

تقویت تابش تراهرتز تولید شونده به واسطه حرکت باریکه الکترونی خوشه‌بندی شده درون ویگلر پیچشی به وسیله میدان مغناطیسی محوری

پیمان گمار، علی حسن بیگی و حسن مهدیان

گروه فیزیک اتمی و مولکولی و پژوهشکده پلاسما، دانشکده فیزیک، دانشگاه خوارزمی، تهران

پست الکترونیکی: hbeigi@khu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۱۰/۱۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۱۲/۱۷)

چکیده

تابش تراهرتز همدوس به واسطه حرکت باریکه الکترون نسبیته خوشه‌بندی شده، از درون ویگلر پیچشی در حضور میدان مغناطیسی محوری، مورد مطالعه قرار گرفت. باریکه الکترونی نسبیته پیش از رسیدن به ویگلر، مورد تابش همزمان دو لیزر با اختلاف بسامد از مرتبه تراهرتز قرار می‌گیرد، برهم‌کنش باریکه الکترونی با موج زنش حاصل دو تابش لیزر، باریکه الکترونی را خوشه‌بندی می‌نماید، که می‌تواند با گذشتن از درون ویگلر پیچشی در حضور میدان مغناطیسی محوری، تابش تراهرتز همدوس گسیل نماید. مطالعات عددی انجام شده نشان داد که میدان مغناطیسی محوری سبب تقویت میزان تابش‌ها می‌شود.

واژه‌های کلیدی: لیزرالکترون آزاد، ویگلر پیچشی، میدان مغناطیسی محوری، باریکه الکترونی خوشه‌بندی شده

۱. مقدمه

ابتدا در اوایل سال‌های ۱۹۹۰ دو روش مبتنی بر فیزیک حالت جامد و دیگری مبتنی بر فیزیک اپتیک برای تولید امواج تراهرتز ابداع شد، یکی از متداول‌ترین روش‌ها، لیزرهای آبشاری کوانتومی^۱ (QCL) [۱] و لیزرهای گازی CO₂ برای تولید امواج همدوس تراهرتز بودند که به مرور زمان توسعه یافتند. در QCLها امواج الکترومغناطیس تراهرتز از گسیل القایی الکترون‌ها و از وارد کردن الکترون‌ها به لایه‌های دوره‌ای ابرشبکه‌های نیم‌رسانا تحت اختلاف

پتانسیل الکتریکی ایجاد می‌شود [۲]. در روشی دیگر از حلقه انبارش^۲ و برهم‌کنش الکترون‌های نسبیته با تابش ایجاد شده از شتاب حرکت دایره‌ای خودشان امواج همدوس سینکروترونی تراهرتز ایجاد می‌شود، ببرد^۳ و همکاران جزء کسانی بودند که این روش را به صورت آزمایشگاهی انجام دادند [۳]. روش دیگر تولید امواج تراهرتز به وسیله لیزرهای الکترون آزاد^۴ (FEL) است. لیزرهای الکترون آزاد از واسطه قرن پیش مورد توجه محققان قرار گرفتند و مطالعات

۲. Storage Ring

۳. Byrd

۴. Free Electron Laser

۱. Quantum Cascade Laser

$$\vec{v}_i = -\hat{z}\eta v_{i,b} \sin(\omega t_0 + \theta_{bg}) \quad (6)$$

در معادله (۶) $\eta = \frac{kd}{\gamma_0^2} \frac{c^2}{v_{i,b}^2} \frac{eA_i}{m\alpha c} \frac{eA_i^*}{m\alpha c} \frac{\sin(\theta_{bg})}{\theta_{bg}}$ و

$$\theta_{bg} = \left(\frac{\omega - kv_{i,b}}{\gamma v_{i,b}} \right) d$$

انتگرال گیری از $z = v_{i,b}(t - t_0)$ استفاده کردیم. معادله (۶) نشان می دهد که با توجه به محل قرارگیری الکترون ها در فضای فاز اثر نیروی پاندروموتیو بر آنها متفاوت خواهد بود و به این ترتیب برخی الکترون ها کند شده و برخی شتاب می گیرند. حال اگر در یک فضای بدون هیچ گونه میدانی (فضای سوق) به این الکترون ها اجازه حرکت دهیم، الکترون های سریع تر شده به الکترون های کند شده در یک دوره تناوب می رسند و همین فرایند به صورت تناوبی اتفاق می افتد و در نهایت خوشه ای شدن الکترون ها در باریکه الکترونی اتفاق می افتد.

زمان $t_1 = t_0 + \frac{d}{v_{i,b}} + \frac{L}{v_{i,b}} (1 + \eta \sin(\omega t_0 + \theta_{bg}))$ طول

می کشد تا الکترون ها به انتهای فضای سوق به طول L برسند، با استفاده از پایستگی بار الکتریکی $I_1 dt_1 = I_0 dt_0$ چگالی الکترون های خوشه ای شده را که به ویگلر می رسند محاسبه می کنیم، به این صورت که برای جریان رسیده به ویگلر (در انتهای فضای سوق) I_1 به وسیله بسط تیلور، تابع و ضرایب بسط را محاسبه می کنیم و در نهایت از روی پایستگی بار، چگالی باریکه الکترونی خوشه ای شده را که به ویگلر می رسد به دست می آوریم. چگالی باریکه الکترونی خوشه شده در انتهای فضای سوق

$$n_{1b} = -2n_{0b} J_1 \left(\frac{\omega L \eta}{v_{i,b}} \right) \cos(\omega t_1 - \delta), \quad (7)$$

است که در معادله (۷) $\delta = \left(\omega \left(\frac{L+d}{v_{i,b}} \right) - \theta_{bg} \right)$ تابع

بسل نوع اول و n_{0b} چگالی باریکه الکترونی است. نوسانی بودن رابطه (۷) بیانگر خوشه ای بودن این باریکه است.

۳. محاسبه میدان الکترومغناطیسی تابش شده

در این بخش به بررسی معادلات حرکت الکترون ها در یک

خطی معادله حرکت (۱) به دست می آید

$$m\gamma_0 \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right] = -e\vec{E}_L - \frac{1}{c} e\vec{v} \times \vec{B}_L, \quad (1)$$

در به دست آوردن سرعت اختلالی از دو فرض که اولاً شکل کلی آن $v_L = a_L e^{-i(\omega t - kz)}$ است و همچنین به جای مشتق زمانی از $-i\omega t$ و به جای مشتق مکانی از ik استفاده کردیم. بخش غیرخطی معادله حرکت (۱) اثر قابل توجهی بر حرکت الکترون ها دارد که قابل چشم پوشی نیست از همین رو آن را نیروی پاندروموتیو \vec{F}_p نامگذاری کرده و اثر آن را بررسی می نماییم

$$\vec{F}_p = -\frac{1}{c} e\vec{v}_{Lj} \times \vec{B}_{Li} - m\gamma_0 [\vec{v}_{Lj} \cdot \nabla \vec{v}_{Li}], \quad i, j = 1, 2 \quad (2)$$

کمی محاسبات نیاز است تا به معادله ساده شده (۳) برسیم

$$\vec{F}_p = -\frac{e}{c} \frac{1}{\gamma} [\vec{v}_{L1} \times \vec{B}_{L2}^* + \vec{v}_{L2}^* \times \vec{B}_{L1}] = \hat{z} F_p e^{-i(\omega t - kz)}, \quad (3)$$

که در معادله (۳) $F_p = \frac{e^2 A_i A_i^* k}{\gamma i m \gamma_0 \omega \alpha_i}$ و $\omega = \omega_1 - \omega_2$

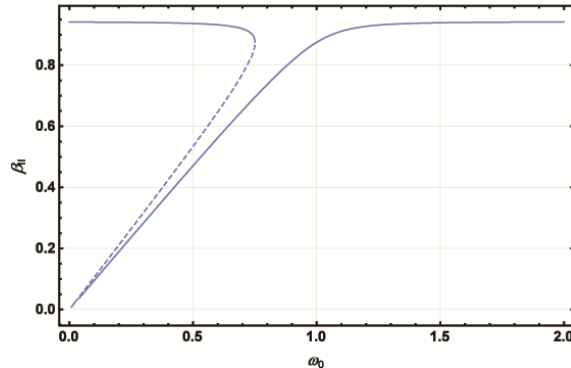
$k = k_1 - k_2$ هستند و اختلاف بسامد دو لیزر ω را از مرتبه تراهرتز و زاویه بین باریکه لیزرها را خیلی کوچک فرض کردیم. اثر این نیروی غیرخطی زمانی نمایان می شود که معادله حرکت نسبیتی را تحت تأثیر این نیرو حل کنیم

$$\gamma \frac{d}{dt} (\vec{v}) = \left(\vec{v} - \frac{\vec{v}\vec{v}}{c^2} \right) \cdot \frac{\vec{F}_p}{m}, \quad (4)$$

که سرعت در معادله (۴) $\vec{v} = v_{i,b} \hat{z} + v_{i1} \hat{z}$ مجموع سرعت اولیه باریکه الکترونی و اثر نیروی پاندروموتیو خواهد بود. از بسط عامل نسبیتی γ حول سرعت اولیه $v_{i,b}$ استفاده می کنیم $\gamma = \gamma_0 + \frac{v_{i,b} \gamma_0^3 v_{i1}}{c^2}$ و از مراتب بالاتر سرعت غیرخطی v_{i1} صرف نظر می کنیم، در نهایت معادله حرکت نسبیتی (۴) به صورت

$$\frac{\partial}{\partial t} (v_{i1} \gamma_0^3 \hat{z}) = \frac{\vec{F}_p}{m}, \quad (5)$$

در می آید که برای محاسبه سرعت اختلالی در لحظه خروج الکترون از منطقه متأثر از لیزرها (مدوله کننده) از معادله (۵) روی زمان (از لحظه ورود الکترون به مدوله کننده t_0 تا لحظه خروج آن $t_1 = t_0 + \frac{d}{v_{i,b}}$) انتگرال می گیریم



شکل ۲. نمودار سرعت محوری باریکهٔ الکترونی نسبت به قدرت میدان مغناطیسی محوری برای $g = 3$ و $\Omega_w = 0.05$.

$$\text{معادلهٔ } \beta_{\parallel}^2 \left[1 + \frac{\Omega_w^2 \beta_{\parallel}^2}{(\beta_{\parallel}^2 - \Omega_w)^2} \right] = 1 - \gamma^{-2} \text{ سرعت محوری}$$

الکترون‌ها β_{\parallel} را درون ویگلر محاسبه می‌کند.

همان‌طور که از منجر کسر معادلهٔ سرعت محوری مشخص است پاسخ‌ها به دو دستهٔ گروه اول $\beta_{\parallel} > \Omega_w$ و گروه دوم $\beta_{\parallel} < \Omega_w$ تقسیم می‌شوند و در $\beta_{\parallel} = \Omega_w$ تشدید رخ می‌دهد. در ادامه هدف ما محاسبهٔ میدان‌های تابش شده از بارالکتريکی متحرک درون ویگلر است. یک جریان عرضی مانند یک آنتن، موج الکترومغناطیسی تابش می‌کند که می‌توان پتانسیل برداری تابش شده آن را در ناحیهٔ دور $kr \gg 1$ از معادلهٔ (۱۰) محاسبه نمود

$$\vec{A}(x, t) = \frac{1}{c} \int d^3x' \int dt' \frac{J_t(x', t')}{|x - x'|} \delta \left(t' + \frac{|x - x'|}{c} - t \right). \quad (10)$$

در معادلهٔ (۱۰)، جریان عرضی درون ویگلر، J_t ، از حاصل ضرب سرعت عرضی در چگالی بارالکتريکی در بار الکترون‌ها به دست می‌آید

$$J_t = 2n_b e c \Omega_w \left[\frac{\beta_{\parallel}^2}{\Omega_w \beta_{\parallel} - \beta_{\parallel}^2} \right] (\hat{x} - i\hat{y}) e^{i\delta} \quad (11)$$

$$J_1 \left(\frac{\omega L \eta}{v_b} \right) e^{-i \left[\omega \left(t - \frac{z}{\beta_{\parallel} c} \right) - k_w z \right]}$$

در به دست آوردن جریان عرضی معادلهٔ (۱۱) از $t_r = t - \frac{z}{\beta_{\parallel} c}$ استفاده کردیم. با قرار دادن جریان عرضی از

ویگلر پیچشی همراه با میدان مغناطیسی ثابت محوری $\vec{B}_w = B_w (\cos k_w z \hat{e}_x + \sin k_w z \hat{e}_y) + B_0 \hat{e}_z$ می‌پردازیم و تابش الکترومغناطیسی حاصل از حرکت نوسانی این ذرات درون میدان ویگلر را محاسبه می‌کنیم.

معادلات حرکت الکترون‌ها درون ویگلر با توجه به

نیروی لورنتس به صورت

$$\frac{d}{dt}(\gamma m v_x) = \frac{e v_z B_w}{c} \sin k_w z - \frac{e B_0}{c} v_y, \quad (8\text{-الف})$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma m v_y) = -\frac{e v_z B_w}{c} \cos k_w z - \frac{e B_0}{c} v_x, \quad (8\text{-ب})$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma m v_z) = -\frac{e B_w}{c} (v_x \sin k_w z - v_y \cos k_w z), \quad (8\text{-ج})$$

هستند. حل معادلات جفت شدهٔ (۸)، مؤلفه‌های سرعت الکترون‌ها در هر نقطه از ویگلر را مشخص می‌کند، برای سرعت عرضی داریم

$$\beta_x = \frac{\Omega_w \beta_{\parallel}^2}{\Omega_w \beta_{\parallel} - \beta_{\parallel}^2} \cos k_w z, \quad (9\text{-الف})$$

$$\beta_y = \frac{\Omega_w \beta_{\parallel}^2}{\Omega_w \beta_{\parallel} - \beta_{\parallel}^2} \sin k_w z, \quad (9\text{-ب})$$

که در معادلات (۹)، $\beta_x = \frac{v_x}{c}$ و $\beta_y = \frac{v_y}{c}$ و $\beta_{\parallel} = \frac{v_z}{c}$

هستند. در ضمن با $\Omega_w = \frac{e B_w}{\gamma m c^2 k_w}$ و $\Omega_0 = \frac{e B_0}{\gamma m c^2 k_w}$

استفاده از معادله $\gamma^{-2} = 1 - \beta_x^2 - \beta_y^2 - \beta_{\parallel}^2$ می‌توان شکل تابع سرعت محوری الکترون‌ها درون ویگلر را به دست آورد.

پیشگی به همراه میدان یکنواخت مغناطیسی می پردازیم. در این تحلیل از مقادیر $d = 400 \mu\text{m}$ و $L = 1 \text{cm}$ و $\frac{eA_1^*}{m\omega c} = 0.05$ و $\frac{eA}{m\omega c} = 0.05$ و $\lambda_w = 1.06 \mu\text{m}$ و $\eta = 2.75 \times 10^{-27}$ استفاده نمودیم. ابتدا توان تابشی نرمال شده Δ را به صورت زیر

$$\Delta = \frac{\lambda \pi r^2 S_{av}}{L_b^2 c B_w^2} = \omega_b^2 r_b^2 k_w^2 \frac{\omega^2}{c^2} \left[\frac{\beta_{||}^2}{\Omega_e \beta_{||} - \beta_{||}^2} \right]^2 J_1^2 \left(\frac{\omega L \eta}{v_b} \right) \quad (15)$$

در شکل ۳ تأثیر افزایش قدرت میدان مغناطیسی محوری بر تابش الکترومغناطیس بهنجار در گروه اول را بررسی کرده ایم.

مطابق انتظار به خاطر وجود تابع بسل مرتبه اول، تابشها ابتدا افزایش یافته و در یک بسامد بیشینه می شوند، سپس افت کرده و به صفر میل می نمایند و این اتفاق متناوباً رخ می دهد. مشاهده شد که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی محوری میزان تابش در تمام بسامدها افزایش یافته است، اما بیشترین توان تابشی در بسامد $4/6$ تراهرتز وجود دارد. همچنین قدرت میدان مغناطیسی محوری را به گونه ای در نظر گرفته ایم که در آزمایشگاه به راحتی بتوان آن را تولید کرد.

در شکل ۴ تأثیر تغییرات ω_b را روی بیشینه تابشها در $\gamma = 2.94$ را بررسی کرده ایم. با افزایش بسامد بهنجار شده باریکه الکترونی ω_b ، تابشها افزایش پیدا می کند ولی باز هم بیشینه تابشها در بسامد $4/6$ تراهرتز هستند. از طرف دیگر، همان طوری که در شکل ۴ نشان داده شده است هنگامی که بسامد باریکه الکترونی را افزایش می دهیم، تابشها افزایش یافته و وجود میدان مغناطیسی محوری سبب تقویت توان تابش شده تراهرتز می شوند.

تغییر در سرعت اولیه الکترونها باعث جابه جایی بیشینه تابشها می شود. شکل ۵ نمودار بسامد تابشها نسبت به تغییرات سرعت اولیه باریکه الکترونی γ است این شکل نشان

معادله (۱۱) در معادله (۱۰) می توان پتانسیل برداری میدان تابشی را به دست آورد. ذکر این نکته ضروری است که انتگرال روی حجم استوانه ای از ویگنر به شعاع r_b که باریکه الکترونی در آن حرکت می نماید گرفته می شود و فاصله معکوس را می توان به صورت $|x-x'| \approx r-z' \cos \theta$ تقریب زد

$$\vec{A}(r, t) = \gamma n_b e \Omega_w \left[\frac{\beta_{||}^2}{\Omega_e \beta_{||} - \beta_{||}^2} \right] (\hat{x} - i\hat{y}) e^{i\delta} J_1 \left(\frac{\omega L \eta}{v_b} \right) \frac{1}{r} e^{-i(\omega(t-r/c))} \pi r_b^2 \left[\frac{i \left(\left(\frac{1}{\beta_{||}} - \cos \theta \right) + \frac{ck_w}{\omega} \right) \frac{\omega L_b}{c} - 1}{i \left(\left(\frac{1}{\beta_{||}} - \cos \theta \right) + \frac{ck_w}{\omega} \right) \frac{\omega}{c}} \right] \quad (12)$$

در معادله (۱۲)، L_b طول بانچ است. حال از روی پتانسیل برداری تابش شده از ویگنر، می توانیم میدان مغناطیسی را به کمک رابطه $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ محاسبه کنیم.

$$\vec{B}(r, t) = \frac{i\omega}{c} [\hat{r} \times (\hat{x} - i\hat{y})] \gamma n_b e \Omega_w \left[\frac{\beta_{||}^2}{\Omega_e \beta_{||} - \beta_{||}^2} \right] e^{i\delta} J_1 \left(\frac{\omega L \eta}{v_b} \right) \frac{1}{r} e^{-i(\omega(t-r/c))} \pi r_b^2 L_b e^{i\theta} \frac{\sin \theta'}{\theta'} \quad (13)$$

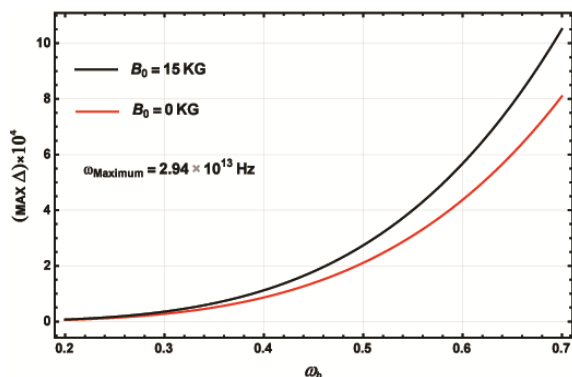
در معادله (۱۳)، $\theta' = \left(\left(\frac{1}{\beta_{||}} - \cos \theta \right) + \frac{ck_w}{\omega} \right) \frac{\omega L_b}{2c}$ است. حال با توجه به میدان مغناطیسی تابش شده می توان متوسط

$$S_{av} = \frac{c}{4\pi} |B|^2 \quad \text{را محاسبه نمود} \quad S_{av} = \frac{\omega_b^2 r_b^2 L_b^2}{4\pi r^2} \frac{\omega^2}{c^2} B_w^2 c \left[\frac{\beta_{||}^2}{\Omega_e \beta_{||} - \beta_{||}^2} \right]^2 J_1^2 \left(\frac{\omega L \eta}{v_b} \right) \left(\frac{\sin \theta'}{\theta'} \right)^2 \quad (14)$$

که در معادله (۱۴)، $\omega_b = \left(\frac{\gamma \pi n_b e^2}{\gamma m c^2 k_w^2} \right)^{1/2}$ است.

۴. تحلیل عددی

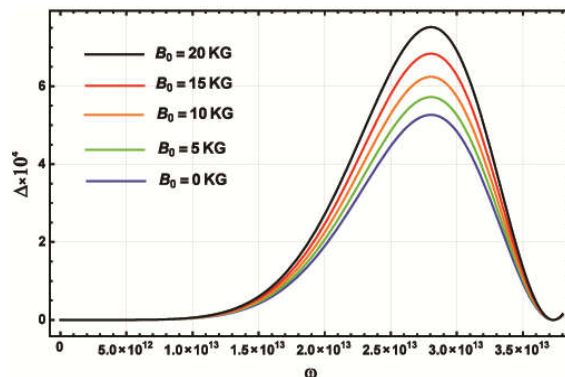
در این بخش به تحلیل عددی تابش به وجود آمده در ویگنر



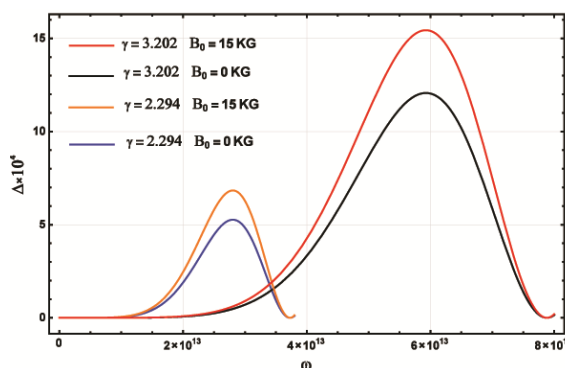
شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تأثیر تغییرات بسامد بهنجار شده باریکه الکترونی روی بیشینه تابش الکترومغناطیس بهنجار شده در هنگام وجود و عدم وجود میدان مغناطیسی محوری.

۵. جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله باریکه الکترون نسبیتی را تحت تأثیر دو لیزر با اختلاف بسامد در محدوده تراهرتز قرار دادیم، و نشان دادیم که برهم نهی موج زنش حاصل از دو لیزر با باریکه الکترون نسبیتی، تحت اثر نیروی غیرخطی پاندرموتیو باعث خوشه بندی الکترون ها می شود، الکترون های خوشه بندی شده به وسیله موج زنش دو لیزر، درون ویگلر پیشی همراه میدان مغناطیسی محوری، تابش تراهرتز همدوس ایجاد می نمایند. همان طور که در تحلیل ها نشان داده شد اعمال میدان مغناطیسی محوری باعث تغییر سرعت طولی و عرضی باریکه الکترون ها شده است و تابش های تراهرتز را تقویت می نماید. لازم به ذکر است که قدرت میدان مغناطیسی محوری را تا حدی که در آزمایشگاه ها قابل تولید باشند، افزایش داده ایم اما افزایش بیشتر آن، باعث تقویت بیشتر تابش ها می شود که فقط در نظریه قابل استفاده است. همان طوری که می دانیم، اعمال میدان مغناطیسی محوری به ویگلر پیشی کاری ساده و کم هزینه در آزمایشگاه خواهد بود ولی در این مسئله تأثیر قابل ملاحظه ای خواهد داشت.



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار تابش بهنجار شده بر حسب بسامد برای گروه اول، برای مقادیر متفاوت از میدان مغناطیسی محوری در $\gamma = 2/29$.



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار جابه جایی بیشینه تابش های تراهرتز با تغییر سرعت اولیه الکترون ها و تقویت تابش ها با اضافه کردن میدان مغناطیسی محوری.

دهنده این است که میدان مغناطیسی محوری تابش شده را در γ های بالاتر بیشتر تقویت می کند.

وقتی که گاما را از $\gamma = 2/294$ به $\gamma = 3/202$ تغییر دادیم بیشترین تابش ها از $4/6$ تراهرتز به $9/4$ تراهرتز افزایش یافتند و اعمال میدان مغناطیسی محوری سبب تقویت تابش ها در تمام بسامدها شده است.

مراجع

- Plasmas* **7** (2015) 073103.
7. A Hasanbeigi and H Mehdian, *Chinese Phys. B* **22** (2013) 075205.
 8. P R Ribic and G Margaritondo, *Phys. Status Solidi B* **249** (2012) 1210.
 9. D Gordon, C E Clayton, T Katsouleas, W B Mori, and C Joshi, *Phys. Rev. E* **57** (1989) 1035.
 10. S Tochitsky, C Joshi, C Pellegrini, S Reiche, J B Rosenzweig, and C Sung, "Laser Beat-Wave Microbunching of Relativistic Electron Beam in the THz Range", Proceedings of LINAC, Knoxville, Tennessee (2006) 100.
 11. M Kumar and V K Tripathi, *Phys. Plasmas* **19** (2012) 073109.
 1. J Faist, F Capasso, D L Sivco, C Sirtori, A L Hutchinson, and A Y Cho, *Science* **264** (1994) 553.
 2. R Köhler, A Tredicucci, F Beltram, H E Beere, E H Linfield, A G Davies, D A Ritchie, R C Iotti, and F Rossi, *Nature* **417** (2002) 156.
 3. J M Byrd, Z Hao, M C Martin, D S Robin, F Sannibale, R W Schoenlein, A A Zholents, and M S Zolotarev, *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 164801.
 4. H P Freund J M Antonsen, "Principles of Free-Electron Lasers", London: Chapman and Hall (1992).
 5. M Esmailzadeh, H Mehdian, and J E Willett, *J. Plasma Phys.* **70** (2004) 9.
 6. H Mehdian, A Hasanbeigi, and S Jafari, *Phys.*