

انتشار باریکه لیزر مختل شده و تحریک موج الکترون پلاسما برای چگالی‌های مختلف تحت اثرات غیرخطی

مژگان ابدایی^۱، بنت الهدی بکایی^۲، علیرضا نیکنام^۲ و بابک محمد حسینی^۱

۱. دانشکده علوم پایه دانشگاه بین المللی امام خمینی قزوین

۲. پژوهشکده لیزر و پلاسما دانشگاه شهید بهشتی تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۳/۱۲؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۷/۰۴/۲۳)

چکیده

در این مقاله انتشار باریکه لیزر گوسی و باریکه لیزر مختل شده و تأثیر اختلال وارد شده بر باریکه لیزر بر تحریک موج الکترونی پلاسما با در نظر گرفتن اثرهای غیر خطی پاندروموتیو و نسبیت مورد بررسی قرار گرفته است. برای نرخ رشد تابع تغییر تیزی اختلال و تغییر پهنای باریکه لیزر مختل شده و موج الکترون پلاسما از تقریب پاراکسیل استفاده کرده‌ایم. در ادامه برای حل معادلات درجه دوم از حل عددی استفاده کردیم. در نتیجه حل عددی مشاهده می‌شود که افزایش در چگالی باعث افزایش در خود کانونی باریکه لیزر، ریپل باریکه لیزر و موج الکترون پلاسما می‌شود و بهتر شدن خودکانونی باریکه لیزر مختل شده باعث افزایش انرژی پتانسیل الکترونی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: باریکه لیزر مختل شده، موج الکترونی پلاسما، پاراکسیل، خود کانونی

۱. مقدمه

نسبیت معروف به خودکانونی نسبیتی اولین بار توسط هرا [۱] مطرح شد؛ که با ارتقاء در زمینه استفاده از لیزرهای پرتوان نیروی پاندروموتیو نیز به عنوان یکی از عامل‌های مهم تأثیر بر خودکانونی موسوم به خودکانونی پاندروموتیو شناخته شده است. فرمول‌بندی پیرا محوری برای بررسی پدیده‌های خودکانونی در محیط‌های غیرخطی توسط آخمانو و همکاران [۲] ارائه شد. در این فرمول‌بندی بر اساس تقریب پیرا محوری بسط تا مرتبه دوم در مختصات دو قطبی انجام می‌شود. شارما و همکاران [۳] در یک مطالعه، سه

برهم‌کنش لیزر با پلاسما در شدت‌های بالا در شاخه کاربردی از لیزر از اهمیت بالایی برخوردار است و مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. چون چنین شدت‌هایی خیلی بالاتر از آستانه یونش اتم‌ها هستند، بنابراین در شدت‌های بسیار بالا، در برخورد لیزر با هدف جامد، پلاسما تولید می‌شود که به پلاسما تولید شده پلاسما کورنا^۱ گفته می‌شود. مسئله خودکانونی لیزر توسط تغییر جرم بر اثر

۱. Plasma corona

الکترون‌ها دارد افزایش پیدا می‌کند. در آخر کار با توجه به تغییرات ظاهر شده در موج الکترون پلاسما، بیشینه انرژی وارد آمده بر الکترون به صورت عددی نمایش داده می‌شود.

۲. روابط ریاضی

فرض کنید باریکه لیزر با بسامد ω در جهت z و شدت اولیه به شکل زیر وارد پلاسما می‌شود:

$$E_0 = A_0 \exp[-ik_0(z+s_0)], \quad (1)$$

$$A_0^2 = \frac{E_{00}^2}{f_0^2} \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2 f_0^2}\right),$$

که در این رابطه r_0 شعاع باریکه لیزر و f_0 پهنای اولیه باریکه لیزر و $E_{00} = 6.7 \times 10^{10} \frac{W}{cm^2}$ میدان بهنجار شده در $(0,0)$ است. لیزر مختل شده با شدت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$E_1 E_1^* = \frac{E_{100}^2}{f_1^2} \left(\frac{r}{r_0 f_1}\right)^{2n} \exp\left(\frac{-r^2}{r_1^2 f_1^2}\right), \quad (2)$$

که آن E_{100} دامنه اولیه ریپل باریکه لیزر، r_0 پهنای اولیه ریپل باریکه لیزر و n عددی مثبت است که مقدار ریپل را مشخص می‌کند به طوری که با افزایش مقدار n بیشینه ریپل که در $r_{max} = r_0 f_1 n^{\frac{1}{2}}$ اتفاق می‌افتد، از محور دور می‌شود. در رابطه بالا پارامتر پهنای باریکه لیزر را با در نظر گرفتن ریپل نشان می‌دهد. با توجه به این که ریپل یک اختلال کوچک در باریکه لیزر می‌باشد باید پارامترهای آن در رابطه زیر صدق کنند. زمانی که باریکه به صورت مختل شده و یا به عبارتی اختلال وارد آمده بر باریکه اصلی در نظر گرفته می‌شود دو شرط زیر لحاظ می‌شود:

$$\left(\frac{E_{100}}{E_{00}}\right)^2 \ll 1, \quad \frac{r_1}{r_0} \ll 1$$

با استفاده از معادله تکانه الکترون و با فرض ثابت بودن یونها، و در نظر گرفتن نیروی غیرخطی پاندرمووتیو-نسبیتی پروفایل چگالی پلاسما به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -eE - m(v \cdot \nabla v)(\gamma v) - e(v \times B), \quad (3)$$

نیروی پاندرمووتیو به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود

ناحیه برای انتشار نور لیزر در پلاسما در نظر گرفتند. این سه ناحیه عبارت بودند از: (۱) ناحیه واگرایی پایدار، (۲) ناحیه واگرایی نوسانی و (۳) ناحیه خودکانونی. سدها و همکاران [۵] خود کانونی را در رژیم برخوردی در پلاسما مغناطیده و غیر مغناطیده مورد بررسی قرار دادند، آنها با در نظر گرفتن تلفات انرژی از طریق برخورد الکترون‌ها، اثر گرمایش اهمی و بسامد برخورد خودکانونی را بررسی کردند. پتیل و همکاران [۶] به طور همزمان خودکانونی نسبیتی و خودکانونی پاندرمووتیورا مطالعه کردند و دریافتند که خودکانونی پاندرمووتیونسبت به خودکانونی نسبیتی پیشرفت بهتری دارد و همچنین ذکر کردند که با افزایش دما در پلاسما، خودکانونی ضعیف‌تر می‌شود. نیکنام و همکاران [۷] خودکانونی باریکه لیزر را در پلاسما مغناطیده و برخوردی مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که قدرت میدان مغناطیسی می‌تواند خودکانونی را بهبود ببخشد. زمانی که لیزر پر شدت وارد پلاسما می‌شود بدون در نظر گرفتن اثرات غیر خطی لیزر به اندازه طول ریلی در پلاسما منتشر می‌شود و بعد از گذر این مسافت شدت خود را از دست می‌دهد و پراشیده می‌شود. بنابراین برای انتشار لیزر در پلاسما نیاز به اثرات غیر خطی همانند اثر نسبیت و نیروی غیر خطی پاندرمووتیو است. همچنین انتشار لیزر در پلاسما با استفاده از روش‌های گوناگونی انجام می‌شود از جمله این روش‌ها روش پیرا محوری، وردشی و شبیه‌سازی می‌باشد. بنابراین ما در این کار با در نظر گرفتن اثرات غیر خطی ذکر شده و استفاده از روش پیرا محوری به بررسی انتشار باریکه لیزر مختل شده برای چگالی‌های مختلف پرداخته‌ایم. هرچند این کار قبلاً در مقاله [۷] برای شدت‌های مختلف ترسیم شده است، ما با در نظر گرفتن این مقوله که برای باریکه لیزر یک حد بالای چگالی وجود دارد حل عددی آن را در این مقاله آورده‌ایم که این حد پایین چگالی برای حالتی که اختلال بر باریکه وارد می‌شود نیز وجود دارد. از طرفی بیان می‌شود برای شدت‌هایی پایین‌تر با افزایش چگالی، تغییرات موج الکترون پلاسما و تأثیری که این پدیده در شتاب دادن

عاملی بی‌بعد به نام عامل نسبیته، r شعاع اولیه لیزر،
 ϵ_0 بسامد پلاسما، $\omega_{p_0} = \frac{e^2}{m^2 c^2 \omega^2} E_0^2$ ، $a = \frac{e^2}{m^2 c^2 \omega^2} E_0^2$
 ثابت دی‌الکتریک پلاسما در صورت عدم حضور اثرات غیرخطی،
 پاندرموتیو و نسبیته می‌باشد.

۳. تحول پهنای باریکه لیزر و باریکه لیزر مختل شده

با استفاده از معادله ماکسول، معادله موج در پلاسما به صورت
 زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \nabla_{\perp}^2 E + \nabla(\nabla \cdot E) - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(r, z) E = 0$$

جمله $\nabla(\nabla \cdot E)$ را می‌توان تحت شرط $\ll 1$ $\left| \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{\epsilon} \nabla^2 \ln \epsilon \right|$ نادیده در نظر گرفت. در این معادله E میدان الکتریکی است.
 برای باریکه لیزر اصلی و باریکه لیزر با در نظر گرفتن اختلال با
 استفاده از معادلات (۱) و (۲) معادله موج به صورت زیر است:

$$-2ik \frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_0}{\partial r} + \frac{\omega_0}{c} (\epsilon_{\beta} + \beta_1 r^2) A_0 = 0, \quad (12)$$

$$-2ik \frac{\partial A_1}{\partial z} + \left(\frac{\partial^2 A_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_1}{\partial r} \right) + \frac{\omega_0^2}{c^2} \phi(E \cdot E^*) A_1 + \frac{\omega_0^2}{c^2} [\phi(E \cdot E^*) - \phi(E_0 \cdot E_0^*)] \quad (13)$$

$$\times A_0 \exp(-ik \cdot S_0) - iA \frac{dk}{dz} = 0,$$

معادله (۸) را با استفاده از معادله (۱) و تفکیک به صورت
 قسمت‌های حقیقی و موهومی به شکل زیر بیان می‌داریم:

$$-2k^2 A_0 \frac{\partial S_0}{\partial z} \exp(-ik \cdot S_0) - k^2 A_0 \left(\frac{\partial S_0}{\partial r} \right)^2 \exp(-ik \cdot S_0) - 2k A_0 \frac{dk}{dz} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_0}{\partial r} \exp(-ik \cdot S_0) + \frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} \exp(-ik \cdot S_0) \quad (14)$$

$$(-ik \cdot S_0) + \frac{\omega_0^2}{c^2} (\epsilon_f + \gamma_1 r^2) A_0 = 0,$$

$$\frac{dP}{dt} = -eE - m(v \cdot \nabla v)(\gamma v) - e(v \times B), \quad (4)$$

که نیروی پاندرموتیو نسبیته توسط به صورت زیر است:

$$F_P = -mc^2 \nabla(\gamma - 1), \quad (5)$$

با توجه به نیروی پاندرموتیو و استفاده از معادله (۱) پروفایل
 چگالی به صورت زیر است

$$\frac{n_2}{n_0} = 1 + \alpha_p^2 \left(\nabla^2 \gamma - \frac{(\nabla \gamma)^2}{\gamma} \right), \quad (6)$$

که در این رابطه $\alpha_p = \frac{c}{\omega_{p_0}}$ سرعت نور در خلاء و

$$\omega_{p_0} = \frac{\sqrt{2} \pi n_0 e^2}{m_0}$$

صورت زیر می‌باشد:

$$\gamma = \left[1 + \frac{e^2}{m^2 c^2 \omega^2} A_0 A_0^* \right]^{1/2} \quad (7)$$

با تغییر چگالی بر اثر عوامل غیر خطی در پلاسما ثابت

دی‌الکتریک که قبل از تغییر چگالی به شکل $\epsilon_0 = 1 - \frac{\omega_{p_0}^2}{\omega^2}$ بیان

می‌شد به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\epsilon = \epsilon_0 + \phi(E \cdot E^*), \quad (8)$$

که در این رابطه، $\phi(E \cdot E^*)$ قسمت غیر خطی ثابت دی‌الکتریک
 می‌باشد و به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\phi(E \cdot E^*) = 1 - \frac{n}{\gamma n_0}, \quad (9)$$

با بسط تیلور ثابت دی‌الکتریک حول $r^2 = 0$ می‌توانیم ثابت
 دی‌الکتریک را به شکل زیر بازنویسی کنیم:

$$\epsilon = \epsilon_{\beta} + \beta_1 r^2, \quad \epsilon_{\beta} = \epsilon_0 + \frac{\omega_{p_0}^2}{\omega_0^2} \left[1 + \left(-1 + \frac{a}{r_0^2 f_0^2 k_p^2} \right) \left(1 + \frac{a}{f_0^2} \right)^{-1/2} \right], \quad (10)$$

$$\beta_1 = -\frac{\omega_{p_0}^2}{\omega_0^2} \left[\frac{a}{2\gamma^2 r_0^2 f_0^2} - \frac{3a}{\gamma^2 k_p^2 r_0^2 f_0^2} - \frac{3a^2}{\gamma^2 k_p^2 r_0^2 f_0^4} \right], \quad (11)$$

که در این روابط ϵ_{β} ثابت دی‌الکتریک در $r = 0$ ، γ_{β} ضریب

r^2 در بسط تیلور تابع $\phi(E \cdot E^*)$ ، $a = \frac{e^2}{m^2 c^2 \omega^2} E_0^2$ بیانگر

در معادلات بالا ϕ_{eff} به صورت زیر می‌باشد:

$$\phi_{effective} = \phi(E.E^*) + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \left[\frac{\alpha}{\gamma^2} - \frac{\gamma^2 \alpha^2 c^2}{\omega_p^2 \gamma^4 r_0^2 f_0^4} \right]$$

$$\left(\begin{array}{c} \frac{-r^2}{1 + \frac{\gamma^2 \alpha r^2}{\gamma^2 r_0^2 f_0^4} e^{\frac{-r^2}{r_0^2 f_0^2}} - \frac{r^2}{r_0^2 f_0^2}} \\ \frac{-r^2}{r_0^2 f_0^2} \end{array} \right) e^{\frac{-r^2}{r_0^2 f_0^2}} A_0^2 \cos^2 \phi_p$$

با استفاده از معادلات زیر:

$$\phi(E.E^*) = \phi(E_0.E_0^*) + \frac{d\phi}{dE.E^*} \Big|_{E.E^* = E_0.E_0^*} \times (E.E^* - E_0.E_0^*),$$

$$A_0^2 = \frac{E_0^2}{f_0^2} \left(\frac{r}{r_0 f_0} \right)^{2n} \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2 f_0^2}\right) \exp(-\gamma^2 k_i z),$$

$$S_1 = \left(\frac{r^2}{\gamma} \right) \beta_1(z) + \phi(z),$$

با قرار دادن این روابط در معادله (۱۷) و استفاده از پارامتر $\beta_1(z) = \frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dz}$ مقدار k_i ، که در واقع مقدار تیزی اختلال را نشان می‌دهد، به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$k_i = \frac{a\omega_p^2}{\gamma^2 f_0^2(z) k_0^2 c^2} \left[\frac{1}{\gamma^2} - \frac{\gamma^2 \alpha c^2}{\omega_p^2 \gamma^4 r_0^2 f_0^4} \right] \quad (19)$$

$$\left(\begin{array}{c} \frac{-r^2}{1 + \frac{\gamma^2 \alpha r^2}{\gamma^2 r_0^2 f_0^4} e^{\frac{-r^2}{r_0^2 f_0^2}} - \frac{r^2}{r_0^2 f_0^2}} \\ \frac{-r^2}{r_0^2 f_0^2} \end{array} \right) e^{\frac{-r^2}{r_0^2 f_0^2}} \sin^2 \phi_p$$

در ادامه با بسط تیلور تابع $\phi(E.E^*)$ حول نقطه $r = r_0.f_1 n^2$ معادله تحول پهنای ریبیل باریکه لیزر را به دست می‌آوریم:

$$\phi_{eff} = \phi_{eff}(r^2 = r_0^2 f_1^2 n^2) + \frac{d\phi_{eff}}{dr^2} \Big|_{r^2 = r_0^2 f_1^2 n^2} r^2, \quad (20)$$

$$-i k \frac{\partial A_0}{\partial z} \exp(-i k_0 S_0(r, z)) - i k_0 \frac{\partial A_0}{\partial r} \frac{\partial S_0}{\partial r} \exp(-i k_0 S_0(r, z)) - i k_0 A_0 \frac{\partial^2 S_0}{\partial r^2} \exp(-i k_0 S_0(r, z)) \quad (15)$$

$$- \frac{i k_0 A_0}{r} \frac{\partial S_0}{\partial r} \exp(-i k_0 S_0(r, z)) = 0$$

با استفاده از [۲۲ و ۲۳] تابع S را می‌توان به شکل زیر بسط داد:

$$S(r, z) = \phi_0(z) + \frac{r^2}{\gamma} \beta_0(z),$$

در این رابطه، پارامتر $\beta_0(z) = \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial z}$ بیانگر معکوس شعاع انحنای باریکه لیزری است. با قرار دادن در معادله (۱۴) و با مساوی قرار دادن ضرایب r^2 در دو طرف معادله، معادله تحول پهنای باریکه لیزر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d^2 f_0}{dz^2} = \frac{c^2}{\epsilon_f \omega_0^2 r_0^4 f_0^4} - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \frac{f_0}{\epsilon_f} \quad (16)$$

$$\left[\frac{a}{\gamma^2 r_0^2 f_0^4} - \frac{\gamma a}{k_p^2 \gamma^2 r_0^4 f_0^6} - \frac{\gamma a^2}{k_p^2 \gamma^4 r_0^4 f_0^8} \right]$$

این معادله، تحول پهنای باریکه لیزر را نشان می‌دهد که جمله اول بیانگر واگرایی و جمله دوم عامل همگرایی است و باریکه در صورتی دچار خودکانونی می‌شود که جمله اول بر جمله دوم غلبه کند. زمانی که اختلالی بر باریکه اصلی وارد می‌شود با استفاده از معادله زیر:

$$A_1 = A_0(r, z) \exp[-i k_0 S_1(r, z)],$$

معادله (۱۶) با تفکیک قسمت موهومی و حقیقی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\gamma \frac{\partial S_1}{\partial z} + \left(\frac{\partial S_1}{\partial r} \right)^2 = \frac{1}{k_0^2 A_0} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} \right) + \frac{\phi_{eff}}{\epsilon_0}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\partial A_0}{\partial r} \frac{\partial S_1}{\partial r} + A_0 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial S_1}{\partial z} + \frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} \right) + \frac{\omega_p^2}{k_0^2 c^2}$$

$$\times \left[\frac{\alpha}{\gamma^2} - \frac{\gamma^2 \alpha^2 c^2}{\omega_p^2 \gamma^4 r_0^2 f_0^4} \left(1 + \frac{\gamma^2 \alpha r^2}{\gamma^2 r_0^2 f_0^4} e^{\frac{-r^2}{r_0^2 f_0^2}} - \frac{r^2}{r_0^2 f_0^2} \right) \right] \quad (18)$$

$$\times A_0^2 A_1^2 \sin^2 \phi_p = 0,$$

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d\phi_{eff}}{dr} \right|_{r=r_0} &= \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left[\left[-\frac{a}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{1}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} + \frac{a}{r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left(\frac{\nu a r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{\nu r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} + \frac{1}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \right) - \frac{1}{r_0^2 f_0^2} \times \left(\frac{a r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{\gamma^2} + \frac{\nu a r_0^2}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \right) \right] \frac{\nu a^2}{\nu \gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{\nu a^2}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) + \frac{\nu a^2}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \\
 &\quad \times \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{\nu a^2 r_0^2 f_0^2 n}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{\nu r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{\nu a^2 r_0^2 f_0^2 n}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{\nu r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) \\
 &\quad + \frac{\nu a^2 r_0^2 f_0^2 n}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{\nu r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) + \frac{\nu a^2 r_0^2 f_0^2 n}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{\nu r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) + \frac{\nu a^2 r_0^2 f_0^2 n}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) \\
 &\quad - \frac{\nu a^2 r_0^2 f_0^2 n}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{a}{\nu r_0^2 f_0^2} + \frac{a^2}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) + \frac{\nu a^2 r_0^2 f_0^2 n}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \\
 &\quad \times \exp\left(-\frac{\nu r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{a^2 r_0^2 f_0^2 n}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left[\frac{1}{r_0^2 f_0^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) \right. \\
 &\quad \left. \left[-\frac{\nu a^2}{\nu \gamma^2 \gamma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{a}{\nu f_0^2 \gamma^2} - \frac{\nu a c^2}{f_0^2 \omega^2} \exp\left(-\frac{\nu r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) \right] \left(\frac{\nu a^2}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{\nu a}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} + \frac{\nu a^2}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \times \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{\nu a^2 r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \exp\left(-\frac{\nu r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{\nu a^2 r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times \exp\left(-\frac{\nu r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) - \frac{a}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} + \frac{\nu a^2 r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) + \frac{\nu a}{r_0^2 f_0^2 \gamma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 f_0^2 n}{r_0^2 f_0^2}\right) \right] \right] \quad (21)
 \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن معادلات بالا معادله تحول پهنای باریکه مختل شده به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{1}{f_1} \frac{d^2 f_1}{dz^2} = \frac{c^2}{\omega_0^2 \epsilon_0 r_0^2 f_0^2} + \frac{\phi' f_1}{\epsilon_0} \quad (22)$$

باشندگی به شکل زیر:

$$\omega^{\vee} = \omega_{pe}^{\vee} + k^{\vee} v_{th}^{\vee} \quad n_{e_0} = n_{e_{00}} \exp[-ikS(r, z)].$$

که S تابعی است حقیقی از r و z . با قرار دادن رابطه n_e در معادله (۲۱) قسمت‌های حقیقی و موهومی به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\frac{\partial S}{\partial z} + \frac{S}{k} \frac{dk}{dz} + \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 = \frac{1}{k^{\vee} n_{e_0}} \quad (24)$$

$$\times \left(\frac{\partial^{\vee} n_{e_{00}}}{\partial r^{\vee}} + \frac{1}{r} \frac{\partial n_{e_{00}}}{\partial r} \right) + \frac{\omega_{p_0}^{\vee}}{\gamma k^{\vee} v_{th}^{\vee}} \left(1 - \frac{n}{n_0} \right),$$

و

$$\frac{\partial n_{e_{00}}^{\vee}}{\partial z} + \frac{\partial S}{\partial r} \frac{\partial n_{e_{00}}^{\vee}}{\partial r} + n_{e_{00}}^{\vee} \left(\frac{\partial^{\vee} S}{\partial r^{\vee}} + \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} \right) \quad (25)$$

$$+ \frac{\gamma \omega \Gamma_e}{k v_{th}^{\vee}} n_{e_{00}}^{\vee}.$$

با در نظر گرفتن روابط زیر:

$$S = \left(\frac{r^{\vee}}{\gamma} \right) \beta(z) + \phi(z),$$

$$n_{e_{00}} = \frac{n_{e_{00}}^{\vee}}{f_p} \exp \left(\frac{-r^{\vee}}{\gamma a_0^{\vee} f_p} \right) \exp(-p_i z), \quad (26)$$

$$\beta(z) = \frac{1}{f_p(z)} \frac{df_p(z)}{dz},$$

در معادلات بالا a_0 پهنای اولیه موج الکترون پلاسما، f_p دامنه

موج الکترون پلاسما و $p_i = \frac{\Gamma_e \omega}{k v_{th}^{\vee}}$ می‌باشد. با قرار دادن روابط

بالا در معادله (۲۴) معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{1}{f_p} \frac{d^{\vee} f_p}{dz^{\vee}} = \frac{1}{k^{\vee} a_0^{\vee} f_p^{\vee}} + \frac{\omega_{p_0}^{\vee}}{\gamma k^{\vee} v_{th}^{\vee}} \left(1 - \frac{n}{n_0} \right). \quad (27)$$

با استفاده از بسط تیلور، جمله دوم عبارت سمت راست معادله

(۲۸) حول $r_1^{\vee} = r_1^{\vee} f_1^{\vee} n$ معادله زیر به دست می‌آید:

این معادله خودکانونی و واکانونی ریپل باریکه لیزر را نشان می‌دهد. در این معادله، f_1 دامنه باریکه لیزر مختل شده، r_1 شعاع اولیه باریکه لیزر مختل شده، ϵ_0 ثابت دی‌الکتریک پلاسما در $r=0$ ، و ϕ' تابعی است که در معادله (۲۰) ذکر شد. عبارت اول واگرایی باریکه اختلالی را نشان می‌دهد و معادله دوم که به نسبیت و پاندرموتیو وابسته است عامل خودکانونی باریکه لیزر مختل شده می‌باشد که اگر عبارت اول بر عبارت دوم غالب آید در این صورت باریکه لیزر مختل شده واگرا می‌شود و اگر عبارت دوم بر عبارت اول غلبه کند در این حالت باریکه لیزر مختل شده دچار خود کانونی خواهد شد.

۴. تحول پهنای موج الکترونی پلاسما

موج الکترون پلاسما در طی جفت‌شدگی غیرخطی ریپل باریکه لیزر با پلاسما در حضور اثرات غیرخطی نسبیت و نیروی پاندرموتیو به وجود می‌آید. در واقع زمانی که نیروی نسبیت باعث افزایش جرم الکترون می‌شود، بسامد پلاسما کاهش پیدا می‌کند. از طرفی الکترون‌ها توسط نیروی غیرخطی پاندرموتیو از مرکز دور و به سمت لبه‌ها رانده می‌شوند، و نیروی بار فضای ایجاد شده بین الکترون‌ها و یون‌ها، باعث ایجاد حرکت نوسانی الکترون‌ها می‌شود. در این صورت چگالی زمینه الکترون‌ها در پلاسما تغییر می‌کند. تغییر در چگالی باعث تغییر بسامد و ایجاد موج الکترونی پلاسما می‌شود. با ساکن در نظر گرفتن یون‌ها و استفاده از [۶] معادله تغییر چگالی به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^{\vee} n_e}{\partial t^{\vee}} - \frac{\gamma K T_e}{m} \nabla^{\vee} n_e + \frac{n e^{\vee}}{\epsilon_0 \gamma m n_0} n_e + \gamma \Gamma_e \frac{\partial n_e}{\partial t} = 0, \quad (23)$$

که در این معادله $\gamma \Gamma_e$ عامل میرایی و v_{th} سرعت حرارتی الکترون می‌باشد. چگالی الکترون به صورت $n_e = n_{e_0}(r, z) \exp(i(\omega t - kz))$.

n_{e_0} تابعی حقیقی از r و z و ω و k به ترتیب بسامد و ثابت انتشار موج الکترون پلاسماست. با در نظر گرفتن رابطه

باعث جدایی الکترون‌ها از یون‌ها می‌شود و چون این نیرو خلاف جهت گرادیان شدت است بنابراین چگالی در مرکز باریکه نسبت به لبه‌ها کمتر شده در نتیجه گرادیان ضریب شکست در مرکز باریکه نسبت به لبه‌ها بزرگ‌تر می‌شود. در نهایت به دلیل تغییر در سرعت موج و ایجاد خمیدگی در موج، باریکه لیزر دچار خودکانونی می‌شود. پارامترهای در نظر گرفته شده برای حل عددی عبارتند از:

$$r_0 = 20 \mu\text{m}, \omega_0 = 1/778 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}, \omega_{p0} = 0.3 \omega_0$$

شدت (a) شکل‌های (a) و در همه شکل‌های (a) شدت $r_1 = 0.8 r_0$ ، $a_0 = 1/2 r_0$ و برای شکل‌های (b) چگالی $3/5 \times 10^{17}$ و $3/9 \times 10^{19}$ می‌باشد.

شکل ۱ حل معادله (۱۵) به صورت عددی است که تحول پهنای باریکه لیزر را برای شدت‌های مختلف نشان می‌دهد. شرایط اولیه برای حل عددی به صورت $\xi = 0$ ، $f = 1$ و $\frac{df}{d\xi} = 0$ است یعنی موج در ابتدا بدون انحنای در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که از شکل ۱ الف مشخص است افزایش در مقدار چگالی باعث بهتر شدن خودکانونی می‌شود؛ زیرا این افزایش در چگالی باعث زیاد شدن نیروی پاندروموتیو و در نهایت افزایش در خودکانونی باریکه لیزر می‌شود. از طرفی همان‌طور که نمایان است در چگالی $1/8 \times 10^{18}$ باریکه لیزر واکانونی می‌شود و این یعنی وجود حد پایین چگالی برای پلاسما مد نظر که از این چگالی بالاتر باریکه خودکانونی و پایین‌تر از آن دچار واگرایی می‌شود. شکل ۱ ب نشان می‌دهد که افزایش در شدت باعث افزایش در خودکانونی باریکه لیزر می‌شود؛ زیرا افزایش در شدت باعث افزایش در نیروی پاندروموتیو شده و بنابراین اثرات غیرخطی بارزتر می‌شوند و در نتیجه خودکانونی قوی‌تر می‌شود.

در شکل ۲ معادله (۱۷) به صورت عددی تحلیل شده است. در شکل ۲ الف تأثیر چگالی بر خودکانونی و واگرایی باریکه لیزر مختل شده به صورت عددی حل شده است. این نشان می‌دهد زمانی که باریکه لیزر دچار اختلال شود افزایش در چگالی نیز باعث افزایش در خودکانونی می‌شود، زیرا پدیده خود کانونی و واکانونی باریکه لیزر مختل شده تابع مقدار k_i

$$\left. \frac{d}{dr} (\phi_{eff}) \right|_{r=r_1} = \frac{\gamma a c^2}{\gamma^2 \omega_0^2} \left[\frac{1}{r_0^2 f_0^2} \left[\frac{Q}{\gamma^2} - \frac{1}{r_0^2 f_0^2} \right] \exp \left(\frac{-r_1^2 f_1^2 n}{r_0^2 f_0^2} \right) + \frac{a}{\gamma^2 r_0^2 f_0^2} \exp \left(\frac{-2 r_1^2 f_1^2 n}{r_0^2 f_0^2} \right) \times \left[1 + \frac{2 r_1^2 f_1^2 n}{\gamma^2} \times Q - \frac{2 r_1^2 f_1^2 n}{r_0^2 f_0^2} \right] - \frac{1}{r_0^2 f_0^2} \exp \left(\frac{-r_1^2 f_1^2 n}{r_0^2 f_0^2} \right) \times \left[1 + \frac{r_1^2 f_1^2 n}{\gamma^2} \times Q - \frac{r_1^2 f_1^2 n}{r_0^2 f_0^2} \right] \right]$$

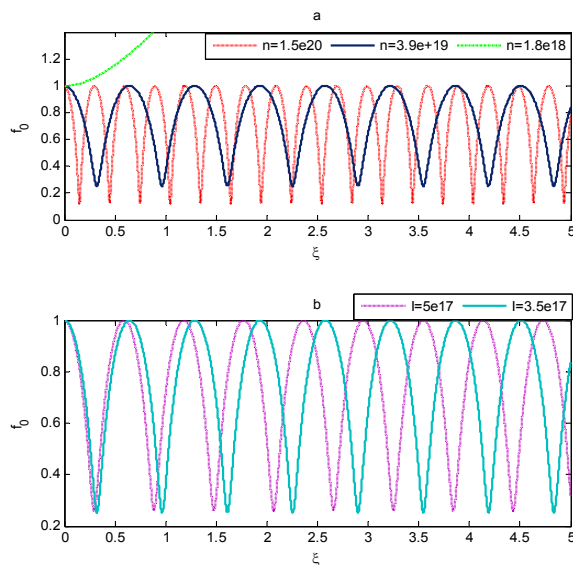
که در عبارت بالا مقادیر Q و γ به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\gamma = \left[1 + \frac{e^2}{m^2 c^2 \omega_0^2} \frac{E_{00}^2}{f_0^2} \exp \left(-\frac{r_1^2 f_1^2 n}{r_0^2 f_0^2} \right) + \frac{2 e^2}{m^2 c^2 \omega_0^2} \frac{E_{00} E_{100}}{f_0 f_1} \cos \phi_p n^{\frac{n}{2}} \exp \left(-\frac{r_1^2 f_1^2 n}{r_0^2 f_0^2} \left(\frac{1}{r_0^2 f_0^2} + \frac{1}{r_1^2 f_1^2} \right) \right) \exp(-k_i z) + \frac{e^2}{m^2 c^2 \omega_0^2} \frac{E_{100}^2}{f_1^2} \exp(-2 k_i z) \exp(-n) \right],$$

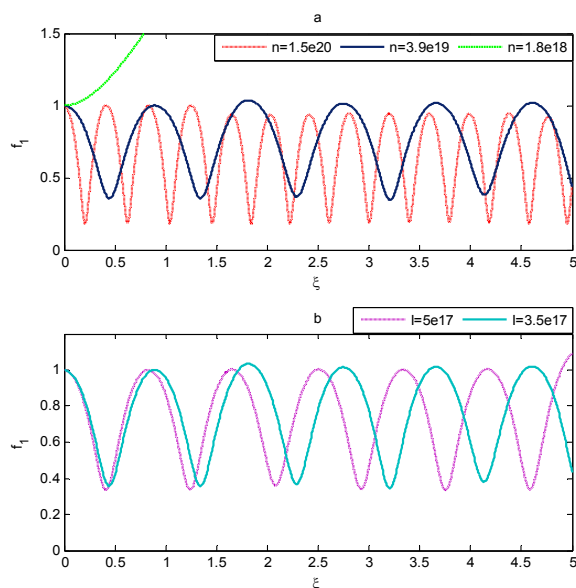
$$Q = \left[\frac{a}{r_0^2 f_0^2} \exp \left(-\frac{r_1^2 f_1^2 n}{r_0^2 f_0^2} \right) + \frac{a}{r_0^2 f_0^2} \frac{E_{100}}{E_{00} f_0 f_1} \times \cos \phi_p \exp(-k_i z) n^{\frac{n}{2}} \exp \left(-\frac{n}{2} \left(1 + \frac{r_1^2 f_1^2}{r_0^2 f_0^2} \right) \right) \right].$$

۵. نتایج حل عددی

در این قسمت با استفاده از حل عددی رانگ-کوتای مرتبه چهارم به تجزیه و تحلیل معادله‌های (۱۵)، (۱۷) و (۲۱) می‌پردازیم. برای حل عددی از پارامتر بی بعد $\xi = \frac{z}{R_d}$ که بیانگر مسافت به‌نجار شده است استفاده می‌شود، که در آن $R_d = \frac{\omega r_0^2}{c}$ طول ریلی است. نیروی غیرخطی پاندروموتیو



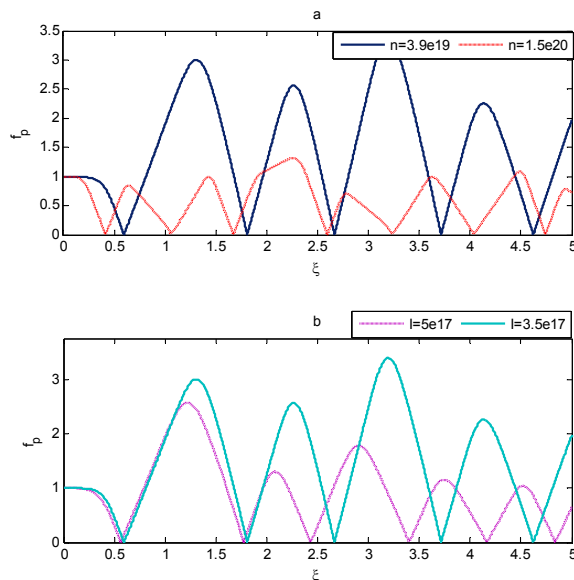
شکل ۱. (الف) (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییر پهنای باریکه لیزر بر حسب مسافت بهنجار شده ξ برای چگالی‌های مختلف، (ب) تغییر پهنای باریکه لیزر بر حسب مسافت بهنجار شده ξ برای شدت‌های مختلف.



شکل ۲. (الف) (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییر پهنای باریکه لیزر مختل شده بر حسب مسافت بهنجار شده ξ برای چگالی‌های مختلف، (ب) تغییر پهنای باریکه لیزر مختل شده بر حسب مسافت بهنجار شده ξ برای شدت‌های مختلف.

باریکه لیزر پراکنده (واگرا) می‌شود. در شکل ۲. ب تأثیر شدت را بر تغییر پهنای باریکه لیزر مختل شده بررسی کردیم و مشاهده کردیم که افزایش در شدت باعث افزایش در خودکانونی می‌شود و آن هم، همان طور که از نمودار حاصل می‌شود، به دلیل افزایش در خودکانونی باریکه لیزر مختل شده

است که این مقدار به چگالی وابسته است. همچنین با توجه به تأثیر چگالی بر تحول پهنای باریکه اصلی و تأثیر تغییر بر تحول پهنای باریکه لیزر مختل شده، افزایش در چگالی باعث افزایش در خودکانونی باریکه لیزر مختل شده می‌شود. البته اینجا نیز به این نتیجه می‌رسیم که اگر حد پایین چگالی را در نظر بگیریم

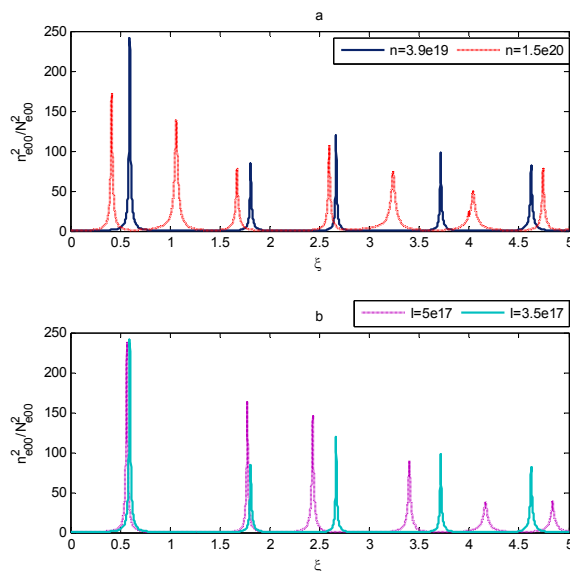


شکل ۳. (الف) (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییر پهنای موج الکترونی پلاسما بر حسب مسافت بهنجار شده ξ برای چگالی‌های مختلف، (ب) تغییر پهنای موج الکترونی پلاسما بر حسب مسافت بهنجار شده ξ برای شدت‌های مختلف.

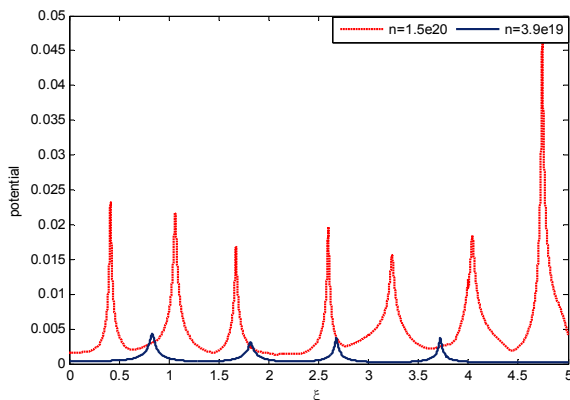
پلاسما به صورت نوسانی تغییر پیدا می‌کند. افزایش شدت باعث افزایش در نیروی پاندروموتیو است (چون باریکه به صورت گوسی در نظر گرفته شده است) و الکترون‌های بیشتری از مرکز باریکه دور شده و بنابراین دامنه موج الکترونی پلاسما طولانی‌تر می‌شود. در شکل ۴ تأثیر اختلال بر تغییر چگالی زمینه به صورت عددی نمایش داده می‌شود. همان‌طور که از شکل پیداست تابع توزیع به کانونی و یا واکانونی موج الکترونی پلاسما وابسته است و این مهم به این دلیل است که طبق معادله (۱۵) دامنه تابع توزیع الکترون با افزایش پهنای موج الکترون پلاسما کاهش پیدا می‌کند و با کاهش پهنای موج الکترون پلاسما این دامنه افزایش می‌یابد، و افزایش در شدت باعث افزایش در نیروی پاندروموتیو و در نتیجه چگالی زمینه شامل بیشترین تغییرات می‌شود.

از شکل ۵ مشاهده می‌شود که افزایش در چگالی باعث افزایش در انرژی پتانسیل وارد آمده بر الکترون می‌شود، زیرا انرژی پتانسیل وابسته به تغییرات موج الکترونی پلاسما و همچنین وابسته به تمامی پارامترهای مطرح شده در بالا از جمله تغییرات پهنای باریکه اصلی، باریکه لیزر مختل شده و تغییرات تابع k_i می‌باشد.

در مقایسه با خودکانونی باریکه لیزر کمتر است؛ زیرا گرادیان ضریب شکست برای باریکه لیزر مختل شده کمتر از گرادیان ضریب شکست باریکه لیزر است. در شکل ۳ معادله (۲۷) به صورت عددی حل شده است. در شکل ۳ الف تغییر موج الکترونی پلاسما برای چگالی‌های مختلف رسم شده است. از آنجا که یک باریکه گوسی که از لحاظ زمانی متقارن است با سرعت $v_g \sim c$ در پلاسما منتشر می‌شود، می‌تواند در پشت سر خود موجی از نوسانات الکترونی پلاسما بر جای بگذارد. چون موج الکترون پلاسما حاصل تغییر در چگالی زمینه الکترون است در اینجا نیز به دلیل وابستگی تغییرات و تحول موج الکترون پلاسما به تغییرات ناشی از باریکه اصلی و باریکه لیزر مختل شده، افزایش در چگالی باعث افزایش در دنباله موج الکترون پلاسما می‌شود. در شکل ۳ ب این تغییر برای شدت‌های مختلف در نظر گرفته شده است. این مهم وابستگی شدیدی به شدت اولیه باریکه لیزر و دامنه باریکه لیزر مختل شده و باریکه اصلی دارد. از طرفی به دلیل تغییر پهنای باریکه لیزر مختل شده عامل نسبت به طور نوسانی تغییر پیدا خواهد کرد. بنابراین نیروی پاندروموتیو نسبت به صورت نوسانی کم و زیاد می‌شود. در نتیجه چگالی پلاسما، و در طی آن بسامد



شکل ۴. (الف) (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییر تابع توزیع چگالی بر حسب مسافت بهنجار شده ξ برای چگالی‌های مختلف، (ب) تغییر تابع توزیع چگالی بر حسب مسافت بهنجار شده ξ برای شدت‌های مختلف.



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات انرژی پتانسیل الکترون بر حسب مسافت بهنجار شده ξ برای چگالی‌های مختلف.

۶. نتیجه‌گیری

لیزر بیرون رانده شده و در نتیجه خودکانونی قوی‌تر می‌شود. در این کار ما با در نظر گرفتن تغییرات چگالی مشاهده کردیم که افزایش در چگالی حتی برای شدت‌های پایین‌تر خودکانونی را قوی‌تر کرده و همچنین انرژی پتانسیل وارد آمده بر الکترون، تابع طول موج نوسانات الکترونی پلاسما می‌باشد. بنابراین با در نظر داشتن عواملی که این طول موج نوسانات را افزایش دهد می‌توانیم این مقدار انرژی را افزایش دهیم. در طی جفت‌شدگی غیرخطی باریکه لیزر با باریکه لیزر مختل شده، موج الکترون پلاسما ایجاد می‌شود. دنباله این موج

در این کار با در نظر گرفتن اثرات غیرخطی پاندروموتیو و نسبت برهم‌کنش لیزر با پلاسما مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که از حل عددی پیدا است و در کارهای قبلی نشان داده شده است زمانی که برای باریکه لیزر اختلالی در نظر گرفته می‌شود افزایش در شدت باعث افزایش در خودکانونی باریکه لیزر می‌شود، زیرا افزایش در شدت باعث افزایش در نیروی پاندروموتیو می‌شود و بنابراین با افزایش در نیروی پاندروموتیو تعداد الکترون‌های بیشتری از ناحیه حضور

شدت بالاتر به سبب تأثیراتی که از پارامترهای بالا می‌گیرد
برای چگالی‌ها و شدت‌های بالاتر به دلیل افزایش در نیروی
پاندروموتیو تغییرات بیشتری دارد.

خودکانونی باریکه لیزر و باریکه لیزر مختل شده وابسته است
و برای چگالی‌ها و شدت‌های بالاتر به دلیل بارزتر شدن اثرات
غیرخطی بلندتر است. از طرفی دامنه تابع توزیع چگالی برای

مراجع

1. H Hora, *JOSA* **65** 8 (1975) 882.
2. S A Akhmanov, A P Sukhorukov, and R Khokhlov, *Physics-Uspekhi* **10** 5(1968) 609.
3. A Sharma, *et al.*, *Physics of Plasmas* (1994-present) **10** 10 (2003) 4079.
4. M S Sodha, A Sharma, and S K Agarwal, *Physics of Plasmas* (1994-present) **13** 8 (2006) 083105.
5. S Patil, *et al.*, *Applied Physics B* **111** 1 (2013) 1.
6. A Niknam, *et al.*, *Physics of Plasmas* (1994-present) **18** 11 (2011) 112305.