

پراش فرنل از پله در بازتاب و عبور

محمد تقی توسلی^۱، حسین سهیل البیع^۱، محمد صالحی^۱ و حمیدرضا خالصی فرد^۲

۱- گروه فیزیک، دانشگاه تهران، کارگر شمالی، تهران، ایران، کد پستی ۱۴-۳۹۴

۲- مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه، زنجان، صندوق پستی ۴۵۱۹۵-۱۵۹

(دریافت مقاله: ۷۹/۶/۱۳ پذیرش مقاله: ۷۹/۹/۳)

چکیده

در این مقاله پراش فرنل از پله یک بعدی و گرد در حالت بازتاب و عبور برای فرود دلخواه و عمود باریکه نور، به طور نظری و تجربی مطالعه شده است. این مطالعه نشان می‌دهد که نقش پراش نور از پله شبیه نقش پراش نور از مانع نیمه بینهایت است، ولی با این تفاوت که نمایانی فریزها تابعی دوره‌ای از ارتفاع پله است و به زاویه فرود نیز بستگی دارد. بستگی حساس نمایانی فریزها به ارتفاع پله و زاویه فرود امکان می‌دهد از این پدیده برای اندازه‌گیری ضخامت، ضریب شکست و جابه‌جاییهای کوچک به صورتی ساده‌تر و دقیق‌تر از روشهای متداول تداخل سنجی استفاده کرد.

واژه‌های کلیدی: پراش فرنل، پراش سنجی، شی فازی، اندازه‌گیری فاز

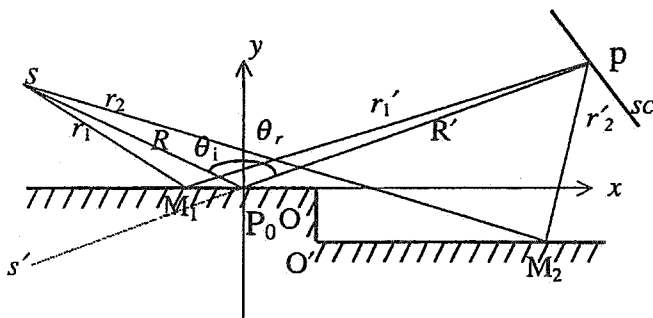
۱. مقدمه

در مطالعه فریزهای تداخلی در تیغه‌های شیشه‌ای که در قسمتی از آنها تبادل یون صورت گرفته و یا لایه‌ای به صورت پله روی آنها نشسته باشد، در حالت بازتاب و عبور، فریزهایی شبیه فریزهای لب پرده، موازی مرز دو قسمت تیغه همراه فریزهای تداخلی مشاهده شد. در مواردی که فریزهای تداخلی بر مرز دو قسمت تیغه عمود بودند، روی هم افتادگی دو نوع فریز مانع ردگیری بدون ابهام فریزهای تداخلی در عبور از مرز دو قسمت بود. این نوع مشاهده‌ها ما را متوجه پراش فرنل از پله کرد.

منظور از پله تغییر تند پستی یا بلندی در سطح و یا ضریب شکست یک تیغه است. چنین پله‌هایی با نشان دادن لایه به صورت نوار روی اجسام، انجام تبادل یون در قسمتی از شیشه و در ساختار قطعات اپتیکی و الکترونیکی، که به طریق لایه

نشانی ساخته می‌شوند، به وجود می‌آیند. در مواردی نظیر موجبر صفحه‌ای، راه نوری در مرزهای موجبر به صورت پله‌ای تغییر می‌کند. در مواد لایه لایه نظیر میکا نیز ممکن است با این نوع پله مواجه شویم.

پراش فرنل از روزنه‌ها و موانع با شکلهای مختلف مورد مطالعه گسترده قرار گرفته است [۲۰۱]. همچنین در مورد پراش فرنل از لبه نیمه شفاف نیز گزارشهایی وجود دارد [۴ و ۳]. ولی در مورد پراش فرنل از پله به گزارشهای برخورد نکردیم. در پراشهایی که مورد مطالعه قرار گرفته‌اند دامنه موج پراشیده به طور ناگهانی در مرز روزنه یا مانع تغییر می‌کند، در حالی که در پراش از پله با تغییر تند فاز روبرو می‌شویم. در این مقاله به دنبال گزارش قبلی [۵] پراش فرنل از اجسام فازی به طور جامعتر مورد مطالعه قرار می‌گیرد.



شکل ۱. هندسه پراش فرنل از پله یک بعدی.

$$r_1 \cong R + \frac{x_1^2}{2R} - x_1 \sin \theta_i, \quad (4.a)$$

$$r_1' \cong R' + \frac{x_1^2}{2R'} + x_1 \sin \theta_r \quad (4.b)$$

که در آن زاویه بازتاب در نقطه P_0 است. با استفاده از مقادیر اخیر، فاز انتگرال اول رابطه (۱) به صورت زیر در می آید:

$$k(r_1 + r_1') \cong k \left[(R + R') + \frac{x_1^2}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \right] \quad (5)$$

با عملیاتی مشابه برای فاز انتگرال دوم نیز به دست می آید:

$$k(r_2 + r_2') = k \left[(R + R') + \frac{x_2^2}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) + 2h_1 \cos \theta_i + \frac{h^2}{2R} \right] \quad (6)$$

با توجه به این نکته که تغییر کمیت‌های زیر رادیکال‌های رابطه (۱)، در گستره‌های مورد نظر، تأثیر محسوسی در دامنه‌ها ندارند و در عمل می‌توان $r_1' \cong r_2' \cong R'$ و $r_1 \cong r_2 \cong R$ را منظور کرد و همچنین از $h^2/2R'$ به سبب کوچکی h چشم‌پوشی کرد، دامنه مختلط در نقطه P ، $\theta_i = \theta_r$ ، به صورت زیر در می آید:

$$u(P) = k_1 \int_{-\infty}^{x_0} \exp \left[\frac{-ikx_1^2}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \right] dx_1 + k_2 \exp(-2ikh \cos \theta_i) \int_{x_0}^{+\infty} \exp \left[-\frac{ikx_2^2}{2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \right] dx_2 \quad (7)$$

که در آن

در بخش ۲ این مقاله پراش از پله یک بعدی و پراش از پله گرد در حالت بازتاب و عبور به طور نظری مطالعه می‌شود. در بخش ۳ به برخی از استعدادهای کاربردی این مطالعه پرداخته می‌شود. در بخش ۴ ضمن ارزیابی کارهای تجربی انجام گرفته، جمع‌بندی کار و افقهای توسعه آن عرضه می‌شود.

۲. پراش فرنل از پله

۲.۱. پراش از پله یک بعدی

در شکل ۱ نمایه یک پله یک بعدی رسم شده است. از چشمه خطی S که بر صفحه کاغذ عمود است موجی استوانه‌ای بر پله فرود می‌آید و پرده مشاهده بر باریکه بازتابیده عمود است. می‌خواهیم توزیع شدت نور پراشیده از پله را روی پرده مشاهده مطالعه کنیم. به نقطه P از پرده، از دو طرف پله، طرف پست و طرف بلند، موج‌سی‌رسد. نقطه P را به نقطه S' قرینه نقطه S نسبت به سطح پله وصل می‌کنیم. دامنه مختلط اغتشاش نوری در نقطه P با انتگرال فرنل - کیرشهف:

$$u(P) = k_1 \int_{-\infty}^{x_0} \frac{1}{\sqrt{r_1 r_1'}} \exp[-ik(r_1 + r_1')] dx + k_2 \int_{x_0}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{r_2 r_2'}} \exp[-ik(r_2 + r_2')] dx \quad (1)$$

داده می‌شود که در آن k_1 و k_2 ثابتهای مختلط و k عدد موج هستند. چون گستره تغییرات زاویه‌های فرود و پراش کوچک‌اند، تابع میل ثابت منظور شده است. با توجه به شکل ۱ و استفاده از نمادهای

$$\overrightarrow{SP_0} = \vec{R}, \quad \overrightarrow{P_0P} = \vec{R}', \quad \overrightarrow{M_1P_0} = \vec{x}_1, \quad \overrightarrow{P_0M_2} = \vec{P} \quad (2)$$

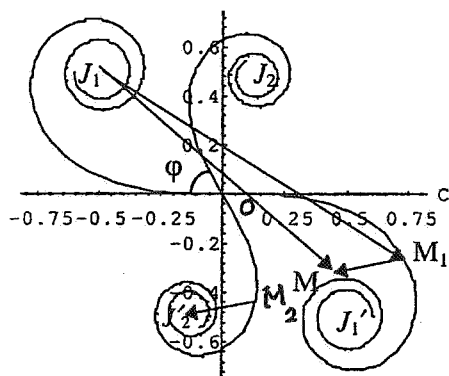
$$\overrightarrow{P_0O} = \vec{x}_0, \quad |OO'| = h, \quad \overrightarrow{P_0O} + \overrightarrow{OM_2} = \vec{x}_2$$

کمیت‌های به کار رفته در رابطه (۱) با عبارتهای زیر مشخص می‌شوند:

$$\vec{r}_1 = \vec{R} - \vec{x}_1, \quad \vec{r}_1' = \vec{R}' + \vec{x}_1, \quad (3)$$

$$\vec{r}_2 = \vec{R} - \vec{P}, \quad \vec{r}_2' = \vec{R}' - \vec{P}$$

در تقریب پراش فرنل اندازه بردارهای $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_1'$ برابرند با:



شکل ۲. ماریچه‌های کورنو متناظر پله‌ای با ارتفاع $\frac{\lambda}{12}$ وقتی که ضرایب بازتاب دوطرف پله برابر نیستند.

نمودارهای شکل ۳ توزیعهای شدت در نقش پراش از پله را برای پله‌هایی با ارتفاعهای $\frac{\lambda}{3}$ و $\frac{\lambda}{4}$ نشان می‌دهند. تفاوت چشمگیر توزیعها حساسیت بستگی شدت به ارتفاع را می‌رساند.

۲.۲. نمایانی فریزها

وقتی رابطه (۹) برقرار باشد، وجود پله در رابطه (۷) تأثیری ندارد، بنابراین انتظار داریم که روی پرده شدت یکنواخت شود. اگرچه در عمل به سبب پراکندگی نور از یالها و سطح قائم پله و یکسان نبودن زاویه فرود در نقاط مختلف سطح، شدت عملاً یکنواخت نمی‌شود، ولی نمایانی فریزها بسیار کم می‌شود. اما برای حالتی که $h \cos \theta_i$ مضرب فردی از $\lambda/4$ باشد نمایانی بسیار خوب می‌شود. این نکات با توجه به ماریچه‌های کورنو شکل ۲ به خوبی روشن می‌شود. وقتی رابطه (۹) برقرار باشد و دو طرف پله از لحاظ ویژگیهای فیزیکی مثل هم باشند دو ماریچه بر هم منطبق می‌شوند و شدت روی پرده مشاهده عمود بر باریکه بازتابیده تغییرات محسوس نخواهد داشت. اما وقتی اختلاف فاز میان دو جزء دامنه مضرب فردی از π است، برای نقطه O در شکل ۱، ماریچه دوم به اندازه π چرخیده است و برآیند بردارهای $\vec{J_1 O}$ و $\vec{J_2 O}$ در شکل ۲ صفر می‌شوند و با دور شدن از نقطه O، در هر دو طرف پله، شدت افزایش می‌یابد و اندازه دامنه مؤثر به مقادیر بزرگتر از $\vec{J_1 J_2}$ و $\vec{J_2 J_1}$ می‌رسد و تباین چشمگیری بوجود می‌آید، شکل ۳.ب.

چون نمایانی فریزها ثابت نیست و با دور شدن از لبه پله افت می‌کند، تعریف زیر را برای نمایانی فریزهای مجاور لبه پله به کار می‌بریم:

$$k'_1 = \frac{k_1}{\sqrt{RR'}} \exp [ik(R + R')] \quad (الف.۸)$$

$$k'_2 = \frac{k_2}{\sqrt{RR'}} \exp [ik(R + R')] \quad (ب.۸)$$

بدیهی است در صورتی که ویژگیهای فیزیکی دو طرف پله یکی باشند k_1 و k_2 با هم برابر می‌شوند. انتگرالهای رابطه (۷) انتگرالهای فرنل هستند که مقدارهایشان معلوم است. حضور جمله فازی $\exp[-\gamma i kh \cos \theta_i]$ در جلوی انتگرال دوم دلالت بر این دارد که جزء دوم دامنه نسبت به جزء اول به اندازه $\varphi = \gamma kh \cos \theta_i$ چرخیده است. به ازای

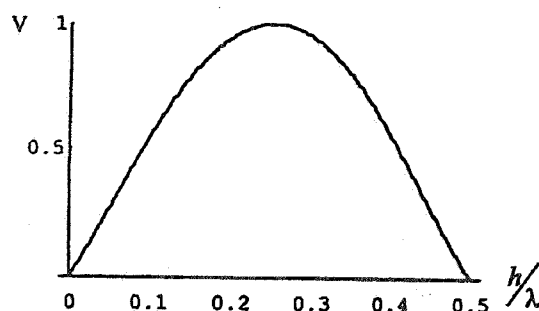
$$\gamma kh \cos \theta_i = \gamma m \pi, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

یا با منظور کردن $k = \frac{\gamma \pi}{\lambda}$ به ازای

$$h \cos \theta_i = m \frac{\lambda}{\gamma} \quad (۹)$$

وجود پله احساس نمی‌شود. بنابراین، دامنه و شدت در نقطه P توابی تناوبی هستند که دوره تناوب آنها با رابطه (۹) مشخص می‌شود. اگر در رابطه (۷)، $x = 0$ منظور شود دامنه متناظر نقطه O، لبه پله، به دست می‌آید.

تغییر دامنه و شدت در نقطه P بر مبنای ماریچه کورنو نیز جالب است. وقتی قطب P از نقطه O خیلی دور باشد یکی از انتگرالهای رابطه (۷) مؤثر است و حدود آن عملاً از $-\infty$ تا $+\infty$ خواهد بود و برای نقطه متناظرش روی پرده مشاهده انتظار دامنه و شدت یکنواخت را داریم که با طول فاصله مراکز ماریچه‌های کورنو مشخص می‌شوند. وقتی قطب P به لبه پله نزدیک می‌شود سهم منحنی کورنوی متناظر یک طرف پله، مثلاً طرف مرتفع از $-\infty$ تا x خواهد بود، یعنی نیمی از منحنی کورنو به اضافه مقدار متناظر x از نیمه دیگر. سهم ماریچه کورنوی متناظر طرف دیگر از x تا $+\infty$ خواهد بود. البته باید در نظر گرفت که ماریچه طرف دوم به اندازه $\varphi = \gamma kh \cos \theta_i$ نسبت به ماریچه طرف اول چرخیده است. در شکل ۲ ماریچه‌های متناظر پله‌ای به ارتفاع $h \cos \theta_i = \lambda/12$ آمده است. در رسم شکل ۲ فرض بر این بوده که ضرایب بازتاب دوطرف پله برابر نیست. از این رو اندازه ماریچه‌ها متفاوت شده‌اند. در شکل ۲ بردار $\vec{J_1 M}$ که برآیند بردارهای $\vec{J_1 M_1}$ و $\vec{M_1 J_1}$ است، دامنه در نقطه‌ای از پرده مشاهده را نشان می‌دهد که متناظر قطبی نظیر قطب P در شکل ۱ است. کمانهای OM_1 و OM_2 از ماریچه‌های کورنو متناظر فاصله $P.O = x$ در شکل ۱ هستند.



شکل ۴. نمایانی فریزهای مجاور لبه برحسب نسبت ارتفاع پله به طول موج

۳.۲. پراش از پله گود در بازتاب

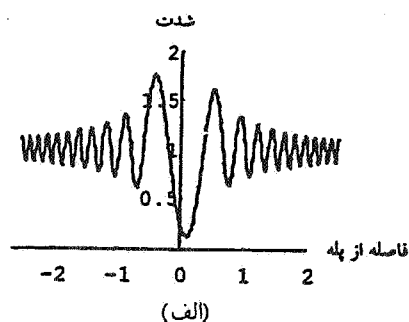
صفحه گردی با شعاع نسبتاً زیاد در نظر می‌گیریم که در مرکز آن قرصی به شعاع ρ و ارتفاع h قرار دارد، شکل ۵. این صفحه را با باریکه نور موازی و عمود بر آن روشن می‌کنیم و پراش فرنل از آن را روی پرده مشاهده SC که به فاصله Z از جسم پراش دهنده قرار دارد مطالعه می‌کنیم.

در دستگاه مختصات استوانه‌ای، پراش فرنل از روزه‌ای به شعاع R با رابطه زیر داده می‌شود [۶]:

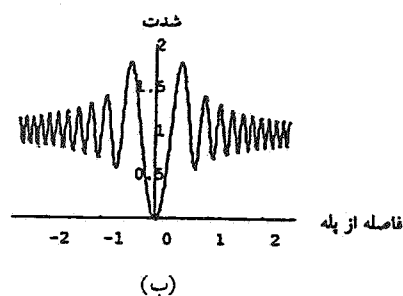
$$u(r, \phi) = K \int_0^R \int_0^{2\pi} \exp \left\{ ik \left[\frac{I\rho}{Z} \cos(\theta - \phi) \right] - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{Z} \right\} \rho d\rho d\theta \quad (11)$$

که در آن (ρ, θ) مختصات نقطه‌ای در صفحه روزه و (r, ϕ) مختصات نقطه‌ای در صفحه مشاهده هستند. برای پله مورد نظر ما، اگر ویژگیهای فیزیکی دوطرف پله با هم متفاوت باشند، انتگرال فوق در دو قسمت به شکل زیر نوشته می‌شود:

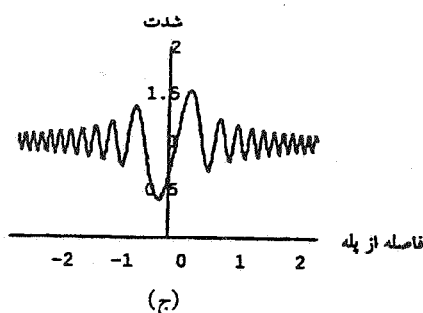
$$u(r, \phi) = K_1 \int_0^{\rho_0} \int_0^{2\pi} \exp \left\{ ik \left[\frac{I\rho}{Z} \cos(\theta - \phi) \right] - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{Z} \right\} \rho d\rho d\theta + K_2 e^{-\gamma i k h} \int_{\rho_0}^{\rho_1} \int_0^{2\pi} \exp \left\{ ik \left[\frac{I\rho}{Z} \cos(\theta - \phi) \right] - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{Z} \right\} \rho d\rho d\theta \quad (12)$$



(الف)



(ب)

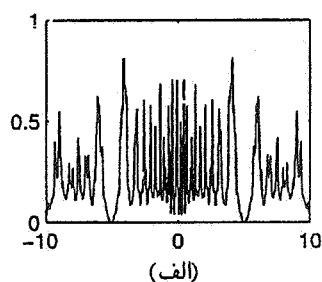


(ج)

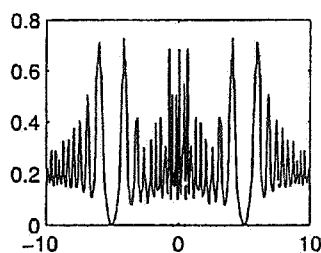
شکل ۳. نمودارهای توزیع شدت در نقش پراش فرنل نور از پله برحسب فاصله از پله برای ارتفاعهای الف) $\frac{\lambda}{10}$ ب) $\frac{\lambda}{4}$ و ج) $\frac{\lambda}{3}$

$$V = \frac{\frac{I_{L \text{ Max}} + I_{R \text{ Max}}}{2} - I_{\text{Min}}}{\frac{I_{L \text{ Max}} + I_{R \text{ Max}}}{2} + I_{\text{Min}}} \quad (10)$$

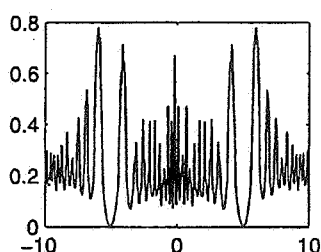
که در آن $I_{L \text{ Max}}$ ، $I_{R \text{ Max}}$ و I_{Min} به ترتیب شدتهای بیشینه‌های طرف چپ و راست لبه پله و شدت کمینه میان آنها هستند. با توجه به این نکته که اختلاف راه حول امتداد بازتاب آینه‌ای به کندی تغییر می‌کند، پهنای فریزهای مجاور لبه پله به طور محسوسی از پهنای فریزهای دور از لبه بیشتر است. این نکته در تشخیص فریزهای مجاور لبه تردیدی باقی نمی‌گذارد. در شکل ۴ نمودار نمایانی فریزهای مجاور لبه، رابطه (۱۰)، برحسب نسبت ارتفاع پله به طول موج $\frac{h}{\lambda}$ رسم شده است.



(الف)

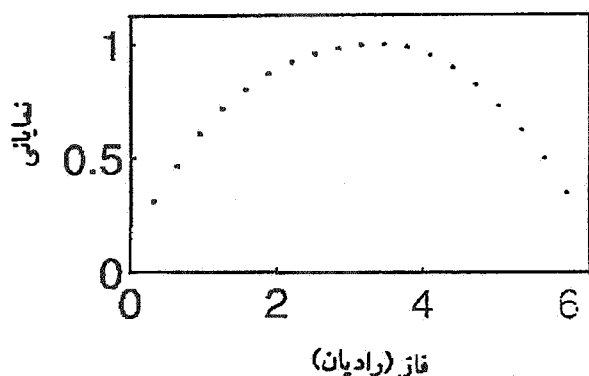


(ب)



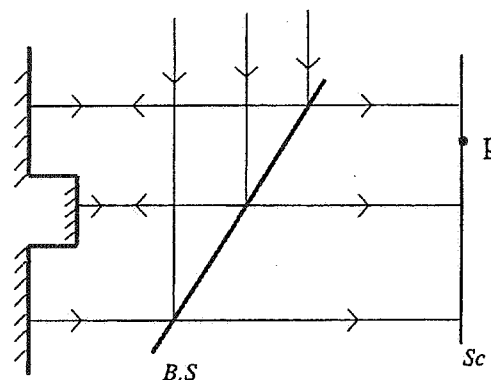
(ج)

شکل ۶. نمودارهای تابع شدت بهنجار در نقش پراش فرنل از پله گرد برای ارتفاع پله $h = \frac{\lambda}{4}$ و شعاع پله $\rho_0 = 5 \text{ mm}$ (الف) $\rho_f = 10 \text{ mm}$ ، (ب) $\rho_f = 22 \text{ mm}$ و (ج) $\rho_f = 25 \text{ mm}$. ناصافی منحنیها از محدود بودن شعاع قرصها ناشی می‌شوند.



شکل ۷. نمودار نمایانی فریزهای مجاور لبه پله گرد برای شعاع پله $\rho_0 = 5 \text{ mm}$ و $\rho_f = 22 \text{ mm}$ برحسب فاز ناشی از ارتفاع پله، $\frac{4\pi h}{\lambda}$.

۸. ضریب شکست n نشانده شده، با زاویه θ_i فرود می‌آید، شکل موجی که از تیغه عبور می‌کند به صورت $\Sigma \theta_i$ در می‌آید. طبق



پله دایره‌ای

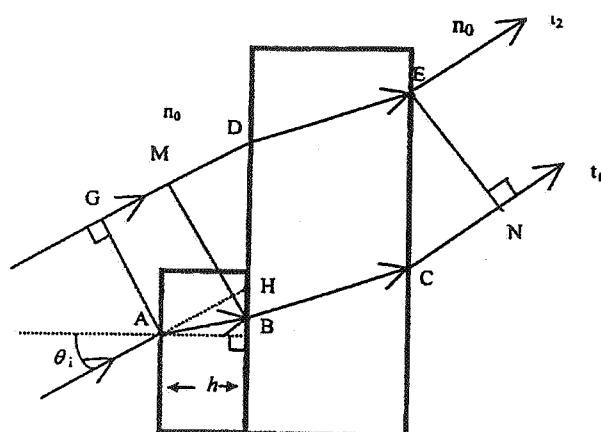
شکل ۵. آرایش مشاهده پراش فرنل از پله گرد در فرود عمودی.

چون باریکه فرودی بر پله عمود است در فاز ناشی از پله، $\theta_i = 0$ منظور شده است. رابطه (۱۲) نشان می‌دهد که جزء اول دامنه به شعاع پله، ρ_0 ، بستگی دارد. بنابراین، با انتخاب مناسب شعاع می‌توان نمایانی فریزها را به دلخواه تغییر داد. چنان که در بخش کاربردها خواهیم دید، دستگاهی می‌توان طراحی کرد که در آن ارتفاع پله متغیر باشد. در آن صورت انتخاب مناسب ρ_0 می‌تواند نمایانی مطلوبی ارایه کند که باعث افزایش دقت اندازه‌گیری شود. در شکل ۶ نمودارهای توزیع شدت در نقش پراش پله گرد برای ρ_0 و h ثابت ولی ρ_f های متفاوت آمده است. در رسم این نمودارها $k_1 = k_2$ منظور شده است. در شکل ۷ نمایانی فریزهای مجاور لبه برای $\rho_0 = 5 \text{ mm}$ و $\rho_f = 22 \text{ mm}$ برحسب فاز ناشی از ارتفاع لبه، $\frac{4\pi h}{\lambda}$ ، رسم شده است. در رسم این نمودار ویژگیهای فیزیکی پله و سطح اطراف آن یکی گرفته شده است.

۴.۲. پراش فرنل از پله یک بعدی در عبور

پراش فرنل از پله در بازتاب بیشتر در مورد پله‌های کدر مشاهده می‌شود. برای مثال، در موردی که روی سطح یک جسم فلزی لایه‌ای از همان فلز و یا فلزی دیگر به صورت پله نشانده شده باشد. در مورد پله روی تیغه شفاف، اگرچه پراش در بازتاب را نیز می‌توان مشاهده کرد، ولی در برخی موارد فریزهای تداخلی حاصل از تداخل موجهای بازتابیده از دو سطح تیغه، در بررسی فریزهای پراش اختلال ایجاد می‌کنند. از این رو پراش فرنل از پله در عبور نیز حایز اهمیت است.

باریکه‌ای موازی از نور بر تیغه‌ای شفاف با ضریب شکست N که روی آن لایه‌ای شفاف به صورت پله‌ای به ضخامت h و با



شکل ۹. رسم لازم جهت محاسبه اختلاف راه نوری میان پرتوهای عبور کرده و عبور نکرده از پله.

انتگرال فرنل - کیرشلف، رابطه (۷)، به صورت زیر نوشته شود:

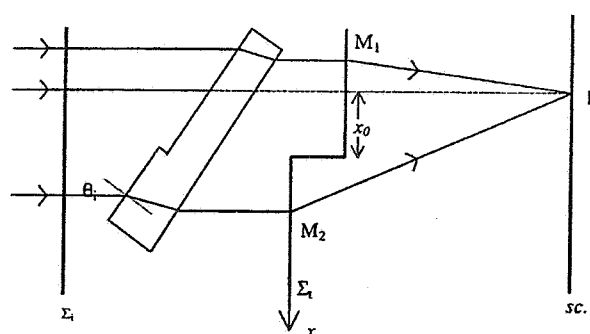
$$u(p) = C_1 \int_{-\infty}^{x_0} \exp \left[-ik \frac{x_1^2}{2R'} \right] dx_1 + C_2 \exp \left[-ikh \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i} - \cos \theta_i \right) \right] \times \int_{x_0}^{\infty} \exp \left[-ik \frac{x_2^2}{2R'} \right] dx_2 \quad (17)$$

که در آن C_1 و C_2 ضرایب ثابت و مختلطی هستند که به ضریب عبور از پله و تیغه بستگی دارند و x_0 فاصله پرتو نوری گذرنده از نقطه P تا لبه پله است. چون باریکه فرودی موازی فرض شده، $R \rightarrow \infty$ منظور شده و R' فاصله تیغه تا پرده مشاهده است. بنابراین، طبق رابطه (۱۷) در عبور نور همدوس از پله نیز پراش فرنل اتفاق می افتد و نمایش فریزهای آن تابعی دوره ای است که دوره آن به ارتفاع پله، ضریب شکست آن، و زاویه فرود نور بستگی دارد.

۳. برخی از کاربردها

۳.۱.۳. درآمد

اگرچه از پراش نور در تقریب فرانوفر در تعبیر بسیاری از پدیده ها، در طیف سنجی، در اپتیک فوریه، در ارزیابی دستگاه های اپتیکی به طور گسترده استفاده می شود، ولی کاربردهای پراش فرنل بسیار محدودند. موارد رایج آن توجیه پدیده تالبوت در تکنیک ماره و توری منطقه ای فرنل هستند.



شکل ۸. وقتی موج تخت Σ_i از تیغه پله دار عبور می کند به صورت موج Σ_t در می آید. از هر نقطه این سطح موج به نقطه P از پرده مشاهده، اغتشاش نوری می رسد.

نظریه پراش هویگنس - فرنل از هر نقطه این سطح موج به نقطه P از پرده مشاهده اغتشاش گسیل می شود. در صورتی که فاصله پرده مشاهده از تیغه به اندازه کافی دور باشد برآیند دامنه های مختلط اغتشاشها در نقطه P، در تقریب فرنل، دامنه و شدت نور را در آن نقطه مشخص می کند. در واقع، تیغه حکم روزه ای با ابعاد بی نهایت را دارد که تابع آن توزیع فازی را نشان می دهد که پله تیغه مشخص می کند. بنابراین، انتگرال فرنل - کیرشلفی را که برای پله در بازتاب نوشتیم برای پله در عبور نیز می توانیم بنویسیم. فقط لازم است فاز ناشی از پله در عبور را مشخص کنیم. برای توصیف فاز ناشی از تیغه پله دار در عبور، شکل ۹ را در نظر می گیریم.

در صورتی که ضرایب شکست محیط اطراف تیغه را یکی بگیریم و توجه داشته باشیم که:

$$\overline{DE} = \overline{BC}, \quad \overline{MD} = \overline{CN} \quad (13)$$

اختلاف راه نوری میان پرتوهای t_1 و t_2 برابر می شود با:

$$\Delta = n\overline{AB} - \overline{GM} \quad (14)$$

با قرار دادن $\overline{AB}$ و $\overline{GM}$ برحسب ارتفاع پله، dh و استفاده از قانون اسنل به دست می آید:

$$\Delta = h \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i} - \cos \theta_i \right) \quad (15)$$

و فاز ناشی از آن می شود:

$$\phi = kh \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i} - \cos \theta_i \right) \quad (16)$$

حال برای پیدا کردن دامنه مختلف در نقطه P شکل ۸ لازم است

رابطه (۱۵) منظور می‌شود که با اندازه‌گیری مقدار آن برای چند زاویه فرود، ارتفاع و ضریب شکست مشخص می‌گردد.

در رابطه (۱۵)، n ضریب شکست نسبی پله نسبت به محیط اطراف تیغه است. بنابراین اگر آزمایش پراش فرنل روی پله‌ای که ضریب شکست آن معلوم است در داخل مایعی با ضریب شکست مجهول انجام بگیرد، ضریب شکست مایع معلوم خواهد شد.

۳.۳. طرح پراش سنج

دیدیم که نمایانی فریزهای پراش نور از پله به ارتفاع پله بستگی دارد. بنابراین اگر دستگاهی طراحی و ساخته شود که در آن ارتفاع پله تغییرپذیر باشد، وسیله‌ای برای اندازه‌گیری جابه‌جایی و ضخامت با دقتی از مرتبه $1/400$ فراهم خواهد شد. در اینجا شرح دو طرح ساده و عملی را می‌آوریم:

طرح اول. یک تیغه گرد فلزی که به صورت آینه‌ای تخت است در نظر بگیرید که در مرکز آن سوراخی تعبیه شده باشد و میله استوانه‌ای هم قطر با قطر سوراخ بتواند در آن جابه‌جا شود. انتهای میله هم به صورت آینه‌ای تخت باشد و سطح انتهای میله و سطح تیغه هم طوری انتخاب شده باشند که نمایانی فریزهای فرنل مناسب باشد. با آرام حرکت دادن میله در درون سوراخ تیغه، پله گردی خواهیم داشت که ارتفاع آن قابل تغییر است. اگر بر چنین دستگاهی مطابق شکل ۵ نور تابانده شود و به جای پرده مشاهده از آشکارساز آرایه‌ای، مثل CCD استفاده شود که قابل اتصال به کامپیوتر است، امکان اندازه‌گیری جابه‌جایی با دقتی از مرتبه $1/400$ وجود دارد.

چنین پراش سنجی مزیت‌های درخور توجه دارد:

الف) چون سطوح قطعات پراش دهنده، سطح تیغه حلقه‌ای شکل و انتهای میله متحرک کوچک هستند ساخت و پرداخت آنها کم هزینه است.

ب) چون سطوح فعال، سطحهای پراش دهنده، خیلی به هم نزدیک هستند، در مقایسه با تداخل سنجهای متداول، اثر نوفه‌های مکانیکی خیلی کم خواهد بود.

ج) چون کل نقش پراش برای اندازه‌گیری جابه‌جایی مورد استفاده قرار می‌گیرد و نمایانی (نه شدت) ملاک اندازه‌گیری است خطای اندازه‌گیری، به سبب بی‌تأثیر بودن نوسانات شدت چشمه و ارتعاشهای مکانیکی کم خواهد بود.

طرح دوم. اگر در یک تداخل سنج مایکلسون به جای دو آینه دوتیمه از یک آینه را طوری قرار بدهیم که تصویر یکی از آنها در

مطالعه انجام گرفته، پراش فرنل از اجسام فازی، کاربردهای قابل توجهی را پیش روی ما می‌گذارد. در این بخش به برخی از آنها اشاره می‌کنیم.

۲.۳. اندازه‌گیری ضخامت لایه

ضخامت لایه کدر و یا شفاف که به صورت پله روی زیرلایه‌ای کدر (شفاف) تشکیل شود با روشی که شرح آن در بخش ۲ آمد به آسانی قابل اندازه‌گیری است. اگر نسبت دامنه‌های بازتابیده (عبورکرده) از دو طرف پله معلوم باشد (در بسیاری از موارد این نسبت عملاً ۱ است) نمودار نمایانی، شکل ۴، در دسترس خواهد بود. در این صورت کافی است در آرایشهای شبیه آرایشهای شکل‌های ۱ یا ۵ یا ۸ نقش پراش را تشکیل بدهیم و شدتهای فریزهای مجاور لبه پله را با آشکارساز مناسب اندازه بگیریم و با استفاده از رابطه (۱۰) نمایانی را معلوم کنیم. با بردن مقدار نمایانی روی محور قایم و کشیدن خطی افقی دو نقطه تقاطع با منحنی حاصل می‌شود. موارد زیر ممکن است پیش بیاید (پراش در بازتاب را تحلیل می‌کنیم):

الف) $h \cos \theta_i < \frac{\lambda}{4}$. در این صورت اگر با چرخاندن نمونه زاویه فرود را زیاد کنیم و نمایانی کم شود، $h \cos \theta_i$ کمتر از $\frac{\lambda}{4}$ است و نقطه تلاقی سمت چپ و اگر نمایانی افزایش یابد نقطه تلاقی سمت راست مقدار آن را مشخص می‌کند.

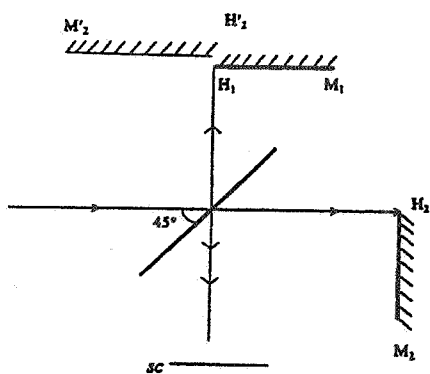
در مواردی که ضرایب بازتاب یا عبور از دو طرف پله عملاً برابر باشند نمایانی بیشینه در بازتاب برای $h \cos \theta_i = \frac{\lambda}{4}$ اتفاق می‌افتد و عملاً ۱ است. اگر آشکارساز بتواند تغییر نمایانی ۱٪ را نشان دهد، که انتظار معقولی است، دقت اندازه‌گیری از مرتبه $1/400$ می‌شود که شایان توجه است.

ب) $h \cos \theta_i > \frac{\lambda}{4}$. در این صورت زاویه فرود را افزایش می‌دهیم تا بهترین حالت محو شدگی فریزها حاصل شود. زاویه فرود را می‌خوانیم و دوباره افزایش می‌دهیم تا نمایانی زیاد و کم شود. اگر زاویه فرود اولین محو شدگی فریزها را θ_0 و زاویه فرود $m+1$ امین محو شدگی را θ_m بگیریم، ارتفاع پله از رابطه

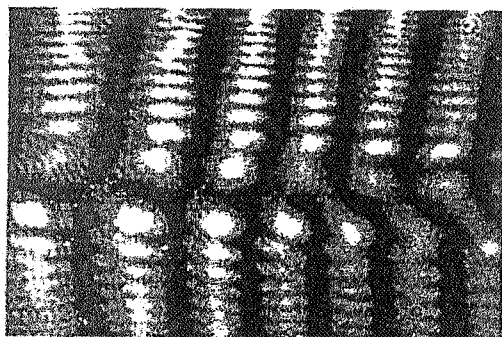
$$h = \frac{m}{\cos \theta_0 - \cos \theta_m} \frac{\lambda}{2} \quad (18)$$

به دست می‌آید. از این روش برای تعیین ارتفاع پله‌هایی تا چند صد میکرون در حالت عبور استفاده شده است و نتایج بسیار رضایت‌بخش است.

مراحل اندازه‌گیری ضخامت لایه در عبور نیز مشابه مورد بازتاب است با این تفاوت که به جای ارتفاع موثر پله، $h \cos \theta_i$



شکل ۱۰. اگر در تداخل سنج مایکلسون به جای دو آینه، دو نیمه از یک آینه را قرار بدهیم روی پرده SC پراش فرنل از پله $M_1H_1H'_1M'_1$ را خواهیم داشت.



شکل ۱۱. فریزهای تداخلی (نوارهای قایم) و پراشی (نوارهای افقی) که در بازتاب باریکه موازی و گسترده لیزر هلیوم - نیون از تیغه شیشه‌ای با پله شفاف تشکیل شده است.

مجاور لبه پله عملاً محو هستند، نزدیک به مضرب زوجی از π است و برای دو نقش دیگر، فاز مضربی غیردرست از π است. برای مشاهده پراش نور از پله گرد بر یک پولک شیشه‌ای به ضخامت 0.8 میلی‌متر باریکه گسترده به طور عمودی تابانده شد و فیلم عمود بر باریکه خروجی در فاصله سه متری از پولک قرار داده شد و نقش پراش شکل ۱۴ ثبت گردید. در این مورد فاز موج در صفحه پولک و در مرز آن تغییر ناگهانی پیدا می‌کند. هم‌خوانی این عکس با نمودارهای نظری شکل ۶ درخور توجه است.

برای اندازه‌گیری ضخامت تیغه‌ای شفاف، با ضخامت حدود 0.8 میلی‌متر آن را روی تیغه‌ای که دو سطح آن در حد مطلوب موازی بود طوری قرار دادیم که پله‌ای ایجاد شود. دو تیغه به هم چسبیده روی سکوی چرخش پذیری به طور قایم نصب شد و باریکه گسترده و موازی لیزر بر آن تابیده شد و نقش پراش

باریکه شکن، نیمه آینه دیگر را کامل کند (شکل ۱۰)، باز هم یک پله با ارتفاع قابل تغییر خواهیم داشت. اگر چنین دستگاهی با نور همدوس روشن شود روی پرده مشاهده پراش فرنل از پله تشکیل می‌شود و از تغییر نمایانی نقش پراش در اثر جابه‌جایی یکی از نیمه آینه‌ها اندازه‌گیری‌های مورد نظر صورت می‌گیرد. در صورتی که تصویر نیمه آینه M_2H_2 یعنی $M'_2H'_2$ در امتداد M_1H_1 قرار بگیرد به سبب اختلاف فاز فیزیکی $\frac{\lambda}{4}$ در محل متناظر لبه پله فریز تاریکی ایجاد می‌شود و وقتی ارتفاع پله $\frac{\lambda}{4}$ شود فریز مذکور روشن می‌شود و انتظار داریم روشنائی یکنواختی صفحه را ببوشاند. این دستگاه وسیله مناسبی برای تحقیق اصل باینه است. می‌توان به جای دو نیمه یک آینه از دو آینه مکمل استفاده کرد، به طوری که وقتی بر هم منطبق شوند آینه یکپارچه ایجاد کنند.

چنین دستگاه‌هایی می‌توانند برای اندازه‌گیری طول موج، تغییر فاز، همچنین تعیین شکل خط طیف به کار روند و در اپتیک فوریه مفید باشند.

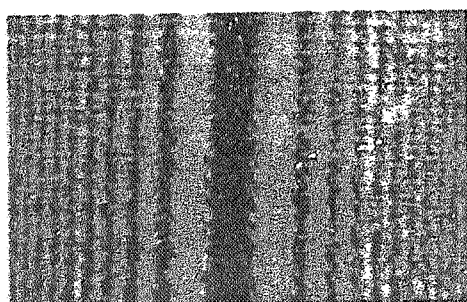
۴. کارهای تجربی و جمع‌بندی

۱.۴. کارهای تجربی

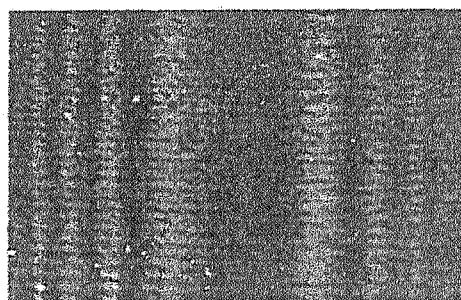
در این بخش نتایج چند آزمایش که موید مطالب بخشهای ۲ و ۳ هستند آورده می‌شود. شکل ۱۱ عکسی است که از تاباندن باریکه موازی و گسترده لیزر هلیوم - نیون به یک تیغه شیشه‌ای که روی آن لایه‌ای از MgF_2 به صورت پله نشانده شده، در بازتاب گرفته شده است. فریزهای قایم ناشی از تداخل باریکه‌های بازتابیده از دو سطح تیغه هستند و فریزهای افقی نقش پراش فرنل از پله را در بازتاب نشان می‌دهند.

عکسهای شکل ۱۲ نقشهای پراش فرنل از: الف) پله کدر در بازتاب، ب) پله شفاف در عبور را نشان می‌دهند. نمایانی فریزهای مجاور پله در خور توجه است. برای ثبت نقش ۱۲. الف باریکه گسترده لیزر بر تیغه شیشه‌ای پوشیده از آلومینیوم که روی آن لایه‌ای از آلومینیوم به صورت پله نشانده شده است تابانده شده و فیلم عمود بر باریکه بازتابیده، در فاصله حدود سه متر از تیغه قرار داده شده است. نقش ۱۲. ب در شرایطی مشابه از پله شفاف در عبور گرفته شده است.

در شکل ۱۳ عکسهای چهار نقش پراش از یک پله شفاف در عبور آمده است که با تغییر زاویه فرود نمایانی در آنها تغییر داده شده است. فاز ناشی از پله در نقش ۱۳. الف نزدیک به مضرب فردی از π است، در حالی که در مورد نقش ۱۳. د، که فریزهای

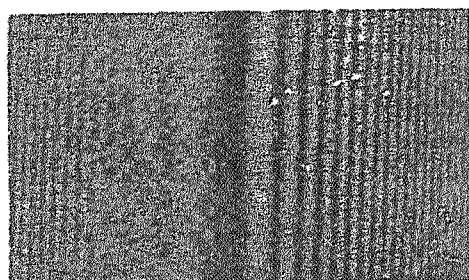


(ب)

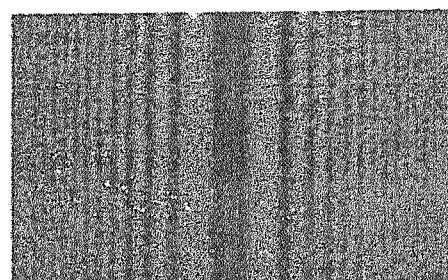


(الف)

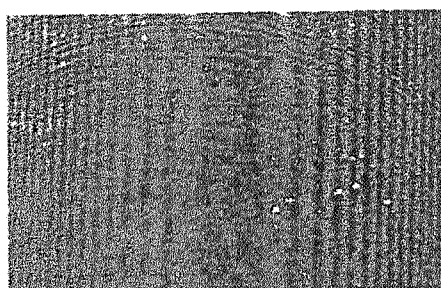
شکل ۱۲. نقش پراش فرنل: (الف) از پله کدر در بازتاب، (ب) از پله شفاف در عبور.



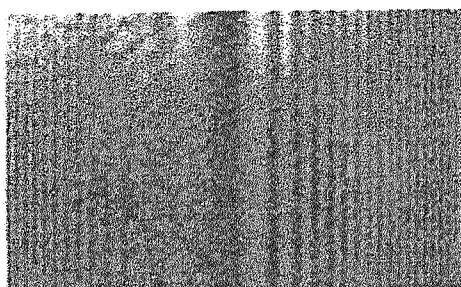
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

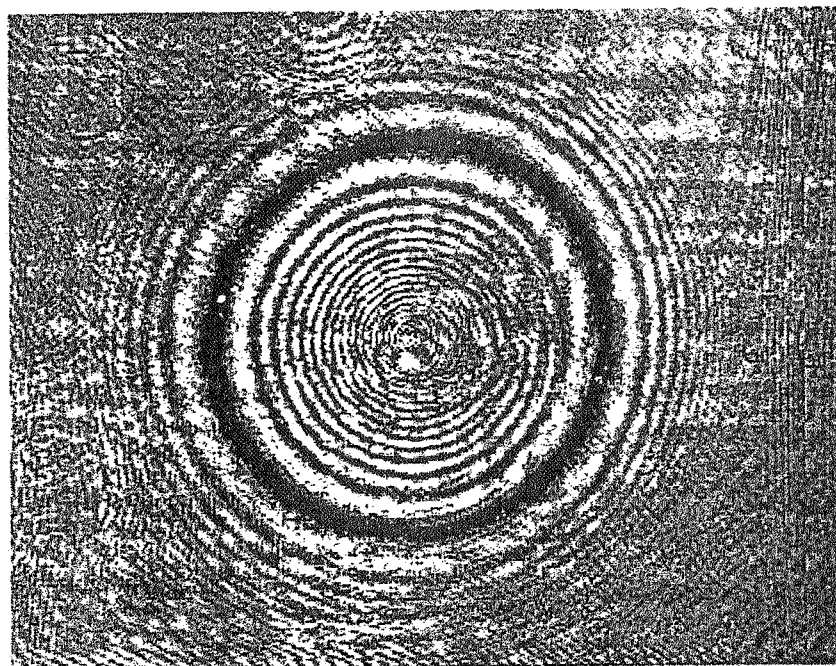
شکل ۱۳. نقشهای پراش فرنل از پله که با تغییر زاویه فرود نمایانی آنها تغییر داده شده است.

۲.۴. جمع بندی

(الف) این مطالعه نشان می دهد که در اثر تغییر ناپیوسته (تند) فاز موج پراش فرنل قابل ملاحظه می شود. در پراش فرنل مرسوم که در اثر برخورد موج با مانع اتفاق می افتد دامنه موج تغییر ناپیوسته (تند) پیدا می کند. بنابراین تغییر تند دامنه و فاز، هر دو، پراش فرنل محسوس ایجاد می کنند.

(ب) این مطالعه نشان می دهد که از پراش فرنل در اثر تغییر فاز برای اندازه گیری ضخامت، جابه جایی، ضریب شکست و هر

عبوری روی پرده تشکیل گردید. با چرخاندن سکو زاویه فرود به آرامی تغییر داده شد و زاویه های فرود برای محوهای متوالی فریزها خوانده شد. با وجود آن که دقت خواندن زاویه یک دقیقه بود، ولی چون تعداد زیادی محوشدگی منظور شد، ضخامت تیغه با دقت کسری از میکرومتر، با استفاده از رابطه (۱۷) معین شد.



شکل ۱۴. نقش پراش فرنل از پله گرد. برای ثبت این نقش صفحه حساس عمود بر باریکه عبور کرده از یک پولک شیشه‌ای قرار داده شده است.

فازی، علاوه بر تعمیق درک ما از پراش فرنل، احتمالاً کاربردهای دیگری را پیش روی ما خواهد گذاشت که مطالعات بعدی معلوم خواهد کرد.

سپاسگزاری

مؤلفین لازم می‌دانند که از آقایان امیررضا صدرالحسینی و احمد درودی برای کمک در تهیه برخی از نمونه‌ها و نمودارها و آماده سازی مقاله تشکر کنند. به علاوه این کار به عنوان بخشی از پروژه تحقیقاتی با شماره ۸۶۴۰۰۰ از برنامه ملی تحقیقات با حمایت شورای پژوهشهای علمی کشور انجام شده است که موجب امتنان مؤلفین اول و آخر است.

کمیت فیزیکی که به تغییر فاز موج تبدیل شود، می‌توان استفاده کرد. تفاوت عمده اندازه‌گیری با این روش و روشهای تداخل‌سنجی متداول در این است که در اولی تغییر فاز باعث تغییر نمایانی فریزهای پراش می‌شود، ولی در دومی تغییر فاز باعث تغییر شدت می‌شود. چون نمایانی به شدت چشمه حساس نیست امکان اندازه‌گیری دقیقتر با روش ارایه شده بیشتر است.

(ج) چون ابعاد اجزای پراش دهنده کوچک هستند و می‌توانند خیلی نزدیک به هم قرار بگیرند، می‌توان اثر نوفه‌های مکانیکی را کاهش داد و با ساخت دستگاه‌های کم حجم هزینه را پایین آورد.

(د) گسترش این مطالعه به پراش فرنل موجهای بسفام و توزیعهای دامنه غیریکنواخت، مثلاً توزیع گوسی، از اجسام

مراجع

1. M Bron and E Wolf, "Principles of Optics", 7th ed. Cambridge University Press (1999).
2. R Guenther, "Modern Optics", Chapter 11, Jhon Wiley and Sons Inc, USA, (1990).
3. P S Considine, *J. Opt. Soc. Am.* 56(8), (1986), 1001-1008.
4. O Yoshihiro, and M C Yin, *Appl. Opt.* 23(2), (1984), 300-306.
5. M T Tavassoly, H Sahl-ol-bei, M Salehi and H R Khalesifard, *SPIE* 3749, 560, (1999).
6. G B Parrent, B J Thompson, "The new physical optics note book", American Institute of physics, (1989).