

## تصحیح کمیت‌های مدل پوسته‌ای در هسته $^{208}\text{Pb}$ با در نظر گرفتن اثر جفت‌شدگی ذره- ارتعاش

لاله رفعت متولی، هاشم میری حکیم آباد و علییه حسینیان ازغدی

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

پست الکترونیکی: rafat@ferdowsi.um.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۰/۰۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۰۶/۱۳)

### چکیده

در این مطالعه، جفت‌شدگی بین نوکلئون ظرفیت و ارتعاشات قلب هسته در هسته  $^{208}\text{Pb}$  در نظر گرفته شده است. ماتریس هامیلتونی در پایه‌های ذره- ارتعاش برای هر تراز تشکیل شده و پس از قطری‌سازی با ترازهای تجربی برازش شده است. بدین ترتیب مجموعه‌ای از ترازهای تجربی تصحیح شده بدست آمده که تک‌ذره‌ای خالص هستند. نتایج نشان می‌دهد که گاف انرژی نوترونی و پروتونی به ترتیب به اندازه  $0.39\text{ MeV}$  و  $0.81\text{ MeV}$  در طیف تصحیح شده بزرگ‌تر می‌شود. سپس، کمیت‌های پتانسیل پدیده شناختی Woods-Saxon برای بازتولید این ترازهای تصحیح‌شده بهینه‌سازی شده است. به عنوان نتیجه که ترازهای محاسبه شده با استفاده از کمیت‌های جدید پتانسیل WS نسبت به مطالعات گذشته بهترین تطبیق با تجربه را داراست.

واژه‌های کلیدی: مدل پوسته‌ای، هسته  $^{208}\text{Pb}$ ، جفت‌شدگی ذره- ارتعاش، ترازهای تک‌ذره‌ای

### ۱. مقدمه

می‌دهند، مدل‌های میکروسکوپی اندرکنش تک تک نوکلئون‌های هسته را در نظر می‌گیرند [۲ و ۳]. مدل پوسته‌ای تک‌ذره‌ای نیز یکی از رویکردهای میکروسکوپی است که در آن اندرکنش یک نوکلئون با سایر نوکلئون‌ها با یک پتانسیل میدان میانگین مرکزی جایگزین می‌شود [۴]. بنابراین، مسئله بس‌ذره‌ای با تقریب خوبی به یک مسئله معمول کوانتوم مکانیکی «ذره در چاه» تبدیل می‌شود. در نتیجه می‌توان این مسئله را با استفاده از معادله شرودینگر حل نمود.

مهم‌ترین هدف فیزیکدانان هسته‌ای در دهه‌های اخیر یافتن مدلی نظری است که به طور جامع ویژگی‌های گوناگون هسته را توصیف کند [۱]. تلاش‌های زیادی صورت گرفته است تا با تکیه بر دیدگاه‌های متفاوت میکروسکوپی و ماکروسکوپی، هسته به عنوان یک دستگاه بس‌ذره‌ای از منظرهای مختلف بررسی شود. برخلاف مدل‌های ماکروسکوپی (تجمعی) که هسته را به صورت یک ماهیت واحد مورد بررسی قرار

جدول ۱. ترازهای ارتعاشی هسته  $^{208}\text{Pb}$  [۱۷].

$\alpha_\lambda$	$E_\lambda$ (MeV)	$\lambda_\pi$
۰/۰۴۶	۲/۶۱	۳ <sup>-</sup>
۰/۰۱۷	۳/۲۰	۵ <sup>-</sup>
۰/۰۲۵	۴/۰۸	۲ <sup>+</sup>
۰/۰۲۴	۴/۳۲	۴ <sup>+</sup>
۰/۰۱۵	۴/۴۲	۶ <sup>+</sup>

همان طور که می‌دانیم مدل پوسته‌ای با میدان مرکزی متقارن کروی توصیف خوبی از هسته‌های پوسته بسته به دست می‌دهد. از آنجایی که حالت‌های مربوط به دو پوسته پروتون و نوترون کاملاً پر شده‌اند و هیچ لایه نیمه‌پری وجود ندارد، این هسته‌ها معمولاً هسته‌های دوگانه جادویی خوانده می‌شوند و تقریباً کروی هستند [۵].

تصویر تک‌ذره‌ای باید برای هسته‌هایی که پوسته بسته دوگانه  $\pm$  یک نوکلئون دارند، به طور ویژه صحیح باشد. از میان انواع پتانسیل‌هایی که برای توصیف میدان میانگین هسته به کار رفته است، پتانسیل پدیده‌شناختی (WS) وودز ساکسون<sup>۱</sup> که از تحلیل داده‌های تجربی پراکندگی هسته‌ای به دست آمده است، تا حدی توانسته است حالت‌های برانگیخته تجربی هسته کروی را بازتولید کند [۶]. گرچه تطبیق داده‌های تجربی و محاسباتی هنوز مطلوب و ایده‌آل نیست [۵ و ۷-۱۱].

طیف تجربی تک‌ذره‌ای برای یک هسته دوگانه جادویی از ترازهای موجود در طیف برانگیختگی چهار هسته در همسایگی آن به دست می‌آید. این هسته‌ها به صورت پوسته بسته  $\pm$  یک نوکلئون هستند. در تشکیل طیف تجربی تک‌ذره‌ای برای هسته دوگانه-جادویی  $^{208}\text{Pb}$ ، به عنوان نمونه، از طیف برانگیختگی هسته‌های  $^{207}\text{Pb}$  و  $^{209}\text{Pb}$  در قسمت نوترونی و از طیف برانگیختگی هسته‌های  $^{207}\text{Tl}$  و  $^{209}\text{Bi}$  در قسمت پروتونی استفاده می‌شود. هنگام تشکیل طیف تجربی تک‌ذره‌ای ملاحظاتی لحاظ می‌شود. از جمله این که فرض می‌شود در انرژی پایین‌تر از ۲ MeV ترازها کاملاً خالص تک‌ذره حفره‌ای

هستند. این فرض به دو دلیل اتخاذ می‌شود، نخست این که انرژی شکستن یک جفت نوکلئون در حدود ۲ MeV است. در نتیجه، می‌توان فرض نمود که فقط آخرین تک‌نوکلئون در حالت‌های برانگیخته با انرژی پایین‌تر از ۲ MeV دخیل است. دلیل دوم این است که اولین حالت ارتعاشی هسته  $^{208}\text{Pb}$  (حالت ۳<sup>-</sup> در جدول ۱) نیز دارای انرژی بیش از ۲ MeV است. بنابراین منطقی به نظر می‌رسد که در انرژی‌های زیر ۲ MeV سایر طرح‌های جفت‌شدگی دخیل نباشد. علاوه بر این، در تشکیل طیف تجربی فقط از ترازهایی استفاده می‌شود که اسپین-پارته آنها از تصویر تک‌ذره‌ای تبعیت کند یا به اصطلاح ضریب اسپکتروسکوپیکی آنها برابر با واحد باشد [۱۲ و ۱۳].

در عین حال، شواهدی وجود دارد که نشان می‌دهد درجه آزادی تک‌ذره‌ای باید با درجه آزادی حرکت تجمعی نوکلئون‌های درون قلب هسته (مغزی) جفت شود و ترازهایی که در طیف برانگیختگی تجربی مشاهده می‌کنیم ترکیبی از این دو درجه آزادی هستند. درجات آزادی قلب هسته شامل دو گروه اصلی برانگیختگی‌های ارتعاشی و دورانی است. از سوی دیگر، هسته‌های دوگانه جادویی کروی هستند و تنها درجه آزادی قابل اندازه‌گیری قلب هسته، حالت‌های ارتعاشی است. این ارتعاشات حول شکل کروی هستند. همچنین تغییرات به وجود آمده در اثر این ارتعاشات تغییرات سطحی است و می‌توان از نوسانات اندک چگالی ماده هسته‌ای چشم پوشی کرد. در نتیجه، برانگیختگی‌های ارتعاشی قلب هسته با حالت‌های تک‌ذره‌ای جفت می‌شوند.

در بسیاری از مطالعاتی که پیش از این صورت گرفته است،

۱. Woods-Saxon

احساس می‌کنند. در این مطالعه، پتانسیل کولنی به صورت پتانسیل الکتروستاتیک یک کره باردار یکنواخت با شعاع  $R$  در نظر گرفته شده است.

$$V_C(r) = (Z-1)e^2 \begin{cases} (rR^2 - r^3)/(2R^3) & r \leq R \\ 1/r & r > R \end{cases} \quad (2)$$

دیگر بخش مهم پتانسیل هسته‌ای جمله اسپین-مدار است. این پتانسیل نیز عمق  $V_{\ell s}^0$ ، پراکندگی سطح  $a_s$  و شعاع  $R_s$  خود را به طور مستقل دارد.

$$V_{\ell s} = V_{\ell s}^0 \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{1 + \exp[(r - R_s)/a_s]} \right) \right] \ell.s \quad (3)$$

در نهایت می‌توان پتانسیل میانگین را به صورت مجموع تمام جملات بازنویسی کرد.

$$V(r) = V_{WS} + V_C + V_{\ell s} \quad (4)$$

که در آن  $V_{WS}$  مربوط به نیروی هسته‌ای،  $V_C$  مربوط به نیروی کولنی است که فقط برای پروتون‌ها دارای مقدار است، و  $V_{\ell s}$  پتانسیل اسپین-مدار است.

## ۲.۱.۲. هامیلتونی مدل جفت‌شدگی ذره-ارتعاش

با توجه به درجه آزادی جفت‌شدگی ذره و ارتعاش، هامیلتونی کل شامل دو بخش است

$$H = H_p + H_C, \quad (5)$$

که در آن  $H_p$  هامیلتونی تک‌ذره برای یک ذره (حفره) بیرون قلب هسته است

$$H_p = \sum_{i=1}^k T_i + V(r_i, \ell_i, s_i), \quad (6)$$

و  $H_C$  هامیلتونی ارتعاش مغزی هسته است

$$H_C |n, \lambda\rangle = (n+1/2) \hbar \omega_\lambda |n, \lambda\rangle, \quad (7)$$

که در آن  $n$  عدد کوانتومی ارتعاش است و  $\lambda$  عدد کوانتومی چندقطبی است. از آنجایی که پتانسیل یک ذره تابعی از شکل هسته است که به دلیل ارتعاشات مغزی نوسان می‌کند، یک جمله اضافی نیز به هامیلتونی افزوده می‌شود،

$$H = H_p^0 + H_C + H_{\text{int}} \quad (8)$$

که در آن  $H_p^0$  هامیلتونی تک‌ذره‌ای ساده با پتانسیل ایستا است و  $H_{\text{int}}$  هامیلتونی جفت‌شدگی ذره-ارتعاش است.

کمیت‌های پتانسیل WS بدون در نظر گرفتن جفت‌شدگی ذره و ارتعاش و با پیروی از مدل خالص تک‌ذره‌ای به دست آمده است [۷-۱۱]. مطالعات اندکی نیز در دهه ۱۹۸۰ انجام شده است که این جفت‌شدگی را در نظر گرفته‌اند [۱۴] و پس از آن، به دلیل در اختیار نبودن ابزارهای محاسباتی پیشرفته که بتواند محاسبات مربوط به قطری‌سازی و یافتن ویژه مقادیر مناسب را انجام دهد، این موضوع برای مدتی رها شد. اکنون با توجه به سرعت و قدرتی که کامپیوترهای امروزه در اختیار ما می‌گذارند، این ابزار به شکل مطلوب و جامع‌تری فراهم شده است.

در این مطالعه بحث خود را محدود به هسته  $^{208}\text{Pb}$  نموده‌ایم. محاسبات انجام شده در دو بخش صورت گرفته است. در بخش نخست به ترازهای تجربی را به صورت ترکیبی از حالت‌های تک‌ذره‌ای و ارتعاش قلب هسته در نظر گرفته‌ایم و با قطری‌سازی هامیلتونی ترازهای خالص تک‌ذره‌ای را به کمک اطلاعات مربوط به ارتعاش قلب هسته از ترازهای تجربی استخراج کرده‌ایم. با این کار به نوعی داده‌های تجربی را طوری اصلاح کرده‌ایم که فقط شامل حالت‌های تک‌ذره‌ای باشد. در بخش دوم نیز کمیت‌های پتانسیل WS با برازش با این ترازهای تجربی اصلاح شده، به دست آمده است. بسیار تطبیق بهتری به دست آمده است.

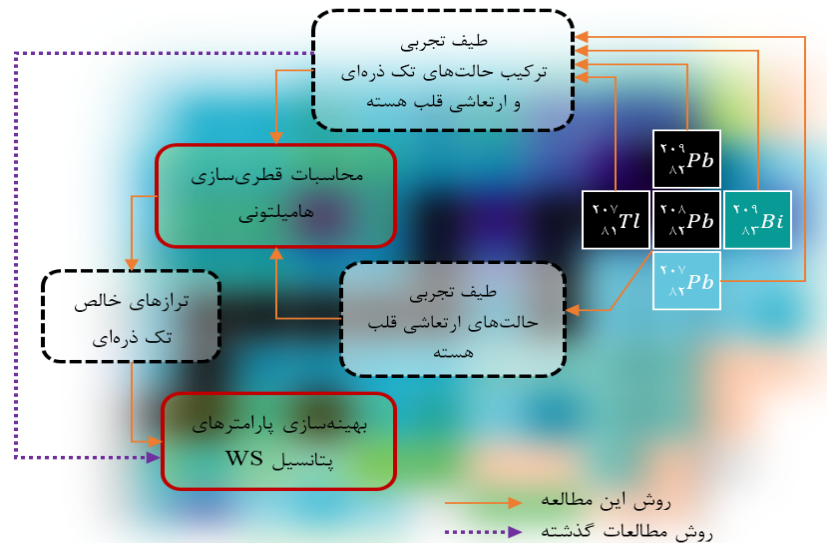
## ۲. اصول نظری و روش محاسبات

### ۲.۱. هامیلتونی دستگاه

واضح است که هامیلتونی توصیف کننده حرکت یک ذره به صورت جمع انرژی جنبشی و پتانسیل نوشته می‌شود. یکی از پتانسیل‌های پر کاربرد در این زمینه، پتانسیل پدیده‌شناختی وودز ساکسون است.

$$V_{WS}(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp[(r-R)/a]} \quad (1)$$

که در آن  $V_0$  عمق پتانسیل،  $a$  پراکندگی سطح و  $R$  شعاع هسته‌ای به صورت  $R = r_0 A^{1/3}$  است. به غیر از این پتانسیل که شکل کلی پتانسیل هسته است، پروتون‌ها پتانسیل کولنی را نیز



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) الگوریتم استخراج داده‌های تجربی و استفاده از آنها در محاسبات برازش داده‌ها در این مطالعه.

تبهگن هستند. حضور این اندرکنش تبهگنی را از بین می‌برد و اگر  $j' > \lambda$  یا  $j' < \lambda$  باشد، به ترتیب تعداد  $2\lambda + 1$  حالت یا  $2j' + 1$  حالت به وجود می‌آید [۱۶]. در اینجا باید توجه نمود که هر دو حالت پایه و حالت‌های برانگیخته که دارای اسپین  $j$  هستند به طور کلی شامل ترکیبی از مغزی در حالت پایه (اسپین  $0 =$ ) و مغزی در حالت برانگیخته (اسپین  $\lambda$ ) هستند.

$$|jm\rangle = \sum_{\lambda, j'} a_{\lambda, j'} |j', n_{\lambda} = 1; I = j, M = m\rangle \quad (12)$$

به این حالت اصطلاحاً جفت‌شدگی درجه آزادی تک‌ذره و درجه آزادی تجمعی قلب هسته (یا مغزی هسته) گفته می‌شود که در اینجا به طور خلاصه، به عنوان جفت‌شدگی ذره-ارتعاش بیان شده است. تخمینی از شدت عناصر ماتریس جفت‌شدگی را می‌توان توسط تعیین کمیتی بدون ابعاد انجام داد.

$$f_{\lambda} = \left( \frac{2\lambda + 1}{16\pi} \right)^{1/2} \left( \frac{\hbar\omega}{2C} \right)^{1/2} \frac{k}{\hbar\omega} \quad (13)$$

اگر  $f_{\lambda} \ll 1$  باشد بنابراین می‌توان  $H_{int}$  را به صورت اختلال در نظر گرفت [۱۶]، گرچه کمیت به دست آمده از مقادیر جدول ۱ به طور تقریبی برابر با  $0.3$  است. این مقدار آنقدر کوچک نیست تا از رویکرد اختلال استفاده کنیم. بنابراین باید ماتریس جفت‌شدگی را به طور مستقیم در ویژه حالت‌های دستگاه قطری نمود.

$$H_p^o = \sum_{i=1}^k T_i + V_o(r_i, l_i, s_i) \quad (9)$$

$$H_{int} = k(r) (2\lambda + 1)^{1/2} (\alpha_{\lambda} Y_{\lambda})_o \quad (10)$$

که در آن  $k(r)$  عامل شکل شعاعی،  $\alpha_{\lambda}$  دامنه ارتعاش و  $Y_{\lambda}$  تابع هارمونیک کروی است [۱۵]

$$h(j', \lambda, j) = j', n_{\lambda} = 1; I = j, M = m | H_{int} | jm \quad (11)$$

$$= j' | k(r) | j j' Y_{\lambda} j (2j + 1)^{1/2} n = 1 | \alpha_{\lambda} | n = 0$$

اگر اسپین مغزی برانگیخته برابر با  $\lambda$  و نوکلئون ظرفیت برابر با  $j'$  باشد، بنابراین حالتی با اسپین  $j$  که بین  $|j' - \lambda|$  و  $j' + \lambda$  قرار دارد رخ می‌دهد. این عنصر از ماتریس جفت‌شدگی را می‌توان برای هر حالت  $j'$ ،  $\lambda$ ، و  $j$  محاسبه نمود. نمادنگاری عنصر ماتریس به صورت  $h(j', \lambda, j)$  است که به ترتیب شامل اسپین ذره ظرفیت، حالت ارتعاشی قلب هسته، و اسپین کل است.

حالت پایه هسته با پوسته بسته  $\pm$  یک نوکلئون شامل مغزی در حالت پایه  $\lambda = 0$  است که با نوکلئون ظرفیت  $j'$  جفت شده است. حالت‌های برانگیخته هسته می‌تواند از مغزی در حالت پایه و نوکلئون ظرفیت که به دیگر مدارها برانگیخته شده تشکیل شود یا نوکلئون ظرفیت بدون تغییر اما مغزی برانگیخته. در غیاب اندرکنش بین مغزی و ذره ظرفیت، این حالت‌ها

جدول ۲. انرژی ترازهای تجربی [۱۱] و تصحیح شده (MeV) هسته‌های مجاور حول هسته  $^{208}\text{Pb}$ .

$E_{\text{mod}}$	$E_{\text{exp}}$	$^{207}\text{Tl}$	$E_{\text{mod}}$	$E_{\text{exp}}$	$^{207}\text{Pb}$	$E_{\text{mod}}$	$E_{\text{exp}}$	$^{209}\text{Bi}$	$E_{\text{mod}}$	$E_{\text{exp}}$	$^{209}\text{Pb}$
۰٫۲۱۱	۰	s <sub>1,2</sub>	۰٫۲۶۲	۰	p <sub>1,2</sub>	۰٫۱۸۲	۰	h <sub>9,2</sub>	۰٫۵۵۲	۰	g <sub>9,2</sub>
۰٫۵۱۶	۰٫۳۵۱	d <sub>3,2</sub>	۰٫۸۲۰	۰٫۵۷۰	f <sub>۵,2</sub>	۱٫۵۴۱	۰٫۸۹۷	f <sub>۷,2</sub>	۱٫۰۳۳	۰٫۷۷۹	i <sub>۱۱,2</sub>
۱٫۶۶۷	۱٫۳۴۸	h <sub>۱۱,2</sub>	۱٫۲۴۱	۰٫۸۹۰	p <sub>3,2</sub>	۲٫۲۰۱	۱٫۶۱۲	i <sub>۱۳,2</sub>	۱٫۹۳۸	۱٫۵۶۵	d <sub>۵,2</sub>
۲٫۳۸۹	۱٫۶۸۳	d <sub>۵,2</sub>	۲٫۰۲۶	۱٫۶۳۰	i <sub>۱۳,2</sub>	۳٫۴۲۲	۲٫۸۲۴	f <sub>۵,2</sub>	۲٫۲۵۵	۱٫۴۲۴	j <sub>۱۵,2</sub>
۳٫۸۵۲	۳٫۴۶۹	g <sub>۷,2</sub>	۳٫۳۱۹	۲٫۳۴۰	f <sub>۷,2</sub>	۳٫۷۶۰	۳٫۱۱۶	p <sub>3,2</sub>	۲٫۴۰۹	۲٫۰۳۳	s <sub>۱,2</sub>
			۳٫۸۸۰	۳٫۴۰۰	h <sub>9,2</sub>	۴٫۵۶۴	۳٫۶۳۷	p <sub>۱,2</sub>	۲٫۹۶۸	۲٫۴۹۲	g <sub>۷,2</sub>
									۳٫۰۴۴	۲٫۵۳۷	d <sub>3,2</sub>

تجربی تصحیح شده» یا به عبارت دیگر، «حالت‌های تجربی خالص تک‌ذره‌ای» به دست می‌آید.

### ۲.۳. برآزش کمیت‌های پتانسیل وودز ساکسون

معادله شرودینگر دستگاه، یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم است که می‌توان آن را به صورت عددی حل نمود. پتانسیل وارد شده در معادله شرودینگر به صورت معادله (۴) معرفی شده است. به منظور حل عددی معادله شرودینگر، کد مجزایی به زبان برنامه‌نویسی MATLAB نوشته شده است که از روش رانگ کوتا و الگوریتم حداقل مربعات برای برآزش کمیت‌های پتانسیل و بازتولید ترازهای تجربی تصحیح شده، استفاده می‌کند. محققان علاقه‌مند می‌توانند برای دسترسی به دو کد تهیه شده در این مطالعه، با نویسندگان مقاله تماس حاصل نمایند.

### ۳. بحث و نتیجه‌گیری

#### ۳.۱. ویژه مقادیر حاصل از قطری‌سازی هامیلتونی

در جدول ۲، ویژه مقادیر حاصل از قطری‌سازی هامیلتونی به صورت ترازهای تجربی تصحیح شده نشان داده شده است.

همان‌طور که در بخش قبل توصیف شد، این حالت‌ها به عنوان ترازهای خالص تک‌ذره‌ای در نظر گرفته می‌شوند. زیرا بخش ارتعاش قلب هسته از آنها حذف شده و فقط بخشی از انرژی در نظر گرفته شده است که مربوط به ذره خارج از پوسته بسته است. در جدول ۲، انرژی‌های تجربی تصحیح شده

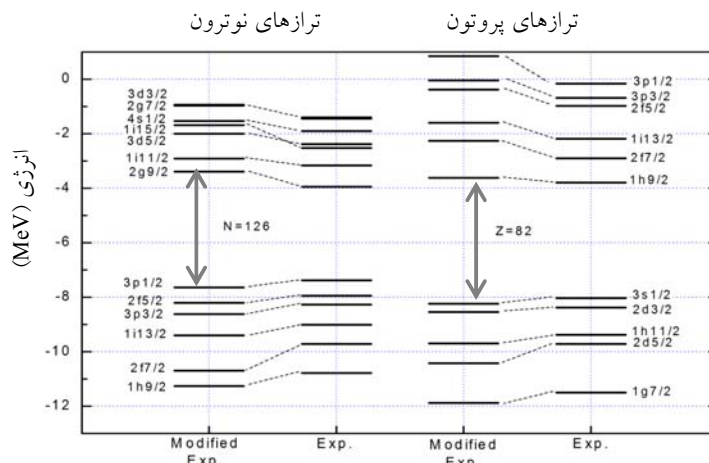
### ۲.۲. محاسبات قطری‌سازی

در این مطالعه، اندازه جمله جفت‌شدگی ذره-ارتعاش، معادله (۱۱)، تخمین زده شد و اثر آن بر روی مدار تک‌ذره حول گاف نوترون و پروتون در  $N = 126$  و  $Z = 82$  را به ترتیب به دست آمده است. اولین جمله در معادله (۱۱) عنصر ماتریس شعاعی است که می‌توان از تابع شعاعی نوسانگر هماهنگ با تقریب زیر محاسبه نمود.

$$j|k(r)|j = j|R_0 \frac{\partial V}{\partial r}|j, \quad (14)$$

دومین و آخرین جمله در معادله (۱۱) به سادگی از ضرایب کلبش-گوردون و کمیت‌های تجربی درج شده در جدول ۱ به دست می‌آید [۱۹]. بنابراین می‌توان ماتریس هامیلتونی کل را به دست آورد. در این مطالعات فقط مرتبه اول جفت‌شدگی ذره-ارتعاش به دست آمده است و از مراتب بالاتر جفت‌شدگی چشم‌پوشی شده است.

قطری‌سازی ماتریس جفت‌شدگی در فضای ذره و ذره-ارتعاش منجر به بهنجارش مجدد حالت‌ها به صورت معادله (۱۲) می‌شود [۲۱]. در این مطالعه با استفاده از نرم‌افزار MATLAB، کدی نوشته شده که براساس الگوریتم relaxation در جستجوی کمینه حداقل مربعات است. در این کد، انرژی حالت‌های تجربی تصحیح شده (یا همان حالت‌های تجربی خالص تک‌ذره‌ای) به عنوان کمیت‌های قابل تنظیم در نظر گرفته می‌شود. به ازای هر مجموعه از این کمیت‌ها، قطری‌سازی ماتریس هامیلتونی انجام می‌شود و سپس اختلاف مقادیر روی قطر اصلی با انرژی‌های تجربی (از طریق به دست آوردن مقدار  $\chi^2$ ) به دست می‌آید. در نهایت، مجموعه‌ای از کمیت‌ها انتخاب می‌شود که  $\chi^2$  را کمینه کند. بدین ترتیب انرژی «حالت‌های



شکل ۲. ترازهای تجربی تک‌ذره‌ای نوترونی و پروتونی در مقایسه با ترازهای تجربی تصحیح شده برای هسته  $^{208}\text{Pb}$ .

می‌توان دریافت که توالی این دو تراز یکی از چالش‌های موجود در این زمینه بوده است. زیرا محاسبات پیشین [۵] که کمیت‌های متعارف پتانسیل WS را پیشنهاد کرده‌اند توالی معکوس برای این دو تراز به دست آورده‌اند. این دستاورد از اهمیت بسیاری برخوردار است. زیرا به دست آوردن توالی صحیح می‌تواند اعتبار نتایج را تا حد بسیار زیادی تأیید کند. گاف انرژی بین چندین تراز نیز تغییر قابل ملاحظه‌ای داشته است. به عنوان مثال انرژی تراز  $g_{9/2}$  نه تنها در حدود  $0.5 \text{ MeV}$  افزایش یافته است، بلکه فاصله بین تراز  $1h_{11/2}$  و  $g_{9/2}$  به طور قابل توجهی کاهش یافته است.

### ۲.۳. بهینه‌سازی کمیت‌های پتانسیل WS

کمیت‌های مربوط به عمق، شعاع و پراکنندگی سطح پتانسیل WS و جمله اسپین-مدار در جدول ۳ نشان داده شده است. در این جدول مقایسه‌ای بین کمیت‌های معروف به متعارف [۵]، کمیت‌های گزارش شده توسط مطالعات گذشته [۷-۱۱] و این مطالعه انجام شده است. کمیت‌های گزارش شده در مطالعات قبلی به جز مطالعه‌ای که توسط موکرجی و همکاران [۱۴] انجام شده است، از طریق برازش با داده‌های تجربی به دست آمده است.

این مقایسه نشان می‌دهد که در این مطالعه، عمق پتانسیل در دو حالت پروتونی و نوترونی بیش از دیگر مطالعات برآورد

با انرژی‌هایی که مستقیماً از تجربه به دست می‌آیند، مقایسه شده است. نتایج درج شده در این جدول نشان می‌دهد که ترازهای خالص تک‌ذره حفره‌ای که از اصلاح ترازهای تجربی به دست آمده‌اند، همیشه انرژی بیشتری از ترازهای تجربی دارند. این موضوع به سبب ماهیت ماتریس‌ها از لحاظ ریاضی رخ می‌دهد. زیرا در ماتریس‌هایی که برای تک تک ترازها تشکیل می‌شود، مقدار عناصر غیرقطری، کوچک و منفی است و عناصر روی قطر اصلی، بزرگ و مثبت هستند. علاوه بر آن، فقط عناصر غیرقطری مربوط به سطر و ستون اول غیرصفر است. در نتیجه پس از قطری‌سازی، عنصر اول روی قطر کوچک‌تر از مقدار پیش از قطری‌سازی به دست می‌آید.

این بدان معنی است که گاف مربوط به  $N=126$  برای نوترون‌ها و  $Z=82$  برای پروتون‌ها بزرگ‌تر از چیزی است که قبلاً تصور می‌شد. این گاف برای نوترون‌ها و پروتون‌ها به ترتیب به اندازه  $0.81 \text{ MeV}$  و  $0.39 \text{ MeV}$  بزرگ‌تر می‌شود. همچنین ترازهای ذره‌ای بالای گاف و حفره‌ای در پایین گاف به طور کلی بیشتر از هم فاصله می‌گیرند.

علاوه بر روند کلی مشاهده شده در نتایج، نکاتی برای بعضی از ترازهای خالص تک‌ذره‌ای، به طور خاص وجود دارد. به عنوان مثال، ترازهای نوترونی  $d_{5/2}$  و  $1h_{15/2}$  در طیف تجربی تصحیح شده نسبت به طیف تجربی اولیه جابه‌جا شده‌اند. با مراجعه به مطالعاتی که در گذشته انجام شده است

جدول ۳. (الف) کمیت‌های پتانسیل WS نوترونی در این مطالعه در مقایسه با مطالعات گذشته [۵ و ۷-۱۱].

$\alpha_s$	$r_s$	$V_s$	$\alpha$	$r_0$	$V_0$	کمیت‌های پتانسیل نوترون
$\alpha$	$r_0$	$0.44 r_0^2 V_0$	۰/۶۷	۱/۲۷	$51-33 \frac{N-Z}{A}$	کمیت‌های متعارف [۵]
۰/۶۷	۱/۲۷	۳۱/۱	۰/۶۷	۱/۲۷	۴۴	Wahlborn
۰/۷	۱/۲۸	۲۸/۲	۰/۷	۱/۳۴۷	۴۰/۶	Rost
۰/۷	۱/۳	۳۲/۵۳	۰/۷	۱/۳۴۷	۴۰/۵۸	Dudek, et al.
۰/۷	۱/۳۱	۳۱/۶۲	۰/۷	۱/۳۴۷	۴۰/۵۸	Universal
۰/۶۶۲	۱/۱۶	۲۷/۸۵	۰/۶۶۲	۱/۲۶۰	۴۵/۱۸	Schewierz, et al.
۰/۳۹۱	۱/۲۴۶	۲۴/۳۱۲	۰/۷۱۸	۱/۳۱۰	۴۲/۴۸	Mukherjee, et al.
۰/۴۳۰	۱/۱۵۲	۲۳/۷۰۵	۰/۶۶۱	۱/۲۳۳	۴۶/۷۴	این مطالعه

جدول ۳. (ب) کمیت‌های پتانسیل WS پروتونی در این مطالعه در مقایسه با مطالعات گذشته [۵ و ۷-۱۱].

$\alpha_s$	$r_s$	$V_s$	$\alpha$	$r_0$	$V_0$	کمیت‌های پتانسیل پروتون
$\alpha$	$r_0$	$0.44 r_0^2 V_0$	۰/۶۷	۱/۲۷	$51-33 \frac{N-Z}{A}$	کمیت‌های متعارف [۵]
۰/۶۷	۱/۲۷	۴۱	۰/۶۷	۱/۲۷	۵۸	Wahlborn
۰/۷	۰/۹۳۲	۲۳/۱	۰/۷	۱/۲۷۵	۵۸/۷۰	Rost
۰/۷	۱/۳۰	۴۵/۷۵	۰/۷	۱/۲۷۵	۵۸/۶۲	Dudek, et al.
۰/۷	۱/۳۲	۴۵/۷۵	۰/۷	۱/۲۷۵	۵۸/۶۲	Universal
۰/۶۶۲	۱/۱۶	۲۷/۹۳	۰/۶۶۲	۱/۲۶	۵۹/۵۷	Schewierz, et al.
۰/۷۸۵	۱/۱۳۶	۳۲/۵۱	۰/۶۴	۱/۱۸۴	۶۴/۶۲	Mukherjee, et al.
۰/۶۷۳	۰/۹۲۸	۲۲/۲۸۸	۰/۶۲۷	۱/۱۷۸	۶۵/۰۸	این مطالعه

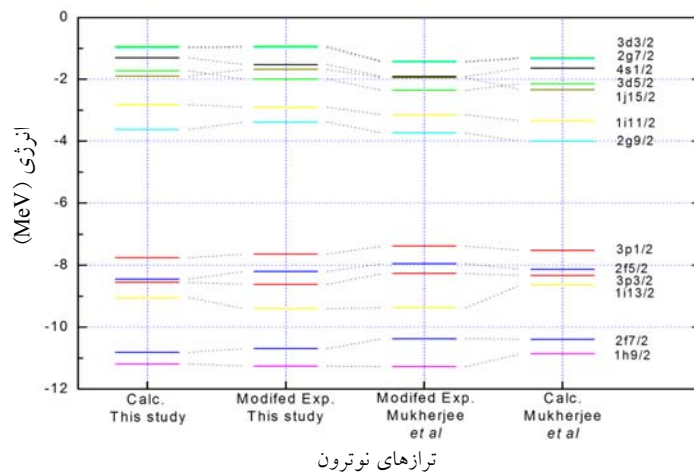
عبارت دیگر، پتانسیلی که دستاورد تجربه است، در معادله شرودینگر که کاملاً در حیطه نظری است، قرار داده شده است و انتظار می‌رود بهترین تطبیق را با تجربه داشته باشد. این شکل نشان می‌دهد که برازش انجام شده در این مطالعه با مطالعه انجام شده توسط موکرجی و همکاران اندکی تفاوت دارد [۱۴]. این تفاوت را می‌توان به در اختیار داشتن نرم‌افزارها و الگوریتم بهینه‌سازی بهتر و برازش جامع‌تری که در این مطالعه صورت گرفته است، نسبت داد.

شکل ۵ مقدار جذر کمیت  $\chi^2$  را برای برازش‌های انجام شده در این مطالعه و مطالعات پیشین نشان می‌دهد. این شکل به وضوح نشان می‌دهد که با فرض جفت‌شدگی بین ذره و ارتعاش برازش بسیار بهتری بین داده‌های تجربی و محاسباتی به دست می‌آید. در حقیقت به جز آخرین نوکلئون خارج از پوسته بسته، دیگر نوکلئون‌های موجود در قلب هسته نیز در برانگیختگی‌های هسته سهم دارند. بنابراین حالت‌های برانگیخته

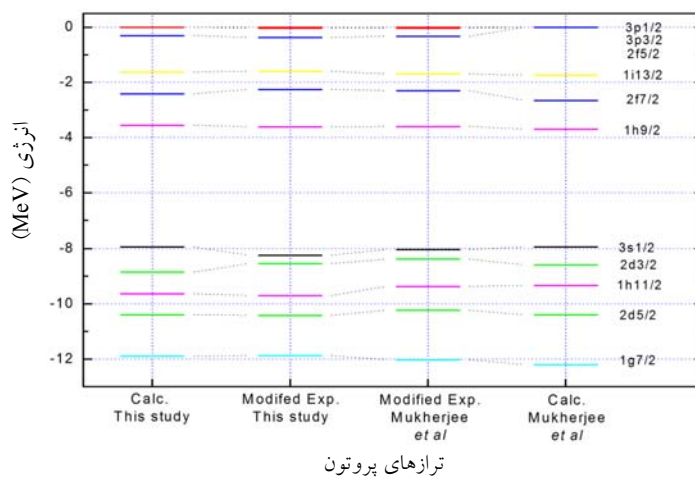
شده است. عمق چاه پتانسیل نوترونی در حدود  $2.7 \text{ MeV}$  بیش از مدل متعارف و حدود  $6.1 \text{ MeV}$  بیش از سایر مطالعات است. همچنین چاه پتانسیل پروتونی نیز به مقدار  $7.1 \text{ MeV}$  عمیق‌تر از مدل متعارف برآورد شده است. از آنجایی که برازش انجام شده در این مطالعه با داده‌های تجربی تصحیح شده صورت گرفته است، این موضوع را می‌توان با توجه به جابه‌جایی این ترازها به سمت مقادیر عمیق‌تر توجیه نمود.

همچنین شعاع هسته و پراکندگی سطح نیز اندکی کوچک‌تر از سایر مطالعات به دست آمده است. با توجه به اینکه ۶ کمیت مربوط به پتانسیل نوترونی و پروتونی به طور مجزا برازش شده است، کمیت‌های مربوط به آنها اندکی متفاوت به دست آمده است. این بدان معناست که انحراف اندکی از تقارن ایزواسپین در این مطالعه در نظر گرفته شده است.

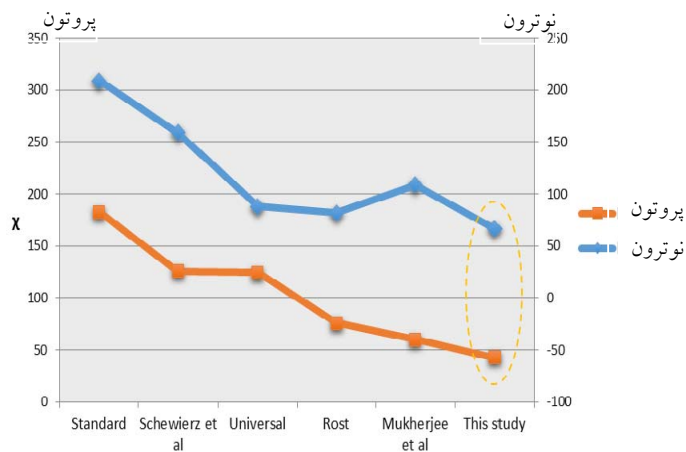
همچنین ترازهای محاسبه شده برای پتانسیل WS با استفاده از کمیت‌های جدول ۳ در شکل ۳ و ۴ نشان داده شده است. به



شکل ۳. حالت‌های محاسبه شده در مقایسه با ترازهای اصلاح شده تجربی نوترون برای هسته  $^{208}\text{Pb}$  در این مطالعه و موکرجی [۱۴].



شکل ۴. حالت‌های محاسبه شده در مقایسه با ترازهای اصلاح شده تجربی پروتون برای هسته  $^{208}\text{Pb}$  در این مطالعه و موکرجی [۱۴].



شکل ۵. مقدار کمیت  $X$  در این مطالعه در مقایسه با مطالعات پیشین [۵ و ۱۱-۷].



نظر گرفتن ترازهای برانگیخته موجود در طیف به صورت برانگیختگی خالص تک‌ذره یا تک-حفره بوده است. در فیزیک نظری هرگاه محاسبات نظری بر واقعیات تجربی منطبق نباشد، فرض‌هایی که در محاسبات در نظر گرفته شده است، بازبینی می‌شود. نوسان پتانسیل میدان میانگین مرکزی مربوط به قلب هسته یک جفت‌شدگی بین درجه آزادی ارتعاشی و درجه آزادی نوکلئون ظرفیت به وجود می‌آورد. در این مطالعه بهنجارش توابع موج ذره را که از مرتبه اول این جفت‌شدگی به وجود می‌آید در نظر گرفته شده و اثر آن بر روی برآورد کمیت‌های WS محاسبه شده است. داده‌های محاسباتی در مقایسه با سایر مطالعات تطبیق مطلوب‌تری با تجربه تصحیح شده دارد. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که جفت‌شدگی ذره-ارتعاش نقش مهمی در درک ما از ساختار ترازهای هسته‌های پوسته بسته ایفا می‌کند.

چنین هسته‌هایی، حالت‌های خالص تک‌ذره‌ای نیستند بلکه ترکیبی از حالت‌های برانگیخته قلب هسته و حالت‌های تک‌ذره‌ای هستند.

در گذشته برای ساده‌سازی مسئله، تنها درجه آزادی حرکت تک‌نوکلئون خارج از پوسته بسته در نظر گرفته شد. اما محاسبات این مطالعه به دو درجه آزادی حرکت تک‌ذره و حرکت جمعی قلب هسته گسترش یافته است. با احتساب این فرض، انرژی یک تراز برانگیختگی نیز تنها انرژی خالص حالت تک‌ذره‌ای نیست بلکه جمع بین انرژی‌های تک‌ذره‌ای و انرژی‌های جمعی سهم در آن تراز برانگیختگی است.

#### ۴. نتیجه‌گیری نهایی

در گذشته فرض اساسی در به دست آوردن طیف تجربی، در

#### مراجع

- Dean, J David, *Physics Today* 60, 11 (2007) 48.
- م نصری نصرآبادی و م سپیانی، مجله پژوهش فیزیک ایران ۱۲، ۱ (۱۳۹۱) ۷۵.
- M Nasri Nasrabadi and M Sepiani, *Iranian Journal of Physics Research*, 12, 1 (2012) 75.
- ز کارگر، ز امینی لاری و انبارکی، مجله پژوهش فیزیک ایران ۱۳، ۳ (۱۳۹۲) ۲۸۹.
- Z Kargar, Z Amini Lary and A Anbaraki, *Iranian Journal of Physics Research*, 13, 3 (2013) 289.
- A De-Shalit and I Talmi, "Nuclear Shell Theory", 14, Courier Corporation (1963).
- J Suhonen, "From Nucleons to Nucleus: Concepts of Microscopic Nuclear Theory", Springer Science & Business Media (2007).
- I Ragnarsson and S Gvsta Nilsson, "Shapes and Shells in Nuclear Structure", Cambridge University Press (2005).
- J Blomqvist, *Arkiv Fysik* 16 (1960) 545.
- E Rost, *Physics Letters B* 26, 4 (1968) 184.
- J Dudek, A Majhofer, J Skalski, T Werner, S Cwiok, and W Nazarewicz, *Journal of Physics G: Nuclear Physics* 5, 10 (1979) 1359.
- Dudek, Jerzy, Z Szymański, T Werner, A Faessler, and C Lima. *Physical Review C* 26, 4 (1982) 1712.
- N Schwierz, I Wiedenhover, and A Volya, *arXiv:0709.3525* (2007).
- J C Hafele and R Woods, *Physics Letters* 23, 10 (1966) 579.
- C Ellegaard, J Kantele, and P Vedelsby, *Physics Letters B* 25, 8 (1967) 512.
- P Mukherjee, K Krishan, and G Banerjee, *Physical Review Letters* 44, 21 (1980) 1391.
- A Bohr, and B R Mottelson, "NUCLEAR STRUCTURE II: Nuclear Deformations", World Scientific Publishing Company (1998).
- A DeShalit, and H Feshbach, "Theoretical Nuclear Physics. I. Nuclear Structure" (1974).
- N Auerbach and N Stein, *Physics Letters B* 28, 10 (1969) 628.