

محاسبه هولوگرافیک توابع دو- نقطه‌ای تانسور تنش در نظریه میدان همدیس دوبعدی با استفاده از پیمانه BMS و هولوگرافی فضا- زمان‌های به طور مجانبی تخت

رضا فارغبال و پدرام کریمی

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

پست الکترونیکی: r_fareghbal@sbu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۱۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۰۵/۲۲)

چکیده

در این مقاله از روش بازبهنجارش هولوگرافیک برای محاسبه توابع دونقطه‌ای تانسور تنش نظریه میدان همدیس استفاده می‌کنیم. در قسمت گرانش فضا- زمان‌های مجانباً پاد دوسپته را در پیمانه بُندی- متسنز- ساکس می‌نویسیم و روش متعارف بازبهنجارش هولوگرافیک را برای این فضا- زمان‌ها به کار خواهیم برد. اهمیت محاسبه توابع چند نقطه‌ای در این پیمانه به خاطر سهولت گرفتن حد فضای تخت است که در انتهای مقاله در مورد آن بحث می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: دوگانی گرانش، نظریه میدان پیمانه‌ای، هولوگرافی فضای تخت

۱. مقدمه

یکی از فضا- زمان‌های مطلوب برای بررسی دوگانی، فضا- زمان‌های به طور مجانبی تخت هستند که با گرفتن حد فضای تخت از فضا- زمان‌های مجانباً پاد دوسپته به دست می‌آیند. منظور از حد تخت در فضا- زمان‌های مجانباً پاد دوسپته حدی است که ثابت کیهان‌شناسی (که برای فضا- زمان‌های مجانباً پاد دوسپته منفی است) به سمت صفر میل کند. صفر شدن ثابت کیهان‌شناسی از دید متریک مجانباً پاد دوسپته به صورت صفر شدن شعاع پاد دوسپته جلوه می‌کند. می‌توان پرسشی به این صورت مطرح کرد که حد تخت در سمت گرانش متناسب با

پیشنهاد مالداسنا برای تناظر میان نظریه میدان‌های همدیس در d بعد و گرانش در زمینه پاد دوسپته در $d+1$ بعد [۱]، شاخه تحقیقاتی بسیار فعالی را در حوزه فیزیک انرژی‌های بالا به وجود آورده است. یکی از مسائل باز در این زمینه گسترش دوگانی بین نظریه‌های پیمانه‌ای و نظریه‌های گرانشی به خارج از چارچوب پاد دوسپته- نظریه میدان کانفورمال است. در واقع سوال این است که آیا فضا- زمان‌هایی که به طور مجانبی پاد دوسپته نیستند نیز دارای یک نظریه دوگان هستند؟

گرفت و به محاسبه‌ای در فضا- زمان‌های تخت مجانبی رسید که معادل با یک محاسبه در CCFT است.

مهم‌ترین مسئله‌ای که در یک CCFT می‌توان به آن فکر کرد محاسبه توابع چندنقطه‌ای عملگرها است. اگر دوگانی Flat/CCFT را قبول کنیم آنگاه محاسبه این توابع در سمت گرانج دارای یک تعبیر هولوگرافیک است. در AdS/CFT نیز محاسبه هولوگرافیک توابع چندنقطه‌ای CFT به وسیله روش متعارف بازبهنجارش هولوگرافیک [۹] در سمت AdS انجام می‌شود. انتظار بر این است که روش بازبهنجارش هولوگرافیک برای Flat/CCFT نیز وجود داشته باشد که هنوز از مسائل باز است. با فقدان این روش مستقیم، می‌توان روش حدگیری از AdS/CFT را برای این مسئله آزمود. این روش در مقاله [۱۰] برای محاسبه توابع تک‌نقطه‌ای عملگرها به کار برده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود متریک که [۱۰] برای اعمال روش بازبهنجارش هولوگرافیک استفاده می‌کند در مختصات BMS داده می‌شود. در این مقاله برآنیم تا محاسبات [۱۰] را ادامه داده و توابع دونقطه‌ای تانسور تنش را نیز به دست آوریم. در واقع روش متعارف بازبهنجارش هولوگرافیک در مختصات BMS را برای محاسبه توابع دونقطه‌ای به کار خواهیم برد. برای این منظور در ابتدا پیمانه BMS را معرفی می‌کنیم و محاسبات [۱۰] برای توابع تک‌نقطه‌ای را مرور می‌کنیم. سپس توابع دونقطه‌ای را حساب کرده و در مورد حد تخت از آنها بحث می‌کنیم.

۲. معرفی پیمانه BMS

پیمانه BMS متریک‌های به طور مجانبی AdS را به دست می‌دهد که حد فضای تخت از آنها خوش تعریف است. در دستگاه BMS متریک به صورت زیر داده می‌شود [۱۰]

$$ds_{d+1}^2 = G_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -\Phi du^2 + 2 du dr + \gamma_{ij} (dx^i + \bar{\sigma}^i du) (dx^j + \bar{\sigma}^j du), \quad (1)$$

به طوری که بسط مجانبی مؤلفه‌های متریک به صورت زیر است

$$\begin{aligned} \gamma_{ij}(r, u, \vec{x}) &= r^2 \left(\gamma_{(0)ij}(u, \vec{x}) + O(r^{\leq 0}) \right), \\ \Phi(r, u, \vec{x}) &= \Phi_{(0)}(u, \vec{x}) + O(r^{\leq 0}), \\ \bar{\sigma}^i &= O(r^{\leq 0}). \end{aligned} \quad (2)$$

چه حدی در سمت نظریه میدان دوگان خواهد بود. خوشبختانه پیشنهادی برای این موضوع در مقالات [۲ و ۳] مطرح شده است که حد تخت گرانجی را با حد فرا نسبیتی در سمت نظریه میدان همدیس معادل می‌گیرد. بر مبنای این پیشنهاد، دوگان به فضاهای تخت مجانبی یک نظریه میدان همدیس منقبض شده یا CCFT است و این دوگانی Flat/CCFT نام گرفته است.

بر مبنای دوگانی Flat/CCFT می‌توان محاسبات جالبی با استفاده از حد گرفتن از محاسبات AdS/CFT انجام داد. به عنوان مثال در مقاله [۴] نشان داده شده است که آنتروپی حل کیهان‌شناختی که از حد تخت سیاه‌چاله BTZ به دست می‌آید با رابطه‌ای شبیه رابطه کاردی در CCFT داده می‌شود. آنتروپی درهم‌تنیدگی برای CCFTها با استفاده از محاسبات هولوگرافیک در فضاهای تخت مجانبی در مقاله [۵] مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین محاسبه توابع چند نقطه‌ای CCFTها با استفاده از روش هولوگرافیک اخیراً در مقالات [۶ و ۷] انجام شده است.

دو نوع محاسبه در راستای تکمیل لغت نام‌ها Flat/CCFT قابل انجام است. روش اول این است که به صورت مستقل از AdS/CFT به Flat/CCFT نگاه کرد و سعی کرد محاسبات مربوط به CCFT را به یک محاسبه معادل در فضاهای تخت مجانبی مربوط دانست. روش دوم این است که از محاسبات AdS/CFT حد گرفت. روش دوم به لحاظ محاسباتی ساده‌تر به نظر می‌رسد چون کافی است در محاسبات سمت گرانج شعاع AdS را به صفر میل داد. اما در عمل این گونه محاسبات به مشکل بر می‌خورد چون تعریف فضاهای مجانباً AdS به صورت معمول که با مختصات ففرمن - گراهام [۸] داده می‌شود در حد شعاع AdS به سمت صفر، خوش تعریف نبوده و متریک‌های مرتبط در این حد دارای تکینگی هستند. چاره این است که فضاهای مجانباً AdS را در یک پیمانه دیگر بنویسیم. یک پیمانه شناخته شده برای این کار پیمانه BMS نام دارد که حد تخت از آن فضاهای مجانباً تخت را به دست می‌دهد. ادعا بر این است که با شروع از این پیمانه و انجام محاسبات هولوگرافیک، می‌توان در نهایت حد تخت

در (۱) حد $r \rightarrow \infty$ بی‌نهایت پوچ^۱ را به دست خواهد داد. با تغییر مختصات $\bar{z} = \frac{\ell_0}{r}$ که ℓ_0 یک ثابت با بعد طول است (یک انتخاب برای ℓ_0 می‌تواند ثابت نیوتون در سه بعد G_3 باشد) و نیز با تعریف $\bar{\phi} = \frac{\bar{z}^\gamma}{\ell_0^\gamma} \Phi$ و $\bar{g}_{ij} = \frac{\bar{z}^\gamma}{\ell_0^\gamma} g_{ij}$ خواهیم داشت

$$ds_{d+1}^\gamma = \frac{\ell_0^\gamma}{z^\gamma} \left(-\phi N_0 du^\gamma - \gamma N_0 du dz + g_{ij} (dx^i + \sigma^i du) (dx^j + \sigma^j du) \right), \quad (6)$$

و توابع متریک به شکل زیر بازتعریف می‌شوند

$$\begin{aligned} \phi N_0 &= \bar{\phi} N_0^\gamma - \gamma z (\partial_u - L_{\bar{\sigma}}) N_0 + z^\gamma |\Delta_{\bar{g}} \log N_0|^\gamma, \\ \sigma^i &= \bar{\sigma}^i + z N_0^{-\gamma} \bar{g}^{ij} \partial_j N_0, \\ g_{ij} &= N_0^\gamma \bar{g}_{ij}. \end{aligned} \quad (7)$$

حال اگر حل مجانبی تابع ϕ متریک را بررسی کنیم، خواهیم یافت

$$\begin{aligned} (z, u, x^i) &= \phi_{(0)}(x^i, u) + z \phi_{(1)}(x^i, u) + O(z^\gamma), \\ \phi_{(0)} &= \frac{1}{\alpha^\gamma} N_0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\phi_{(1)} = \phi_{(1)} - \gamma (\partial_i - L_{\sigma_{(i)}}) \log(N_0).$$

در اینجا هر دو تابع $\phi_{(1)}$ و N_0 توابعی دلخواه هستند که با اعمال شرط زیر می‌توان یکی را به نفع دیگری از بین برد

$$\phi_{(1)} = (\partial_i - L_{\sigma_{(i)}}) \log(N_0) \quad (9)$$

با استفاده از (۶) متریک القا شده در روی مرز برابر خواهد بود با

$$\begin{aligned} ds_d^\gamma &= h_{ab} dx^a dx^b \\ &= \frac{\ell_0^\gamma}{z^\gamma} \left(-\phi N_0 du^\gamma + g_{ij} (dx^i + \sigma^i du) (dx^j + \sigma^j du) \right), \end{aligned} \quad (10)$$

که متریک پس‌زمینه‌ای که نظریه میدان دوگان بر روی آن زندگی می‌کند با استفاده از آن به صورت زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} ds_d^\gamma &= \frac{\ell_0^\gamma}{z^\gamma} \left(h_{(0)ab} dx^a dx^b + O(z) \right) \\ &= \frac{\ell_0^\gamma}{z^\gamma} \left(-\frac{1}{\alpha^\gamma} N_0^\gamma du^\gamma + g_{(0)ij} (dx^i + \sigma_{(0)}^i du) (dx^j + \sigma_{(0)}^j du) \right). \end{aligned} \quad (11)$$

۳. تابع تک‌نقطه‌ای تانسور تنش

در این قسمت تابع تک‌نقطه‌ای را برای تانسور تنش نظریه میدان دوگان در دو بعد به دست خواهیم آورد. بنابراین با شروع از متریک (۶)، آن را در سه بعد می‌نویسیم

اگر متریک فوق را در معادله حرکت اینشتین با حضور ثابت کیهان‌شناسی قرار دهیم به دست خواهیم آورد

$$ds^\gamma = \frac{\ell_0^\gamma}{z^\gamma} \left(-\bar{\phi} du^\gamma - \gamma du d\bar{z} + \bar{g}_{ij} (dx^i + \bar{\sigma}^i du) (dx^j + \bar{\sigma}^j du) \right). \quad (3)$$

برای به دست آوردن این معادله فرض شده است که شعاع فضا-زمان پاددوسیه به صورت $\alpha \ell_0$ داده می‌شود که یک ثابت بدون بعد است. با این انتخاب حد فضای تخت معادل با $\alpha \rightarrow \infty$ خواهد بود. حل مجانبی معادله (۴) حول $z=0$ نتایج زیر را به دست خواهد داد

$$R_{ij} = -\frac{d+1}{(\alpha \ell_0)^\gamma} G_{ij}. \quad (4)$$

مقادیر مرزی دیریشله یا همان منبع نظریه میدان دوگان هستند. دو دلیل وجود دارد که یک بار دیگر تغییر مختصات را اعمال کنیم: اول: با توجه به اینکه منبع نظریه دوگان در تابع $\bar{\phi}_{(1)}$ یعنی در $O(\bar{z}^\gamma)$ قرار دارد. این منبع در مرز همدیس فضای پاد دوسیه وجود ندارد. از آنجا که برای محاسبه تابع دونقطه‌ای نیاز به وردش‌گیری از این منبع وجود دارد، سعی می‌کنیم با یک تغییر مختصات این جمله را به مرتبه $O(\bar{z}^\gamma)$ ببریم. دوم: اگر مبنا بر این باشد که متریک ما تمام خانواده همدیس را در مرز همدیس تولید کند، نیاز به تغییر مختصات به گونه‌ای که تمام این پاسخ‌ها را در مرز داشته باشد وجود دارد.

$$\begin{aligned} \bar{g}_{ij}(r, u, x) &= \bar{g}_{(0)ij} + \bar{z} \bar{g}_{(1)ij} + O(\bar{z}^\gamma), \\ \bar{\phi}(r, u, x) &= \frac{1}{\alpha^\gamma} + \bar{z} \bar{\phi}_{(1)} + O(\bar{z}^\gamma), \\ \bar{\sigma}^i(r, u, x) &= \bar{\sigma}_{(0)}^i + O(\bar{z}^\gamma). \end{aligned} \quad (5)$$

به منظور حل هر دوی این مشکلات در [۱۰] پیشنهاد شده

که k انحنای عرضی است. تابع تک‌نقطه‌ای یا تانسور انرژی-تکانه با استفاده از روش براون-یورک [۱۱] به صورت زیر تعیین می‌شود

$$T_{ij} = \frac{1}{\lambda \pi G_N} \left(k_{ij} - h_{ij} k - \frac{1}{\alpha \ell_0} h_{ij} \right). \quad (16)$$

پس از جایگذاری مقادیر داریم

$$\langle T_{xx} \rangle = \frac{-\ell_0 \alpha g_{(0)} \phi_{(r)}}{32 \pi G_N N_0}, \quad (17)$$

$$\langle T_{uu} \rangle = \frac{\ell_0 g_{(0)} \sigma_{(0)} \sigma_{(r)}}{\lambda \pi G_N \alpha} - \frac{\ell_0 N_0 \phi_{(r)}}{32 \pi \alpha G_N} - \frac{\ell_0 \alpha g_{(0)} \sigma_{(r)}^2 \phi_{(r)}}{32 \pi G_N N_0} + \text{جملات محلی}$$

$$\langle T_{ux} \rangle = \frac{\ell_0 g_{(0)} \sigma_{(r)}}{16 \pi G_N \alpha} - \frac{\ell_0 \alpha g_{(0)} \sigma_{(0)} \phi_{(r)}}{32 \pi G_N N_0} + \text{جملات محلی}$$

جملات محلی را می‌توان به وسیله جملات مرزی در کنش از بین برد. این جملات در قسمت گرانشی شامل فیزیک خاصی نمی‌شوند، اما در قسمت نظریه دوگان چند راهنمایی کلی دارند از جمله این که نظریه دوگان باید یک نظریه ایستا باشد [۱۰].

۴. تابع دونقطه‌ای

۴.۱. خطی‌سازی

برای یافتن تابع دونقطه‌ای نیاز داریم که جملات پاسخ را بر اساس جملات منبع معین کنیم به این منظور به حل خطی معادلات اینشتین اکتفا می‌کنیم. ابتدا متریک پس‌زمینه را به شکل زیر برمی‌گزینیم

$$ds^2 = \frac{\ell_0^2}{z^2} \left(\frac{1}{\alpha^2} du^2 - 2 du dz + dx^2 \right). \quad (18)$$

می‌خواهیم متریک (۱۲) را در پس‌زمینه (۱۸) مختل کنیم. اگر پارامتر اختلال را b بنامیم آنگاه داریم

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\alpha^2} + bF, \\ g &= 1 + b\gamma, \\ \sigma &= bS. \end{aligned} \quad (19)$$

بعد از حل خطی معادله اینشتین حاصل به این ترتیب خواهد بود

$$ds^2 = \frac{\ell_0^2}{z^2} \left(-\phi N_0^2 du^2 - 2 N_0 du dz + g(dx + \sigma du)^2 \right) \quad (12)$$

با استفاده از معادله اینشتین در حضور ثابت کیهان‌شناختی منفی، پارامترهای متریک به شکل مجانبی به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\begin{aligned} \phi(z, u, x) &= \phi_{(0)}(x, u) + \frac{z^2}{\gamma} \left(\phi_{(r)}(x, u) \right) + \dots, \\ \sigma(z, u, x) &= \sigma_{(0)}(u, x) + z \sigma_{(1)}(u, x) \\ &\quad + \frac{z^2}{\gamma} \left(\sigma_{(r)}(x, u) \right) + \dots, \\ g(z, u, x) &= g_{(0)}(u, x) + z g_{(1)}(u, x) \\ &\quad + \frac{z^2}{\gamma} \left(g_{(r)}(x, u) \right) + \dots, \end{aligned} \quad (13)$$

که جملات بسط به صورت زیر دارای ارتباط با همدیگر هستند

$$\begin{aligned} \phi_{(0)} &= \frac{N_0}{\alpha^2}, \\ \sigma_{(1)} &= \frac{\partial_x N_0}{g_{(0)}}, \\ g_{(1)} &= \frac{\alpha^2}{N_0} \left(\partial_u g_{(0)} - \sigma_{(0)} \partial_x g_{(0)} - 2 g_{(0)} \partial_x \sigma_{(0)} \right), \\ g_{(r)} &= \frac{g_{(1)}}{2 g_{(0)}}. \end{aligned} \quad (14)$$

بر خلاف انتظار $g_{(r)}$ یک ثابت انتگرال‌گیری نیست. این جمله توسط جملات منبع و با استفاده از معادله مجانبی میدان معین می‌شود. بنابراین در اینجا $\phi_{(r)}$ و $\sigma_{(r)}$ جملات پاسخ بوده و N_0 ، $g_{(0)}$ و $\sigma_{(0)}$ جملات منبع هستند.

اگر ما در همین نقطه از محاسبات حد تخت را اعمال کنیم آنگاه ضریب $g_{(1)}$ و به دنبال آن $g_{(r)}$ تبدیل به ضرایب انتگرال‌گیری خواهند شد و به دنبال آن جملات پادکنش گرانشی جملاتی غیرمحلی می‌شوند که مطلوب نیست. برای محاسبه توابع چند نقطه‌ای نیاز به معرفی جملات پادکنش داریم که باعث حذف بی‌نهایت‌ها از کنش بر-پوسته^۱ می‌شود. پادکنش گرانشی در پیمانۀ BMS برای حل‌های به‌طور مجانبی پاددوسیمته در مرجع [۱۰] معرفی شده است که با استفاده از آن کنش بازبهنجار شده به صورت زیر به دست خواهد آمد

$$\begin{aligned} S_{ren} &= \frac{1}{16 \pi G_{\text{r}} M} \int d^2 x \sqrt{G} (R[G] + 2\Lambda) \\ &\quad + \frac{1}{\lambda \pi G_{\text{r}} \partial M} \int d^2 x \sqrt{\gamma} k + \frac{1}{\lambda \pi G_{\text{r}} \alpha} \int_{z=f} d^2 x \sqrt{\gamma}, \end{aligned} \quad (15)$$

۱. On shell

$$\begin{aligned} \langle T_{xx} \rangle_s &= \frac{-\ell_s \alpha}{32\pi G_N} b f_{(\nu)} - \frac{\ell_s \alpha}{32\pi G_N} b^\nu g_{(\nu)} f_{(\nu)}, \\ \langle T_{uu} \rangle_s &= \frac{-\ell_s}{32\pi G_N \alpha} b f_{(\nu)} + \frac{\ell_s}{16\pi G_N \alpha} b^\nu S_{(\nu)} S_{(\nu)} \\ &\quad + O(b^\nu), \quad (24) \\ \langle T_{ux} \rangle_s &= \frac{-\ell_s}{16\pi G_N \alpha} b S_{(\nu)} + \frac{\ell_s}{16\pi G_N \alpha} b^\nu g_{(\nu)} S_{(\nu)} \\ &\quad - \frac{\ell_s \alpha}{32\pi G_N} b^\nu S_{(\nu)} f_{(\nu)} + O(b^\nu) \end{aligned}$$

حال که همه چیز را برای یافتن تابع دونقطه‌ای در دست داریم، تنها کافی است که از اتحاد زیر استفاده کنیم [۱۲]

$$\frac{1}{\partial_x^\nu - \alpha^\nu \partial_u^\nu} \delta^\nu(u, x) = \frac{1}{4\pi \alpha} \log \left(M^\nu \left(x^\nu + \frac{u^\nu}{\alpha^\nu} \right) \right). \quad (25)$$

همچنین متریک پس‌زمینه نظریه میدان در مختصات جدید برابر است با

$$\eta_{ab} = \frac{\ell_s}{z^\nu} \begin{pmatrix} -N_s^\nu & 0 \\ \alpha^\nu & N_s^\nu \end{pmatrix}, \quad (26)$$

$$\sqrt{\det(-\eta)} = \frac{\ell_s N_s^\nu}{z^\nu \alpha}. \quad (27)$$

۲.۴. محاسبه تابع دونقطه‌ای

اکنون می‌توانیم به محاسبه توابع دونقطه‌ای پردازیم. طبق لغت‌نامه تابع دونقطه‌ای از رابطه زیر به دست می‌آید [۹]

$$\langle T_{ab}(\bar{X}) T_{ij}(\circ) \rangle = \frac{2}{\sqrt{-\eta}} \eta_{ac} \eta_{bc} \frac{\delta T_{ij}(\circ)}{\delta G_{(abcd)}(\bar{X})}, \quad (28)$$

جایی که $G_{(abcd)}$ اولین تابع با وردش غیرصفر در مرز است

$$G_{(\circ)ab} = \frac{\ell_s}{z^\nu} \begin{pmatrix} 2N_s^\nu S_{(\nu)} & b S_{(\nu)} N_s^\nu \\ b S_{(\nu)} N_s^\nu & b N_s^\nu g_{(\nu)} \end{pmatrix}. \quad (29)$$

بنابراین (۲۸) را بدین طریق می‌نویسیم

$$\begin{aligned} \langle T_{xx} \dots \rangle &= 2\alpha \frac{\delta(\dots)}{b \delta(g_{(\nu)})}, \\ \langle T_{ux} \dots \rangle &= \frac{-2}{\alpha} \frac{\delta(\dots)}{\delta(S_{(\nu)})}, \quad (30) \\ \langle T_{uu} \dots \rangle &= \frac{-1}{\alpha^\nu} \frac{1}{b^\nu S_{(\nu)}} \frac{\delta(\dots)}{\delta(S_{(\nu)})}, \end{aligned}$$

در نتیجه توابع دونقطه‌ای نظریه میدان دوگان به شکل زیر به

$$\gamma = g_{(\nu)}(u, x) + z g_{(\nu)}(u, x),$$

$$S = S_{(\nu)}(u, x) + z^\nu S_{(\nu)}(u, x), \quad (30)$$

$$F = z f_{(\nu)}(u, x) + z^\nu f_{(\nu)}(u, x).$$

فقدان $g_{(\nu)}$ در این حل را از قبل هم انتظار داشتیم زیرا در رابطه (۱۴) نشان دادیم که این جمله به واسطه جمله منبع به دست می‌آید و ثابت انتگرال‌گیری نیست. اما $f_{(\nu)}$ ، $S_{(\nu)}$ و $f_{(\nu)}$ از معادلات زیر پیروی می‌کنند

$$g_{(\nu)} = \alpha^\nu (f_{(\nu)} + 2\partial_x S_{(\nu)} + \partial_u g_{(\nu)}),$$

$$f_{(\nu)} = -2 \frac{\partial_u}{\partial_x} S_{(\nu)},$$

$$S_{(\nu)} = \frac{1}{4} \alpha^\nu \partial_x f_{(\nu)} + \frac{\alpha^\nu}{\partial_x^\nu - \alpha^\nu \partial_u^\nu} \quad (31)$$

$$\left(\partial_u^\nu \partial_x^\nu S_{(\nu)} - \frac{1}{4} \partial_x^\nu \partial_u^\nu g_{(\nu)} \right).$$

در این مرحله تغییر مختصات $z = \frac{\bar{z}}{N_s}$ را انجام می‌دهیم. مقادیر منبع و پاسخ‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\phi_{(\nu)} = \frac{N_s^\nu}{\alpha^\nu},$$

$$\sigma_{(\nu)} = b S_{(\nu)}, \quad (32)$$

$$g_{(\nu)} = N_s^\nu (1 + b g_{(\nu)}),$$

$$\phi_{(\nu)} = b \frac{f_{(\nu)}}{N_s} + \text{جملات محلی}$$

$$\sigma_{(\nu)} = b \frac{S_{(\nu)}}{N_s} + \text{جملات محلی}$$

نتیجه خطی‌سازی معادلات اینشتین و تغییر مختصات این است که

$$f_{(\nu)} = \frac{2\partial_x N_s}{N_s}. \quad (33)$$

همان گونه که انتظار داشتیم $S_{(\nu)}$ و $\phi_{(\nu)}$ جملاتی غیر محلی از منبع هستند و توسط تحلیل نزدیک مرز معین نمی‌شوند. این جملات، پاسخ‌های نظریه میدان دوگان هستند. نکته مهم در این تحلیل این است که هیچ یک از دو پاسخ ما به تابع N_s وابسته نیستند. یک بار دیگر توابع تک‌نقطه‌ای را در تحلیل خطی بازنویسی می‌کنیم

آوریم که در سمت گرانش جواب درستی برای بارهای پایستار می‌دهد. در نگاه اول به نظر می‌رسد که این اتفاق برای توابع چند نقطه‌ای هم قابل تکرار باشد. در واقع هدف این است که با حدگیری از (۳۱) نتایجی را به دست آوریم که با نتایج مقالات [۶] و [۷] همخوانی داشته باشد. اما محاسبه بسیار سراسستی نشان می‌دهد که تکرار روش مقاله [۱۳] برای توابع دونقطه‌ای نمی‌تواند ما را به جواب درست برساند. بنابراین باید روش مقاله [۱۳] در این حالت مورد کنکاش مجدد قرار گیرد. این مسئله‌ای است که ما همچنان روی آن متمرکز هستیم و امید آن را داریم که در آینده بتوانیم واژه نامه کامل برای چگونگی پیدا کردن توابع چندنقطه‌ای تانسور تنش CCFT با شروع از CFT را ارائه دهیم.

۵. نتیجه‌گیری

پیمانه BMS یک پیمانه مناسبی است که با شروع از آن می‌توانیم از محاسبات هوگرافیک در پس‌زمینه پاددوسیتیه حد بگیریم و نتایجی برای هولوگرافی فضا-زمان‌های به طور مجانبی تخت به دست آوریم. در این مقاله توابع دونقطه‌ای تانسور تنش را در سه بعد برای حالت پاددوسیتیه حساب کردیم. دیدیم که بر خلاف انتظار حد تخت از این توابع آنچنان که در ابتدا تصور می‌کردیم از واژه نامه مرجع [۱۳] تبعیت نمی‌کند. یک راه حل برای رسیدن به نتیجه مطلوب این می‌تواند باشد که قبل از حدگیری ترکیب‌های مناسبی از مؤلفه‌های تانسور تنش را تشکیل داده و از آنها حد بگیریم. این موضوع در دستور کار ما برای آینده قرار دارد. در صورت موفقیت روش حدگیری از محاسبات AdS/CFT آنگاه می‌توان هولوگرافی فضا-زمان‌های به طور مجانبی تخت را به راحتی با شروع از AdS/CFT به دست آورد و اصل هولوگرافی را به خارج از حوزه AdS/CFT گسترش داد.

دست می‌آید

$$\langle T_{xx}(u,x)T_{xx}(\circ,\circ) \rangle = \frac{3}{4} \frac{\ell_p \alpha^4 u^4 + 6u^3 x^2 \alpha^2 + x^4 \alpha^4}{G_N (u^2 - x^2 \alpha^2)^2},$$

$$\langle T_{uu}(u,x)T_{uu}(\circ,\circ) \rangle = \frac{3}{4} \frac{\ell_p \alpha^4 u^4 + 6u^3 x^2 \alpha^2 + x^4 \alpha^4}{G_N (u^2 - x^2 \alpha^2)^2},$$

$$\langle T_{ux}(u,x)T_{ux}(\circ,\circ) \rangle = \frac{3}{4} \frac{\ell_p \alpha^4 u^4 + 6u^3 x^2 \alpha^2 + x^4 \alpha^4}{G_N (u^2 - x^2 \alpha^2)^2},$$

$$\langle T_{ux}(u,x)T_{xx}(\circ,\circ) \rangle = -\frac{3}{4} \frac{\ell_p \alpha^4 x(u^2 + ux^2 \alpha^2)}{G_N (u^2 - x^2 \alpha^2)^2},$$

$$\langle T_{uu}(u,x)T_{xx}(\circ,\circ) \rangle = \frac{3}{4} \frac{\ell_p \alpha^4 u^4 + 6u^3 x^2 \alpha^2 + x^4 \alpha^4}{G_N (u^2 - x^2 \alpha^2)^2},$$

$$\langle T_{ux}(u,x)T_{uu}(\circ,\circ) \rangle = -\frac{3}{4} \frac{\ell_p \alpha^4 x(u^2 + ux^2 \alpha^2)}{G_N (u^2 - x^2 \alpha^2)^2}. \quad (31)$$

این توابع دونقطه‌ای به ازای کلی‌ترین متریک مجانباً پاددوسیتیه هستند که در حد ثابت کیهان‌شناسی به سمت صفر $\alpha \rightarrow \infty$ به فضا-زمان به طور مجانبی تخت منجر می‌شوند.

۳.۴. حد فضای تخت از توابع چندنقطه‌ای و

هولوگرافی فضا-زمان‌های به طور مجانبی تخت

همان طور که گفتیم حد فضای تخت که با $\alpha \rightarrow \infty$ انجام می‌شود هر حل پاددوسیتیه را در پیمانه BMS به یک حل مجانباً تخت تبدیل می‌کند. با این وجود همان طور که از (۱۷) و (۳۱) دیده می‌شود این حد به صورت مستقیم از توابع یک و دونقطه‌ای باعث صفر شدن بعضی از مؤلفه‌ها و بی‌نهایت شدن بعضی دیگر می‌شود. اما در مقاله [۱۳] این موضوع بحث شده است که اگر قبل از حدگیری مؤلفه‌ها را در توان‌های مناسبی از α ضرب کنیم آنگاه می‌توانیم حدگیری را از توابع یک نقطه‌ای به طور موفقیت آمیزی انجام داده و تانسور تنش را به دست

مراجع

1. J M Maldacena, *Int. J. Theor. Phys.* **38** (1999) 1113.
2. A Bagchi, *Phys. Rev. Lett.* **105** (2010) 171601.
3. A Bagchi and R Fareghbal, *Journal of High Energy*

Physics **1210** (2012) 092.

4. A Bagchi, S Detournay, R Fareghbal, and J Simon, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 141302.

9. K Skenderis, *Class. Quant. Grav.* **19** (2002) 5849.
10. R N Caldeira Costa, *Phys. Rev. D* **90**. (2014) 104018.
11. J D Brown and J W York, *Phys. Rev. D* **47** (1993) 1407.
12. K Skenderis, M Taylor and B C van Rees, *Journal of High Energy Physics* **0909** (2009) 045.
13. R Fareghbal and A Naseh, *Journal of High Energy Physics* **1403** (2014) 005.
5. A Bagchi, R Basu, D Grumiller, and M Riegler, *Phys. Rev. Lett.* **114** (2015) 111602.
6. A Bagchi, D Grumiller and W Merbis, *Phys. Rev. D* **93** (2s016) 061502.
7. M Asadi, O Baghchesaraei and R Fareghbal, arXiv:1701.00063 [hep-th].
8. C Fefferman and C R Graham, “*Conformal Invariants*”, in Elie Cartan et les Mathématiques d’aujourd’hui (1985) 95.