

اثر تصحیحات مرتبه اول ثابت جفت‌شدگی بر زمان تعادل

هاجر ابراهیم^۱ و محمد علی اکبری^۲

۱. دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، تهران

۲. دانشکده فیزیک دانشگاه شهید بهشتی، اوین، تهران

پست الکترونیکی: m_aliakbari@sbu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۲۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۱۲/۱۵)

چکیده

در این مقاله با استفاده از ایده دوگانی پیمان‌های-گرانشی به مطالعه به تعادل رسیدن مقدار چشم‌داشتی دو عملگر با وزن‌های همدیس ۲ و ۳ در یک محیط در حضور تصحیحات ثابت جفت‌شدگی و دمای مشخص می‌پردازیم. مشاهده می‌شود که با بزرگ‌تر شدن ضریب تصحیحات ثابت جفت‌شدگی زمانی که این عملگرها نیاز دارند تا به تعادل برسند برای هر دو مقدار وزن همدیس بزرگ‌تر می‌شود و این رفتار مستقل از روشی است که دستگاه خارج از تعادل شده است. علاوه بر این مشاهده می‌شود که برای تزریق انرژی‌های به اندازه کافی سریع، زمان مقیاس شده به تعادل رسیدن این عملگرها از مقدار دمای محیط مستقل است.

واژه‌های کلیدی: دوگانی پیمان‌های-گرانشی، زمان تعادل، کرومودینامیک کوانتمی، پلاسمای کوآرک-گلوئون، ثابت جفت‌شدگی

۱. مقدمه

شبکه‌ای^۴ مورد توجه بسیاری قرار گرفته است، هرچند که در مواردی مانند غیرصفر بودن پتانسیل شیمیایی^۵ این روش کارکرد خود را از دست می‌دهد. علاوه بر این نظریه‌های مؤثر^۶ متعددی برای توصیف خاصیت‌های نظریه در دمای پایین نیز ارائه شده است. با این وجود هنوز بررسی خواص نظریه در دمای پایین به عنوان یک سؤال باز مطالعات بیشتری را طلب می‌کند.

یک فاز جدید از نظریه کرومودینامیک کوانتومی پلاسمای کوآرک-گلوئون^۷ است که در دو دهه اخیر در شتابگرها از

شاید چالش برانگیزترین مفهوم در نظریه کرومودینامیک کوانتومی^۱ بزرگ شدن ثابت جفت‌شدگی^۲ نظریه در انرژی‌های پایین است که آزمایش‌های معمول در شتاب دهنده‌ها در این انرژی‌ها انجام می‌شود. بدین معنی که انجام محاسبات به روش معمول و استاندارد بسط اختلالی^۳ به علت بزرگ بودن ثابت جفت‌شدگی دیگر قابل اعتماد نیست و بنابراین روش‌ها و چارچوب‌های جدیدی مورد نیاز است. به همین دلیل است که استفاده از روش‌های محاسباتی مانند نظریه کرومودینامیک

۴. Lattice

۵. Chemical potential

۶. Effective theory

۷. Quark-gluon plasma

۱. Quantum chromodynamics

۲. Coupling constant

۳. Perturbation theory

می‌شوند، باشد [۹ و ۱۰].

- دستگاه از یک حالت خارج از تعادل اولیه رها شده و به سمت حالت تعادل نهایی گسترش پیدا می‌کند [۱۱ و ۱۲]. یکی از معمول‌ترین و مهم‌ترین سؤالات در دو مورد فوق بررسی زمان به تعادل رسیدن دستگاه خارج از تعادل و بستگی این زمان به پارامترهای مختلف در مسئله است که در مقالات زیادی به آن پرداخته شده است [۱۳ و ۱۴].

یکی از مواردی که باید در دوگانی پیمان‌های-گرانشی در نظر گرفت بی‌نهایت بودن ثابت جفت‌شدگی است. با توجه به اینکه مقدار ثابت جفت‌شدگی در آزمایشگاه بی‌نهایت نیست، بهتر است که اثر ثابت جفت‌شدگی متناهی ولی بزرگ نیز بر روی پدیده‌های فیزیکی مورد نظر مطالعه شود. به همین دلیل با معرفی دوگان گرانشی مناسب برای نظریه میدان کوانتومی با ثابت جفت‌شدگی متناهی خواص گوناگونی مانند زمان تعادل مورد مطالعه قرار گرفته است. در این مقاله ما به بررسی زمان تعادل یک میدان اسکالر خارج از تعادل که با روش‌های ذکر شده فوق تولید می‌شود در حضور ثابت جفت‌شدگی متناهی می‌پردازیم. به عبارت دیگر اثر تصحیحات انجام شده روی ثابت جفت‌شدگی را بر روی زمان تعادل میدان اسکالر مطالعه می‌کنیم.

۲. معرفی پس‌زمینه و روش محاسبه زمان تعادل

بر طبق ادعای دوگانی پیمان‌های-گرانشی، نظریه پیمان‌های در مرز فضای گرانشی که یک بُعد بیشتر دارد زندگی می‌کند و تقارن‌های سراسری در نظریه میدان پیمان‌های باید با ایزومتری پس‌زمینه^۲ مورد مطالعه در گرانش کلاسیک یکسان باشد. در مثال معروف دوگانی پیمان‌های-گرانشی که به تناظر AdS/CFT معروف است یک نظریه پیمان‌های کوانتومی با تقارن هم‌دیس به یک زمینه^۵ $S^5 \times AdS_5$ دوگان می‌شود که نظریه هم‌دیس در مرز فضای AdS زندگی می‌کند. شکل عمومی‌تر از این ایده بدین صورت است که پس‌زمینه‌هایی که به طور مجانبی در راستای جهت شعاعی به فضای AdS میل نمایند، دوگان به یک نظریه میدان کوانتومی هستند که در انرژی‌های بالا دارای یک نقطه

برخورد یون‌های سنگین طلا و سرب با سرعت‌های نسبیتهی تشکیل شده است [۱]. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که دمای این پلاسما حدود ۲۰۰ مگا الکترون ولت است که در حوزه انرژی‌های پایین بوده و بنابراین انتظار می‌رود که ثابت جفت‌شدگی بین اعضای پلاسما که کوارک‌های سبک و گلوئون‌ها هستند، بزرگ باشد. همچنین کوچک بودن مقدار گرانشی^۱ بر چگالی آنتروپی که در حدود ۰/۰۸ است، شاهد دیگری به بزرگ بودن ثابت جفت‌شدگی است [۲]. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که پلاسماهای کوارک-گلوئون یک پلاسما با ثابت جفت‌شدگی بزرگ است که برای توصیف آن به یک چارچوب جدید نیازمندیم.

یک گزینه جدید که در دو دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است دوگانی پیمان‌های-گرانشی^۲ است [۳-۵]. در این دوگانی یک نظریه پیمان‌های کوانتومی با ثابت جفت‌شدگی قوی به یک نظریه کلاسیک گرانشی در یک بُعد بالاتر مربوط می‌شود که این بُعد بیشتر بُعد شعاعی است. بر طبق این دوگانی هر پدیده فیزیکی در نظریه پیمان‌های باید معادلی در نظریه گرانشی داشته باشد. یکی از مزیت‌های این دوگانی ارتباط بین یک نظریه میدان کوانتومی با یک نظریه گرانش کلاسیک است و مزیت دیگر آن ساده شدن محاسبات در نظریه گرانشی کلاسیک است، در حالی که امکان محاسبه در نظریه کوانتومی به دلیل بزرگ بودن ثابت جفت‌شدگی وجود ندارد. با استفاده از این دوگانی تلاش شده است که خاصیت‌های متفاوتی از نظریه کرومودینامیک کوانتومی و پلاسماهای کوارک-گلوئون توضیح داده شود. برای اطلاعات بیشتر به مراجع [۶] و [۷] رجوع شود. مزیت دیگری از دوگانی پیمان‌های-گرانشی امکان بررسی دستگاه‌های خارج از تعادل با ثابت جفت‌شدگی بزرگ است [۸].

دستگاه‌های خارج از تعادل را می‌توان به دو روش تولید کرد:

- با تزریق انرژی که توسط یک عامل خارجی به دستگاه انجام می‌شود. این عامل خارجی می‌تواند توسط میدان‌های اسکالر، برداری و یا حتی تانسوری که به نظریه میدان جفت

۱. Viscosity

۲. Gauge-gravity duality

ثابت^۱ است. به عبارت دیگر حرکت در جهت شعاعی معادل با افزایش و یا کاهش انرژی در نظریه میدان است. در ادامه به معرفی پس‌زمینه‌ای که ما برای محاسبات مورد استفاده قرار می‌دهیم، می‌پردازیم [۱۵]. این پس‌زمینه مطابق با واژه‌نامه دوگانی پیمان‌های - گرانشی^۲ معادل با یک نظریه میدان است که اولین مرتبه تصحیحات به ثابت جفت‌شدگی، که با b نشان داده می‌شود، را در نظر گرفته است.

$$T = \frac{1}{\pi(1-b)z_h}, \quad [5]$$

مرز پس‌زمینه که در حد Z به سمت صفر قرار دارد محلی است که مطابق با واژه‌نامه معادل‌سازی، نظریه میدان روی آن زندگی می‌کند. به عبارت دیگر نظریه میدان با ثابت جفت‌شدگی قوی در فضا- زمان چهاربعدی زندگی می‌کند. جمله آخر در رابطه (۱) نشان دهنده یک کره ۵ بعدی است، و بنابراین فضایی که توسط این متریک توصیف می‌شود یک فضای ۱۰ بعدی است. اکنون ما علاقه‌مند به حل معادله میدان اسکالر روی پس‌زمینه معرفی شده هستیم که معادله حرکت آن به صورت زیر است:

$$(G^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu - m^2) \phi(v, z) = 0, \quad [6]$$

که متریک در معادله (۲) معرفی شده است. برای سادگی معادله فوق در ساده‌ترین شکل ممکن و بدون پتانسیل در نظر گرفته شده است. جرم‌های متفاوت میدان نرده‌ای معادل با وزن‌های همدیس عملگرهای متناظر در نظریه پیمان‌های است. در این مقاله ما $m^2 = -3.4$ را در نظر می‌گیریم که به ترتیب معادل با عملگرهای فرمیونی و بوزونی با وزن‌های همدیس $\Delta = 3.2$ است [۱۴]. برای حل معادله حرکت میدان اسکالر در پس‌زمینه فوق باید ابتدا بسط میدان اسکالر را در نزدیکی مرز یعنی $z \rightarrow 0$ به دست آوریم. با جایگذاری

$$\phi(v, z) = \sum_{i=0}^{\infty} z^i (\varphi_i(v) + \psi_i(v) \log z), \quad [7]$$

در معادله حرکت (۶) و حل مرتبه به مرتبه آن خواهیم داشت

$$m^2 = -3: \phi(v, z) = z \varphi_0(v) + z^2 \varphi_1'(v) + z^3 \left(\varphi_2(v) + \frac{1}{z} \log z \varphi_0''(v) \right) + \dots, \quad [8]$$

$$m^2 = -4: \phi(v, z) = z^2 (\varphi_0(v) + \log z \psi_0(v)) + z^3 (\varphi_1'(v) + \log z \psi_1'(v)) + \dots, \quad [9]$$

پس‌زمینه‌ای که مورد علاقه ما است به صورت زیر است

$$ds^2 = G_{tt} dt^2 + G_{zz} dz^2 + G_{xx} dx^2 + G_{ss} d\Omega_5^2, \quad [1]$$

که در مختصات ادینگتون-فینکشتاین^۳ به شکل زیر در می‌آید:

$$ds^2 = G_{tt} dv^2 - 2\sqrt{G_{tt} G_{zz}} dz dv + G_{xx} dx^2 + G_{ss} d\Omega_5^2, \quad [2]$$

که ν مختصات نورگونه^۴ بوده و در مرز فضا زمان در نظریه میدان را توصیف می‌کند. ضرایب متریک به شکل زیر داده می‌شوند

$$-G_{tt} = z^{-2} (1 - w^4) T(w),$$

$$G_{zz} = z^{-2} (1 - w^4)^{-1} U(w), \quad [3]$$

$$G_{xx} = z^{-2} X(w),$$

$$G_{ss} = 1 + 2S(w).$$

که توابع در روابط فوق به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$T(w) = 1 - b \left(75w^4 + \frac{1225}{16} w^8 - \frac{695}{16} w^{12} \right) + \mathcal{O}(b^2),$$

$$U(w) = 1 + b \left(75w^4 + \frac{1175}{16} w^8 - \frac{4585}{16} w^{12} \right) + \mathcal{O}(b^2), \quad [4]$$

$$X(w) = 1 - \frac{25b}{16} w^8 (1 + w^4) + \mathcal{O}(b^2).$$

$$S(w) = \frac{15b}{32} w^8 (1 + w^4) + \mathcal{O}(b^2).$$

پارامتر b بر اساس کمیت‌های نظریه میدان $\lambda^{-3/2} \frac{\zeta(3)}{8}$ است. در فرمول‌های بالا λ ثابت جفت‌شدگی نظریه میدان است، که همان ثابت جفت‌شدگی توفت^۵ است. $w = \frac{z}{z_h}$

۱. Fixed point

۲. Gauge-gravity dictionary

۳. Eddington-Finkelstein coordinate

۴. Lightlike

۵. t' Hooft

از طرف دیگر با مطالعه توابع متفاوت اولیه نشان داده شده است که نتایج فیزیکی از این توابع با دقت خوبی مستقل هستند [۱۶ و ۱۷]. بنابراین در این بخش ما فقط اثرات تابع معرفی شده را مطالعه می‌کنیم. این تابع برای هر دو حالت در نظر گرفته می‌شود و سپس مقدار چشم‌داشتی عملگرها در مرز فضا مشابه با حالت قبل از رابطه (۱۳) به دست می‌آیند.

اکنون پس از مشخص شدن پاسخ دستگاه که همان تغییرات مقدار چشم‌داشتی عملگرها در نظریه میدان است باید یک معیار برای مشخص کردن زمان تعادل معرفی کنیم. به عبارت دیگر باید زمانی را که از آن به بعد دستگاه در حالت تعادل قرار می‌گیرد را به عنوان زمان تعادل، t_{eq} ، تعریف کنیم. برای این منظور تابع زیر را معرفی نموده

$$\epsilon(t) = \frac{|\langle O_{\{r,s\}}(t) \rangle - \langle O_{\{r,s\}}(t=+\infty) \rangle|}{\langle O_{\{r,s\}}(t=+\infty) \rangle}, \quad (14)$$

و زمان تعادل را به صورت اولین زمانی که مقدار $\epsilon(t) < \alpha$ شده و برای همیشه کمتر بماند تعریف می‌کنیم. در واقع α مقدار خطایی است که مقدار چشم‌داشتی وابسته به زمان عملگر از مقدار نهایی خود دارد. باید توجه کرد هنگامی که با شرط اولیه خارج از تعادل شروع می‌کنیم مقدار نهایی چشم‌داشتی عملگرها مساوی صفر است و بنابراین تعریف (۱۴) به $\alpha = 0.05$ را انتخاب می‌کنیم. در بخش بعد نتایج محاسبات عددی گزارش خواهد شد.

۳. نتایج محاسبات عددی

در این بخش به ارائه نتایج حاصل از محاسبات عددی می‌پردازیم. در شکل ۱ تحول زمانی مقدار چشم‌داشتی عملگرهای با وزن همدیس ۲ و ۳ رسم شده است. این شکل‌ها برای حالتی است که منبعها مخالف صفر و برابر با رابطه (۱۰) است. مقادیر چشم‌داشتی عملگرها همان طور که انتظار می‌رود از صفر شروع می‌شود، هر چند که مقادیر نهایی برای عملگرهای در نظر گرفته شده متفاوت است. برای عملگرها با

که شاخص‌های r, s نشان‌دهنده منبع^۱ و پاسخ^۲ در نظریه میدان هستند.

اکنون به دو روش، همان گونه که در مقدمه بیان شد، به حل معادله حرکت (۶) می‌پردازیم. در روش اول به وسیله یک منبع به دستگاه مورد مطالعه انرژی تزریق می‌کنیم. بدین معنی که تابع زیر را برای منبع‌ها در روابط (۸) و (۹) انتخاب می‌کنیم

$$\phi_s(v)/\psi_s(v) = \frac{1}{\gamma} (1 + \tanh \frac{v}{\beta}), \quad [10]$$

که در آن β نشان‌دهنده سرعت تزریق انرژی به دستگاه است. همان گونه که از تابع فوق مشخص است در زمان‌های گذشته مقدار منبع صفر بوده و در زمان‌های آینده برابر با یک خواهد بود. بنابراین با تعریف

$$m^{\dot{z}} = -3: \phi(v,z) = z\phi_s(v) + z^{\dot{z}}\phi'_s(v) + \frac{1}{\gamma} z^{\dot{z}} \log z \phi''_s(v) + z \tilde{\phi}_r(v), \quad (11)$$

$$m^{\dot{z}} = -4: \phi(v,z) = z^{\dot{z}} \log z \psi_s(v) + z^{\dot{z}} \log z \psi'_s(v) + \tilde{\phi}_r(v), \quad (12)$$

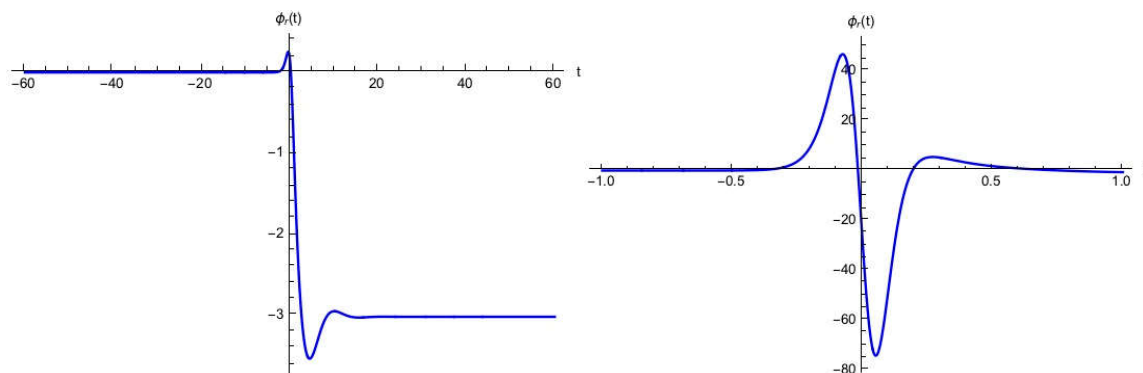
برای هر دو حالت $m^{\dot{z}}$ می‌توانیم معادله حرکت (۶) را با انتخاب مناسب شرایط اولیه و مرزی حل کرده و پاسخ را در مرز به دست آوریم. شرط اولیه به صورت $\tilde{\phi}_r(v,z) = 0$ است که v می‌تواند برای محاسبات عددی 20 - انتخاب شود. شرایط مرزی نیز به صورت $\tilde{\phi}_r(v,0) = \partial_z \tilde{\phi}_r(v,z)|_{z=0} = 0$ به دست آوردن تابع پاسخ $\phi_r(v)|_{z=0}$ است که v در مرز مساوی با زمان در نظریه میدان، یعنی t ، است. طبق واژه‌نامه دوگانی پیمان‌ای-گرانشی، مقدار چشم‌داشتی عملگرهای متناظر با میدان نرده‌ای با وزن‌های $\Delta = 2, 3$ در نظریه میدان به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\langle O_{\{r,s\}}(t) \rangle \propto \partial_z^{\dot{z}} \tilde{\phi}_r(t,z)|_{z=0}, \quad (13)$$

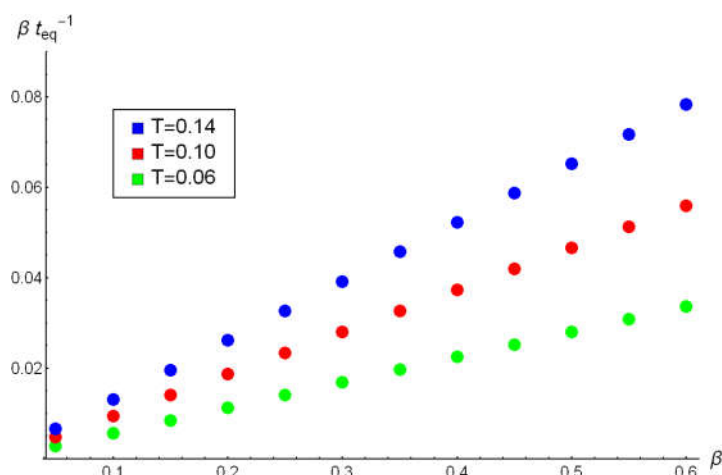
در روش دوم، از یک حالت خارج از تعادل شروع می‌کنیم که با تابع $\tilde{\phi}_r(v,z) = z^{\dot{z}}$ داده می‌شود. این تابع می‌تواند شکل‌های متفاوتی داشته باشد به شرطی که در رابطه (۸) و یا (۹) صدق کنند.

۱. Source

۲. Response



شکل ۱. رفتار مقدار چشم‌داشتی عملگرهایی با $\Delta = 3$ (چپ) و $\Delta = 2$ (راست).



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) βt_{eq}^{-1} بر حسب مقادیر مختلف سرعت تزریق انرژی.

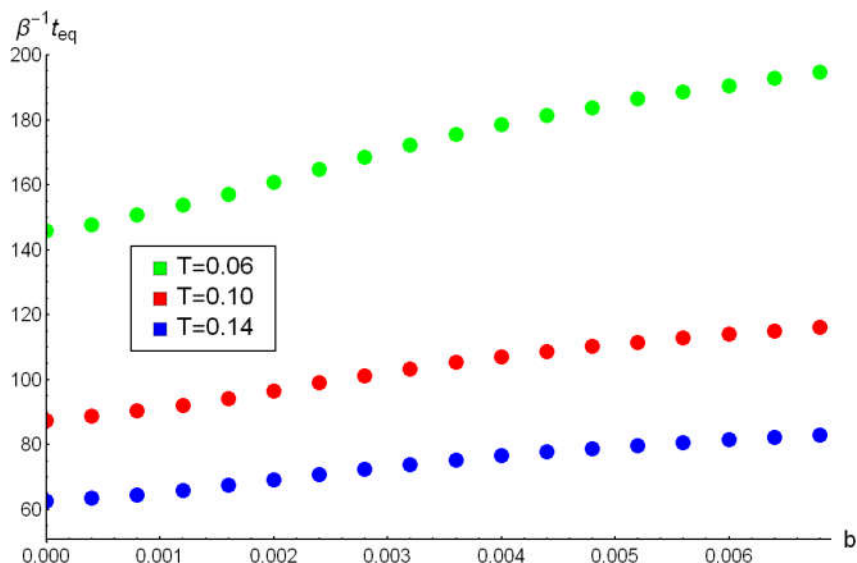
دارای دوگان گرانشی هستند دیده شده است و نتایج ما در حضور تصحیحات ثابت جفت‌شدگی با آنها سازگار است [۱۸]. نتایج مشابه برای $\Delta = 2$ و مقادیر دیگر b به دست می‌آید که از تکرار آنها صرف نظر شده است.

در شکل ۳ کمیت $\beta^{-1} t_{eq}$ بر حسب بزرگی ضریب تصحیحات ثابت جفت‌شدگی b برای $\Delta = 3$ رسم شده است. نتایج زیر حاصل می‌شود:

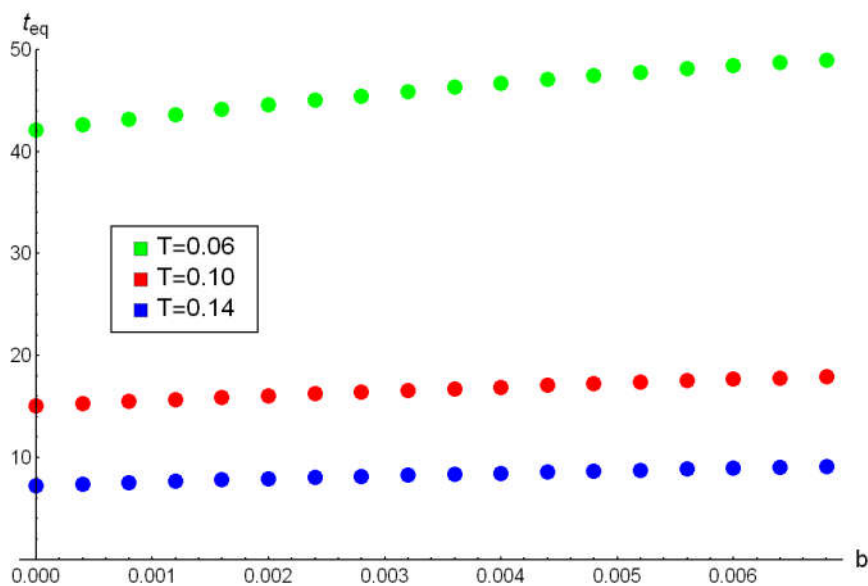
- با افزایش بزرگی ضریب تصحیحات ثابت جفت‌شدگی b هنگامی که β و دما مقدار ثابتی هستند زمان تعادل بزرگتر می‌شود.
- اثر تصحیحات ثابت جفت‌شدگی در دماهای پایین‌تر تعادل به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد، در حالی که در

$\Delta = 3$ مقادیر نهایی نزدیک صفر است. همچنین دیده می‌شود که مقادیر نهایی پس از گذشته زمان محدود به مقدار ثابت میل می‌کنند و بنابراین می‌توان زمان تعادل را طبق رابطه (۱۴) محاسبه کرد.

در شکل ۲ کمیت βt_{eq}^{-1} بر حسب مقادیر مختلف سرعت‌های تزریق انرژی برای دماهای متفاوت برای $\Delta = 3$ رسم شده است. در این شکل مقدار $b = 0.04$ انتخاب شده است. نتیجه جالبی که در شکل ۲ دیده می‌شود همگرایی کمیت βt_{eq}^{-1} برای β های کوچک است. به بیان دیگر این شکل نشان می‌دهد که هر چه مقدار β کوچک‌تر باشد مقدار βt_{eq}^{-1} از دما مستقل است. هر چند که در حالت کلی دما و تغییرات آن در زمان تعادل اثر گذار است این اثر برای تزریق انرژی به صورت سریع قابل توجه نیست. این رفتار قبلاً برای نظریه‌هایی که



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) کمیت $\beta^{-1}t_{eq}$ بر حسب بزرگی ضریب تصحیحات ثابت جفت شدگی b برای $\Delta = 2$.



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) زمان تعادل بر حسب ضریب تصحیحات ثابت جفت شدگی برای $\Delta = 2$.

- نتایج فوق قابل تعمیم به حالت $\Delta = 2$ است که با توجه به شباهتی که نتایج به حالت قبل دارد در اینجا گزارش بیشتر داده نمی شود.
- نتایج فوق قابل تعمیم به حالت $\Delta = 2$ است که با توجه به شباهتی که نتایج به حالت قبل دارد در اینجا گزارش بیشتر داده نمی شود.
- در ادامه زمان تعادل را در شرایطی متفاوت بررسی می کنیم. در این حالت به جای تزریق انرژی از طریق منبع خارجی برای خارج کردن دستگاه از حالت تعادل، از شرایط اولیه خارج از تعادل شروع خواهیم کرد. انتخابی که در اینجا داریم این است
- دماهای بالاتر اثرات تصحیحات ثابت جفت شدگی بر دمای تعادل قابل ملاحظه نیست.
- همچنین می توان مشاهده کرد که در دماهای کمتر زمان تعادل بیشتر است. از آنجایی که میدان اسکالر که ما در این مقاله مورد بررسی قرار می دهیم دستگاه را تغییر نمی دهد، بنابراین در دماهای بالاتر زمان تعادل مقدار چشم داشتی میدان اسکالر کمتر خواهد بود.

که در شکل ۴ دیده می‌شود مشابه با حالت قبل که در حضور منع خارجی بود، شکل ۳، با افزایش ضریب تصحیحات ثابت جفت‌شدگی زمان تعادل افزایش می‌یابد که این افزایش در دماهای بالاتر محیط قابل ملاحظه نیست.

که در زمان اولیه v میدان اسکالر را با توجه به بسط نزدیک مرز این میدان در گرانش به شکل $\tilde{\phi}_r(v, z) = z^4$ در نظر گرفته‌ایم و در ادامه اجازه تحول دستگاه بر اساس معادله حرکت میدان اسکالر طبق محاسبات قبل را می‌دهیم. همان طور

مراجع

1. E V Shuryak, *Nucl. Phys. A* **750** (2005) 64.
2. M Luzum and P Romatschke, *Phys. Rev. C* **78** (2008) 034915.
3. J M Maldacena, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** (1998) 231.
4. S S Gubser and I R Klebanov, *Phys. Lett. B* **428** (1998) 105.
5. E Witten, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** (1998) 253.
6. J Casalderrey-Solana, H Liu, D Mateos, K Rajagopal, and U A Wiedemann, "Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions", Cambridge University Press (2014).
7. J McGreevy, *Adv. High Energy Phys.* **2010** (2010) 723105.
8. M Rangamani and V E Hubeny, *Adv. High Energy Phys.* **2010** (2010) 297916.
9. L G Yaffe and P M Chesler, *Phys. Rev. Lett.* **102** (2009) 211601.
10. P M Chesler and L G Yaffe, *Phys. Rev. D* **82** (2010) 026006.
11. M P Heller, D Mateos, W van der Schee, and M Triana, *Journal of High Energy Physics* **1309** (2013) 026.
12. M P Heller, D Mateos, W van der Schee, and D Trancanelli, *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 191601.
13. A Buchel, R C Myers, and A van Niekerk, *Journal of High Energy Physics* **1502** (2015) 017.
14. A Buchel, L Lehner, and R C Myers, *Journal of High Energy Physics* **1208** (2012) 049.
15. J Pawelczyk and S Theisen, *Journal of High Energy Physics* **9809** (1998) 010.
16. M Ali-Akbari, F Charmchi, H Ebrahim, and L Shahkarami, *Phys. Rev. D* **94**, 4 (2016) 046008.
17. L Shahkarami, H Ebrahim, M Ali-Akbari, and F Charmchi, *Phys. Lett. B* **773** (2017) 91.
18. H Ebrahim, S Heshmatian, and M Ali-Akbari, *Nucl. Phys. B* **904** (2016) 527.