مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۸، شمارهٔ ۱، بهار ۱۳۹۷

محاسبهٔ هولوگرافیک توابع دو- نقطه‌ای تانسور تنش در نظریهٔ میدان همدیس دوبعدی با استفاده از پیمانهٔ BMS و هولوگرافی فضا- زمان‌های به طور مجانبی تخت

رضا فارغ‌بال و پدرام کریمی

دانشکدهٔ فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

پست الکترونیکی: r_fareghbal@sbu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۱۳ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۶/۰۵/۲۲)

چکیده

در این مقاله از روش بازبهنجارش هولوگرافیک برای محاسبهٔ توابع دونقطه‌ای تانسور تنش نظریهٔ میدان همدیس استفاده می‌کنیم. در قسمت گرانش فضا- زمان‌های مجانباً پاد دوسیته را در پیمانه بُندی- متسنر- ساکس می‌نویسیم و روش متعارف بازبهنجارش هولوگرافیک را برای این فضا- زمان‌ها به کار خواهیم برد. اهمیت محاسبهٔ توابع چند نقطه‌ای در این پیمانه به خاطر سهولت گرفتن حد فضای تخت است که در انتهای مقاله در مورد آن بحث می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: دوگانی گرانش، نظریهٔ میدان پیمانه‌ای، هولوگرافی فضای تخت

۱. مقدمه

پیشنهاد مالداسنا برای تناظر میان نظریهٔ میدان‌های همدیس در d بعد وگرانش در زمینهٔ پاد دوسیته در d+1 بعد [۱]، شاخهٔ تحقیقاتی بسیار فعالی را در حوزهٔ فیزیک انرژی‌های بالا به وجود آورده است. یکی از مسائل باز در این زمینه گسترش دوگانی بین نظریه‌های پیمانه‌ای و نظریه‌های گرانشی به خارج از چارچوب پاد دوستیهٔ- نظریهٔ میدان کانفورمال است. در واقع سوال این است که آیا فضا- زمان‌هایی که به طور مجانبی پاد دوسیته نیستند نیز دارای یک نظریهٔ دوگان هستند؟

یکی از فضا- زمان‌های مطلوب برای بررسی دوگانی، فضا- زمان‌های به طور مجانبی تخت هستند که با گرفتن حد فضای تخت از فضا- زمان‌های مجانباً پاد دوسیته به دست می‌آیند. منظور از حد تخت در فضا- زمان‌های مجانباً پاد دوسیته حدی است که ثابت کیهان‌شناسی (که برای فضا- زمان‌های مجانباً پاد دوسیته منفی است) به سمت صفر میل کند. صفر شدن ثابت کیهان‌شناسی از دید متریک مجانباً پاد دوسیته به صورت صفر شدن شعاع پاد دوسیته جلوه می‌کند. می‌توان پرسشی به این صورت مطرح کرد که حد تخت در سمت گرانش متناسب با

چه حدی در سمت نظریهٔ میدان دوگان خواهد بود. خوشبختانه پیشنهادی برای این موضوع در مقالات [۲ و ۳] مطرح شده است که حد تخت گرانشی را با حد فرا نسبیتی در سمت نظریهٔ میدان همدیس معادل می‌گیرد. بر مبنای این پیشنهاد، دوگان به فضاهای تخت مجانبی یک نظریهٔ میدان همدیس منقبض شده یا CCFT است و این دوگانی Flat/CCFT نام گرفته است.

بر مبنای دوگانی Flat/CCFT می‌توان محاسبات جالبی با استفاده از حد گرفتن از محاسبات AdS/CFT انجام داد. به عنوان مثال در مقالهٔ [۴] نشان داده شده است که آنتروپی حل کیهان‌شناختی که از حد تخت سیاه‌چاله BTZ به دست می‌آید با رابطه‌ای شبیه رابطهٔ کاردی در CCFT داده می‌شود. آنتروپی درهم‌تنیدگی برای CCFTها با استفاده از محاسبات هولوگرافیک در فضاهای تخت مجانبی در مقالهٔ [۵] مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین محاسبهٔ توابع چند نقطه‌ای $CCFT_2$ها با استفاده ار روش هولوگرافیک اخیراً در مقالات [۶] و [۷] انجام شده است.

دو نوع محاسبه در راستای تکمیل لغت نامه Flat/CCFT قابل انجام است. روش اول این است که به صورت مستقل از AdS/CFT به Flat/CCFT نگاه کرد و سعی کرد محاسبات مربوط به CCFT را به یک محاسبهٔ معادل در فضاهای تخت مجانبی مربوط دانست. روش دوم این است که از محاسبات AdS/CFT حد گرفت. روش دوم به لحاظ محاسباتی ساده‌تر به نظر می‌رسد چون کافی است در محاسبات سمت گرانش شعاع AdS را به صفر میل داد. اما در عمل این گونه محاسبات به مشکل بر می‌خورد چون تعریف فضاهای مجانباً AdS به صورت معمول که با مختصات ففرمن- گراهام [۸] داده می‌شود در حد شعاع AdS به سمت صفر، خوش‌تعریف نبوده و متریک‌های مرتبط در این حد دارای تکینگی هستند. چاره این است که فضاهای مجانباً AdS را در یک پیمانه دیگر بنویسیم. یک پیمانهٔ شناخته شده برای این کار پیمانهٔ BMS نام دارد که حد تخت از آن فضاهای مجانباً تخت را به دست می‌دهد. ادعا بر این است که با شروع از این پیمانه و انجام محاسبات هولوگرافیک، می‌توان در نهایت حد تخت گرفت و به محاسبه‌ای در فضا- زمان‌های تخت مجانبی رسید که معادل با یک محاسبه در CCFT است.

مهم‌ترین مسئله‌ای که در یک CCFT می‌توان به آن فکر کرد محاسبهٔ توابع چندنقطه‌ای عملگرها است. اگر دوگانی Flat/CCFT را قبول کنیم آنگاه محاسبهٔ این توابع در سمت گرانش دارای یک تعبیر هولوگرافیک است. در AdS/CFT نیز محاسبه هولوگرافیک توابع چندنقطه‌ای CFT به وسیلهٔ روش متعارف بازبهنجارش هولوگرافیک [۹] در سمت AdS انجام می‌شود. انتظار بر این است که روش بازبهنجارش هولوگرافیک برای Flat/CCFT نیز وجود داشته باشد که هنوز از مسائل باز است. با فقدان این روش مستقیم، می‌توان روش حدگیری از AdS/CFT را برای این مسئله آزمود. این روش در مقالهٔ [۱۰] برای محاسبهٔ توابع تک‌نقطه‌ای عملگرها به کار برده شده است. همان طور که انتظار می‌رود متریکی که [۱۰] برای اعمال روش بازبهنجارش هولوگرافیک استفاده می‌کند در مختصات BMS داده می‌شود. در این مقاله برآنیم تا محاسبات [۱۰] را ادامه داده و توابع دونقطه‌ای تانسور تنش را نیز به دست آوریم. در واقع روش متعارف بازبهنجارش هولوگرافیک در مختصات BMS را برای محاسبهٔ توابع دونقطه‌ای به کار خواهیم برد. برای این منظور در ابتدا پیمانهٔ BMS را معرفی می‌کنیم و محاسبات [۱۰] برای توابع تک‌نقطه‌ای را مرور می‌کنیم. سپس توابع دونقطه‌ای را حساب کرده و در مورد حد تخت از آنها بحث می‌کنیم.

۲. معرفی پیمانهٔ BMS

پیمانهٔ BMS متریک‌های به طور مجانبی AdS را به دست می‌دهد که حد فضای تخت از آنها خوش تعریف است. در دستگاه BMS متریک به صورت زیر داده می‌شود [۱۰]

$$\begin{aligned} ds^2_{d+1} = G_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu &= -\Phi\, du^2 + 2\, du\, dr \\ &+ \gamma_{ij}\left(dx^i + \bar{\sigma}^i\, du\right)\left(dx^j + \bar{\sigma}^j\, du\right), \end{aligned} \tag{1}$$

به طوری که بسط مجانبی مؤلفه‌های متریک به صورت زیر است

$$\begin{aligned} \gamma_{ij}\left(r,u,\vec{x}\right) &= r^2\left(\gamma_{(0)ij}\left(u,\vec{x}\right) + O\left(r^{<0}\right)\right), \\ \Phi\left(r,u,\vec{x}\right) &= \Phi_{(0)}\left(u,\vec{x}\right) + O\left(r^{<0}\right), \\ \bar{\sigma}^i &= O\left(r^{<0}\right). \end{aligned} \tag{2}$$

در (۱) حد $r \to \infty$ بی‌نهایت پوچ[۱] را به دست خواهد داد. با تغییر مختصات $\bar{z}=\frac{\ell_{0}}{r}$ که ℓ_{0} یک ثابت با بعد طول است (یک انتخاب برای ℓ_{0} می‌تواند ثابت نیوتون در سه بعد G_{3} باشد) و نیز با تعریف $\bar{g}_{ij}=\frac{\bar{z}^{2}}{\ell_{0}^{2}}\gamma_{ij}$ و $\bar{\phi}=\frac{\bar{z}^{2}}{\ell_{0}^{2}}\Phi$ خواهیم داشت

$$ds^{2}=\frac{\ell_{0}^{2}}{\bar{z}^{2}}\Big(-\bar{\phi}\,\mathrm{du}^{2}-2\,du\,d\bar{z}+\bar{g}_{ij}\Big(dx^{i}+\bar{\sigma}^{i}\,du\Big)\Big(dx^{j}+\bar{\sigma}^{j}\,du\Big)\Big). \tag{۳}$$

اگر متریک فوق را در معادلهٔ حرکت اینشتین با حضور ثابت کیهان‌شناسی قرار دهیم به دست خواهیم آورد

$$R_{ij}=-\frac{d+1}{\left(\alpha\,\ell_{0}\right)^{2}}G_{ij}. \tag{۴}$$

برای به دست آوردن این معادله فرض شده است که شعاع فضا- زمان پاددوسیته به صورت $\alpha\ell_{0}$ داده می‌شود که α یک ثابت بدون بعد است. با این انتخاب حد فضای تخت معادل با $\alpha\to\infty$ خواهد بود. حل مجانبی معادلهٔ (۴) حول $z=0$ نتایج زیر را به دست خواهد داد

$$\begin{aligned}\bar{g}_{ij}\left(r,u,x\right)&=\bar{g}_{(0)ij}+\bar{z}\bar{g}_{(1)ij}+O\left(\bar{z}^{2}\right),\\ \bar{\phi}\left(r,u,x\right)&=\frac{1}{\alpha^{2}}+\bar{z}\bar{\phi}_{(1)}+O\left(\bar{z}^{2}\right),\\ \bar{\sigma}^{i}\left(r,u,x\right)&=\bar{\sigma}^{i}_{(0)}+O\left(\bar{z}^{2}\right).\end{aligned} \tag{۵}$$

$g_{(0)ij}$، $\bar{\phi}_{(1)}$، $\sigma^{i}_{(0)}$ مقادیر مرزی دیریشله یا همان منبع نظریه میدان دوگان هستند. دو دلیل وجود دارد که یک بار دیگر تغییر مختصات را اعمال کنیم: اول: با توجه به اینکه منبع نظریه دوگان در تابع $\bar{\phi}_{(1)}$ یعنی در $O(\bar{z}^{2})$ قرار دارد. این منبع در مرز همدیس فضای پاد دوسیته وجود ندارد. از آنجا که برای محاسبهٔ تابع دونقطه‌ای نیاز به وردش‌گیری از این منبع وجود دارد، سعی می‌کنیم با یک تغییر مختصات این جمله را به مرتبهٔ $O\left(\bar{z}^{0}\right)$ ببریم. دوم: اگر مبنا بر این باشد که متریک ما تمام خانوادهٔ همدیس را در مرز همدیس تولید کند، نیاز به تغییر مختصات به گونه‌ای که تمام این پاسخ‌ها را در مرز داشته باشد وجود دارد.

به منظور حل هر دوی این مشکلات در [۱۰] پیشنهاد شده است که تغییر مختصات $z=\bar{z}\,N_{0}(u,x^{i})$ را اعمال کنیم که N_{0} یک تابع مثبت است. با این تغییر مختصات متریک به شکل زیر تبدیل می‌شود

$$\begin{aligned}ds^{2}_{d+1}=\frac{\ell_{0}^{2}}{z^{2}}\Big(&-\phi N_{0}du^{2}-2N_{0}\,du\,dz\\ &+g_{ij}\left(dx^{i}+\sigma^{i}\,du\right)\left(dx^{j}+\sigma^{j}du\right)\Big),\end{aligned} \tag{۶}$$

و توابع متریک به شکل زیر بازتعریف می‌شوند

$$\begin{aligned}\phi N_{0}&=\bar{\phi}N_{0}^{2}-2z\left(\partial_{u}-L_{\bar{\sigma}}\right)N_{0}+z^{2}\mid\Delta_{\bar{g}}\log N_{0}|^{2},\\ \sigma^{i}&=\bar{\sigma}^{i}+z\,N_{0}^{-2}\bar{g}^{ij}\partial_{j}N_{0},\\ g_{ij}&=N_{0}^{2}\bar{g}_{ij}.\end{aligned} \tag{۷}$$

حال اگرحل مجانبی تابع ϕ متریک را بررسی کنیم، خواهیم یافت

$$\begin{aligned}\left(z,u,x^{i}\right)&=\phi_{(0)}\left(x^{i},u\right)+z\,\phi_{(1)}\left(x^{i},u\right)+O\left(z^{2}\right),\\ \phi_{(0)}&=\frac{1}{\alpha^{2}}N_{0},\\ \phi_{(1)}&=\phi_{(1)}-2\left(\partial_{i}-L_{\sigma_{(0)}}\right)\log\left(N_{0}\right).\end{aligned} \tag{۸}$$

در اینجا هر دو تابع $\phi_{(1)}$ و N_{0} توابعی دلخواه هستند که با اعمال شرط زیر می‌توان یکی را به نفع دیگری از بین برد

$$\phi_{(1)}=\left(\partial_{i}-L_{\sigma_{(0)}}\right)\log\left(N_{0}\right) \tag{۹}$$

با استفاده از (۶) متریک القا شده در روی مرز برابر خواهد بود با

$$\begin{aligned}ds^{2}_{d}&=h_{ab}\,dx^{a}\,dx^{b}\\ &=\frac{\ell_{0}^{2}}{z^{2}}\Big(-\phi N_{0}du^{2}+g_{ij}\\ &\quad\left(dx^{i}+\sigma^{i}\,du\right)\left(dx^{j}+\sigma^{j}\,du\right)\Big),\end{aligned} \tag{۱۰}$$

که متریک پس‌زمینه‌ای که نظریهٔ میدان دوگان بر روی آن زندگی می‌کند با استفاده از آن به صورت زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned}ds^{2}_{d}&=\frac{\ell_{0}^{2}}{z^{2}}\Big(h_{(0)ab}dx^{a}\,dx^{b}+O\left(z\right)\Big)\\ &=\frac{\ell_{0}^{2}}{z^{2}}\Big(-\frac{1}{\alpha^{2}}N_{0}^{2}du^{2}+g_{(0)ij}\\ &\quad\left(dx^{i}+\sigma^{i}_{(0)}du\right)\left(dx^{j}+\sigma^{j}_{(0)}du\right)\Big).\end{aligned} \tag{۱۱}$$

۳. تابع تک‌نقطه‌ای تانسور تنش

در این قسمت تابع تک نقطه‌ای را برای تانسور تنش نظریهٔ میدان دوگان در دو بعد به دست خواهیم آورد. بنابراین با شروع از متریک (۶)، آن را در سه بعد می‌نویسیم

۱. Null infinity

$$ds_3^2 = \frac{\ell_\circ^2}{z^2}\left(-\phi N_\circ^2 du^2 - 2N_\circ\, du\, dz + g\left(dx + \sigma\, du\right)^2\right) \quad (۱۲)$$

با استفاده از معادلهٔ اینشتین در حضور ثابت کیهان‌شناختی منفی، پارامترهای متریک به شکل مجانبی به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\begin{aligned}
\phi(z,u,x) &= \phi_{(0)}(x,u) + \frac{z^2}{2}\left(\phi_{(2)}(x,u)\right) + \dots,\\
\sigma(z,u,x) &= \sigma_{(0)}(u,x) + z\,\sigma_{(1)}(u,x)\\
&\quad + \frac{z^2}{2}\left(\sigma_{(2)}(x,u)\right) + \dots,\\
g(z,u,x) &= g_{(0)}(u,x) + z\,g_{(1)}(u,x)\\
&\quad + \frac{z^2}{2}\left(g_{(2)}(x,u)\right) + \dots,
\end{aligned} \quad (۱۳)$$

که جملات بسط به صورت زیر دارای ارتباط با همدیگر هستند

$$\begin{aligned}
\phi_{(0)} &= \frac{N_\circ}{\alpha^2},\\
\sigma_{(1)} &= \frac{\partial_x N_\circ}{g_{(0)}},\\
g_{(1)} &= \frac{\alpha^2}{N_\circ}\left(\partial_u g_{(0)} - \sigma_{(0)}\partial_x g_{(0)} - 2g_{(0)}\partial_x \sigma_{(0)}\right),\\
g_{(2)} &= \frac{g_{(1)}^2}{2g_{(0)}}.
\end{aligned} \quad (۱۴)$$

بر خلاف انتظار $g_{(2)}$ یک ثابت انتگرال‌گیری نیست. این جمله توسط جملات منبع و با استفاده از معادلهٔ مجانبی میدان معین می‌شود. بنابراین در اینجا $\sigma_{(2)}$ و $\phi_{(2)}$ جملات پاسخ بوده و $N_\circ$، $\sigma_{(0)}$ و $g_{(0)}$ جملات منبع هستند.

اگر ما در همین نقطه از محاسبات حد تخت را اعمال کنیم آنگاه ضریب $g_{(1)}$ و به دنبال آن $g_{(2)}$ تبدیل به ضرایب انتگرال گیری خواهند شد و به دنبال آن جملات پادکنش گرانشی جملاتی غیرمحلی می‌شوند که مطلوب نیست. برای محاسبهٔ توابع چند نقطه‌ای نیاز به معرفی جملات پادکنش داریم که باعث حذف بی نهایت‌ها از کنش بر- پوسته[1] می‌شود. پادکنش گرانشی در پیمانهٔ BMS برای حل‌های به طور مجانبی پاددوسیته در مرجع [۱۰] معرفی شده است که با استفاده از آن کنش بازبهنجار شده به صورت زیر به دست خواهد آمد

$$\begin{aligned}
S_{ren} &= \frac{1}{16\pi G_3}\int_M d^3x\sqrt{G}\,\left(R[G] + 2\Lambda\right)\\
&\quad + \frac{1}{8\pi G_3}\int_{\partial M} d^2x\,\sqrt{\gamma}\,k + \frac{1}{8\pi G_3 \alpha\,\ell_\circ}\int_{z=\int} d^2x\sqrt{\gamma},
\end{aligned} \quad (۱۵)$$

که k انحنای عرضی است. تابع تک‌نقطه‌ای یا تانسور انرژی- تکانه با استفاده از روش براون- یورک [۱۱] به صورت زیر تعیین می‌شود

$$ {}_{ر}T_{ij} = \frac{1}{8\pi G_N}\left(k_{ij} - h_{ij}k - \frac{1}{\alpha\,\ell_\circ}h_{ij}\right). \quad (۱۶)$$

پس از جایگذاری مقادیر داریم

$$\begin{aligned}
<T_{xx}> &= \frac{-\ell_\circ \alpha\, g_{(0)}\phi_{(2)}}{32\,\pi\, G_N N_\circ},\\
<T_{uu}> &= \frac{\ell_\circ g_{(0)}\sigma_{(0)}\sigma_{(2)}}{8\,\pi\, G_N\,\alpha} - \frac{\ell_\circ N_\circ \phi_{(2)}}{32\,\pi\,\alpha\, G_N}\\
&\quad - \frac{\ell_\circ\,\alpha\, g_{(0)}\sigma_{(2)}^2\,\phi_{(2)}}{32\,\pi\, G_N N_\circ} + \text{جملات محلی}\\
<T_{ux}> &= \frac{\ell_\circ\, g_{(0)}\sigma_{(2)}}{16\pi G_N \alpha} - \frac{\ell_\circ \alpha g_{(0)}\sigma_{(0)}\phi_{(2)}}{32\pi G_N N_\circ} + \text{جملات محلی}
\end{aligned} \quad (۱۷)$$

جملات محلی را می‌توان به وسیلهٔ جملات مرزی در کنش از بین برد. این جملات در قسمت گرانشی شامل فیزیک خاصی نمی‌شوند، اما در قسمت نظریهٔ میدان دوگان چند راهنمایی کلی دارند از جمله این که نظریهٔ دوگان باید یک نظریهٔ ایستا باشد [۱۰].

۴. تابع دونقطه‌ای

۴. ۱. خطی‌سازی

برای یافتن تابع دونقطه‌ای نیاز داریم که جملات پاسخ را بر اساس جملات منبع معین کنیم به این منظور به حل خطی معادلات اینشتین اکتفا می‌کنیم. ابتدا متریک پس‌زمینه را به شکل زیر برمی‌گزینیم

$$d s^2_{\text{پس زمینه}} = \frac{\ell_\circ^2}{z^2}\left(\frac{1}{\alpha^2}d u^2 - 2du\, dz + dx^2\right). \quad (۱۸)$$

می‌خواهیم متریک (۱۲) را در پس زمینهٔ (۱۸) مختل کنیم. اگر پارامتر اختلال را b بنامیم آنگاه داریم

$$\begin{aligned}
\phi &= \frac{1}{\alpha^2} + bF,\\
g &= 1 + b\gamma,\\
\sigma &= bS\,.
\end{aligned} \quad (۱۹)$$

بعد از حل خطی معادلهٔ اینشتین حاصل به این ترتیب خواهد بود

1. On shell

$$\gamma = g_{(0)}(u,x) + z\, g_{(1)}(u,x),$$
$$S = S_{(0)}(u,x) + z^{2} S_{(2)}(u,x), \qquad (۲۰)$$
$$F = z f_{(1)}(u,x) + z^{2} f_{(2)}(u,x).$$

فقدان $g_{(2)}$ در این حل را از قبل هم انتظار داشتیم زیرا در رابطهٔ (۱۴) نشان دادیم که این جمله به واسطهٔ جملهٔ منبع به دست می‌آید و ثابت انتگرال‌گیری نیست. اما $f_{(1)}$ ، $S_{(2)}$ و $f_{(2)}$ از معادلات زیر پیروی می‌کنند

$$g_{(1)} = \alpha^{2}\left(f_{(1)} + 2\partial_x S_{(0)} + \partial_u g_{(0)} \right),$$
$$f_{(2)} = -2\frac{\partial_u}{\partial_x} S_{(2)},$$
$$S_{(2)} = \frac{1}{2}\alpha^{2}\partial_x f_{(1)} + \frac{\alpha^{4}}{\partial_x^{2} - \alpha^{2}\partial_u^{2}} \left(\partial_u^{2}\partial_x^{2} S_{(0)} - \frac{1}{2}\partial_x \partial_u^{3} g_{(0)} \right). \qquad (۲۱)$$

در این مرحله تغییر مختصات $z = \frac{\bar{z}}{N_0}$ را انجام می‌دهیم. مقادیر منبع و پاسخ‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\phi_{(0)} = \frac{N_0^{2}}{\alpha^{2}},$$
$$\sigma_{(0)} = b\, S_{(0)}, \qquad (۲۲)$$
$$g_{(0)} = N_0^{2}(1 + b\, g_{(0)}),$$
$$\phi_{(2)} = b\frac{f_{(2)}}{N_0} + \text{جملات محلی}$$
$$\sigma_{(2)} = b\frac{S_{(2)}}{N_0^{2}} + \text{جملات محلی}$$

نتیجهٔ خطی‌سازی معادلات اینشتین و تغییر مختصات این است که

$$f_{(1)} = \frac{2\partial_x N_0}{N_0}. \qquad (۲۳)$$

همان گونه که انتظار داشتیم $S_{(2)}$ و $\phi_{(2)}$ جملاتی غیر محلی از منبع هستند و توسط تحلیل نزدیک مرز معین نمی‌شوند. این جملات، پاسخ‌های نظریهٔ میدان دوگان هستند. نکتهٔ مهم در این تحلیل این است که هیچ یک از دو پاسخ ما به تابع N_0 وابسته نیستند. یک بار دیگر توابع تک‌نقطه‌ای را در تحلیل خطی بازنویسی می‌کنیم

$$\langle T_{xx} \rangle_s = \frac{-\ell_0 \alpha}{32\pi G_N} b f_{(2)} - \frac{\ell_0 \alpha}{32\pi G_N} b^{2} g_{(0)} f_{(2)},$$
$$\langle T_{uu} \rangle_s = \frac{-\ell_0}{32\pi G_N \alpha} b f_{(2)} + \frac{\ell_0}{8\pi G_N \alpha} b^{2} S_{(0)} S_{(2)} + O\left(b^{2}\right), \qquad (۲۴)$$
$$\langle T_{ux} \rangle_s = \frac{-\ell_0}{16\pi G_N \alpha} b S_{(2)} + \frac{\ell_0}{16\pi G_N \alpha} b^{2} g_{(0)} S_{(2)} - \frac{\ell_0 \alpha}{32\pi G_N} b^{2} S_{(0)} f_{(2)} + O\left(b^{3}\right)$$

حال که همه چیز را برای یافتن تابع دونقطه‌ای در دست داریم، تنها کافی است که از اتحاد زیر استفاده کنیم [۱۲]

$$\frac{1}{\partial_x^{2} - \alpha^{2}\partial_u^{2}} \delta^{2}(u,x) = \frac{1}{4\pi\alpha} \log\left(M^{2}\left(x^{2} + \frac{u^{2}}{\alpha^{2}} \right) \right). \qquad (۲۵)$$

همچنین متریک پس‌زمینهٔ نظریهٔ میدان در مختصات جدید برابر است با

$$\eta_{ab} = \frac{\ell_0^{2}}{z^{2}} \begin{pmatrix} \frac{-N_0^{2}}{\alpha^{2}} & 0 \\ 0 & N_0^{2} \end{pmatrix}, \qquad (۲۶)$$

$$\sqrt{\det(-\eta)} = \frac{\ell_0}{z^{2}} \frac{N_0^{2}}{\alpha}. \qquad (۲۷)$$

۴. ۲. محاسبه تابع دونقطه‌ای

اکنون می‌توانیم به محاسبهٔ توابع دونقطه‌ای بپردازیم. طبق لغت‌نامهٔ تابع دونقطه‌ای از رابطهٔ زیر به دست می‌آید [۹]

$$\langle T_{ab}(\vec{X}) T_{ij}(0) \rangle = \frac{2}{\sqrt{-\eta}} \eta_{ac} \eta_{bc} \frac{\delta T_{ij}(0)}{\delta G_{(0)cd}(\vec{X})}, \qquad (۲۸)$$

جایی که $G_{(0)}$ اولین تابع با وردش غیرصفر در مرز است

$$G_{(0)ab} = \frac{\ell_0^{2}}{z^{2}} \begin{pmatrix} 2N_0 S_{(0)}^{2} & b\, S_{(0)} N_0^{2} \\ b\, S_{(0)} N_0^{2} & b\, N_0^{2} g_{(0)} \end{pmatrix}. \qquad (۲۹)$$

بنابراین (۲۸) را بدین طریق می‌نویسیم

$$\langle T_{xx} \ldots \rangle = 2\alpha \frac{\delta(\ldots)}{b\, \delta(g_{(0)})},$$
$$\langle T_{ux} \ldots \rangle = \frac{-2}{\alpha} \frac{\delta(\ldots)}{\delta(S_{(0)})}, \qquad (۳۰)$$
$$\langle T_{uu} \ldots \rangle = \frac{-1}{\alpha^{3}} \frac{1}{b^{2} S_{(0)}} \frac{\delta(\ldots)}{\delta\left(S_{(0)}\right)},$$

در نتیجه توابع دونقطه‌ای نظریهٔ میدان دوگان به شکل زیر به

دست می‌آید

$$< T_{xx}(u,x)T_{xx}(0,0) >= \frac{3}{4}\frac{\ell_0\alpha^4}{G_N}\frac{u^4+6u^2x^2\alpha^2+x^4\alpha^4}{\left(u^2-x^2\alpha^2\right)^2},$$

$$< T_{uu}(u,x)T_{uu}(0,0) >= \frac{3}{4}\frac{\ell_0\alpha}{G_N}\frac{u^4+6u^2x^2\alpha^2+x^4\alpha^4}{\left(u^2-x^2\alpha^2\right)^2},$$

$$< T_{ux}(u,x)T_{ux}(0,0) >= \frac{3}{4}\frac{\ell_0\alpha^3}{G_N}\frac{u^4+6u^2x^2\alpha^2+x^4\alpha^4}{\left(u^2-x^2\alpha^2\right)^2},$$

$$< T_{ux}(u,x)T_{xx}(0,0) >= -3\frac{\ell_0\alpha^3}{G_N}\frac{x(u^3+ux^2\alpha^2)}{\left(u^2-x^2\alpha^2\right)^2},$$

$$< T_{uu}(u,x)T_{xx}(0,0) >= \frac{3}{4}\frac{\ell_0\alpha^3}{G_N}\frac{u^4+6u^2x^2\alpha^2+x^4\alpha^4}{\left(u^2-x^2\alpha^2\right)^2},$$

$$< T_{ux}(u,x)T_{uu}(0,0) >= -3\frac{\ell_0\alpha^3}{G_N}\frac{x(u^3+ux^2\alpha^2)}{\left(u^2-x^2\alpha^2\right)^2}. \qquad (۳۱)$$

این توابع دونقطه‌ای به ازای کلی‌ترین متریک مجانباً پاددوسیته هستند که در حد ثابت کیهان‌شناسی به سمت صفر $\alpha \to \infty$ به فضا- زمان به طور مجانبی تخت منجر می‌شوند.

۴. ۳. حد فضای تخت از توابع چندنقطه‌ای و هولوگرافی فضا- زمان‌های به طور مجانبی تخت

همان طور که گفتیم حد فضای تخت که با $\alpha \to \infty$ انجام می‌شود هر حل پاددوسیته را در پیمانهٔ BMS به یک حل مجانباً تخت تبدیل می‌کند. با این وجود همان طور که از(۱۷) و (۳۱) دیده می‌شود این حد به صورت مستقیم از توابع یک و دونقطه‌ای باعث صفر شدن بعضی از مؤلفه‌ها و بی نهایت شدن بعضی دیگر می‌شود. اما در مقالهٔ [۱۳] این موضوع بحث شده است که اگر قبل از حدگیری مؤلفه‌ها را در توان‌های مناسبی از α ضرب کنیم آنگاه می‌توانیم حدگیری را از توابع یک نقطه‌ای به طور موفقیت آمیزی انجام داده و تانسور تنشی را به دست آوریم که در سمت گرانش جواب درستی برای بارهای پایستار می‌دهد. در نگاه اول به نظر می‌رسد که این اتفاق برای توابع چند نقطه‌ای هم قابل تکرار باشد. در واقع هدف این است که با حدگیری از (۳۱) نتایجی را به دست آوریم که با نتایج مقالات [۶] و [۷] همخوانی داشته باشد. اما محاسبهٔ بسیار سرراستی نشان می‌دهد که تکرار روش مقالهٔ [۱۳] برای توابع دونقطه‌ای نمی‌تواند ما را به جواب درست برساند. بنابراین باید روش مقالهٔ [۱۳] در این حالت مورد کنکاش مجدد قرار گیرد. این مسئله‌ای است که ما همچنان روی آن متمرکز هستیم و امید آن را داریم که در آینده بتوانیم واژه نامهٔ کامل برای چگونگی پیدا کردن توابع چندنقطه‌ای تانسور تنش CCFT با شروع از CFT را ارایه دهیم.

۵. نتیجه‌گیری

پیمانهٔ BMS یک پیمانهٔ مناسبی است که با شروع از آن می‌توانیم از محاسبات هوگرافیک در پس‌زمینهٔ پاددوسیته حد بگیریم و نتایجی برای هولوگرافی فضا- زمان‌های به طور مجانبی تخت به دست آوریم. در این مقاله توابع دونقطه‌ای تانسور تنش را در سه بعد برای حالت پاددوسیته حساب کردیم. دیدیم که بر خلاف انتظار حد تخت از این توابع آنچنان که در ابتدا تصور می‌کردیم از واژه نامهٔ مرجع [۱۳] تبعیت نمی‌کند. یک راه حل برای رسیدن به نتیجهٔ مطلوب این می‌تواند باشد که قبل از حدگیری ترکیب‌های مناسبی از مؤلفه‌های تانسور تنش را تشکیل داده و از آنها حد بگیریم. این موضوع در دستور کار ما برای آینده قرار دارد. در صورت موفقیت روش حدگیری از محاسبات AdS/CFT آنگاه می‌توان هولوگرافی فضا- زمان‌های به طور مجانبی تخت را به راحتی با شروع از AdS/CFT به دست آورد و اصل هولوگرافی را به خارج از حوزهٔ AdS/CFT گسترش داد.

مراجع

1. J M Maldacena, *Int. J. Theor. Phys*. **38** (1999) 1113.
2. A Bagchi, *Phys. Rev. Lett*. **105** (2010) 171601.
3. A Bagchi and R Fareghbal, *Journal of High Energy Physics* **1210** (2012) 092.
4. A Bagchi, S Detournay, R Fareghbal, and J Simon, *Phys. Rev. Lett*. **110** (2013 141302.

5. A Bagchi, R Basu, D Grumiller, and M Riegler, *Phys. Rev. Lett.* **114** (2015) 111602.
6. A Bagchi, D Grumiller and W Merbis, *Phys. R*ev. D **93** (2s016) 061502.
7. M Asadi, O Baghchesaraei and R Fareghbal, arXiv:1701.00063 [hep-th].
8. C Fefferman and C R Graham, "*Conformal Invariants*", in Elie Cartan et les Mathématiques d'aujourd'hui (1985) 95.
9. K Skenderis, *Class. Quant. Grav*. **19** (2002) 5849.
10. R N Caldeira Costa, *Phys. Rev*. D **90**. (2014) 104018.
11. J D Brown and J W York, *Phys. Rev*. D **47** (1993) 1407.
12. K Skenderis, M Taylor and B C van Rees, *Journal of High Energy Physics* **0909** (2009) 045.
13. R Fareghbal and A Naseh, *Journal of High Energy Physics* **1403** (2014) 005.