

## بررسی ترازهای چرخشی در ایزوتوپ ${}^20\text{Ne}$

نفسه روشن بخت و محمدرضا شجاعی

گروه هسته‌ای، دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای، دانشگاه صنعتی شاهرود

پست الکترونیکی: M.R.Shojaei@Shahroodut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۶/۲۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۷/۱۰/۰۶)

### چکیده

پدیده خوشه شدن در هسته‌ها به ویژه در هسته‌های سبک پدیده‌ای کاملاً متداول است؛ در حالی که مطالعه آن دشوار است. در این مقاله، ما با استفاده از یک مدل ساده، یعنی یک سیستم دو ذره‌ای (شامل یک هسته جادویی به همراه خوشه چرخان) با در نظر گرفتن پتانسیل‌های هسته‌ای هلمن و دنگ-فان، به بررسی ترازهای انرژی نوارهای چرخشی ایزوتوپ  ${}^20\text{Ne}$  با پارامترهای مثبت و منفی می‌پردازیم. بررسی‌ها نشان می‌دهد که ترازهای انرژی نوار چرخشی با پارامتر مثبت برای پتانسیل‌های مذکور تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد. اما در خصوص ترازهای چرخشی با پارامتر منفی، نتایج با استفاده از پتانسیل دنگ-فان نسبت به پتانسیل هلمن، تطابق بهتری با مقادیر تجربی دارد.

واژه‌های کلیدی: مدل خوشه‌ای، نوارهای چرخشی، ایزوتوپ  ${}^20\text{Ne}$ ، پتانسیل دنگ-فان و هلمن

### ۱. مقدمه

خوشه به معنای زیر ساختارهایی با موقعیت فضایی مشخص است که از نوکلئون‌هایی با همبستگی قوی تشکیل شده است [۱]. در واقع اساس مدل خوشه‌ای، بر این اصل است که درون هسته، ترکیباتی از نوکلئون‌ها وجود دارند که ضمن حفظ خود با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند. محاسن بررسی ساختار هسته در مدل خوشه‌ای، هنگامی مشخص می‌شود که حرکت نسبی بین خوشه‌ها، حالت اصلی حرکت هسته می‌شود [۲]. مقالات مروری متعدد اخیر نشان می‌دهند که آثار خوشه شدن، در هسته‌ها به ویژه در هسته‌های سبک‌تر اهمیت بیشتری دارد [۳-۷].

بر این اساس، برای بعضی هسته‌ها، با در نظر گرفتن انرژی مناسبی برای نوکلئون‌ها، می‌توان آنها را به عنوان خوشه‌های

یکی از راه‌های قابل قبول جهت بررسی ساختار هسته، مطالعه طیف انرژی آن است. از این رو، کلیه مدل‌های هسته‌ای سعی در پیش‌بینی دقیق‌تر ترازها و نیز سایر خواص هسته‌ای نظیر خواص الکترومغناطیسی، پهنای واپاشی ذره آلفا و غیره دارند. یکی از خصوصیات که در هسته‌های سبک نظیر  ${}^{16}\text{O}$  و  ${}^20\text{Ne}$  دارای اهمیت است، تراکم نوارهای چرخشی است که در طیف انرژی آنها دیده می‌شود. این مشاهدات به همراه واپاشی آلفا از این ترازها، بیانگر ساختار خوشه‌ای آن است.

ساختار خوشه‌ای در ساختارهای هسته‌ای بدین معنی است که در آن هسته به صورت ترکیبی از خوشه‌ها رفتار می‌کند و

انرژی محاسبه می‌شود. در بخش سوم نتایج برای دو پتانسیل هلمن و دنگ- فان به صورت جداگانه برای ایزوتوپ  ${}^2\text{Ne}$  محاسبه و با مقادیر تجربی مقایسه شده است. بخش چهارم نیز به جمع‌بندی مطالب اختصاص دارد.

## ۲. محاسبه ترازهای چرخشی ایزوتوپ ${}^2\text{Ne}$

در این مقاله، فرض بر این است که نوکلئون‌های ظرفیت بیرون از مغزه  ${}^{16}\text{O}$  که لزوماً در حالت پایه نیست، به صورت یک خوشه رفتار می‌کنند که می‌توانند ذره آلفا را تشکیل دهند. در اینجا با صرف نظر کردن از اثرات تبادل، دو هسته واقعی با خصوصیت آزاد بدون اختلال خواهیم داشت که می‌توانند دور یکدیگر چرخیده و حالت‌های نیمه مقید را به وجود آورند. این مدل برای بررسی ترازهایی که ساختار هسته‌ای ساده‌ای دارند، بسیار مناسب است.

توابع موج حالت‌های مقید و تشدید و نیز ترازهای انرژی که حرکت نسبی خوشه و مغزه را توصیف می‌کنند، از طریق حل معادله شرودینگر با انتخاب مناسبی از عدد کوانتوم اصلی  $N$  و تکانه زاویه‌ای مداری  $L$  به دست می‌آیند [۱۶]

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \psi_{N,L} = E_{N,L} \psi_{N,L}, \quad (1)$$

در این رابطه، پتانسیل ذره منفرد به صورت  $V(r) = V_N(r) + V_c(r)$  تعریف می‌شود که شامل پتانسیل مرکزی هسته‌ای و پتانسیل کولنی است. در اینجا برای هر ذره، توزیع بار به صورت یکنواخت کروی در نظر گرفته شده است.

از آنجایی که در یک سیستم دو ذره‌ای، متشکل از خوشه و مغزه، هر هسته به خوبی در مدل  $\text{Su}_3$  توصیف می‌شود، لذا می‌توان با استفاده از شرط وایدرموت<sup>۳</sup> بین مدل پوسته‌ای و مدل خوشه‌ای ارتباط برقرار کرد. به عبارت دیگر، در مدل پوسته‌ای بر اساس اصل طرد پاولی، هر تراز با تعدادی عدد کوانتومی مشخص می‌شود که نتیجتاً همان اعداد کوانتومی در توصیف مدل خوشه‌ای نیز باید به کار رود. این یک محدودیت ایجاد می‌کند که به عنوان شرط وایدرموت شناخته شده است [۱۷]

کوچک‌تر در هسته مادر در نظر گرفت. به عنوان مثال، هسته  ${}^2\text{Ne}$  را می‌توان متشکل از هسته  ${}^{16}\text{O}$  و یک خوشه آلفا دانست و یا هسته  ${}^8\text{Be}$  می‌تواند متشکل از دو ذره آلفا در نظر گرفته شود [۸]. ایزوتوپ  ${}^8\text{Be}$  تنها ایزوتوپی است که در حالت پایه به صورت ساختار آلفا- مزدوج، دیده می‌شود. در واقع ساختار خوشه‌ای در آستانه واپاشی خوشه و احتمالاً کمی پایین‌تر، دیده شود. بنابراین هسته با ساختار خوشه‌ای، می‌بایست انرژی قابل قبولی داشته باشد [۹]. به عنوان مثال ساختار خوشه‌ای  ${}^{12}\text{C} + \alpha$  در ایزوتوپ  ${}^{16}\text{O}$  در انرژی  $\text{MeV}$   $121/57 -$  دیده شده است و ایزوتوپ  ${}^2\text{Ne}$  نیز در انرژی  $\text{MeV}$   $4/73$  بالاتر از انرژی حالت پایه‌اش دارای ساختار خوشه‌ای  ${}^{16}\text{O} + \alpha$  است.

در هسته‌هایی که تعداد نوکلئون‌های آن در نزدیکی هسته‌هایی با دو عدد جادویی است، نوکلئون‌های ظرفیت می‌توانند همانند یک خوشه رفتار کنند که بیرون از هسته لایه‌ی پر می‌چرخد. این ساختار خوشه‌ای طیف‌های چرخشی مشخصه‌ای را ارائه می‌کند [۱۰-۱۳]. به عنوان مثال می‌توان این رفتار خوشه‌ای را در نزدیکی هسته‌های  ${}^{16}\text{O}$ ،  ${}^{40}\text{Ca}$  مشاهده کرد که در بخش‌های بعد مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

روش‌های نظری متعددی برای بررسی خوشه‌ها در هسته وجود دارد. یکی از این روش‌ها استفاده از معادلات فادیو است و در صورتی که خوشه‌ها هم‌پوشانی نداشته باشند، پاسخ‌های موفق‌تری ارائه می‌دهد [۱۴]. برای تحلیل خصوصیات تقارن حالت‌های خوشه‌ای نیز می‌توان از روش‌های نظریه گروه استفاده کرد [۱۵]. ولی برای بررسی ترازهای چرخشی که خوشه آنها به دور یک مغزه<sup>۱</sup> می‌چرخد استفاده از مدل‌های دو ذره‌ای مناسب‌تر است [۱۰].

در بخش دوم، با استفاده از مدل دو ذره‌ای و انتخاب پتانسیل جایگزیده مناسب، از طریق روش پارامتریک نیکوفور-یووارو<sup>۲</sup> به حل معادله شرودینگر پرداخته و معادله ویژه مقادیر

۱. Core

۲. Nikiforov-Uvarov method

۳. Wildermuth condition

که در این رابطه

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \frac{-\sqrt{2}\mu E_{nl}}{\alpha^2 \hbar^2} + \frac{\sqrt{2}\mu(A_\nu + A_\pi + A_0 A_1)}{\alpha^2 \hbar^2}, \\ \xi_2 &= \frac{\sqrt{2}\mu E_{nl}}{\alpha^2 \hbar^2} + \frac{\sqrt{2}\mu(-A_\nu - \alpha A_1 - \alpha A_0)}{\alpha^2 \hbar^2}, \\ \xi_3 &= \frac{-\sqrt{2}\mu E_{nl}}{\alpha^2 \hbar^2} + \frac{\sqrt{2}\mu \alpha A_1}{\alpha^2 \hbar^2} + l(l+1),\end{aligned}\quad (5)$$

است.

### ۳. نتایج و بحث

به عنوان مثال شهودی از نحوه عملکرد این مدل، ایزوتوپ  $^{20}\text{Ne}$  را به صورت دو ذره برهم‌کنشی شامل مغزه  $^{16}\text{O}$  و خوشه  $\alpha$  با اسپین صفر در نظر می‌گیریم. پایین‌ترین تراز فرضی، حالت پایه نوار چرخشی  $0^+$  است که در اینجا مشابه قرار گرفتن ۴ نوکلئون در پوسته  $1s-0d$ ،  $(2n_i + l_i = 2)$ ، نسبت به پوسته  $0s-0p$  است. این مورد معادل  $2N+L=8$  در رابطه (۲) می‌باشد. محاسبه نوارهای چرخشی با پارامتر منفی نیز با این فرض انجام می‌شود که سه نوکلئون در لایه  $1s-0d$  قرار داشته و یک نوکلئون به لایه بالاتر یعنی  $1p-0f$  می‌رود که منجر به شرط  $2N+L=9$  می‌شود. نوار چرخشی  $0^+$  شامل ترازهای  $0, 2, 4, 6, 8$  بوده درحالی‌که در ساختار نوار چرخشی  $0^-$  مقادیر ۷ و  $1, 3, 5$  است. بنابراین با در نظر گرفتن شرط وایدنر موت و به کمک رابطه (۴) ابتدا حالت پایه نوارهای چرخشی با پارامتر مثبت و منفی در چند حالت خاص از پتانسیل هسته‌ای (۳) محاسبه شده و سپس به محاسبه ترازهای چرخشی پرداخته‌ایم.

#### ۳.۱. پتانسیل هسته‌ای هلمن

پتانسیل هسته‌ای منتخب ما، این قابلیت را دارد که به راحتی با تغییر در پارامترهای هر پتانسیل می‌توان آن را به یک پتانسیل هسته‌ای دیگر تبدیل کرد. در اینجا، با در نظر گرفتن  $A_\nu = A_\pi = 0$  پتانسیل ما تبدیل به پتانسیل هسته‌ای یوکاوا به همراه پتانسیل کولنی یا همان پتانسیل هلمن خواهد شد. نوارهای چرخشی محاسبه شده در این حالت در شکل ۱ نشان داده شده است.

$$2N + L \geq \sum_{i=1}^{n_k} (2n_i + l_i), \quad (2)$$

زیرا اعداد کوانتومی نوکلئون‌های خوشه، وابسته به ساختار داخلی آن، در محاسبات وارد نمی‌شود. در رابطه فوق،  $L$  و  $N$  اعداد کوانتومی در توصیف هسته اصلی است و  $n_i$  و  $l_i$  اعداد کوانتومی اصلی و تکانه زاویه‌ای مداری نوکلئون‌هایی هستند که خوشه را تشکیل می‌دهند.  $n_k$  تعداد نوکلئون‌های خوشه است. لازم به ذکر است، حرکت نسبی با اعداد کوانتومی کوچک‌تر همان ممنوع پاولی است. در تأیید این مدل می‌توان به مطالعات اخیر هوریچی مبتنی بر روش گروه تشدید میکرورسکوپی (RGM) اشاره کرد که با تکیه بر آثار پادمتقارن سازی، نشان داد که نوکلئون‌های خوشه، اوربیتال‌های بالای سطح فرمی مغزه را اشغال می‌کنند [۱۸-۲۰].

پتانسیل هسته‌ای مورد استفاده در این مقاله، ترکیبی از پتانسیل تغییر شکل یافته‌ی هلمن و دنگ-فان است که به صورت زیر می‌باشد:

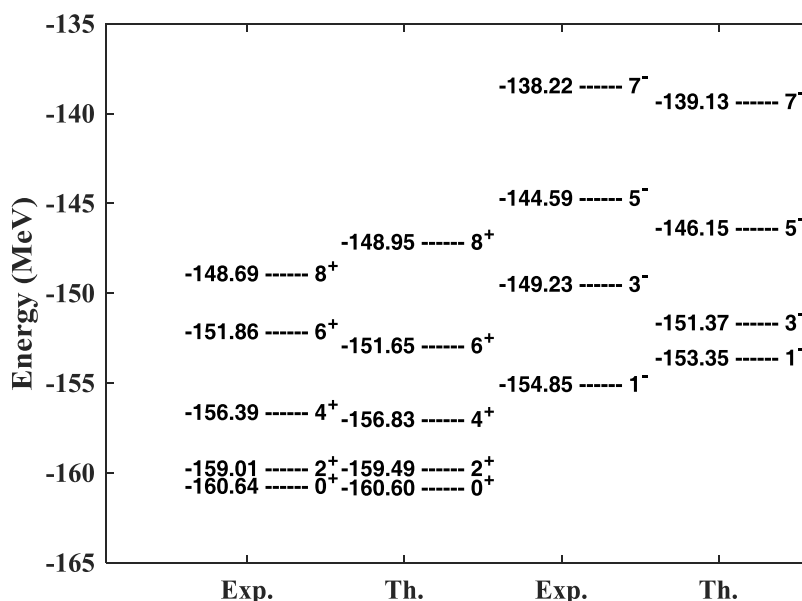
$$-A_0 e^{-\alpha r} + A_1 - \frac{A_\nu}{e^{-\alpha r} - 1} + \frac{A_\pi}{(e^{-\alpha r} - 1)^2}, \quad (3)$$

در این رابطه ضرایب  $A_0$  تا  $A_1$  بیانگر قدرت هر جمله از پتانسیل و  $\alpha$  کمیت غربالگری<sup>۱</sup> است. پتانسیل دنگ-فان موفقیت‌های خوبی در محاسبه‌ی طیف ارتعاشی مولکول‌های دو اتمی داشته است [۲۱] و به نظر می‌رسد، می‌تواند در توصیف هسته‌هایی با ساختار دو خوشه‌ای نیز مورد استفاده قرار گیرد. پتانسیل هلمن نیز ترکیبی از پتانسیل کولنی و پتانسیل هسته‌ای قوی یوکاوا است. بنابراین چنانچه نتایج نشان می‌دهد، پتانسیل فوق به خوبی قادر به توصیف طیف‌های چرخشی ایزوتوپ‌های هسته  $^{20}\text{Ne}$  است.

پس از جایگذاری پتانسیل مرکزی (۳) در معادله شرودینگر (۱) و حل آن از طریق روش پارامتریک نیکوفور-یووارو (NU) [۲۲-۲۴]، معادله ویژه مقادیر انرژی به دست می‌آید

$$\begin{aligned}-\frac{1}{4} + (2n+1)\left(\sqrt{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3} + \frac{1}{4} + \sqrt{\xi_3}\right) + \\ n(n-1) - \xi_2 + 2\xi_3 + 2\sqrt{\xi_3}\left(\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 + \frac{1}{4}\right) = 0,\end{aligned}\quad (4)$$

۱. The screening parameter



شکل ۱. مقایسه دو نوار چرخشی محاسبه شده با استفاده از پتانسیل هلمن برای ایزوتوپ  $^{20}\text{Ne}$  با مقادیر تجربی [۲۵-۲۷].

پس از انتخاب مقادیر فوق به محاسبه ترازهای دو نوار چرخشی با مشخصه  $K=0^{\pm}$  پرداخته‌ایم که نتایج در شکل ۲ نشان داده شده است. همان طور که در شکل نیز مشخص است، مقادیر محاسبه شده با پتانسیل دنگ-فان برای ترازهای نوار چرخشی  $0^+$  تطابق بهتری با مقادیر تجربی دارد. همچنین این پتانسیل به خوبی قادر به محاسبه تراز  $1^-$  و  $7^-$  از نوار چرخشی با پاریتته منفی نیز است.

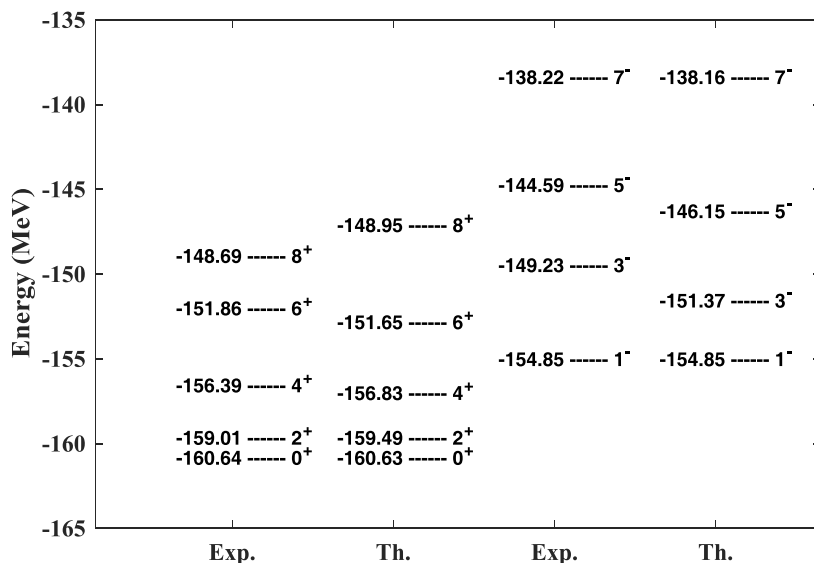
#### ۴. جمع بندی

مطالعه رفتار خوشه‌ای در هسته‌ها یکی از موضوعات جالب توجه در فیزیک هسته‌ای است. در هسته‌هایی که در نزدیکی اعداد جادویی قرار دارند، نوکلئون‌های ظرفیت می‌توانند به صورت خوشه رفتار کنند. به عنوان مثال ایزوتوپ  $^{20}\text{Ne}$  دارای ساختار خوشه ای  $^{16}\text{O}+\alpha$  است که در آن  $^{16}\text{O}$  یک هسته با دو عدد جادویی است. یکی از شواهد مهم برای اثبات ساختار خوشه ای ایزوتوپ  $^{20}\text{Ne}$ ، وجود نوارهای چرخشی با پاریتته مثبت و منفی است. در این مقاله با استفاده از پتانسیل ترکیبی دنگ-فان و هلمن، مقادیر ویژه انرژی محاسبه شدند. همچنین، ترازهای دو نوار چرخشی  $^{20}\text{Ne}$  در دو حالت خاص بررسی

عمق پتانسیل جاذبه برابر  $A_0=193/26 \text{ MeV}$  و قدرت قسمت دافعه برابر  $A_1=4/45 \text{ MeV}$  در نظر گرفته شده است. پارامتر غربالگری نیز  $\alpha=0/8 \text{ fm}^{-1}$  است. چنانچه در شکل مشخص است، پتانسیل هلمن به خوبی قادر به توصیف نوارهای چرخشی با پاریتته مثبت است ولی در توصیف ترازهای نوار چرخشی با پاریتته منفی، مقادیر محاسبه شده اندکی با مقادیر تجربی متفاوت است. به طوری که مقدار محاسبه شده برای تراز  $1^-$ ،  $1/50 \text{ MeV}$  بالاتر از مقدار تجربی و برای تراز  $7^-$  مقدار  $1/11 \text{ MeV}$  بالاتر است. برای تراز  $3^-$  و  $5^-$  مقادیر به دست آمده با مقادیر تجربی همخوانی خوبی دارد.

#### ۳. پتانسیل هسته ای دنگ-فان

با انتخاب پارامتر  $A_0=0$  پتانسیل هسته ای (۳) به پتانسیل هسته‌ای دنگ-فان به اضافه‌ی پتانسیل دافعه کولنی تبدیل خواهد شد. در اینجا قدرت پتانسیل کولنی برابر خواهد شد. قدرت هر یک از جملات جاذبه و دافعه هسته‌ای در پتانسیل دنگ-فان نیز برابر با  $A_1=25/32 \text{ MeV}$  است. قدرت هر یک از جملات جاذبه و دافعه هسته‌ای در پتانسیل دنگ-فان نیز برابر با  $A_2=155/35 \text{ MeV}$  و  $A_2=1/34 \text{ MeV}$  در نظر گرفته شده است. پارامتر غربالگری مشابه قسمت قبل برابر  $\alpha=0/8 \text{ fm}^{-1}$  است.



شکل ۲. مقایسه دو نوار چرخشی محاسبه شده با استفاده از پتانسیل دنگ-فان برای ایزوتوپ  $^{20}\text{Ne}$  با مقادیر تجربی [۲۷-۲۵].

ترازهای مذکور با استفاده از پتانسیل هلمن به ترتیب عبارتند از:  $153.35 \text{ MeV}$  و  $139.19 \text{ MeV}$ . به این ترتیب، بررسی‌ها نشان می‌دهد که محاسبات با استفاده از پتانسیل دنگ-فان در مقایسه با پتانسیل هلمن همخوانی بهتری با نتایج تجربی دارند.

شدند. مقادیر تجربی انرژی ترازهای  $1^-$  و  $7^-$  از نوار چرخشی، به ترتیب  $154.85 \text{ MeV}$  و  $138.22 \text{ MeV}$  است. نتایج محاسبات با استفاده از پتانسیل دنگ-فان به ترتیب  $154.85 \text{ MeV}$  و  $138.16 \text{ MeV}$  هستند در حالی که نتایج

## مراجع

1. N D Cook, "Models of the Atomic Nucleus. Unification Through a Lattice of Nucleons. 2", Springer (2010).
2. W von Oertzen, M Freer, and Y Kanada-En'yo, *Phys. Rep.* **432**, 2 (2006) 43.
3. J A Maruhn, M Kimura, S Schramm, P-G Reinhard, H Horiuchi, and A Tohsaki, *Phys. Rev. C* **74**, 4 (2006) 44311.
4. R K Gupta, S Kumar, M Balasubramaniam, G Müntzenberg, and W Scheid, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **28**, 4 (2002) 699.
5. N Zoghi-Foumani, M R Shojaei, and A A Rajabi, *Chin. phys. C* **41**, 1 (2017) 14104.
6. B Zhou, Z Ren, C Xu, Y Funaki, T Yamada, A Tohsaki, H Horiuchi, P Schuck, and G Röpke, *Phys. Rev. C* **86**, 1 (2012) 14301.
7. W Broniowski and E R Arriola, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 11 (2014) 112501.
8. A C Merchant and B Buck, *EPL (Europhys. Lett.)* **8**, 5 (1989) 409.
9. H Horiuchi and K Ikeda, *Prog. Theor. Phys.* **40**, 2 (1968) 277.
10. B Buck, A C Merchant, M J Horner, and S M Perez, *Phys. Rev. C* **61**, 2 (2000) 24314.
11. B Buck, A C Merchant, and S M Perez, *Few-Body*
12. B Buck, J C Johnston, A C Merchant, and S M Perez, *Phys. Rev. C* **52**, 4 (1995) 1840.
13. B Buck, C B Dover, and J P Vary, *Phys. Rev. C* **11**, 5 (1975) 1803.
14. M V Zhukov, B V Danilin, D Fedorov, J M Bang, I J Thompson, and J S Vaagen, *Phys. Rep.* **231**, 4 (1993) 15.
15. J Cseh and W Scheid, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **18**, 8 (1992) 1419.
16. A Kardan, *Iranian Journal of Physics Research* **17**, 4 (2017) 609.
17. N Takigawa and K Washiyama, "Fundamentals of Nuclear Physics", Springer (2015).
18. H Horiuchi, *J. Phys. Conf. Ser.* **863**, 1 (2017).
19. B Zhou, Y Funaki, H Horiuchi, Z Ren, G Röpke, P Schuck, A Tohsaki, C Xu, and T Yamada, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 26 (2013) 262501.
20. Y Kanada-En'yo and H Horiuchi, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **142** (2001) 205.
21. Z H Deng and Y P Fan, *J. Shandong University (Natural Science)* **1** (1957) 11.
22. M R Shojaei and N Roshanbakht, *Chin. J. Phys.* **53**, 7 (2015).

26. J B McGrory and B H Wildenthal, *Phys. Rev. C* **7**, 3 (1973) 974.
27. E N D File, B Part, and V Version, “*National Nuclear Data Center*”, *Brookhaven National Laboratory* (1990).
23. M Mousavi and M R Shojaei, *Commun. Theor. Phys.* **66**, 5 (2016) 483.
24. A F Nikiforov and V B Uvarov, “*Special Functions of Mathematical Physics*”, Springer (1988).
25. Y Akiyama, A Arima, and T Sebe, *Nucl. Phys. A* **138** (1969) 273.