

## تابع ترکش مزون B با در نظر گرفتن تصحیحات جرم مزون

مریم سلیمانی<sup>۱</sup> و سید محمد موسوی نژاد<sup>۲</sup>

۱. پژوهشکده ذرات و شتابگرها، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

۲. دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

پست الکترونیکی: mmoosavi@yazd.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۱۰/۲۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۷/۱۲/۲۲)

### چکیده

مطالعه مزون B (مزون با طعم کوارک باتم) در برخورد دهنده هادرونی بزرگ (LHC) از اهمیت خاصی برخوردار است به گونه‌ای که آشکارساز LHCb در سرن به مطالعه این دسته از مزون‌ها اختصاص داده شده است. به همین جهت در این مقاله به کمک داده‌های نابودی زوج الکترون-پوزیترون و در رهیافت پدیده‌شناسی به مطالعه فرایند تولید این مزون می‌پردازیم. به منظور این هدف به محاسبه تابع ترکش این مزون پرداخته و مقدار آن را تا مرتبه دوم اختلال در نظریه QCD تعیین می‌کنیم و برای اولین بار اثر جرم مزون را در محاسبات وارد خواهیم کرد. جهت انجام این محاسبه از برازش کلیه داده‌های آزمایشگاهی موجود از گروه‌های ALEPH، OPAL، SLD2002 و DELPHI استفاده می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهند که اثر جرم مزون نقش بسزایی در تصحیح توابع ترکش به خصوص در مقادیر کوچک پارامتر ترکش دارد.

واژه‌های کلیدی: تابع ترکش، مزون B، نابودی الکترون-پوزیترون

### ۱. مقدمه

حاضر نمی‌توان از نظریه QCD اختلالی برای توصیف این فرایندهای هادرونی استفاده کرد. به همین جهت از توابع غیراختلالی ترکش<sup>۱</sup> برای توصیف این بخش از فرایندهای پراکندگی استفاده می‌شود. در واقع، توابع ترکش بیانگر بخش غیراختلالی گذار پارتون به هادرون بوده و به چگالی احتمال تولید هادرون از پارتون اولیه اشاره دارند. از مهم‌ترین ویژگی‌های توابع ترکش، جهانی بودن آنها است به این معنی که احتمال ترکش به دست آمده مستقل از نوع فرایند تولید پارتون اولیه است. لذا می‌توان از آزمایش‌هایی که دقیق‌ترین و بیشترین داده‌های تجربی برای آنها وجود دارد جهت

مشاهده‌پذیرهایی مانند سطح مقطع فرایندهای پراکندگی و نرخ واپاشی یک ذره از جمله کمیت‌های مهم آزمایشگاهی هستند که در برخورد دهنده‌های هادرونی مطالعه می‌شوند. در محاسبه نظری هر یک از این کمیت‌ها در فرایندهایی که محصول نهایی آنها شامل یک یا چند هادرون (شامل مزون یا باریون) خروجی است به سازوکاری جهت توصیف چگونگی تبدیل پارتون‌های رنگ‌دار (کوارک‌ها و گلوئون) به هادرون‌های مشاهده‌پذیر نیاز است. از آنجایی که فرایند تولید هادرون از پارتون در انرژی پایین رخ می‌دهد لذا در حال

۱. Non-perturbative fragmentation function

در محاسبات تئوری متغیری است. در رابطه (۱)،  $X$  نماینده هر محصول نهایی به غیر از مزون  $B$  است. جهت محاسبه سطح مقطع پراکندگی (۱) در مدل پارتونی و در چارچوب QCD اختلالی از قضیه جداسازی<sup>۱</sup> به شکل زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{d\sigma(x_B, s)}{dx_B} = \sum_{i=q, g} \int_0^1 \left( \frac{dx_i}{x_i} \right) \frac{d\hat{\sigma}}{dx_i}(x_i, \mu) D_i^B \left( \frac{x_B}{x_i}, \mu \right), \quad (2)$$

اثبات این رابطه در بخش ۵ ارائه خواهد شد. همچنین در آنجا نشان خواهیم داد که این رابطه در حضور جرم مزون چگونه باید اصلاح شود.

در رابطه (۲) با صرف نظر از جرم کوآرک‌ها و مزون متغیرهای بهنجار شده  $x_i = \sqrt{2}E_i/\sqrt{s}$  و  $x_B = \sqrt{2}E_B/\sqrt{s}$ ، به ترتیب، متناسب با کسری از انرژی برخورد ( $s = Q^2$ ) هستند که توسط پارتون  $i$  (کوآرک یا گلوئون) و هادرون نهایی  $B$  حمل می‌شوند. همچنین، پارامتر  $\mu$  مقیاس تولید مزون  $B$  است که مقدار آن تابع فرایند بوده و به طور مناسب انتخاب می‌شود. در مورد مقدار انتخابی این سنجه، در ادامه توضیح خواهیم داد. در رابطه (۲)،  $(i = g, u, \bar{u}, \dots, b, \bar{b})$  ضرایب ویلسون مربوط به سطح مقطع تولید پارتونی  $(+g) \rightarrow i\bar{i}$  بوده که مقادیر تحلیلی آنها در نظریه QCD اختلالی قابل محاسبه هستند. سهم گلوئون در محاسبه سطح مقطع پارتونی از مرتبه دوم اختلال وارد خواهد شد. در این مقاله، همانند مرجع [۷] از رهیافت بدون جرم کمک می‌گیریم که در آن از جرم کلیه کوآرک‌ها و مزون خروجی صرف نظر می‌شود. در این رهیافت و تا مرتبه دوم اختلال، ضرایب ویلسون با روابط زیر مشخص می‌شوند [۱۳ و ۱۴]:

$$\frac{d\sigma_{q_i}}{dx_q}(x_q, \mu) = N_c \sigma_0 (V_{q_i}^\gamma + A_{q_i}^\gamma) \left\{ \delta(1-x_q) + \frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi} \left[ P_{q \rightarrow q}^{(\circ, T)}(x_q) \ln \frac{s}{\mu^2} + C_q(x_q) \right] \right\}, \quad (3)$$

$$\frac{d\sigma_g}{dx_g}(x_g, \mu) = 2N_c \sigma_0 \sum_{i=1}^{n_f} (V_{q_i}^\gamma + A_{q_i}^\gamma) \left[ \frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi} \left[ P_{q \rightarrow g}^{(\circ, T)}(x_g) \ln \frac{s}{\mu^2} + C_g(x_g) \right] \right]$$

استخراج توابع ترکش کمک گرفت و سپس توابع ترکش به دست آمده را در هر فرایند دیگر به کار گرفت.

در سال‌های اخیر مطالعات گسترده‌ای توسط گروه‌های نظری برای محاسبه توابع ترکش هادرون‌های سبک و سنگین انجام شده است [۱-۶]. پیش از این در مراجع [۷ و ۸] با برازش طیف انرژی مزون  $B$  اندازه‌گیری شده توسط گروه‌های ALEPH، OPAL و SLD [۹-۱۱] در نابودی زوج الکترون-پوزیترون، تابع ترکش مزون  $B$  تا مرتبه اول و دوم اختلال محاسبه شده است. اخیراً، داده‌های جدیدی برای تولید مزون  $B$  توسط گروه DELPHI [۱۲] با دقت بالاتر گزارش شده است. این داده‌ها امکان تعیین دقیق‌تر توابع ترکش را فراهم می‌کنند. در این مقاله، ابتدا به پیروی از مرجع [۷] با صرف نظر از جرم پارتون‌ها و مزون خروجی و با استفاده از داده‌های فرایند نابودی زوج الکترون-پوزیترون از گروه‌های OPAL، ALEPH، SLD2002 و DELPHI تابع ترکش مزون  $B$  را در مرتبه دوم اختلال تعیین خواهیم کرد و نتایج را با مرجع [۷] مقایسه خواهیم کرد. نکته جدید در این بخش از محاسبات، استفاده از داده‌های بسیار جدید گروه DELPHI است. در ادامه و برای اولین بار اثر جرم مزون را در محاسبات وارد کرده و نشان خواهیم داد که این تصحیح تا چه حد نتایج قبلی را بهبود خواهد بخشید. خواهیم دید که تصحیح جرمی مقدار انحراف بهنجار شده به خطا  $(\chi^2/\text{d.o.f})$  را از ۱،۸۰ به ۱،۵۹ کاهش داده و به برازش بهتر داده‌های آزمایشگاهی منجر می‌شود. همچنین مقادیر تئوری به دست آمده برای نسبت شاخه‌ای و کسر انرژی میانگین حمل شده توسط مزون به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌تر خواهند شد.

## ۲. تولید مزون $B$ در برخورد الکترون-پوزیترون

از میان کلیه فرایندهای فیزیکی موجود، فرایند نابودی زوج

$$e^-e^+ \rightarrow (Z, \gamma^*) \rightarrow i\bar{i} \rightarrow B+X, \quad (1)$$

که از طریق فوتون مجازی یا بوزون  $Z$  رخ دهد، بهترین فرایند ممکن در تعیین تابع ترکش غیراختلالی مزون  $B$  است؛ چرا که اولاً دقیق‌ترین و بیشترین داده‌های تجربی برای آنها موجود است و ثانیاً حضور کمیت‌های غیراختلالی دیگر مانند تابع توزیع پارتون‌ها (که در برخورد پروتون-پروتون یا الکترون-پروتون ظاهر می‌شوند)

۱. Factorization theorem

سایر پارتون‌ها مقدار صفر را انتخاب می‌کنیم.

### ۳. داده‌های آزمایشگاهی و شکل پدیده شناسی تابع ترکش در برازش

در این بخش ابتدا داده‌های آزمایشگاهی استفاده شده در برازش کلی را معرفی کرده سپس شکل پارامتری به کار گرفته شده برای تابع ترکش در مقیاس اولیه انرژی را معرفی خواهیم کرد.

در این مقاله از برازش کلی بر روی همه داده‌های موجود در تولید مزون B در فرایند فراگیر نابودی الکترون-پوزیترون در مرتبه NLO استفاده می‌کنیم. داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده در این برازش توسط گروه [۱۰] SLD در SLAC و گروه‌های ALEPH، DELPHI و OPAL [۹، ۱۱ و ۱۲] در CERN گزارش شده‌اند. آزمایش‌های مربوط به این داده‌ها در مقیاس انرژی ۹۱٫۲ GeV (مقیاس رزونانس بوزون Z) صورت گرفته‌اند. از بین این داده‌ها جدیدترین داده مربوط به گروه DELPHI است که تاکنون در محاسبه تابع ترکش مزون B استفاده نشده است و برای اولین بار در این برازش به کار گرفته می‌شود و نتایج تحلیل‌های قبلی نیز بروز خواهند شد. همه این داده‌ها از نوع سطح مقطع دیفرانسیلی بهنجار شده به سطح مقطع کل  $(1/\sigma_{tot} \times d\sigma/dx_B)$  هستند.

همان طور که پیشتر اشاره شد هدف ما در این مقاله انجام برازش در دو حالت می‌باشد. در حالت اول با به کارگیری داده‌های معرفی شده و بدون در نظر گرفتن جرم مزون B تابع ترکش را از طریق برازش تعیین خواهیم کرد و در ادامه با استفاده از داده‌های مشابه ولی با در نظر گرفتن اثر جرم مزون B ( $m_B = 5,279 \text{ GeV}$ ) تابع ترکش را استخراج خواهیم کرد. محاسبات در هر دو حالت تا مرتبه NLO انجام خواهند شد.

در جدول ۱ اطلاعات مربوط به هر دسته داده از جمله مقیاس انرژی، تعداد داده‌ها و همچنین انحراف بهنجار شده به خطا در مرتبه دوم اختلال در حالت بدون جرم آورده شده است. به منظور اجتناب از رفتارهای پارامتری تابع ترکش در Z های کوچک، برخی از داده‌ها را در این ناحیه حذف می‌کنیم.

که در آن  $P_{a \rightarrow b}^{(\circ, T)}$  توابع شکافتگی شبه-زمانی<sup>۱</sup> در مرتبه اول اختلال هستند که به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۵-۱۷]:

$$P_{q \rightarrow q}^{(\circ, T)}(y) = C_F \left[ \frac{3}{2} \delta(1-y) + \frac{1+y^2}{(1-y)_+} \right], \quad (4)$$

$$P_{q \rightarrow g}^{(\circ, T)}(y) = C_F \frac{1+(1-y)^2}{y}.$$

و ضرایب  $C_q(y)$  و  $C_g(y)$  در رابطه (۳) عبارتند از:

$$C_q(y) = C_F \left[ \left( -\frac{9}{2} + \frac{2}{3} \pi^2 \right) \delta(1-y) - \frac{3}{2} \left( \frac{1}{1-y} \right)_+ + 2 \left[ \frac{\ln(1-y)}{1-y} \right]_+ + \frac{5}{2} - \frac{3}{2} y + 4 \left[ \frac{\ln y}{1-y} - (1+y) [2 \ln y + \ln(1-y)] \right], \quad (5)$$

$$C_g(y) = C_F \frac{1+(1-y)^2}{y} [2 \ln y + \ln(1-y)], \quad (6)$$

که  $C_F = \frac{4}{3}$  فاکتور رنگ به ازای  $N_c = 3$  بوده و  $\sigma_0 = 4\pi\alpha^2 / (3s)$  سطح مقطع فرایند  $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$  است. در رابطه (۳)،  $V_{q_i}^2$  و  $A_{q_i}^2$  جفت شدگی‌های برداری و برداری-محوری موثر کوارک  $q_i$  با فوتون و بوزون Z هستند که در مرجع [۱۳ و ۱۴] داده شده‌اند. به پیروی از مرجع [۷] و جهت حذف جملات لگاریتمی  $\ln(s/\mu^2)$  مقدار پارامتر  $\mu$  (مقیاس تولید هادرون B) در رابطه (۲) را به طور قراردادی برابر با  $\mu = \sqrt{s}$  انتخاب می‌کنیم.

در قضیه جداسازی (رابطه (۲))،  $D_q^B(z, \mu)$  تابع ترکش کوارک q به مزون B در مقیاس انرژی  $\mu$  بوده که به احتمال تولید مزون از کوارک والد اشاره می‌کند و  $z = x_B/x_q$  (پارامتر ترکش) بیانگر کسر انرژی منتقل شده از کوارک q به مزون B است. در نظریه QCD وابستگی توابع ترکش به پارامتر ترکش z به طور تحلیلی قابل محاسبه نیست. البته اگر شکل تابعی آنها در مقیاس اولیه  $\mu_0$  داده شده باشد می‌توان به کمک معادلات تحول DGLAP [۱۵-۱۷] مقدار آنها را در مقیاس‌های بالاتر انرژی تعیین کرد. در این مقاله و پیرو مرجع [۷] مقدار  $\mu_0 = m_b$  را برای کوارک‌های  $q = b, \bar{b}$  در نظر گرفته و برای

۱. Time-like splitting functions

جدول ۱. داده‌های آزمایشگاهی استفاده شده در تحلیل برای محاسبه توابع ترکش مزون B و مقادیر  $\chi^2$  در برازش، بدون در نظر گرفتن اثر جرم مزون در محاسبات. مقیاس انرژی داده‌ها  $s = M_Z = 91/2 \text{ GeV}$  است.

$\chi^2$	تعداد داده‌ها	داده‌های آزمایشگاهی
۱۹,۰۲۸	۱۸	ALEPH [۹]
۸,۱۷۰	۸	DELPHI [۱۲]
۴۱,۹۴۳	۱۵	OPAL [۱۱]
۳۱,۹۳۲	۱۸	SLD [۱۰]
۱۰۱,۰۷۳	۵۹	Total
۱,۸۰		$\chi^2 / d.o.f$

با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی فرایند نابودی الکترون-پوزیترون به برازش این فرم پارامتری و استخراج پارامترهای آزاد آن می‌پردازیم. توان  $\alpha_i$  که مربوط به جمله  $Z$  می‌شود، نواحی  $Z$  های کوچک را کنترل می‌کند و توان  $\beta_i$  که مربوط به جمله  $(1-Z)$  می‌شود نواحی  $Z$  های بزرگ را کنترل می‌کند. مقیاس اولیه انرژی را برابر با جرم کوارک باتم ( $4/5 \text{ GeV}$ ) در نظر می‌گیریم که برابر با حداقل انرژی لازم جهت تولید کوارک باتم در فرایند نابودی زوج است. در این مقیاس انرژی، ترکش کوارک باتم به صورت رابطه (۷) تعریف می‌شود که توصیف کننده گذار کوارک  $b/\bar{b}$  به مزون B می‌باشد و برای بقیه کوارک‌ها و همچنین گلوئون، تابع ترکش در مقیاس اولیه صفر در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از معادلات تحول توابع ترکش هر یک از کوارک‌های سبک، سنگین و گلوئون در انرژی‌های بالاتر سهمی را دریافت خواهند کرد.

پس از انجام بهترین برازش، مقادیر پارامترهای آزاد مدل ساده توانی برای حالتی که در آن از جرم مزون صرف نظر شده است در جدول ۲ گزارش شده‌اند. در ادامه، روش تعیین مقدار  $\chi^2 / d.o.f$  را توضیح خواهیم داد.

#### ۴. محاسبه انحراف بهنجار شده به خطا ( $\chi^2$ ) در رهیافت هسیان

پارامترهای آزاد در توابع ترکش مزون B که در رابطه (۷)

داده‌های حذف شده از گروه ALEPH در ناحیه  $z < 0/25$ ، از گروه DELPHI در ناحیه  $z < 0/36$ ، از گروه OPAL در ناحیه  $z < 0/28$  و از گروه SLD در ناحیه  $z < 0/325$ ، داده‌های به کار گرفته شده در این برازش در ناحیه  $Z$  های بالا، برشی صورت نگرفته است. بنابراین تعداد کل داده‌های به کار گرفته شده در این محاسبات پس از اعمال برش ۵۹ داده است. در مرحله اول، این تحلیل در رهیافت بدون جرم با تعداد طعم متغیر (ZM-VFNs) انجام شده است که در آن تعداد طعم فعال  $n_f = 5$  در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به این که توابع ترکش مربوط به بخش غیراختلالی فرایند هستند لذا جهت محاسبه آنها در روش‌های پدیده‌شناسی، ابتدا یک شکل پارامتربندی در مقیاس اولیه برای آنها در نظر گرفته می‌شود و سپس با کمک داده‌های آزمایشگاهی موجود و معادلات تحول DGLAP [۱۷-۱۵] پارامترهای این توابع در مقیاس اولیه ترکش تعیین می‌شوند. آنگاه با استفاده از معادلات تحول می‌توان این توابع را در مقیاس‌های دیگر انرژی استخراج کرد.

در این مقاله، توابع ترکش مزون B در مقیاس اولیه انرژی ( $\mu_0$ ) و در مرتبه NLO به صورت زیر پارامتری می‌شوند:

$$D_i^H(z, \mu_0^2) = N_i z^{\alpha_i} (1-z)^{\beta_i} \quad (7)$$

این انتخاب "مدل ساده توانی" نامیده می‌شود که از آن برای هر دو حالت مزون جرم‌دار و بدون جرم استفاده خواهیم کرد. سپس

۱. Zero-mass variable-flavor-number-scheme (ZM-VFNs)

جدول ۲. پارامترهای محاسبه شده در رابطه (۷) مربوط به تولید مزون B از کوارک  $b/\bar{b}$  در مرتبه NLO، بدون در نظر گرفتن اثرات جرم مزون.

$\beta$	$\alpha$	$N$	پارامترهای تابع ترکش
۲,۶۶۳	۱۶,۹۳۳	۵۰۶۳,۰۲	مرتبه NLO و بدون در نظر گرفتن جرم مزون

## ۵. اثر جرم مزون B

از میان تمام گروه‌های پژوهشی که روی توابع ترکش کار کرده‌اند تنها گروهی که اثر جرم را در محاسبه تابع ترکش در نظر گرفته است گروه  $AKK^1$  و  $KKSS^2$  از DESY است که در محاسبه توابع ترکش مزون‌های سبک (شامل پیون، کایون و پروتون) [۱۹] و مزون سنگین D (مزون شامل کوارک چارم) [۲۰] اثر جرم هادرونها را اعمال کرده است. تاکنون در هیچ مرجعی اثر جرم در محاسبه تابع ترکش مزون B وارد نشده است. در این بخش نشان خواهیم داد که چگونه اثر جرم مزون در رابطه سطح مقطع نابودی زوج الکترون-پوزیترون (قضیه جداسازی (۲)) و در نتیجه در محاسبه تابع ترکش وارد می‌شود. تفاوت اساسی روش ما با مراجع [۱۹] و [۲۰] در این است که به دلیل نوع داده‌های به کار برده شده در این مراجع، نویسندگان از متغیر سنج  $x_p = 2|\vec{p}|/\sqrt{s}$  استفاده کرده‌اند که در آن  $|\vec{p}|$  به بردار تکانه هادرون تولید شده اشاره دارد در حالی که در این مقاله به دلیل نوع داده‌های به کار برده شده، از سنج  $x_H = 2E_H/\sqrt{s}$  استفاده کرده‌ایم که در آن  $E_H$  به انرژی هادرون تولید شده اشاره دارد. بنابراین قضیه جداسازی اصلاح شده در حضور جرم مزون در این مقاله (رابطه ۲۱) از نتیجه به دست آمده در مراجع مذکور متفاوت است. برای توضیح روند کار، ابتدا مروری خواهیم داشت بر قضیه جداسازی (۲) و متغیرهای سینماتیکی که برای آن تعریف شده است. فرایند نابودی زوج

$$e^-e^+ \rightarrow Z/\gamma^*(q) \rightarrow i(p_i)\bar{i}(\bar{p}_i) \rightarrow B(p_B) + X, \quad (9)$$

را در نظر بگیرید که در آن چار- تکانه ذرات نیز نشان داده شده‌اند و  $q^2 = s$  انرژی برخورد در دستگاه مرکز جرم است. با صرف نظر از جرم مزون و پارتون‌های تولید شده، در چار-

معرفی شده‌اند توسط کمینه کردن تابع  $\chi^2$  برای سطح مقطع دیفرانسیلی تعیین می‌شوند. برای محاسبه این تابع، پیشگویی‌های نظری مدل ما در همان Z و در همان انرژی داده آزمایشگاهی باید تعیین شوند که این کار به کمک معادلات تحول DGLAP انجام می‌شود.

در فرایند تحلیل، هریک از دسته داده‌های آزمایشگاهی دارای یک مقدار  $\chi^2$  مخصوص به خود هستند که از رابطه زیر تعیین می‌شوند [۳-۵]:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \left( \frac{E_j - T_j}{\sigma_j^E} \right)^2, \quad (8)$$

در این رابطه  $E_j$  و  $T_j$  به ترتیب مقادیر تئوری و آزمایشگاهی کمیت  $(d\sigma/dx_B)(1/\sigma_{tot})$  مربوط به فرایند نابودی زوج الکترون-پوزیترون هستند. همچنین مقدار خطای کل محاسبه شده مربوط به داده‌های آزمایشگاهی است به طوری که این کمیت شامل هم خطاهای سیستماتیک و هم آماری داده‌ها می‌شود:  $(\sigma_j^E)^2 = (\sigma_j^{sys})^2 + (\sigma_j^{stat})^2$ . مقادیر خطا توسط گروه‌های مختلف آزمایشگاهی (ALEPH, DELPHI, SLD و OPAL) گزارش شده است. در رابطه (۸)، k تعداد کل داده‌های تجربی مربوط به یک گروه است. بهینه‌سازی نیز توسط برنامه MINUIT سرن [۱۸] انجام می‌شود. همان گونه که در جدول ۱ گزارش شده است، مقدار به دست آمده برای  $\chi^2/d.o.f$  در مرتبه NLO برای حالتی که در آن از جرم مزون صرف نظر شده است برابر با  $\chi^2_{NLO}/d.o.f = 1/80$  است. همچنین در جدول

۱ مقدار  $\chi^2$  مربوط به هریک از دسته داده‌های آزمایشگاهی گزارش شده است. در بخش بعد نشان خواهیم داد که با در نظر گرفتن جرم مزون در محاسبات، مقدار  $\chi^2$  کاهش خواهد یافت و برازش بهتری صورت خواهد گرفت.

۱. Albino-Kniehl-Kramer

۲. Kniehl-Kramer-Schienbein-Spiesberger

از چارچوب مخروط نوری که در آن چار- بردار  $V$  به صورت  $V = (V^+, V^-, \vec{V}_T)$  تعریف می‌شود، استفاده کرد. در این چارچوب، مؤلفه‌های ۴- بردار عبارتند از  $V^\pm = (V^0 \pm V^3) / \sqrt{2}$  و  $\vec{V}_T = (V^1, V^2)$ . در چارچوب مخروط نوری، چار- بردار تکانه ذرات در برهم‌کنش  $e^- e^+$  رابطه (۹) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$q = \left( \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{2}}, \vec{0} \right), \quad p_B = (\sqrt{2}E_B, \vec{0}, \vec{0}), \quad (14)$$

$$p_i = (\sqrt{2}E_i, \vec{0}, \vec{0}),$$

بنابراین در غیاب جرم مزون، متغیر  $x_B = \sqrt{2}E_B / \sqrt{s}$  چارچوب مختصات نوری به صورت  $x_B = p_B^+ / q^+$  در می‌آید. بنابراین در چارچوب مختصات نوری و در حضور جرم هادرون متغیر  $\eta = p_B^+ / q^+$  را تعریف می‌کنیم که با صرف نظر از جرم مزون همان متغیر  $x_B$  خواهد شد. از آنجایی که متغیر  $\eta$  تحت انتقال در جهت تکانه فضایی مزون (محور  $Z$ ) ناوردای لورنتس است بنابراین متغیر مناسب‌تری برای مطالعه اثرات جرم مزون است. اکنون می‌توان تکانه مزون خروجی را به صورت زیر نوشت:

$$p_B = (p_B^+, p_B^-, \vec{p}_T) = (\eta q^+, p_B^-, \vec{p}_T) \quad (15)$$

$$= \left( \eta \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{2}}, p_B^-, \vec{0} \right),$$

با در نظر گرفتن تعریف ضرب داخلی چار- بردارها در دستگاه مختصات نوری  $(V \cdot V = \sqrt{2}V^+V^- - V_T^2)$  و از آنجایی که  $p_B^+ = m_B^+$ ، تکانه مزون به صورت زیر بیان می‌شود:

$$p_B = \left( \eta \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{2}}, \frac{m_B^+}{\eta \sqrt{2}s}, \vec{0} \right), \quad (16)$$

اکنون به عنوان تعمیمی از حالت بدون جرم، سطح مقطع در مختصات جدید با جایگزینی  $\eta (= p_B^+ / q^+)$  و  $x_B \rightarrow \eta (= p_B^+ / q^+)$  در رابطه (۱۳) به صورت زیر به دست می‌آید

$$\frac{d\sigma}{d\eta}(\eta, s) = \sum_i \int \frac{dy_i}{\eta} \frac{d\hat{\sigma}_i}{y_i} D_i^B \left( \frac{\eta}{y_i}, \mu^2 \right), \quad (17)$$

چوب مرکز جرم تکانه ذرات به صورت زیر بیان می‌شود:

$$q = (\sqrt{s}, \vec{0}), \quad p_i = (E_i, \vec{0}, E_i), \quad p_B = (E_B, \vec{0}, E_B), \quad (10)$$

که در نوشتن چار- تکانه‌های فوق فرض کردیم که پارتون‌های  $i$  و  $\bar{i}$  و مزون تولیدی در راستای محور  $Z$  حرکت می‌کنند. با در نظر گرفتن تعریف سطح مقطع، می‌توان نوشت:

$$d\sigma(x_B, s) = \sum_{i=u,d,s,\dots} \int dz d\hat{\sigma}_i(\mu_R^2, \mu_F^2) | \quad (11)$$

$$E_i = E_B / z D_i^B(z, \mu_F^2),$$

که  $d\hat{\sigma}_i$  ضرایب ویلسون در سطح پارتونی بوده و  $D_i^B(z, \mu_F^2)$  تابع ترکش پارتون  $i$  به مزون  $B$  در مقیاس جداسازی  $\mu_F$  است. اینجا  $\mu_F = \sqrt{2}E_B / \sqrt{s}$  است.  $x_B = \sqrt{2}p_B \cdot q / q^2 = \sqrt{2}E_B / \sqrt{s}$  به کسر بهنجار شده انرژی مزون خروجی اشاره دارد و  $z = E_B / E_i$  همان پارامتر ترکش است. همچنین مقیاس بازبهنجارش است که عموماً مقدار آن با مقدار مقیاس جداسازی برابر در نظر گرفته می‌شود:  $\mu_R = \mu_F = \mu$ .

از آنجایی که مشاهده‌پذیر آزمایشگاهی  $d\sigma / dx_B$  است با تعریف  $x_i = \sqrt{2}p_i \cdot q / q^2 = \sqrt{2}E_i / \sqrt{s}$  می‌توان نوشت

$$\frac{d\sigma}{dx_B}(x_B, s) = \sum_{i=u,d,s,\dots} \int dz \frac{d\hat{\sigma}_i}{dx_i} \frac{dx_i}{dx_B} D_i^B \left( \frac{x_B}{x_i}, \mu^2 \right), \quad (12)$$

با در نظر گرفتن تعریف  $x_i = x_B / z$  داریم:  $dx_i / dx_B = 1 / z$  همچنین با تثبیت  $x_B$  می‌توان نوشت  $dz / z = -dx_i / x_i$  به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{d\sigma}{dx_B}(x_B, s) = \sum_{i=u,d,s,\dots} \int_{x_B} \frac{dx_i}{x_i} \frac{d\hat{\sigma}_i}{dx_i} D_i^B \left( \frac{x_B}{x_i}, \mu^2 \right), \quad (13)$$

این همان رابطه قضیه جداسازی است که در بخش ابتدایی این مقاله مورد استفاده قرار گرفت (رابطه (۲)). در معادله بالا  $\sqrt{\rho_B^2} \leq x_B \leq 1$  که در آن  $\rho_B = \sqrt{2}m_B / \sqrt{s}$  کمینه انرژی لازم جهت تولید مزون خروجی است. اگر از جرم مزون صرف نظر کنیم، داریم  $0 \leq x_B \leq 1$ . در اثبات قضیه جداسازی (۱۳) از جرم مزون و پارتون‌ها در تعریف متغیرهای سنجه  $x_i$  و  $x_B$  صرف نظر کردیم. جهت اعمال اثر جرم مزون مناسب است که

جدول ۳. داده‌های آزمایشگاهی استفاده شده در تحلیل محاسبه توابع ترکش مزون B و مقدار  $\chi^2$  در حضور جرم مزون در مقیاس انرژی  $M_Z$ .

$\chi^2$	تعداد داده‌ها	داده‌های آزمایشگاهی
۱۷,۴۵۵	۱۸	ALEPH [۹]
۸,۸۸۱	۸	DELPHI [۱۲]
۳۶,۳۵۰	۱۵	OPAL [۱۱]
۲۶,۴۲۷	۱۸	SLD [۱۰]
۸۹,۱۱۳	۵۹	Total
۱,۵۹		$\chi^2 / d.o.f$

برابر با  $\chi^2_{NLO} / d.o.f = 1/59$  است که کاهش مقدار آن نسبت به مقدار  $\chi^2_{NLO} / d.o.f = 1/80$  (برای حالتی که از جرم مزون صرف نظر شده است) حاکی از سازگاری بهتر نتایج تئوری با داده‌های آزمایشگاهی است. همچنین در جدول ۳ مقدار  $\chi^2$  مربوط به هریک از دسته داده‌های آزمایشگاهی در حالت جدید گزارش شده است. نتایج حاصله برای پارامترهای آزاد مدل توانی (۷) برای حالتی که در آن جرم مزون لحاظ شده است در جدول ۴ گزارش شده‌اند.

### ۶. بررسی کیفیت برازش

در این بخش جهت بررسی کیفیت نتایج تحلیل تابع ترکش کوآرک باتم به مزون B در مرتبه دوم اختلال، نتایج مدلمان را با جدیدترین مدل نظری مطالعه شده در مرتبه دوم اختلال توسط گروه KKSS [۷] و همچنین با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه خواهیم کرد. در شکل ۱ با استفاده از توابع ترکش محاسبه شده رابطه (۷) و جداول (۲) و (۴)، سطح مقطع دیفرانسیلی بهنجار شده در مرتبه دوم اختلال را یک بار بدون در نظر گرفتن جرم مزون و از طریق رابطه (۲) (منحنی خط چین) و یک بار با در نظر گرفتن جرم مزون و به کمک قضیه جداسازی اصلاح شده (۲۱) (منحنی خط ممتد) محاسبه کرده و با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه کرده‌ایم. همچنین با استفاده از توابع ترکش استخراج شده توسط گروه KKSS سطح مقطع دیفرانسیلی تولید مزون B را رسم کرده‌ایم (منحنی نقطه-خط چین) که دقیقاً منطبق بر نتایج حالت بدون جرم در مدل ما

از آنجایی که  $d\sigma/dx_B$  کمیت آزمایشگاهی است، پس می‌توان نوشت

$$\frac{d\sigma}{dx_B}(x_B, s) = \frac{d\sigma}{d\eta}(\eta, s) \times \frac{d\eta}{dx_B}, \quad (18)$$

با مقایسه تکانه مزون در سیستم مختصات نوری،  $(\vec{p}_B^\circ, \vec{p}_B^\vee) = ((p_B^\circ + p_B^\vee)/\sqrt{s}, (p_B^\circ - p_B^\vee)/\sqrt{s})$ ، با معادله (۱۶) رابطه تساوی میان دو متغیر سنجه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$p_B^\circ = \frac{1}{\gamma}(\eta\sqrt{s} + \frac{m_B^\vee}{\eta\sqrt{s}}) \rightarrow x_B = \eta(1 + \frac{m_B^\vee}{s\eta^2}), \quad (19)$$

دقت کنید که اگر  $m_B \ll x_B\sqrt{s}$ ، این دو متغیر تقریباً معادلند. با در نظر گرفتن معادله (۱۹) داریم:

$$\frac{d\eta}{dx_B} = \frac{1}{1 - \frac{m_B^\vee}{s\eta^2}(x_B)}, \quad (20)$$

نهایتاً، سطح مقطع دیفرانسیلی در حضور جرم مزون عبارت است از

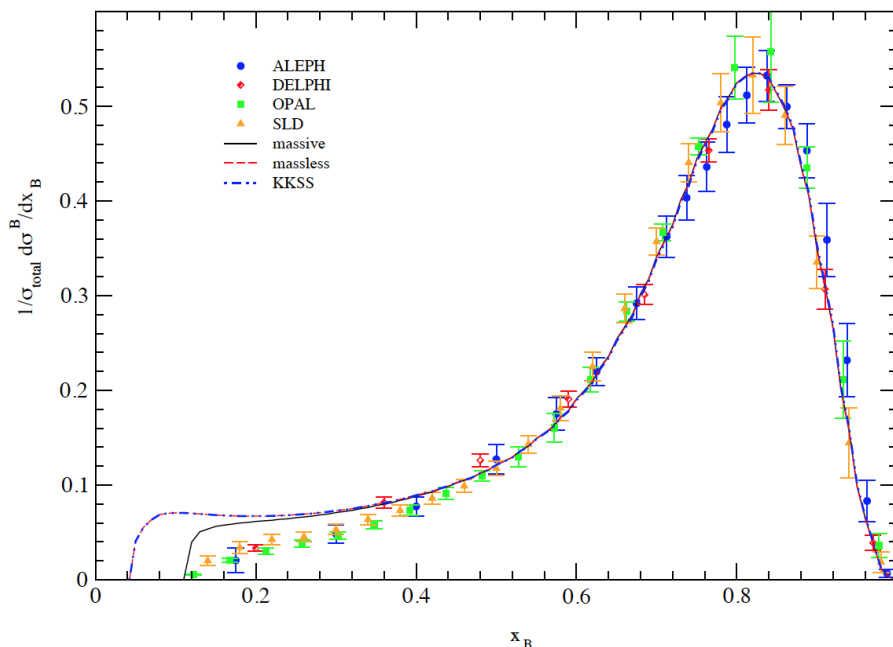
$$\frac{d\sigma}{dx_B}(x_B, s) = \frac{1}{1 - \frac{m_B^\vee}{s\eta^2}(x_B)} \frac{d\sigma}{d\eta}(\eta(x_B), s), \quad (21)$$

رابطه فوق، رابطه اساسی قضیه جداسازی در حضور جرم مزون یا هادرون خروجی خواهد بود که اصلاح شده رابطه (۲) است و برای هر هادرون جرم‌دار می‌تواند به کار برده شود.

اکنون با در نظر گرفتن قضیه جداسازی اصلاح شده (۲۱) و داده‌های پیشین به برازش داده‌ها می‌پردازیم. در جدول ۳ نتایج برازش در مرتبه دوم اختلال آورده شده است. همان گونه که از جدول ۳ مشاهده می‌شود مقدار به دست آمده برای  $\chi^2/d.o.f$  در مرتبه NLO برای حالتی که در آن جرم مزون لحاظ شود

جدول ۴. پارامترهای محاسبه شده در رابطه (۷) مربوط به تابع ترکش کوارک  $b/\bar{b}$  به مزون B در حضور جرم مزون.

$\beta$	$\alpha$	$N$	پارامترهای تابع ترکش
۲,۶۳۲	۱۶,۷۶۱	۴۶۷۱,۵۴۸	مرتبه NLO و با حضور جرم مزون



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقایسه نتایج تئوری سطح مقطع دیفرانسیلی بهنجار شده  $(1/\sigma_{tot} \times d\sigma/dx_B)$  در حالت مزون جرم‌دار (خط ممتد) و حالتی که در آن از جرم مزون صرف نظر شده است (نمودار خط‌چین). این نتایج با داده‌های آزمایشگاهی گزارش شده از گروه‌های ALEPH، DELPHI، OPAL و SLD [۹-۱۲] و همچنین پیشگویی مدل KKSS [۷] (نمودار نقطه-خط‌چین) مقایسه شده‌اند.

$$Br(\mu) = \int dz D(z, \mu^2), \quad (22)$$

با استفاده از مقادیر گزارش شده در جدول‌های ۲ و ۴ برای پارامترهای تابع ترکش در دو حالت مزون جرم‌دار و بدون جرم و با استفاده از معادلات تحول، مقادیر نسبت شاخه‌ای به ازای سه مقیاس  $\mu = m_Z = 91.2 \text{ GeV}$  و  $\mu = 50 \text{ GeV}$ ،  $\mu = 2m_b = 9 \text{ GeV}$  در جدول ۵ گزارش شده‌اند. همان گونه که مشاهده می‌شود مقدار نسبت شاخه‌ای با افزایش مقیاس انرژی از  $\mu = 2m_b = 9 \text{ GeV}$  تا  $\mu = 91.2 \text{ GeV}$  به میزان ۲ درصد کاهش می‌یابد. کمیت آزمایشگاهی دیگر، کسر انرژی متوسط  $\langle x \rangle(\mu)$  است که مزون B از کوارک باتم دریافت می‌کند و به صورت زیر تعریف می‌شود [۷]:

$$\langle x \rangle(\mu) = \frac{1}{Br(\mu)} \int dz z D(z, \mu^2), \quad (23)$$

است. همان گونه که انتظار می‌رفت، نتایج با در نظر گرفتن اثر جرم مزون B در محاسبات بهبود یافته و در نواحی Z های کوچک تطابق بهتری میان نتایج تئوری و داده‌های آزمایشگاهی وجود دارد. در واقع اثر جرم مزون باعث کاهش سطح مقطع در نواحی Z های کوچک ( $z < 0.3$ ) شده است که این باعث کاهش مقدار پارامتر تعیین کننده کیفیت برازش  $(\chi^2/d.o.f = 1.59)$  شده است. اگر از جرم مزون صرف نظر کنیم مقدار آن به  $\chi^2/d.o.f = 1.80$  تغییر خواهد یافت.

علاوه بر مقایسه فوق، دو کمیت مهم آزمایشگاهی دیگر نیز وجود دارند که محاسبه آنها و مقایسه مقادیر به دست آمده در پیشگویی تئوریمان با داده‌های آزمایشگاهی می‌تواند جالب توجه باشد. اولین کمیت، کسر (نسبت) شاخه‌ای  $b \rightarrow B$  است که با رابطه زیر تعریف می‌شود:



جدول ۵. مقادیر نسبت شاخه‌ای  $Br(\mu)$  و کسر انرژی متوسط  $\langle x \rangle(\mu)$  به ازای سه مقیاس انرژی با به کار بردن تابع ترکش  $b \rightarrow B$ .

$m_B = 0$	$\mu = 91/2 \text{ GeV}$	$\langle x \rangle(\mu) = 0.640$	$Br(\mu) = 0.388$
	$\mu = 50 \text{ GeV}$	$\langle x \rangle(\mu) = 0.666$	$Br(\mu) = 0.390$
	$\mu = 2m_b = 9 \text{ GeV}$	$\langle x \rangle(\mu) = 0.769$	$Br(\mu) = 0.396$
$m_B \neq 0$	$\mu = 91/2 \text{ GeV}$	$\langle x \rangle(\mu) = 0.670$	$Br(\mu) = 0.393$
	$\mu = 50 \text{ GeV}$	$\langle x \rangle(\mu) = 0.687$	$Br(\mu) = 0.394$
	$\mu = 2m_b = 9 \text{ GeV}$	$\langle x \rangle(\mu) = 0.772$	$Br(\mu) = 0.400$

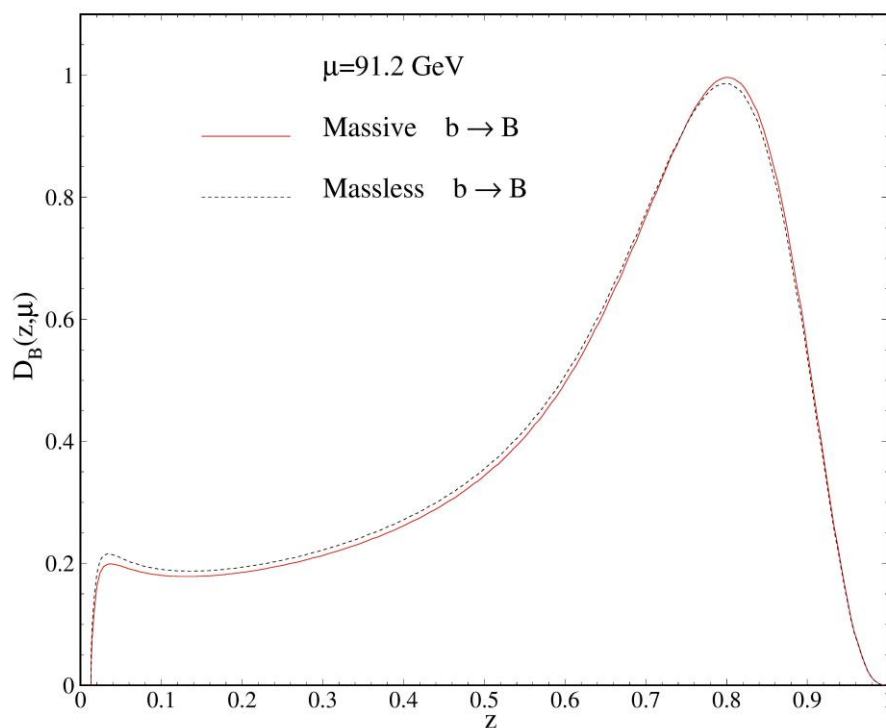
چند این اثر باعث کاهش ناچیز تابع ترکش در نواحی Z کوچک و افزایش تابع در Z های بزرگ به خصوص در محل قله نمودار شده است. از شکل ۳ مشاهده می‌شود که اعمال اثر جرم مزون، تابع ترکش گلوئون در مقادیر کوچک پارامتر ترکش (Z) را تحت تأثیر قرار داده و باعث کاهش چشمگیر در آن نواحی می‌شود و این باعث برآزش بهتر نتایج تئوری و داده‌های آزمایشگاهی شده است.

## ۷. نتیجه‌گیری

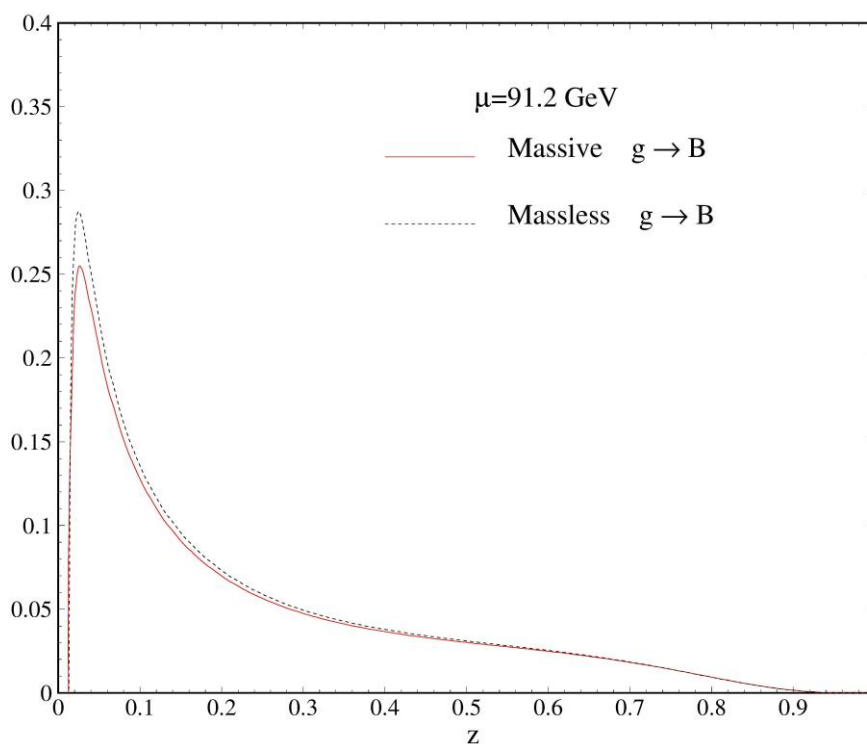
در این مقاله به مطالعه توابع ترکش پارتونی برای تولید مزون B در مرتبه دوم اختلال در نظریه QCD پرداختیم. جهت استخراج پارامترهای آزاد مدل پیشنهادی تابع ترکش، از برآزش تمام داده‌های آزمایشگاهی موجود از فرایند نابودی جفت الکترون-پوزیترون استفاده کردیم. نسبت به نتایج مراجع [۷ و ۸]، در روند برآزش نتایج، از جدیدترین داده‌های فرایند نابودی الکترون-پوزیترون که توسط گروه DELPHI گزارش شده است، استفاده کردیم. همچنین برای اولین بار در محاسبه تابع ترکش مزون B اثر جرم مزون را در محاسبه وارد کردیم. نشان دادیم تا چه حد این اثر باعث بهبود برآزش نتایج تئوری و داده‌های آزمایشگاهی می‌شود. همچنین نشان دادیم که اعمال اثر جرم مزون در محاسبه تابع ترکش باعث می‌شود تا مقدار تئوری به دست آمده برای متوسط کسر انرژی حمل شده توسط مزون با مقادیر آزمایشگاهی همخوانی بهتری داشته باشد. رابطه به دست آمده برای قضیه جداسازی در حضور جرم هادرون رابطه (۲۱) از دستاوردهای نوآورانه این

برخلاف نسبت شاخه‌ای، وابستگی این کمیت به مقیاس انرژی بیشتر بوده و با افزایش انرژی، مقدار آن کاهش می‌یابد. به عنوان مثال، به ازای افزایش انرژی از  $\mu = 2m_b = 9 \text{ GeV}$  تا  $\mu = 91/2 \text{ GeV}$  این کاهش حدود ۱۶ درصد خواهد بود. همچنین با در نظر گرفتن اثر جرم مزون در محاسبه تابع ترکش، مقدار  $\langle x \rangle(\mu)$  در هر مقیاس انرژی افزایش خواهد داشت. جهت بررسی کیفیت برآزش و همچنین اثر جرم مزون در محاسبه تابع ترکش جالب توجه است که مقدار  $\langle x \rangle(\mu = 91/2 \text{ GeV})$  را با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه کنیم. مقدار گزارش شده توسط گروه آزمایشگاهی ALEPH عبارت است از  $(0.7361 \pm 0.0061)_{(stat)} \pm 0.0056_{(syst)}$  [۹] و مقدار تعیین شده توسط گروه OPAL برابر است با  $(0.7193 \pm 0.0016)_{(stat)} \pm 0.0036_{(syst)}$  [۱۱] و مقدار گزارش شده از گروه SLD عبارت است از  $(0.709 \pm 0.003)_{(stat)} \pm 0.002_{(syst)} \pm 0.002_{(model)}$  همان گونه که از جدول ۵ مشاهده می‌شود اثر جرم مزون باعث سازگاری بهتر مقدار تئوری  $\langle x \rangle(\mu = 91/2) = 0.670$  و آزمایشگاهی می‌شود. باید دقت داشت که نتایج آزمایشگاهی دربرگیرنده همه مراتب و همچنین سهم‌های ترکش گلوئون و کوارک‌های سبک است؛ در حالی که مقادیر گزارش شده در جدول ۵ تنها شامل ترکش  $b \rightarrow B$  در مرتبه دوم اختلال است.

در شکل‌های ۲ و ۳ توابع ترکش کوارک باتم  $D_B^B(z, \mu)$  و گلوئون  $D_g^B(z, \mu)$  در مقیاس انرژی  $\mu = m_Z = 91/2 \text{ GeV}$  در مرتبه دوم اختلال رسم شده‌اند. همان گونه که مشاهده می‌شود اثر جرم مزون روی تابع ترکش کوارک باتم ناچیز است؛ هر



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تابع ترکش کوارک با تم در مقیاس انرژی  $\mu = m_Z$  در مرتبه NLO. نمودارها در دو حالت مزون B جرم‌دار و بدون جرم با هم مقایسه شده‌اند.



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تابع ترکش گلوئون در مقیاس انرژی  $\mu = m_Z$  در مرتبه NLO. نمودارها در دو حالت مزون جرم‌دار و بدون جرم با هم مقایسه شده‌اند.

شده در این مقاله، روش‌های کاملاً نظری نیز برای محاسبه توابع ترکش وجود دارند که به عنوان نمونه می‌توان به مراجع [۲۱-۲۷] اشاره کرد. در این رهیافت‌ها و در چارچوب نظریه کرومودینامیک اختلالی، توابع ترکش بر مبنای مدل‌های نظری تعیین می‌شوند.

پژوهش است که می‌تواند در هر فرایند تولید هادرون از نابودی زوج الکترون-پوزیترون به کار گرفته شود. برای پژوهش بعدی تلاش داریم تا اثر جرم کوارک‌ها را نیز در محاسبات وارد کنیم؛ هر چند انتظار می‌رود تا اثر جرم مزون مهم‌تر و مؤثرتر باشد. لازم به ذکر است که به جز روش پدیده شناسی به کار برده

## مراجع

1. V Bertone *et al.*, [NNPDF Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **78** (2018) 651.
2. V Bertone *et al.*, [NNPDF Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **77** (2017) 516.
3. M Soleymaninia, H Khanpour, and S M Moosavi Nejad, *Phys. Rev. D* **97** (2018) 074014.
4. M Soleymaninia, M Goharipour, and H Khanpour, *Phys. Rev. D* **98** (2018) 074002.
5. S M Moosavi Nejad, M Soleymaninia, and A Maktoubian, *Eur. Phys. J. A* **52** (2016) 316.
6. A Mohamaditabar, F Taghavi-Shahri, H Khanpour, and M Soleymaninia, arXiv:1808.09255 [hep-ph].
7. B A Kniehl, G Kramer, I Schienbein, and H Spiesberger, *Phys. Rev. D* **77** (2008) 014011.
8. J Binnewies, B A Kniehl, and G Kramer, *Phys. Rev. D* **58** (1998) 034016.
9. A Heister *et al.*, (ALEPH Collaboration), *Phys. Lett. B* **512** (2001) 30.
10. K Abe *et al.*, (SLD Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 4300; *Phys. Rev. D* **65** (2002) 092006.
11. G Abbiendi *et al.*, (OPAL Collaboration), *Eur. Phys. J. C* **29** (2003) 463.
12. J Abdallah *et al.*, [DELPHI Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **71** (2011) 1557.
13. R Baier and K Fey, *Z. Phys. C* **2** (1979) 339.
14. G Altarelli, R K Ellis, and G Martinelli, *S.-Y. Pi, Nucl. Phys. B* 160 (1979) 301.
15. V N Gribov and L N Lipatov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **15** (1972) 438 [*Yad. Fiz.* **15** (1972) 781].
16. G Altarelli and G Parisi, *Nucl. Phys. B* **126** (1977) 298.
17. M Salajegheh and S M Moosavi Nejad, H Khanpour and S Atashbar, *Phys. Rev. C* **97** (2018) 055201.
18. F James and M Roos, *Comput. Phys. Commun.* **10** (1975) 343.
19. S Albino, B A Kniehl, and G Kramer, *Nucl. Phys. B* **803** (2008) 42.
20. B A Kniehl, G Kramer, and I Schienbein, *Nucl. Phys. B* **799** (2008) 34.
21. S M Moosavi Nejad and E Tajik, *Eur. Phys. J. A* **54** (2018) 174.
22. S M Moosavi Nejad, *Eur. Phys. J. Plus* **133** (2018) 25.
23. S M Moosavi Nejad and M Delpasand, *Eur. Phys. J. A* **53** (2017) 174.
24. S M Moosavi Nejad and P Sartipi, *Eur. Phys. J. A* **52** (2016) 315.
25. S M Moosavi Nejad and A Armat, *Eur. Phys. J. Plus* **128** (2013) 121.
۲۶. س م موسوی نژاد و آ آرمات، مجله پژوهش فیزیک ایران **۱۳**، ۲ (۱۳۹۲) ۱۴۱.
26. S Moosavi Nejad and A Armat, *Iran. J. Phys. Res.* **13**, 2 (2013) 141.
۲۷. س م موسوی نژاد و ع ن خرمیان، مجله پژوهش فیزیک ایران **۱۱**، ۱ (۱۳۹۰) ۶۳.
27. S Moosavi Nejad and A Khorramian, *Iran. J. Phys. Res.* **11**, 1 (2011) 63.