

## ترکش مزونهای سنگین در LHC

محمدعلی گومشی نوبری<sup>۱</sup> و مجتبی دوستی<sup>۱</sup>

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه رازی کرمانشاه

۲. مرکز فیزیک نظری و ریاضیات، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی ۸۴۸۶-۱۱۳۶۵، تهران

(دریافت مقاله: ۸۱/۳/۲۹ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۱/۱۲/۲۴)

### چکیده

با راه اندازی برخورد دهنده LHC در مرکز CERN امکان بررسی تولید و واپاشی مزونها و باریونهای سنگین با آمار بالا فراهم خواهد شد. در کار حاضر مزونهای سنگین را مورد توجه قرار داده و با محاسبه توابع ترکش آنها در شرایط LHC، احتمال کل ترکش و مقدار متوسط پارامتر ترکش را برای آنها ارائه می‌دهیم.

واژه‌های کلیدی: کوارکهای سنگین، ترکش، QCD اختلالی

### ۱. مقدمه

ترکش کوارکهای سبک در مدل‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. این مدلها جنبه آماری داشته و تابع ترکش این کوارکها با افزایش پارامتر ترکش کاهش می‌یابد. در اواخر دهه هفتاد در مطالعه جتهای انهدام  $e^+e^-$  مشاهده شد که در شرایط خاصی، طیف ترکش در فاصله تغییرات پارامتر ترکش، دارای قله مشخصی است. این تغییر دلیل سینماتیکی دارد و بیورکن [۱] و سوزوکی [۲] آن را مربوط به حضور کوارک سنگین در جت دانستند و سعی کردند آن را در چارچوب مدل‌های آماری توضیح دهند. بعد از کشف کوارک c و b برای اولین بار مکانیسم ترکش این کوارکها در یک مدل مکانیک کوانتومی توسط پیترسون [۳] توصیف شد. بعد از این کار و با توجه به اهمیت مسئله، مدل‌های مختلفی ارائه گردید [۴]. بعضی از این مدلها اهمیت تجربی و نظری پیدا کردند.

ترکش کوارکهای سنگین آغاز شد و معلوم گردید که توابع ترکش کوارکهای سنگین را می‌توان در مقیاس مشخصی تا مرتبه دلخواه در بسط اختلال محاسبه نمود [۵]. مقیاس اشاره شده در این محاسبه اهمیت دارد. ثابت شده است که محاسبه QCD اختلالی برای توابع ترکش تنها در مقیاس ترکش قابل انجام است و این مقیاس از مرتبه مجموع جرم ذرات حالت نهایی در فرایند ترکش است. برای مثال در ترکش مزون  $B_c$  این مقیاس حدود ۸ GeV و برای مزون B از مرتبه ۵ GeV است. از طرف دیگر این مقیاسی نیست که این مزونها در آن تولید می‌شوند بلکه به مراتب کمتر از آن است. برای محاسبه سطح مقطع تولید، لازم است به کمک معادله تحول آلتارلی-پاریسی [۶] تابع ترکش در مقیاس ترکش را به همان تابع در مقیاس تولید تحول داد.

کشف کوارک t [۷] تأثیر مهمی در مدل کوارک برای هادرونها گذاشت. کوارک t با جرم تقریبی ۱۷۵ GeV و طول

اوایل دهه نود، استفاده از QCD اختلالی در محاسبه توابع

دیفرانسیلی  $d\hat{\sigma}$  به شکل هادرون در می‌آید و می‌تواند یک پادکوارک باشد.  $z$  پارامترترکش و  $\mu$  مقیاس تولید هادرون  $H$  است. ارتباط بین مقیاس ترکش و مقیاس تولید به وسیله معادله آلتارلی-پاریسی فراهم می‌شود. می‌توان این معادله را به شکل معادله انتگرال-دیفرانسیلی زیر نوشت

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mu} D_{Q \rightarrow H}(z, \mu) = \int_z^1 \frac{dy}{y} P_{Q \rightarrow Q} Q(z/y, \mu) D_{Q \rightarrow H}(y, \mu) \quad (2)$$

در اینجا  $P_{Q \rightarrow Q}(x = z/y, \mu)$  تابع انشعاب آلتارلی-پاریسی است و در پایینترین مرتبه  $\alpha_s$  شکل زیر را دارد

$$P_{Q \rightarrow Q}(x, \mu) = \frac{4\alpha_s(\mu)}{3\pi} \left( \frac{1+x^2}{1-x} \right)_+, \quad (3)$$

و  $\alpha_s(\mu)$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\alpha_s(\mu) = \frac{\alpha_s(M_Z)}{1 + \lambda \pi b_0 \alpha_s(M_Z) \ln\left(\frac{\mu}{M_Z}\right)}, \quad b_0 = \frac{33 - 2n_f}{48\pi^2}. \quad (4)$$

در اینجا  $M_Z$  جرم بوزون  $Z^0$  است. دستورالعمل (+) به صورت زیر انجام می‌شود.

$$f(x)_+ = f(x) - \delta(1-x) \int_0^1 f(x') dx'. \quad (5)$$

توجه کنید که در معادله آلتارلی-پاریسی تنها تابع انشعاب  $P_{Q \rightarrow Q}$  منظور شده است. با این کار از سهم توابع انشعاب  $P_{g \rightarrow g}, P_{g \rightarrow Q}, P_{Q \rightarrow g}$  صرف نظر کرده‌ایم. در واقع به علت بالا بودن جرم کوارک، سهم این توابع انشعاب قابل اغماض است.

### ۳. سینماتیک

با توجه به شرایطی که در بالا بحث شد، می‌توان فرآیند ترکش مزونهای سنگین را در QCD اختلالی در نظر گرفت و برای آن دیاگرام فاینمن رسم نمود. شکل ۱ دیاگرام پایتترین مرتبه اختلال را برای ترکش پادکوارک  $\bar{b}$  به حالت  $\bar{b}c$  نشان می‌دهد. این دیاگرام برای تشکیل مزون  $B_c$  در نظر گرفته شده است و به طور معادل در محاسبات ترکش کوارک سنگین  $Q$  به مزونهای  $B$  و  $D$  با همان نماد چهار بردار مورد استفاده قرار می‌گیرد. پارامتر ترکش مطابق معمول به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$z = \frac{(E + P_{||})_M}{(E + P_{||})_Q}. \quad (6)$$

عمری از مرتبه  $10^{-24}$  s قبل از اینکه بتواند برهمکنش قوی نماید واپاشی می‌کند و بنابراین از دور تشکیل هادرون خارج می‌شود. از طرف دیگر ساخت برخورد دهنده هادرون بزرگ LHC در مرکز CERN امکانات جدیدی برای مطالعه تولید و خواص هادرونهای سنگین را فراهم می‌کند. این شتابدهنده با انرژی مرکز جرم ۱۴ TeV پروتون و پروتون را با شدت باریکه  $1.0^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  برخورد می‌دهد. حاصل چنین برخورد پارانرژی می‌تواند کوارکهای  $c$  و  $b$  با انرژیهای بسیار بالا باشد طوری که بتوان از جرم آنها در مقابل انرژیهایشان صرف نظر کرد. این شرایط برای مطالعه تولید و خواص هادرونهای سنگین بسیار مناسب است. از طرفی بالا بودن انرژی، امکان به کار بردن محاسبات اختلالی را نیز آسان می‌سازد و از طرف دیگر محاسبه توابع ترکش با کوارکهای بدون جرم ساده‌تر است و به توابع مختصرتری منجر می‌شود.

در کار حاضر ما به تولید مزونهای سنگین توجه نموده و با محاسبه توابع ترکش آنها با قطبش معین، رفتار توابع ترکش، احتمال کل ترکش و مقدار متوسط پارامتر ترکش را برای حالتی با قطبش معین محاسبه می‌کنیم. این محاسبه شامل مزونهای  $D, B_c$  و  $B$  و حالتی برانگیخته آنها خواهد بود.

### ۲. QCD اختلالی و ترکش

فرآیند ترکش به علت دربرداشتن حالت مقید کوارک و پادکوارکها در حالتی نهایی می‌تواند بسیار پیچیده باشد. در انرژیهایی که کوارکها و پادکوارکها پیوند خورده و مزونها و باریونها را تشکیل می‌دهند درک نظریه برهم کنشهای قوی بسیار پیچیده است ولی با تغییر انرژی و مقیاس می‌توان شرایطی را در نظر گرفت که در آن مانند فرآیندهای QED، با استفاده از دیاگرامهای درختی فرآیند ترکش را در QCD اختلالی محاسبه نمود. این کار بدون در نظر گرفتن پیچیدگیهای حالت نهایی انجام می‌شود و رفتار حالت مقید به کمک تابع موج در مرکز آن در محاسبات منظور می‌گردد. با استفاده از چنین توابع ترکشی می‌توان سطح مقطع تولید این هادرونها را در مقیاس مناسبی به کمک رابطه زیر به دست آورد

$$d\sigma(H(p)) = \int_0^1 dz d\hat{\sigma}(Q(p/z, \mu)) D_{Q \rightarrow H}(z, \mu). \quad (1)$$

در اینجا،  $Q$  کوارکی است که پس از تولید با سطح مقطع

که در آن  $\alpha_s = g^2 / 4\pi$  و  $C_F$  ضریب رنگ است.  $\Gamma$  بخشی از دامنه است که شامل ماتریسهای  $\gamma$  و اسپینورهای کوارکها و پادکوارکها است. توجه کنید که در رابطه (۹) جمع و متوسط اسپین ذرات در نظر گرفته نشده است. ما در بخشی از محاسبات خود توابع ترکش را برای قطبش معین مزون انجام داده ایم و در بخشی که قطبش خاصی مورد نظر نیست، متوسط اسپین کوارک حالت اولیه و جمع روی اسپینهای ذرات حالت نهایی را منظور نموده ایم.

در اینجا مزونهای شبه نرده ای و برداری در نظر گرفته شدهاند. برای تشخیص قطبشهای مختلف مزونهای برداری، بردار قطبش  $\varepsilon$  را منظور کرده ایم. با توجه به شرایط LHC مربع بخش اسپینوری دامنه به صورت زیر به دست آمده است.

$$|T_{\text{spin } 0}|^2 \propto p' \cdot k' \quad (11)$$

و

$$|T_{\text{spin } 1}|^2 \propto 2(p' \cdot \varepsilon)(k' \cdot \varepsilon^+) + p' \cdot k'. \quad (12)$$

در اینجا بردار قطبش  $\varepsilon$  تنها مؤلفه عرضی دارد. اگر به جای جدا کردن قطبشهای مختلف اسپین مزون، متوسط آنها را در نظر بگیریم نتیجه زیر به دست می آید

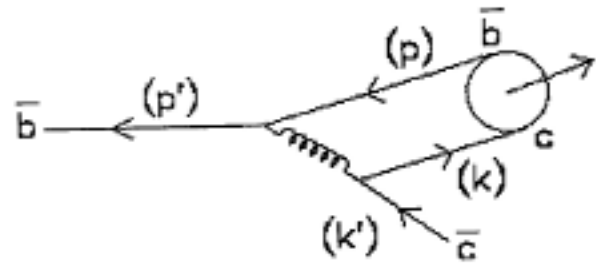
$$|T_{\text{spin ave}}|^2 \propto 2(p' \cdot p)(k' \cdot p). \quad (13)$$

محاسبات فوق در حد نسبیته نهایی و صرف نظر از جرم ذرات در مقابل انرژیشان با استفاده از نرم افزار REDUCE [۹] انجام شده است. به علاوه در این محاسبه حرکت ذرات تشکیل دهنده مزون به موازات هم و حمل کسر انرژی تکانه مزون به نسبت جرمشان در نظر گرفته شده است. با محاسبه ضریبهای نقطه‌ای در عبارات فوق به کمک سینماتیک بخش ۲، تحقیق نموده‌ایم که مجموع قطبشهای مختلف معادل اسپین متوسط است یعنی

$$|T_{\text{spin } 0}|^2 + 2|T_{\text{spin trans}}|^2 = |T_{\text{spin ave}}|^2. \quad (14)$$

توجه کنید که ذره فرانسیتی قطبش طولی ندارد. توابع ترکش برای قطبشهای مختلف با قرار دادن مستقیم  $|T|^2$ ها در (۱۰) و (۹) به دست می آیند. برای انتگرال گیری فضای فاز توجه می کنیم که

$$I = \int \frac{d^3 p \delta^3(p+k+k'-p')}{p'_0(p_0+k_0+k'_0-p'_0)} = \int \frac{d^3 p \delta^3(p+k+k'-p')}{[p'_0 + p_0(k_0+k'_0-p'_0)]^2} = \frac{1}{[k+k']^2}. \quad (15)$$



شکل ۱. دیاگرام فاینمن در پایینترین مرتبه برای ترکش پادکوارک  $\bar{b}$  به مزون  $B_c$ .

در اینجا  $M$  و  $Q$  به ترتیب به مزون و کوارک سنگین اشاره دارند. ما محاسبات خود را در دستگاه تکانه بی نهایت انجام می دهیم. در این دستگاه انرژی و تکانه طولی ذرات یکسان بوده و پارامتر ترکش به صورت زیر خلاصه می شود.

$$z = \frac{E_M}{E_Q}, \quad 1-z = \frac{E_{\text{jet}}}{E_Q}. \quad (16)$$

$E_{\text{jet}}$  انرژی تمام ذرات به وجود آمده در فرآیند ترکش منهای انرژی مزون است. به علاوه ما فرض کرده ایم که انرژی مزون به نسبت جرم کوارک و پادکوارک بین آنها تقسیم می شود یعنی  $m \cdot p_0 = (m/M)k_0$ . به جرم کوارک سبک و  $M$  به جرم کوارک سنگین اشاره دارند. به این ترتیب انرژی ذرات در دیاگرام شکل ۱ به صورت زیر برحسب  $z$  پارامتر بندی می شوند

$$p_0 = x_1 z p'_0, \quad k_0 = x_2 z p'_0, \quad k'_0 = (1-z)p'_0, \quad p'_0 = p'_0. \quad (17)$$

در اینجا  $x_1 = m/(m+M)$  و  $x_2 = M/(m+M)$  است. مطابق شکل ۱،  $p'_0$  انرژی کوارک سنگین اولیه می باشد.

#### ۴. توابع ترکش

تابع ترکش مزون سنگین  $M$  که در ترکش مستقیم کوارک سنگین  $Q$  به وجود می آید از انتگرال گیری فضای فاز مربع دامنه با احتساب پایستگی انرژی - تکانه به دست می آید [۸]

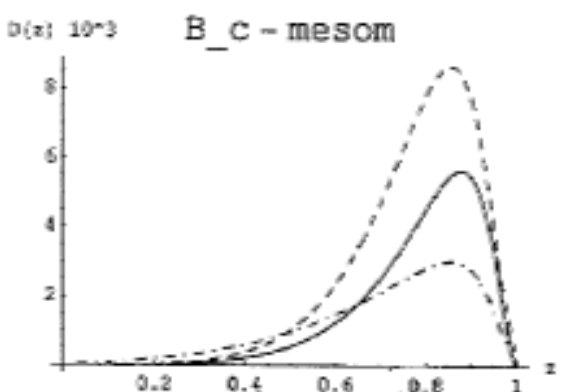
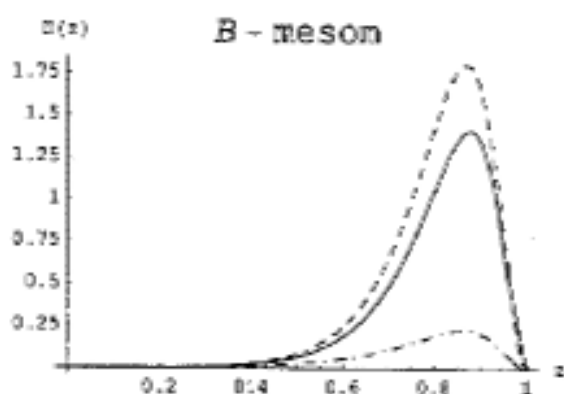
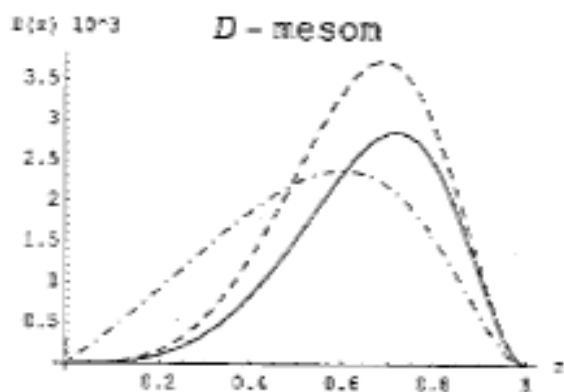
$$D(z, \mu_0) = \int d^3 p d^3 k d^3 k' |T|^2 \delta^3(p+k+k'-p'). \quad (18)$$

در اینجا  $\mu_0$  مقیاس ترکش بوده و  $T$  دامنه مربوط به دیاگرام شکل ۱ است که به صورت زیر نوشته می شود

$$T = \frac{4\pi\alpha_s m M C_F}{2\sqrt{2} p_0 p'_0 k_0 k'_0} \frac{\Gamma}{(k+k')^2 (p_0 + k_0 + k'_0 - p'_0)}, \quad (19)$$

جدول ۱. پارامترهای مختلف که از آنها در محاسبات خود استفاده کرده‌ایم [۱۰].

	$\mu_0$	$\alpha_s$	$f_M$
D	۱/۸۵	۰/۲۲	۰/۲۰
B	۴/۸۵	۰/۲۵	۰/۲۵
B <sub>c</sub>	۶/۷۵	۰/۲۶	۰/۲۸



شکل ۲. رفتار توابع ترکش D<sub>۰</sub> (خط پر)، D<sub>T</sub> (خط چین) و D<sub>ave</sub> (خط نقطه) در مقیاس ترکش مناسب برای مزونهای D، B و B<sub>c</sub>

و این که

$$\int d^3k' = \int dk_L d^2k_T = p'_0(1-z) \int d^2k_T \quad (۱۶)$$

به این ترتیب توابع ترکش را به شکل زیر به دست آورده ایم

$$D_0(z, \mu_0) = \frac{C}{zF(z)} \left\{ \frac{M_T^2}{mM} + \frac{m_T^2}{mM(1-z)^2} - \frac{\langle k_T^2 \rangle}{mM(1-z)} \right\} \quad (۱۷)$$

$$D_T(z, \mu_0) = \frac{C}{zF(z)} \left\{ \frac{M_T^2}{mM} + \frac{m_T^2}{mM(1-z)^2} \right\} \quad (۱۸)$$

$$D_{ave}(z, \mu_0) = \frac{C}{zF(z)} \times \left\{ \frac{M_T^2}{mM} + \frac{m_T^2 M_T^2}{mM(m+M)^2} \frac{z^2}{(1-z)^2} + \frac{(m+M)^2}{mM} \frac{1}{z^2} + \frac{m_T^2}{mM} \frac{1}{(1-z)^2} \right\} \quad (۱۹)$$

F(z) و C شکل زیر را دارند

$$F(z) = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{m}{M} \right)^2 \frac{1}{z} - \frac{m_T^2}{M^2} \frac{1}{1-z} \right]^2$$

$$C = \frac{\lambda \pi^2 \alpha_s^2 f_M^2 C_F}{mM} \quad (۲۰)$$

در اینجا  $f_M$  ثابت واپاشی مزون است که از انتگرال گیری دامنه روی تابع موج تابع دلتا که برای مزون در نظر گرفته شده است، به دست می آید. همچنین جرمهای عرضی به صورت  $m_T^2 = m^2 + \langle k_T^2 \rangle$  و  $M_T^2 = M^2 + \langle k_T^2 \rangle$  تعریف شده اند.

برای بررسی توابع فوق، جرم کوارکها را  $m_b = 4/25 \text{ GeV}$  و  $m_c = 1/25 \text{ GeV}$ ،  $m_{u,d} = 0/3 \text{ GeV}$  نظر گرفته ایم. سایر کمیاتی که در توابع بکار رفته اند در جدول ۱ خلاصه شده است [۱۰]. برای مطالعه رفتار توابع ترکش، توابع  $D_0$ ،  $D_T$ ،  $D_{ave}$  را در شکل ۲ برای حالت‌های D، B و B<sub>c</sub> رسم نموده ایم. همان طور که در شکل معلوم می شود توابع ترکش حالت‌های برانگیخته (خط چین) به دلیل منظور نمودن دو مولفه عرضی، پیک بالاتری از حالت‌های اسپین صفر و متوسط دارد. همچنین مکان وقوع این پیکها قابل توجه است. کمیت  $\langle z \rangle$  آمده در جدول ۲ این مطلب را به طور دقیقتر نشان می دهد. پیک نزدیک  $z=1$  به معنی گرفتن انرژی تکانه بیشتر توسط مزون از کوارک اولیه است و این برای مزونهای B از همه بیشتر است. علاوه بر رفتار این توابع می توان

جدول ۲. احتمال کل ترکش و مقدار متوسط پارامتر ترکش برای کلیه حالت‌های مزونی سنگین در مدل استاندارد.

	D	D*	B	B*	B <sub>c</sub>	B <sub>c</sub> *
$\times 10^{+3}$ احتمال کل ترکش	۰/۱۶۴۴	۳/۱۲۱۴	۳۲۰/۰	۸۲۳/۶	۱/۴۹۷۵	۴/۸۸۸۵
(z)	۰/۶۵۵۶	۰/۶۳۸۵	۰/۸۱۰۹	۰/۸۰۷۴	۰/۷۸۹۳	۰/۷۷۵۰

بزرگی احتمال کل ترکش که در جدول ۲ آمده است، نشان می‌دهد که این ذرات به فراوانی در LHC تولید خواهند شد. مقایسه این نتایج با آنهایی که برای  $B_c$  و  $B_c^*$  در حالت کلی محاسبه شده است [۸] قابل توجه است. با اینکه توابع ترکش، جهانی بوده‌اند و مستقل از انرژی باریکه می‌باشند، با اعمال شرایط LHC احتمال کل ترکش، چندین مرتبه بزرگی افزایش یافته است. بالا بودن احتمال کل ترکش مزون B دلیل سینماتیکی دارد. اگر این حالت را با حالتی مانند  $B_c$  مقایسه کنیم، می‌توان انتظار داشت که همراهی یک پادکوارک سبک با کوارک b نسبت به همراهی یک کوارک c با پادکوارک  $\bar{b}$ ، با احتمال بیشتری انجام می‌شود. این احتمال برای حالت‌های D از همه کمتر و از مرتبه  $10^{-3}$  است. نکته دیگری که در این جدول به چشم می‌خورد بالا بودن احتمال کل ترکش حالت‌های برانگیخته است و این در هر سه مورد روی داده است. این نکته باین واقعیت که حالت‌های برانگیخته شامل قطبش‌های مختلف است، سازگاری دارد. در اینجا به خاطر بدون جرم گرفتن ذرات، برای آنها قطبش طولی در نظر نگرفته ایم ولی دو مؤلفه قطبش عرضی منظور شده است.

احتمال کل ترکش و مقدار متوسط پارامتر ترکش را نیز برای تک تک حالتها محاسبه کرد. در QCD اختلالی ثابت شده است که احتمال کل ترکش یعنی

$$\int_0^1 D_{Q \rightarrow M}(z, \mu) dz, \quad (21)$$

با مقیاس  $\mu$  تغییر نمی‌کند [۱۱]. یعنی می‌توان آن را در مقیاس ترکش برای همه مقیاسها محاسبه نمود. نتایج این محاسبه و مقدار متوسط پارامتر ترکش یعنی

$$\int_0^1 z D_{Q \rightarrow M}(z, \mu) dz / \int_0^1 D_{Q \rightarrow M}(z, \mu) dz \quad (22)$$

در جدول ۲ درج شده است.

## ۵. بحث و نتیجه‌گیری

ما توانسته‌ایم توابع ترکش تحلیلی برای توصیف ترکش مزونهای سنگین را در شرایط انرژی بالای LHC به دست آوریم. برای انجام این کار از QCD اختلالی استفاده کرده‌ایم و محاسبه خود را در پایینترین مرتبه یعنی  $\alpha_s^0$  انجام داده‌ایم. با استفاده مناسب از پارامترهای موجود یعنی جرم کوارکها، ثابت برهمکنشهای قوی و ثابت واپاشی مزون، می‌توان اطلاعات کاملی از فرایند ترکش کوارکهای سنگین به دست آورد. مرتبه

## مراجع

1. J D Bjorken, *Phys. Rev. D* **17**(1977) 171.
2. M Suzuki, *Phys. Lett. B* **71** (1977) 139.
3. C Peterson et al, *Phys. Rev. D* **27** (1983) 105.
4. P D B Collins and T P Spiller, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* (1985) 1289. M Suzuki, *Phys. Rev. D* **33** (1986) 676; F Amiri and C R Ji, *Phys. Lett. B* **195** (1987) 593; B Mele and P Nason, *Nucl. Phys. B* **361** (1991) 626; Xin-heng Guo and Tao Huang, *Phys. Rev. D* **43** (1991) 2931; G Colangelo and P Nason, *Phys. Lett. B* **285** (1992) 167; M A Gomshi Nobary, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **20** (1994) 65.
5. E Braaten et al, *Phys. Rev. D* **48** (1993) 5049; E Braaten and T C Yuan, *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 1673.
6. G Altarelli and G Parisi, *Nucl. Phys. B* **126** (1977) 298.
7. F Abe et al, *phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2626; S Abachi et al, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2632.
8. M A Gomshi Nobary and T O'sati, *Mod. Phys. Lett. A* **74** (2000) 455.
9. M MacCallum and F Wright, *Algebraic Computing with Reduce*, Clarendon Press, Oxford (1991).
10. M A Gomshi Nobary, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **27** (2001) 21.
11. A P Martinenko and V A Saleev, *Phys. Lett. B* **385** (1996) 297.