. م شریفی، ح پاشایی عدل، ح تجلی، و ع بهرام‌پور، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۱۶**، ۲ (۱۳۹۵) ۱۳۳.
33. M Sharifi, H Pashaei Adl, H Tajalli and A Bahrampour, *Iranian Journal of Physics Research* **16**, 2 (2016) 133.
34. V Kuzmiak and A A Maradudin, *Phys. Rev. B* **55** (1997) 7427.
35. C Chuan and C Xu, *J. Appl. Phys.* **106** (2009) 033101.
36. J Yuan and Y Y Lu, *J. Opt. Soc. Am. A* **23** (2006) 3217.
37. J Yuan and Y Y Lu, *Opt. Commun.* **273** (2007) 114.
38. A Sedghi and B Rezaei, *Appl. Opt.* **55** (2016) 9417.
39. R S Tucker, P C Ku, C J Chang-Hasnain, *J. Lightw. Technol.* **23** (2005) 4046.
40. T J Karle, D H Brown, R Wilson, M Steer, and T F Krauss, *IEEE J. Sel. Topics Quant. Electron.* **8** (2002) 909.
41. M F Yanik, W Suh, Z Wang, and S Fan, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 233903.
42. D Liu, Y Gao, A Tong, and S Hu, *Phys. Lett. A* **379** (2015) 214.
- 159.
19. B Rezaei and M Kalafi, *Mater. Sci. Semicond. Process.* **10** (2007) 159.
20. J J Li, Z Y Li, and D Z Zhang, *Phys. Rev. E* **75** (2007) 056606.
۲۱. م حسینی فرزاد، ن یزدان پناه، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۹**، ۴ (۱۳۸۸) ۳۴۹.
21. M Hosseini Farzad and N Yazdanpanah, *Iranian Journal of Physics Research* **9**, 4 (2010) 349.
22. J B Pendry, *J. Phys.* **8** (1996) 1085.
23. J Arriaga, A J Ward, and J B Pendry, *Phys. Rev. B* **59** (1999) 1874.
24. V Kuzmiak and A A Maradudin, *Phys. Rev. B* **58** (1998) 7230.
25. A A Sedghi, M Kalafi, A Soltani Vala, and B Rezaei, *Opt. Commun.* **283** (2010) 2356.
26. S Shi, C Chen, and D W. Prather, *Appl. Phys. Lett.* **86** (2005) 043104.
27. A Eftekharian, M Sodagar, M Khoshnagar, S Khorasani, M R Chamanzar, and A Adibi, *Proc. International Society for Optics and Photonics* **7223** (2009) 72230U.
28. H van der Lem and A Tip, *J. Opt. Soc. Am. B* **20** (2003) 1334.
29. A Modinos, N Stefanou, and V Yannopapas, *Opt. Express* **8** (2001) 197.
30. X Zhang, L M Li, Z Q Zhang, and C T Chan, *Phys.*