

## گذار از مرز فانتوم با جفتیدگی ناکمینه جنبشی و گاوس-بانه

علی بنی جمالی، رحمت‌اله روح‌اللهی و محبوبه واعظ

گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی بابل، بابل

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۳/۲۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۰۷/۱۲)

### چکیده

در این مقاله مدلی از انرژی تاریک شامل میدان اسکالر تکیونی با جفتیدگی‌های ناکمینه با جمله انرژی جنبشی و نیز ناوردای گاوس-بانه را مطالعه می‌کنیم. چگالی انرژی  $\rho_\phi$  و فشار  $P_\phi$  و نیز معادله حرکت میدان اسکالر را به دست آورده و سپس شکل معادله حالت انرژی تاریک را مورد بررسی قرار می‌دهیم. شرایط لازم برای عبور از مرز فانتوم را در مدل مورد اشاره تحقیق نموده و نشان می‌دهیم که گذار از مرز فانتوم به وقوع می‌پیوندد.

واژه‌های کلیدی: جفت شدگی ناکمینه، میدان تکیون، مرز فانتوم، جفت شدگی گاس-بانه

### ۱. مقدمه

نمایید). از طرف دیگر اطلاعات مشاهداتی کیهان‌شناسی به طور خفیفی تأیید می‌کنند که پارامتر معادله حالت  $w$  از  $-1$  عبور می‌کند که مرز ثابت کیهان‌شناسی نامیده می‌شود [۳]. مدل کوپیتنوم که ترکیبی از مدل‌های کوپیتنس و فانتوم است برای فهم گذار از مرز فانتوم به وجود آمده است [۴]. مدل‌های فانتوم علیرغم مشکلاتی که در سطح کوانتومی دارند به دلیل نبود بدیل بهتر برای انبساط شتاب‌دار عالم استفاده می‌شوند. از طرفی نشان داده شده است که عبور از  $w = -1$  در مدلی با یک میدان اسکالر تنها، امکان‌پذیر نیست [۵]. از این‌رو برای به دست آوردن مدلی با این ویژگی بایستی جملات اصلاحی شامل جفتیدگی ناکمینه میدان اسکالر و گرانش را به

مشاهدات اخیر کیهان‌شناسی نشان می‌دهند که حالت کنونی جهان ما دارای انبساط شتاب‌دار است [۱]. با توجه به این که مقدار کافی چگالی ماده برای توجیه این انبساط شتاب‌دار در کیهان وجود ندارد، بنابراین به یک جزء کیهانی دیگر برای توجیه انبساط عالم نیاز است. کاندیداهای مختلفی برای انرژی تاریک وجود دارد که یکی از آنها ثابت کیهان‌شناسی  $\Lambda$  است که دو مشکل اساسی دارد: مشکل تنظیم ظریف و مشکل تطابق. برای حل این دو مشکل میدان‌های اسکالر به عنوان گزینه انرژی تاریک معرفی شدند که عبارتند از کوپیتنس، کی-اسنس، فانتوم و تکیون (برای یک مرور به مرجع [۲] مراجعه

$$p_\varphi = -V(\varphi)\sqrt{1-\dot{\varphi}^2} - \xi(\dot{\varphi}H^\ddagger + \dot{\varphi}H^\ddagger)F_1(\varphi)\dot{\varphi}^\ddagger - 2\xi H^\ddagger(\dot{\varphi}F_1(\varphi)\dot{\varphi}\ddot{\varphi} + \frac{dF_1}{d\varphi}\dot{\varphi}^\ddagger + \dot{\varphi}H^\ddagger\frac{dF_1}{d\varphi}\dot{\varphi}^\ddagger + \dot{\varphi}H^\ddagger\dot{\varphi}^\ddagger\frac{d^2F_1}{d\varphi^2} + \dot{\varphi}H^\ddagger\dot{\varphi}^\ddagger\frac{d^2F_1}{d\varphi^2}) \quad (6)$$

$$\rho_\varphi = \frac{V(\varphi)}{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}} + \xi H^\ddagger F_1(\varphi)\dot{\varphi}^\ddagger - 2\xi H^\ddagger\dot{\varphi}^\ddagger\frac{dF_1}{d\varphi}\dot{\varphi}^\ddagger \quad (7)$$

معادلات فریدمن نیز به صورت زیر خواهند بود:

$$H^\ddagger = \frac{\kappa^\ddagger}{3}\rho_{eff} \quad (8)$$

$$-2\dot{H}^\ddagger - 3H^\ddagger = \kappa^\ddagger p_{eff} \quad (9)$$

در ادامه قصد داریم اثرات جفت‌شدگی ناکمینه را روی تحول پارامتر معادله حالت بررسی کنیم و تحقیق نماییم آیا گذار از مرز فانتوم در این مدل رخ می‌دهد یا خیر.

### ۳. گذار از مرز فانتوم با میدان تکین

از آنجا که پارامتر معادله حالت  $\omega = \frac{p}{\rho}$  است داریم  $\rho + p = (1 + \omega)\rho$ . از این‌رو وقتی  $\omega \rightarrow -1$  بایستی  $\rho + p = 0$  باشد از طرفی برای این که گذار از مرز فانتوم اتفاق بیفتد باید داشته باشیم:  $\frac{d}{dt}(\rho + p) \neq 0$ . با استفاده از معادلات (۶) و (۷) داریم:

$$\rho + p = \frac{V(\varphi)\dot{\varphi}^\ddagger}{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}} + (\xi H^\ddagger - \dot{\varphi}H^\ddagger)\xi F_1(\varphi)\dot{\varphi}^\ddagger + \dot{\varphi}H^\ddagger(H\ddot{\varphi} - H^\ddagger\dot{\varphi} + \dot{\varphi}H^\ddagger)\frac{dF_1}{d\varphi}\dot{\varphi}^\ddagger + \dot{\varphi}H^\ddagger\dot{\varphi}^\ddagger\frac{d^2F_1}{d\varphi^2} - 2\xi H^\ddagger(F_1(\varphi)\dot{\varphi}\ddot{\varphi} + \dot{\varphi}^\ddagger\frac{dF_1}{d\varphi}) \quad (10)$$

معادله فوق در حالی که  $\omega \rightarrow -1$ ، باید صفر شود. لذا دو امکان زیر را خواهیم داشت:

$$\dot{\varphi} = 0 \quad (11)$$

یا

$$\dot{\varphi}\left(\frac{V(\varphi)}{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}} + \xi H^\ddagger F_1(\varphi) - 2\xi \dot{H}^\ddagger F_1(\varphi)\right) = \dot{\varphi}H^\ddagger\frac{d^2F_1}{d\varphi^2} + \dot{\varphi}H^\ddagger(H^\ddagger + \frac{\dot{\varphi}}{\dot{\varphi}}H + \dot{\varphi}H^\ddagger)\frac{dF_1}{d\varphi} - 2\xi H^\ddagger(\dot{\varphi}F_1(\varphi)\ddot{\varphi} + \dot{\varphi}^\ddagger\frac{dF_1}{d\varphi}) \quad (12)$$

علاوه بر این باید شرط زیر را بررسی نماییم:

مدل اضافه نمود.

در این مقاله جفت‌شدگی ناکمینه بین انرژی جنبشی میدان اسکالر، انحنا و ناوردای گاوس-بانه را در نظر گرفته و گذار از  $\omega = -1$  مطالعه می‌شود. در این مورد میدان تکین به عنوان میدان اسکالر و مسئول انرژی تاریک در نظر گرفته شده است.

### ۲. معادلات میدان

کش توصیف کننده مدل انرژی تاریک تکینونی با جفت‌شدگی‌های ناکمینه با انرژی جنبشی و ناوردای گاوس-بانه به صورت زیر است:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{2\kappa^2} - V(\varphi)\sqrt{1+g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi} - \frac{1}{4}F_1(\varphi)\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi(\xi R + \eta R_{\mu\nu}) + F_2(\varphi)G \right] \quad (1)$$

که در آن  $V(\varphi)$  پتانسیل تکین است که به صورت مجانبی به کمینه خود نزدیک می‌شود.  $F_1(\varphi)$  و  $F_2(\varphi)$  توابعی از میدان تکینون  $\eta$  و  $\xi$  نیز پارامترهای جفت‌شدگی هستند که ابعادشان به  $F_1(\varphi)$  بستگی دارد و  $G$  ثابت گاوس-بانه است.

$$G = R^\ddagger - 2R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} \quad (2)$$

محاسبات خود را با قید زیر برای سادگی عملیات انجام می‌دهیم:

$$2\xi + \eta = 0 \quad (3)$$

توجه شود که با در نظر گرفتن قید (۳) جفت‌شدگی ناکمینه جنبشی را با تانسور اینشتین ( $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ ) خواهیم داشت. بنابراین در پس‌زمینه متریک تخت فریدمن-رابرتسون-واکر (FRW):

$$ds^\ddagger = -dt^\ddagger + a^\ddagger(t)(dr^\ddagger + r^\ddagger d\Omega^\ddagger) \quad (4)$$

معادله حرکت میدان اسکالر با وردش گرفتن از معادله (۱) نسبت به  $\varphi$  برابر است با:

$$\frac{\ddot{\varphi}}{1-\dot{\varphi}^2} + 2H\dot{\varphi} + \frac{1}{V}\frac{dV}{d\varphi} + 2\xi H^\ddagger(\dot{\varphi}F_1(\varphi)\ddot{\varphi} + \frac{dF_1}{d\varphi}\dot{\varphi}^\ddagger) + \dot{\varphi}H^\ddagger F_1(\varphi)\dot{\varphi} + \dot{\varphi}H^\ddagger\dot{\varphi}^\ddagger\frac{d^2F_1}{d\varphi^2} - 2\xi(\dot{H}^\ddagger + H^\ddagger)\frac{dF_1}{d\varphi} = 0 \quad (5)$$

علاوه بر این با وردش گرفتن از (۱) نسبت به متریک  $g_{\mu\nu}$  معادلات میدان را به دست می‌آوریم که منجر به روابط زیر برای چگالی انرژی و فشار می‌شوند:

حال نتایج فوق را با در نظر گرفتن دو نوع پتانسیل تکیونی و حل عددی معادلات حرکت با رسم نمودار نشان می‌دهیم.

#### ۴. پتانسیل نمایی

پتانسیل  $V(\varphi) = e^{-\alpha\varphi}$  را به عنوان پتانسیل تکیونی در نظر می‌گیریم. با قرار دادن  $V(\varphi)$  در معادلات (۶) و (۷) و توجه به این نکته که  $\omega = \frac{P}{\rho}$  است تحول معادله حالت را بر حسب پارامتر انتقال به سرخ  $z$  در نمودار (۱) نشان داده‌ایم. همان طور که به خوبی از روی نمودار مشخص است معادله حالت  $\omega$  از مرز فانتوم  $\omega = -1$  عبور می‌نماید.

#### ۵. پتانسیل عکس مجذوری

در این حالت پتانسیل  $V(\varphi) = \frac{V_0}{\varphi}$  را به عنوان پتانسیل میدان تکیون انتخاب نموده و معادله حالت را رسم می‌نماییم. در نمودار (۲) تحول  $\omega$  بر حسب  $z$  ترسیم شده و عبور از مرز  $\omega = -1$  در آن کاملاً نمایان است.

#### ۶. نتایج

در این مقاله مدلی از انرژی تاریک با میدان اسکالر و جفت‌شدگی‌های ناکمینه جنبشی و گاوس-بانه مطالعه شد. جفتیدگی ناکمینه انرژی جنبشی با در نظر گرفتن قید (۳) به جفت‌شدگی تانسور اینشتین و جمله انرژی جنبشی تبدیل شد. همچنین جفتیدگی ناکمینه میدان اسکالر و ناوردای گاوس-بانه در کنش (۱) وارد شده است. میدان اسکالری که مسئول انرژی تاریک است میدان تکیونی است. معادلات میدان همراه با چگالی انرژی و فشار میدان اسکالر به دست آمده و تحول کیهانی پارامتر معادله حالت به شکل تحلیلی و عددی بررسی شده است. نشان دادیم که برای گذار از مرز فانتوم دو امکان وجود دارد که در معادلات (۱۱) و (۱۲) آورده شده‌اند. با انتخاب امکان اول نتیجه گرفتیم که گذار باید قبل از رسیدن پتانسیل تکیون به کمینه‌اش روی دهد. این نتیجه منطبق بر نتیجه

$$\frac{d}{dt}(\rho + p) \neq 0, \quad (13)$$

با استفاده از (۱۰) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\rho + p) = & \frac{V(\varphi)\dot{\varphi}}{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}}(\ddot{\varphi} + \ddot{\varphi} + \frac{\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi}}{(1-\dot{\varphi}^2)^{3/2}}) \\ & + \ddot{\xi}\dot{H}\dot{\varphi}^2 F_1(\varphi)(\epsilon H - 1) + \ddot{\xi}H\dot{\varphi}\ddot{\varphi}F_1(\varphi)(\epsilon H - 1) \\ & + \lambda(-\epsilon H^2\dot{H}\dot{\varphi} - H^2\ddot{\varphi}\dot{\varphi} + \epsilon H\dot{H}\dot{\varphi}\ddot{\varphi} + H^2\ddot{\varphi}) \\ & + \ddot{\nu}\dot{H}^2\dot{\varphi} + \ddot{\nu}H\dot{H}\dot{\varphi})\frac{dF_1}{d\varphi} + \lambda H(\epsilon H\dot{\varphi} - H\ddot{\varphi}\dot{\varphi}) \\ & \frac{d^2 F_1}{d\varphi^2} - \ddot{\xi}\dot{H}(\epsilon\dot{\varphi}\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + \dot{\varphi}^2\frac{dF_1}{d\varphi}) \\ & - \ddot{\xi}H(\epsilon\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + \epsilon\dot{\varphi}\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + \epsilon\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi}\frac{dF_1}{d\varphi}), \end{aligned} \quad (14)$$

حال اگر امکان اول یعنی معادله (۱۱) را در نظر بگیریم معادله (۱۴) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

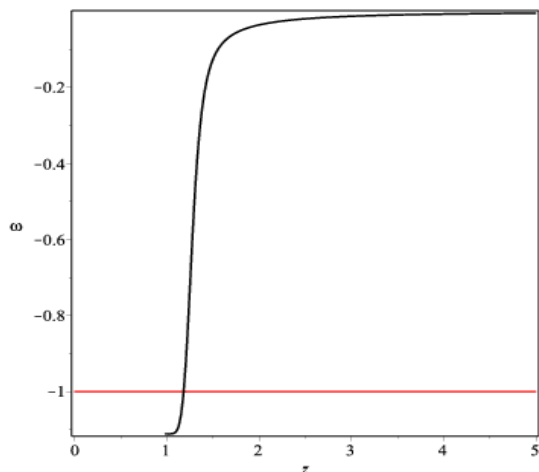
$$\dot{\varphi} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(\rho + p) = \lambda H^2 \ddot{\varphi} \frac{dF_1}{d\varphi}, \quad (15)$$

معادله بالا نشان می‌دهد که شرط گذار از مرز فانتوم  $\dot{\varphi} \neq 0$  است. پس گذار باید قبل از رسیدن پتانسیل تکیون به کمینه خود رخ دهد چون در کمینه پتانسیل  $\dot{\varphi} \neq 0$  و  $\ddot{\varphi} = 0$  و  $\dot{\varphi} = 0$  است. نتیجه به دست آمده مطابق نتیجه مرجع [۶] در یک مدل تکیونی دیگر است.

در گام بعدی با در نظر گرفتن امکان دوم یعنی معادله (۱۲)، معادله (۱۴) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\rho + p) = & \frac{V(\varphi)\dot{\varphi}^2}{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}}(1 + \frac{\ddot{\varphi}}{1-\dot{\varphi}^2}) \\ & + \lambda(\epsilon H^2\dot{\varphi} + \epsilon H^2\frac{\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}} + \lambda H\dot{H}\dot{\varphi} - \epsilon H\dot{H}\dot{\varphi}) \\ & - \dot{\varphi}H^2 + H^2\ddot{\varphi}\dot{\varphi} + \ddot{\nu}\dot{H}\dot{\varphi} + \ddot{\nu}H\dot{H}\dot{\varphi})\frac{dF_1}{d\varphi} \\ & + \lambda H(\epsilon H\dot{\varphi} + \epsilon\dot{H}\dot{\varphi} + H\ddot{\varphi})\frac{d^2 F_1}{d\varphi^2} \\ & - \ddot{\xi}\dot{H}(\epsilon\dot{\varphi}\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + \dot{\varphi}^2\frac{dF_1}{d\varphi}) - \ddot{\xi}H \\ & (\epsilon\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + \epsilon\dot{\varphi}\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + \epsilon\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi}\frac{dF_1}{d\varphi}) \\ & - \ddot{\xi}H\dot{\varphi}(\epsilon\dot{\varphi}F_1(\varphi) + \dot{\varphi}^2\frac{dF_1}{d\varphi}) \\ & + \ddot{\xi}\dot{H}\dot{\varphi}F_1(\varphi)(\epsilon H\dot{\varphi} - \dot{\varphi}), \end{aligned} \quad (16)$$

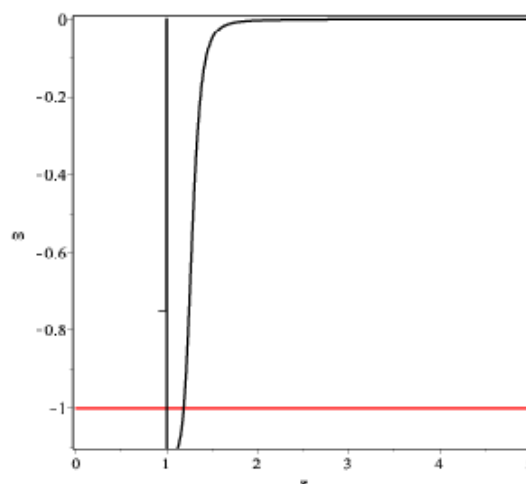
می‌توان دید که حتی وقتی  $\ddot{\varphi} = 0$  و  $\dot{\varphi} = 0$  باشد گذار از مرز فانتوم روی می‌دهد. این نتیجه منطبق بر نتایج به دست آمده در مرجع [۷] است.



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تحول معادله حالت  $\omega$

برحسب پارامتر انتقال به سرخ  $z$  برای حالت  $V(\phi) = \frac{V_0}{\phi}$ .

معادلات میدان با در نظر گرفتن دو نوع پتانسیل تکیونی در نمودارهای (۱) و (۲) نمایش داده شده‌اند. بررسی انواع دیگر پتانسیل‌ها و توابع جفت‌دگی می‌تواند زمینه تحقیقاتی کارهای آینده باشد.



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تحول معادله حالت  $\omega$  بر

حسب پارامتر انتقال به سرخ  $z$  برای حالت  $V(\phi) = e^{-\alpha\phi}$ .

به دست آمده در مرجع [۶] است.

اما انتخاب امکان دوم نشان دادیم که گذار حتی اگر پتانسیل تکیون به صورت مجانبی به کمینه‌اش برسد روی خواهد داد. این نتیجه نیز منطبق بر نتیجه مرجع [۷] است. نتایج حل عددی

## مراجع

1. A G Riess *et al.*, *Astrophys. J.* **607** (2004) 655.
2. E J Copeland, M Sami, and S Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys. D* **15** (2006) 1753.
3. U Alam, V Sahni, T D Saini, and A A Starobinsky, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **354** (2004) 275.
4. B Feng, X Wang, and X Zhang, *Phys. Lett. B* **607** (2005) 35.
5. G B Zhao, J Q Xia, M Li, B Feng and X Zhang; *Phys. Rev. D* **72** (2005) 123515.
6. Y. FCai, T. Qiu, Y.-S.Piao, M. Li and X. Zhang; *Phys. Lett. B* **651** (2007).
7. A Banijamali and B Fazlpour, *Phys. Lett. B* **703** (2011) 366.