مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۸، شمارهٔ ۱، بهار ۱۳۹۷

تورم کیهانی در مدل‌های تورمی ناهمسانگرد

علی اکبر ابوالحسنی[۱] و حسن فیروزجاهی[۲]

۱. دانشکدهٔ فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۲. پژوهشکدهٔ نجوم، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

پست الکترونیکی: abolhasani@ipm.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۱۷ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۶/۰۷/۱۲)

چکیده

در این مقاله به مطالعه مدل‌های تورمی ناهمسانگرد می‌پردازیم. در این مدل‌ها معمولاً یک میدان پیمانه‌ای آبلی که به صورت غیرکمینه به میدان تورمی جفت شده است، در دینامیک تورم نقش بازی می‌کند. در حضور یک میدان برداری، جواب زمینه ناهمسانگرد بوده و به شکل متریک بیانکی است. البته برای سازگاری مدل با مشاهدات رصدی، مقدار ناهمسانگردی زمینه باید ناچیز باشد. با محاسبهٔ اختلالات کیهانی در این مدل‌ها با بکارگیری سازوکاز δN، طیف توان ناهمسانگرد را به دست می‌آوریم. نشان می‌دهیم که انتقاد ارائه شده در [۴] وارد نیست و می‌توان در حد غیرجاذب نیز محاسبات را تکرار کرد و طیف ناهمسانگرد را محاسبه کرد. با استفاده از قیود رصدی روی دامنهٔ ناهمسانگردی چهار قطبی، نشان می‌دهیم که سهم انرژی میدان برداری در انرژی کل در دوران تورم باید بسیار کوچک باشد.

واژه‌های کلیدی: کیهان‌شناسی، مدل‌های تورمی، تورم ناهمسانگرد

۱. مقدمه

امروزه نظریهٔ تورم به یکی از اجزای اصلی کیهان‌شناسی استاندارد تبدیل شده است. در مدل‌های تورمی فرض می‌شود که کیهان در زمان‌های اولیه وارد یک مرحلهٔ انبساط با شتاب مثبت شده، به طوری که در طی این مرحله ضریب مقیاس کیهان $a(t)$ تقریباً به صورت نمایی رشد می‌کند. برای حل مشکل افق و مشکل تختی نظریه کیهان‌شناسی FRW فرض می‌گردد که ضریب مقیاس به اندازهٔ e^{60} برابر رشد کرده است.

از پیش‌بینی‌های اصلی مدل‌های تورمی تولید اختلاف کیهانی تقریباً مقیاس ناوردا، تقریباً گاؤسی و تقریباً بی‌دررو است که به خوبی با مشاهدات رصدی ماهواره پلانک و دیگر مشاهدات سازگار است [۱ و ۲].

معمولاً نظریه‌های تورمی برپایهٔ دینامیک یک میدان تورمی که به طور کمینه با گرانش نسبیت عام اینشتنی جفت شده است، بنا شده‌اند. ولی می‌توان این تصویر ساده را تغییر داده و مدل‌های تورمی را در نظر بگیریم که علاوه بر یک میدان اسکالر، میدان‌های برداری یا پیمانه‌ای نیز در دینامیک تورم نقش داشته باشند. این مدل‌ها معمولاً مدل‌های تورم ناهمسانگرد نامیده می‌شوند، که در

آن یک میدان پیمانه‌ای آبلی در دینامیک تورم نقش بازی می‌کند. برای گریز از افت نهایی انرژی میدان پیمانه‌ای در سطح زمینه و همچنین برای اینکه طیف اختلالات میدان برداری مقیاس ناوردا باشند، لاگرانژی این میدان پیمانه‌ای با میدان تورم جفت شده به طوری که بستگی زمانی مورد نظر را تأمین کند [۳].

در این مقاله، ابتدا مروری بر مدل‌های تورمی ناهمسانگرد انجام می‌دهیم. سپس اختلالات کیهانی در این مدل‌ها با روش δN محاسبه می‌گردد و سپس طیف توان ناهمسانگرد را محاسبه می‌کنیم. از مهم‌ترین اهداف این مقاله رفع شبهه به انتقاد ارائه شده در [۴] در بررسی اختلالات تورمی در مدل‌های تورم ناهمسانگرد است.

۲. مدل تورم ناهمسانگرد

در این بخش به معرفی مدل تورم ناهمسانگرد می‌پردازیم. همچنان که قبلاً بیان شد این مدل بر پایه دینامیک یک میدان پیمانه‌ای آبلی $U(1)$ که با میدان تورم جفت شده است، بنا شده است. لاگرانژی این مدل به صورت زیر است :

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{M_P^2}{2}R-\frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi-\frac{f^2(\varphi)}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}-V(\varphi)\right],$$

که در آن φ میدان تورمی و $F_{\mu\nu}$ تانسور پادمتقارن نظریهٔ ماکسول است که از میدان پیمانه‌ای A_μ به صورت $F_{\mu\nu}\equiv\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$ به دست می‌آید. تابع $f(\varphi)$ بیانگر جفت شدگی میدان پیمانه‌ای با میدان تورمی است و به صورتی انتخاب می‌شود که از افت نمایی میدان پیمانه‌ای در زمینه جلوگیری کند. در نهایت M_P جرم پلانک کاهش یافته است.

در حضور میدان برداری زمینه، تقارن دورانی کیهان‌شناسی FRW می‌شکند. بدون از دست دادن کلیت بحث، ما فرض می‌کنیم که میدان برداری زمینه دارای مؤلفه‌ای به صورت $A_\mu=(0,A_x(t),0,0)$ است. در این صورت متریک زمینه به صورت متریک بیانکی نوع یک داده می‌شود، که در آن

$$ds^2=-dt^2+e^{2\alpha(t)}\left(e^{-4\sigma(t)}dx^2+e^{2\sigma(t)}(dy^2+dz^2)\right). \quad (1)$$

توجه کنید که دوران در راستای محور شکسته شده ولی تحت زیردوران در صفحه $y-z$ همچنان دارای تقارن دوران دو بعدی است. در این نماد گذاری تابع $\alpha(t)$ بیانگر ایتای (e-fold) تورمی است و ثابت هابل مؤثر در دوران تورم به صورت $H=\dot\alpha$ داده می‌شود. همچنین تابع $\sigma(t)$ بیانگر ناهمسانگردی در دستگاه است و برای این که مقدار ناهمسانگردی زمینه کوچک بوده تا با مشاهدات رصدی سازگار باشد، باید شرط $\frac{\dot\sigma}{\dot\alpha}<<1$ را روی نرخ انبساط ناهمسانگرد اعمال کنیم. حال معادلات تحول میدان‌ها در سطح زمینه، عبارتند از:

$$\partial_t\left(f^2(\varphi)e^{\alpha+4\sigma}\dot A_x\right)=0\,, \quad (2)$$

$$\varphi''+3H\dot\varphi+V_{,\varphi}-f(\varphi)f_{,\varphi}A^2e^{-2\alpha+4\sigma}=0\,, \quad (3)$$

$$\frac{1}{2}\dot\varphi^2+v(\varphi)+\frac{1}{2}f^z\dot A_x^2e^{-2\alpha+4\sigma}=3M_P^2(\dot\alpha^2-\dot\sigma^2)\,, \quad (4)$$

از حل معادلهٔ (۲)، که همان معادلهٔ ماکسول است، داریم:

$$\dot A_x=E_x=f^{-2}e^{-\alpha-4\sigma}\beta_A\,, \quad (5)$$

که در آن β_A یک ثابت انتگرال‌گیری است و E_x بیانگر میدان الکتریکی زمینه است.

همان طور قبلاً بیان شد، در زمینه انبساطی انرژی میدان پیمانه‌ای به صورت نمایی افت می‌کند. ولی با انتخاب مناسب تابع جفت‌شدگی $f(\varphi)$ می‌توان افت چگالی انرژی میدان پیمانه‌ای را تحت کنترل در آورد. به این منظور پارامتر R که بیانگر نسبت چگالی انرژی میدان پیمانه‌ای به چگالی انرژی کل است به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$R=\frac{P_A}{V}=\frac{\dot A_x^2f^2(\phi)e^{-2\alpha}}{2V}\,. \quad (6)$$

برای این که ناهمسانگردی ایجاد شده توسط میدان برداری زمینه کوچک باشد، نیاز داریم $R<<1$. اکنون با استفاد از جواب (۵)، و جایگذاری در پارامتر R داده شده با رابطهٔ (۶) به دست می‌آوریم:

$$R=\frac{b_A^2}{2V}f(\varphi)^{-2}e^{-4\alpha-8\sigma}\,. \quad (7)$$

رابطه بالا نشان می‌دهد که برای ناهمسانگردی کوچک $\sigma<<1$، شرط این که پارامتر R تقریباً ثابت باقی مانده و با انبساط زمینهٔ کیهانی رقیق نگردد آن است که داشته باشیم $f(\varphi)\propto e^{-2\alpha}$. این رفتار زمانی $f(\varphi)$ را بیان می‌کند ولی

شکل تابعی $f(\varphi)$ بر حسب φ با شکل پتانسیل $V(\varphi)$ داده می‌شود.

برای به دست آوردن شکل تابعی $f(\varphi)$، پتانسیل ساده آشونباک را در نظر می‌گیریم که $V(\varphi)=m^2\varphi^2/2$. با این پتانسیل شکل تابعی $f(\varphi)$ که مقدار تقریباً ثابت برای پارامتر R نتیجه می‌دهد عبارتست از [۳].

$$f(\varphi)=\exp\left(\frac{c\varphi^2}{2M_P^2}\right), \tag{۸}$$

که در آن یک c یک پارامتر عددی بزرگ‌تر از واحد است.

سهم دینامیک میدان برداری در تحول دستگاه، عمدتاً در معادلهٔ میدان اسکالر قابل مشاهده است. در تقریب غلتش آرام داریم:

$$3\dot{\alpha}\dot{\varphi}\cong -m^2\varphi+\frac{cb_A^2}{M_P^2}\varphi f(\varphi)^{-2}e^{-4\alpha}\ , \tag{۹}$$

که در آن جملهٔ آخر در سمت راست معادلهٔ (۹) بیانگر سهم پس‌کنش میدان برداری روی تحول میدان تورمی φ است. معادلهٔ (۹) بر حسب تعداد ایتا به عنوان ساعت جدید $d\alpha=Hdt$، به صورت زیر در می‌آید:

$$\alpha\frac{d\varphi}{d\alpha}\cong -2M_p^2+\frac{2cb_A^2}{m^2}e^{-c\frac{\phi^2}{M_p^2}}e^{-4\alpha}\ . \tag{۱۰}$$

با حل معادله (۱۰) به دست می‌آوریم:

$$e^{-4\alpha}e^{-\frac{c\varphi^2}{M_P^2}}=\frac{m^2(c-1)M_P^2}{c^2P_A^2}\left[1+D\,e^{-4(c-1)\alpha}\right]^{-1} \tag{۱۱}$$

که در آن D یک ثابت انتگرال‌گیری است.

در مقاله [۳] مشاهده شده است که با انتخاب $c>1$ جملهٔ شامل ثابت D در رابطهٔ (۱۱) رفتار میرایی دارد و بعد از مدتی دستگاه به حالت جاذب می‌رسد که در آن تحول $\varphi(\alpha)$ به صورت زیر داده می‌شود:

$$e^{-4\alpha}e^{-\frac{c\varphi^2}{M_P^2}}\cong\frac{m^2(c-1)M_P^2}{c^2b_A^2}\ . \tag{۱۲}$$

حال با جایگذاری رابطهٔ فوق در تعریف پارامتر R، به دست می‌آوریم :

$$R=\frac{m^2M_p{}^2}{2V}\ \frac{c-1}{c}\ . \tag{۱۳}$$

از طرف دیگر، پارامتر غلتش آرام ε به دلیل وجود سهم میدان پیمانه‌ای در چگالی انرژی کل، اندکی تغییر می‌کند و خواهیم داشت

$$\varepsilon\equiv-\frac{\dot{H}}{H^2}=-\frac{\alpha''}{\dot{\alpha}^2}=\frac{2M_P^2}{c\varphi^2} \tag{۱۴}$$

با مقایسهٔ روابط (۱۳) و (۱۴) به دست می آوریم:

$$R=\frac{1}{2}\ I\varepsilon\ , \tag{۱۵}$$

که در آن پارامتر I عبارتست از $I\equiv\frac{c-1}{c}$.

رابطهٔ (۱۵) بیانگر جواب جاذب است که مقدار ناهمسانگردی که با پارامتر R سنجیده می‌شود، متناسب با پارامتر غلتش آرام ε است.

تصویری که از این محاسبات حاصل می‌شود این است که با انتخاب مناسب تابع جفت‌شدگی $f(\varphi)$، به عنوان مثال در این مدل خاص رابطهٔ (۸)، میتوان از افت چگالی انرژی میدان پیمانه‌ای در دوران تورم جلوگیری کرد. در آن صورت، پارامتر R که بیانگر نسبت چگالی انرژی میدان پیمانه‌ای به چگالی انرژی کل است، مقداری تقریباً ثابت خواهد داشت که با رابطهٔ (۱۵) داده می‌شود. البته تا این مرحله قیدی روی اندازهٔ پارامتر آزاد I گذاشته نشده است. هم چنان که در محاسبات اختلالات طیف دان مشاهده خواهیم کرد، سازگاری با مشاهدات نیازمند است که $I\lesssim 10^{-7}$.

تصویری که از نتایج [۳] حاصل شد، در کار [۴] به چالش کشیده شد. در کار اخیر مشاهده شد که حدی که جملهٔ شامل ثابت D در (۱۱) قابل صرف نظر کردن باشد، در عمل اتفاق نمی‌افتد. علت آن است که پارامتر I از مشاهدات رصدی به دست می‌آید، که بسیار کوچک باشد. متعاقباً پارامتر $c-1$ بسیار نزدیک صفر بوده (از مرتبهٔ 10^{-7}) و در نتیجه برای تعداد ایتا از حدود $\alpha\cong 60$ که در مدل‌های تورمی مورد نیاز است، جمله میرای شامل ثابت D در معادلهٔ (۱۱) به قدر کافی افت نکرده و از کل سهم آن در معادلات حرکت نمی‌توان صرف نظر کرد.

۳. محاسبات δN

در این بخش محاسبات δN برای مدل تورمی ناهمسگرد و

عدم فرض حل جاذب ارائه می‌گردد که تعمیم محاسبات قبلی بر پایهٔ δN است که در [۵] انجام شده است.

با در نظر گرفتن اثرات پس‌کنش میدان پیمانه‌ای روی دینامیک میدان تورمی، تحول φ بر حسب تعداد ایتا N به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$\varphi(N)^2-\varphi_e^2=-\frac{4M_P^2}{c}N-\frac{M_P^2}{c}\ln\left[\frac{1+D}{1+De^{-4(c-1)N}}\right]. \quad (۱۸)$$

توجه می‌کنیم که جمله آخر در معادلهٔ فوق بیانگر اثرات جدید ناشی از عدم فرض حل جاذب است. همچنین φ_e بیانگر مقدار میدان تورمی در پایان تورم است.

با به دست آوردن شکل تابعی $\varphi(N)$، مطابق روش δN [۱۱]، می‌توانیم بستگی تغییرات δN به تغییرات اختلالات میدان‌های $\delta\varphi$ و δA_x به دست آوریم. مانند محاسبات [۵]، با در نظر گرفتن حد غلتش آرام و فرض این که $c-1 \lesssim O(\varepsilon)$، به دست می آوریم:

$$2\varphi\,\delta\varphi\cong-\frac{4M_P^2}{c}\delta N+\frac{M_P^2}{c}\frac{R(1-X)}{(x-1)R+(1/2)I\varepsilon}\,\frac{\delta R}{R} \quad (۱۹)$$

که در آن متغیر X به صورت $X=e^{-4(c-1)N}$ تعریف شده است. در رابطهٔ (۱۹) کمیت $X-1$ بیانگر سهم جملهٔ میرا شامل D از معادلهٔ (۱۱)، که معادل عدم فرض حل جاذب است، می‌باشد.

اکنون برای این که رابطهٔ مستقیمی برای δN بر حسب $\delta\varphi$ و δA_x به دست بیاوریم، نیاز داریم δR را از رابطهٔ فوق حذف کنیم. با استفاده از تعریف R از رابطهٔ (۶)، داریم:

$$\frac{\delta R}{R}\sim 2\frac{\delta\dot{A}}{\dot{A}}+2\frac{\delta f}{f}-2\delta N\,. \quad (۲۰)$$

از طرفی با استفاده از شکل تابعی $f(\varphi)$ در معادلهٔ (۸)، داریم

$$\frac{\delta f}{f}=\frac{c}{M_P^2}\delta\varphi$$

با قراردادن این رابطه در معادلهٔ (۱۹) به دست می آوریم :

$$\delta N\sim-\frac{1-\beta}{2+\beta}\frac{c\phi}{M_P^2}\,\delta\varphi+\frac{\beta}{2+\beta}\,\frac{\delta\dot{A}}{\dot{A}}\,, \quad (۲۱)$$

که در آن پارامتر β به صورت زیر تعریف شده است:

$$\beta\equiv\frac{R(1-e^{-4(c-1)N})}{R(e^{-4(c-1)N}-1)+(1/2)I\varepsilon}\,. \quad (۲۲)$$

رابطهٔ (۲۱) یکی از مهم‌ترین نتایج این کار است. ما در این رابطه بستگی δN و $\delta\dot{A}$ را به دست می‌آوریم. قابل توجه است که فقط $\delta\dot{A}$ (تغییرات مشتق زمانی A) و نه خود δA_x ظاهر می‌شود. علت آن است که فقط $\dot{A}_\mu$ که بیانگر میدان الکتریکی است دارای معنای فیزیکی است درحالی که A_μ به تنهایی کمیتی فیزیکی نیست.

کمیت فیزیکی مورد علاقه ، اختلال انحنای R است که با N داده می‌شود [۶]:

$$R=\delta N$$

در نتیجه طیف توان اختلالات انحنا که بیانگر اختلالات دمایی روی تابش زمینهٔ کیهانی است عبارتست از :

$$P_R=4c^2\left(\frac{1-\beta}{2+\beta}\right)^2P_0+\left(\frac{\beta^2}{2+\beta}\right)^2P_{\frac{\delta\dot{A}}{A}}\;, \quad (۲۳)$$

که در آن ρ_0 اختلالات انحنای زمینه در غیاب میدان پیمانه‌ای است که عبارتست از:

$$\rho_0=\left(\frac{\varphi}{2M_P^2}\right)^2\rho_{\delta\varphi}=\frac{H^2}{8\pi^2M_P^2\varepsilon}\;. \quad (۲۴)$$

سهم اختلالات میدان پیمانه‌ای $P_{\frac{\delta\dot{A}}{\dot{A}}}$ در [۵ و ۷] حساب شده است که عبارتست از:

$$P_{\frac{\delta\dot{A}}{\dot{A}}}=\frac{3H^2}{8\pi^2}\frac{\sin 2\theta}{M_P^2R}\;, \quad (۲۵)$$

که در آن θ زاویهٔ بین جهت ناهمسانگردی و بردار تکانهٔ فضای فوریه است. با قرار دادن سهم اختلالات میدان پیمانه‌ای در طیف توان کل، داریم:

$$P_R\sim P_R^{(0)}\left[1+\left(\frac{\beta}{2c(1-\beta)}\right)^2\frac{3\varepsilon}{R}\sin^2\theta\right]. \quad (۲۶)$$

همچنان که قبلاً اشاره شد، اصلاحات میدان پیمانه‌ای در طیف توان به صورت ناهمسانگردی آماری چهارقطبی است، که با نگاه به تعریف g_* از رابطهٔ (۱۶) به دست می آوریم:

$$g_*=-\frac{3\varepsilon}{4Rc^2}\frac{\beta^2}{(1-\beta)^2}\;, \quad (۲۷)$$

برای آن که تخمین برای بزرگی g_* داشته باشیم، نیاز داریم که مقدار بزرگی β و نهایتاً مقدار بزرگی کمیت $(c-1)N$ را بدانیم. برای این کار ابتدا از این نتیجه شروع می‌کنیم که

$O(\varepsilon) \lesssim (c-1)$ تا مقدار ناهمسانگردی با قیود رصدی سازگار باشد، این نتیجه‌گیری در محاسبات زیر مستقیماً تأیید می‌شود. همچنین در حد غلتش آرام، ما علاقمند به حالتی هستیم که تغییرات سهم انرژی میدان پیمانه‌ای به انرژی کل، که با پارامتر R سنجش می‌شود، از مرتبهٔ غلتش آرام باشد، یعنی: $R/RH \lesssim O(\varepsilon)$. در نتیجه مقدار R در شروع تورم با مقدار پایانی آن تقریباً برابر است. اکنون با حذف کمیت ناشناختهٔ D از رابطهٔ (۱۷) داریم:

$$e^{-4(c-1)N} \sim \frac{1-\dfrac{\varepsilon(c-1)}{R}}{1-\dfrac{\varepsilon(c-1)}{R_e}} \sim 1 \qquad (28)$$

این نتیجه می‌دهد که $(c-1)N \ll 1$. با داشتن این که $(c-1)N \ll 1$، نتیجه می گیریم $16RN/\varepsilon \ll 1$ که با شرط کوچک بودن g_* سازگار باشد.

در معادلهٔ (۲۹) جواب نهایی این کار است. توجه داریم که در حد حل جاذب [۳] که در آن مقدار R با رابطهٔ (۱۵) و به صورت $R=\frac{1}{2}I\varepsilon$ داده می‌شود، رابطهٔ (۲۹) به صورت متعارف

$$g_* = -24IN^2, \qquad \text{(حد حل جاذب)} \qquad (30)$$

در می آید که در محاسبات [۵ و ۷- ۱۰] به دست آمده است.

با توجه به قیود رصدی روی دامنهٔ ناهمسانگردی چهار قطبی [۱۲] $|g_*| \lesssim 10^{-2}$ ، نتیجه می‌گیریم که $\frac{R}{\varepsilon} \lesssim 10^{-7}$، و به دنبال آن با این فرض قابل قبول که مرتبهٔ بزرگی I قابل مقایسه با مرتبهٔ بزرگی R است، نتیجه می گیریم $I \sim c^{-1} < O(\varepsilon)$. این همچنین فرض اولیه که $c-1 \ll 1$ را تأیید می‌کند.

۴. نتیجه‌گیری

در این کار، اختلالات کیهانی در مدل‌های تورمی ناهمسانگرد را مورد بررسی قرار داده‌ایم. هدف آن بوده است که درستی انتقاد مطرح شده در [۴] مورد بررسی قرار گیرد. ما نشان دادیم که محاسبات انجام شده در کارهای قبلی در محاسبه طیف توان ناهمسانگردی در مدل‌های تورمی از جمله در [۵ و ۷- ۱۰] همچنان برقرار است. از جمله ما نشان دادیم که طیف توان ناهمسانگرد و دامنهٔ ناهمسانگردی چهار قطبی متناسب با مجذور تعداد دیتای تورم است: $g_* \propto N^2$. اگر دستگاه به حد جاذب برسد، آنگاه رابطهٔ (۳۰) قابل استفاده است که در کارهای قبلی به دست آمده است. ولی در حالت کلی که دستگاه به حل جاذب نرسیده باشد آنگاه رابطهٔ کلی (۲۹) برقرار است. تنها تغییر در محاسبات قبلی آن است که نسبت سهم انرژی پیمانه‌ای به انرژی کل، پارامتر R، به عنوان ضریب متناسب ظاهر می‌گردد که پارامتر فیزیکی مستقل است. تنها در حد جاذب، می‌توانیم از رابطه $R=\frac{1}{2}I\varepsilon$ استفاده کنیم که رابطهٔ کلی (۲۹) به طور طبیعی رابطهٔ (۳۰) را نتیجه می‌دهد.

مراجع

1. P A R Ade *et al*., *Astron. Astrophys*. **594**, A13 (2016) 65.
2. P A R Ade *et al*., *Astron. Astrophys*. **594**, A20 (2016) 65.
3. M Watanabe, S Kanno, and J Soda, *Phy. Rev. Lett*. **102** (2009) 191302.
4. A Naruko, E Komatsu, and M Yamaguchi, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **1504** (2015) 04.
5. A A Abolhasani, R Emami, J T Firouzjaee, and H Firouzhahi, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **1308** (2013) 016.
6. D H Lyth, K Malik, and M. Sasaki, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **0505** (2005) 004.
7. N Bartolo, S Matarrese, M Peloso, and A Ricciardone, *Phys. Rev*. D **89** (2013) 023504.
8. M A Watanabe, S Kanno, and J Soda, *Prog. Theor. Phys*. **123** (2010) 1041.
9. R Emami and H Fiouzjahi, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **1310** (2013) 41.
10. M Sasaki and E D Stewart, *Prog. Theor. Phys*. **95** (1996) 71.
11. M Shiraishi, E Komatsu, M Peloso, and N Barnabj,

12. J Kim and E Komatsu, *Phys. Rev*. D **88** (2013) 101301.

Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **1305** (2013) 002.