

محاسبه ضریب عبور تشدید تونل زنی از چند لایه‌های  $Al_xGa_{1-x}As / GaAs$ 

لیلا مقدسی، عبدالله مرتضی‌علی و رضا ثابت داریانی

گروه فیزیک دانشگاه الزهرا (س)

(دریافت مقاله: ۱۱/۸۲؛ دریافت نسخه‌نهایی: ۱۴/۸/۸۲)

**چکیده**

در این مقاله نظریه تشدید تونلی در چند لایه‌های  $Al_xGa_{1-x}As / GaAs$ ، بررسی شده است. طیف انرژی‌های تشدید و واپستگی آن به ساختمان سد از روی منحنی‌های عبور سد، برحسب انرژی و مشخصه جریان - ولتاژ در دمای مشخص و سطوح فرمی معین، آنالیز شده است. فرمالیزم حاضر بر اساس تقریب جرم موثر است و نتایج بر اساس محاسبات عددی مستقیم به دست آمده است. تا به حال توسط دیگران این محاسبات برای حالت ۳ سد انجام شده است و در این مقاله برای ۴ سد و ۵ سد پتانسیل، منحنی ضریب عبور را بر حسب انرژی در ولتاژهای بایاس مختلف و دماهای متفاوت و همچنین در انرژی‌های پایین بررسی کرده ایم.

**واژه‌های کلیدی:** ضریب عبور، چاه کوانتمویی چند تایی، نیمه رسانای فرانازک، سدپتانسیل، ساختار تونل زنی

**۱. مقدمه**

آلومینیوم است و در محدوده  $x < 0.4$  قرار دارد.  $AlAs$  خالص نیمه رسانای با گاف غیرمستقیم است، ولی برای  $x > 0.4$  لایه‌های  $Al_xGa_{1-x}As$  دارای گاف مستقیم است، که بسته به غلظت  $Al$  قدری از  $2eV$  کمتر می‌باشد. وقتی رشد لایه‌های  $Al_xGa_{1-x}As$  ادامه یابد به طوری که لایه‌های زیادی نمونه  $GaAs$  را در برگیرد و از یکدیگر توسط لایه‌های نازک  $Al_xGa_{1-x}As$  فاصله گرفته باشند، چاه کوانتمویی چند تایی (MQW) حاصل می‌شود. نوعاً "ساختار می‌تواند شامل تناوبهای صفتایی از لایه‌های  $GaAs$  نازک به ضخامت  $100\text{ }\text{\AA}$  باشد که توسط لایه‌های  $AlGaAs$  با پهنای قدری بیشتر از  $150\text{ }\text{\AA}$  از هم فاصله دارند.<sup>[۲]</sup>

رده مهم دیگری از ساختارهای فیلم نازک، فراشبکه‌ها هستند که ضخامت‌های  $GaAs$  و  $AlGaAs$  هردو فوق نازک‌اند. مثلاً تناوبهای صفتایی چاههای  $GaAs$  به ضخامت  $25\text{ }\text{\AA}$  بین سدهای  $AlGaAs$  به ضخامت  $50\text{ }\text{\AA}$  می‌باشد. در فراشبکه‌ها توابع موج الکترونی از چاههای مجاور، روی هم می‌افتد تا خواص

امروزه تکنیکهای جدید رشد، نظیر برآرایی باریکه مولکولی<sup>۱</sup> و نشست بخار شیمیایی فلزآلی<sup>۲</sup>، این امکان را فراهم می‌سازد که بتوان ساختارهای نیمه رسانای فرانازک با کیفیت بالا را تهیه کرد. اصطلاح فرانازک به ضخامت‌های فیلمی گفته می‌شود که قابل مقایسه با شعاع بور اکسایتون باشد. به فیلمهای نیمه رسانای با ضخامت کمتر از  $100\text{ }\text{\AA}$ ، سیستمهای شبیه دو بعدی محدود شده کوانتمویی گفته می‌شود. یک رده از چنین سیستمهای شبیه دو بعدی رشد داده شده به طریق مصنوعی، ساختارهای چاه کوانتمویی است. تک چاه کوانتموی شامل لایه فرانازک نیمه رسانای با گاف کوچک است که بین لایه‌های نیمه رسانای گاف بزرگتر، محدود شده باشد<sup>[۱]</sup>. نمونه‌ای که بررسی می‌کنیم، لایه نازک  $GaAs$  با انرژی  $15\text{ eV}$  است که بین لایه‌های آلیاژ سه تایی  $Al_xGa_{1-x}As$  قرار می‌گیرد.  $x$  کسر مولی

۱. Moleculer Beam Epitaxy (MBE)

۲. Metal Organic Chemical Vapor Deposition (MOCVD)

$$E_t = \frac{h^* k_t^*}{2m^*(GaAs)} \quad \text{به لایه دیگر و} \quad \eta = \frac{2m^*(GaAs)}{h^*} \quad \text{انرژی}$$

قطع در یک لایه  $GaAs$  است. با به کارگیری معادله (۳) و اعمال شرط زیر

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{z-\varepsilon}^{z+\varepsilon} \left[ \frac{\psi'(\xi)}{\gamma(\xi)} \right] d\xi = 0 \quad (4)$$

شرط فوق مستلزم این است که  $\frac{\psi'(z)}{\gamma(z)}$  هر جایی شامل فصل مشترکها، پیوسته باشند.

برای مطالعه حالتهای پراکنده و برای حل اتوماتیک انطباق در فصل مشترکها و ساده سازی محاسبات عددی، بردارهای  $\Gamma(z)$  را ایجاد می کنیم.

$$\Gamma(z) = \begin{bmatrix} \psi(z) \\ \psi'(z) \\ \gamma(z) \end{bmatrix} \quad (5)$$

که مولفه های آن پیوسته هستند و جفت معادلات زیر را ارضا می کنند:

$$\Gamma'_\gamma(z) = \gamma(z) \Gamma_\gamma(z) \quad (6)$$

$$\Gamma'_\gamma(z) = -\eta \left[ E - \frac{E_t}{\gamma(z)} - U(z) \right] \Gamma_\gamma(z)$$

سازگار با معادله (۳). به سادگی مشخص می شود که  $\Gamma(Z)$  بر حسب  $S$  مشخص می شود:

$$\Gamma(z) = S(z, z') \Gamma(z') \quad (7)$$

$$S(z, z') = \begin{pmatrix} \Gamma_\gamma^{(1)}(Z) & \Gamma_\gamma^{(2)}(Z') \\ \Gamma_\gamma^{(2)}(Z) & \Gamma_\gamma^{(1)}(Z') \end{pmatrix} \quad \text{که در آن}$$

جایی که  $\Gamma^{(1)}$  و  $\Gamma^{(2)}$  حل های ویژه از معادله (۶) و واحد شرایط ابتدایی زیر می باشد:

$$\Gamma^{(1)}(z') = \begin{pmatrix} 1 \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} \quad \text{و} \quad \Gamma^{(2)}(z') = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

باید به نکات زیر توجه داشت:

۱- براساس معادله (۷)، وقتی  $z = z'$  باشد،  $S(z, z')$  به

ماتریس واحد می رسد.

۲- از آنجا که دترمینان  $(z, z')$ ، رنسکین معادله (۳) می باشد،

ساختاری متفاوتی را نسبت به چاههای کوانتمی چند تابی به وجود آورند.

چاههای کوانتمی، ساختارهایی را که دارای سدهای نازکی هستند به نحوی که توابع موج الکترونی از چاههای مجاور روی هم بیفتند را فرا شبکه می خوانند. سدهای نازک تونل زنی ذرات از یک چاه به چاه دیگر با عبور از سد را امکان پذیر می سازند. این امر اثرات جدیدی را فراهم می سازد که به ابزاری جدید و خواص ترا برد (انتقالی) جالب توجهی می انجامد و به پذیره تشدید تونلی منجر می گردد.

## ۲. نظریه تونل زنی چند لایه ای (فرمالیزم عمومی)

خواص بعضی از سیستمهای چند سدی با به کار گیری یک فرمالیزم انتقال با حل معادله شرویدینگر یک بعدی با شرایط موج پراکنده محاسبه می شود، سپس محاسبه عبور سد و از آن شار ذره و نهایتا برای بدست آوردن جریان، روی توزیع فرمی - دیراک ابتدایی و انتهایی میانگین گیری می شود. به طور ویژه دو اتصال با یک ناحیه ( $z < L$ ) جدا شده اند را در نظر بگیرید که ضخامت موثر و ارتفاع سد ولتاژ بایاس شده در آن موثر است که این ناحیه سد به وسیله یک انرژی پتانسیل یک بعدی تو صیف می شود، بنابراین برای یک الکترون داریم:

$$U(z) = \begin{cases} \cdot & z < 0 \\ u_L(z) & 0 \leq z \leq L \\ -eV_a & z > L \end{cases} \quad (1)$$

که در آن  $u_L$  ارتفاع سد در پهنهای  $L$  می باشد و لبه باند در اتصال چپ در انرژی صفر قرار دارد، مشروط بر اینکه ضخامت هر لایه در چند لایه در مقایسه با ابعاد شبکه کوچک باشد، حرکت طولی ممکن است از حرکت عمودی جدا بشود. نتیجتاً یک الکترون با جرم موثر  $m^*$  به وسیله تابع موج جدا پذیر تشریح می شود.

$$\varphi(r, z) = A e^{i \bar{k}_t \cdot \bar{r}} \varphi(z) \quad (2)$$

$$\left[ \frac{\psi'}{\gamma(z)} \right]' + \eta \left[ E - \frac{E_t}{\gamma(z)} - U(z) \right] \psi = 0 \quad (3)$$

در رابطه بالا  $\gamma(z) = \frac{m^*(z)}{m^*(GaAs)}$  بیانگر تغییر جرم از لایه ای

(۱۵)

$$T(E_v, E_t) = T \setminus r(E, E_t) = Tr \setminus (E + ev_a, E_t) = \frac{k}{|M_{22}^+|^2 K}$$

بنابراین  $\det S(z, z') = 1$  شرط ضروری برای بقای ذره است.  
 $S(L, \cdot)$  ماتریس عبور طرح شده برای چند لایه‌ها می‌باشد.  
 خارج از چند لایه تابع موج داده شده به وسیله رابطه زیر داده  
 می‌شود:

$$R(E, E_t) = \\ R \setminus r(E, E_t) = Rr \setminus (E + ev_a, E_t) = \frac{|M_{12}|^2}{|M_{22+}|^2} \quad (16)$$

قابل توجه است که شرایط (۱۲) با یکدیگر یا معادله (۱۵) و (۱۶) نتیجه می‌دهند که:  $R + T = 1$  که به معنای این است که، تعداد ذرات بقاء دارد. همچنین وقتی معادله (۱۱) بسط داده شود به دست می‌آید:

$$M_{22} = \left( S_{11} + K \cdot \frac{S_{22}}{K} \right) + i \left( \frac{S_{21}}{K} - \frac{K}{S_{12}} \right) \quad (17)$$

معادله (۱۵) را با جملات S جایگذاری می‌کنیم:

$$T(E, E_t) = \frac{\frac{4K \cdot K}{K \cdot K}}{\left( S_{11} + K \cdot \frac{S_{12}}{K} \right)^2 + (K \cdot S_{12} - S_{12}/K)^2} \quad (18)$$

یا از معادله (۷) به‌طور مستقیم در عبارتی از مولفه‌های  $\Gamma$  نتیجه می‌دهد:

$$T(E, E_t) = \frac{\frac{4K \cdot K}{K \cdot K}}{\left[ \Gamma_1^{(\gamma)}(L) + K \cdot \Gamma_2^{(\beta)}(L)/K \right] + \left[ K \cdot \Gamma_1^{(\gamma)}(L) - \Gamma_2^{(\beta)}(L)/K \right]} \quad (19)$$

این عبارت برای ضریب عبور، کار گذشته را در دو منظور مهم اصلاح می‌کند: یکی اینکه فاکتور  $(\frac{K}{K})$  که سابقاً در بعضی مشتقات گم شده بود، حالا ظاهر شده است و  $T$  اکنون به هر دو متغیر مستقل  $E$  و  $E_t$ ، به جای اختلاف آنها  $E_l = (E - E_t)$  بستگی دارد. دانسته جریان  $J$  ممکن است به صورت میانگین حاصل ضرب  $T$  با سرعت گروه  $V(k) = \frac{\bar{V}E_k}{h}$  محاسبه شود:

$$J = \frac{e}{(2\pi)^3} \quad (20)$$

$\int dk V(k) T(E, E_t) [f(E) - f(E + ev_a)]$ ,  
 $f(E) \approx 1 + \exp \frac{E - E_f}{K_B \theta}$  به‌طوری‌که توزیع تقریبی فرمی-

$$\psi(z) = \begin{cases} A_+ e^{ikz} + A_- e^{-ikz} \\ B_+ e^{ik(z-l)} + B_- e^{-ik(z-l)} \end{cases} \quad (9)$$

که در آن  $k^2 = \frac{4m^*(E + ev)}{h^2}$  بردارهای موج را در نواحی مربوط به خودشان معرفی می‌کند. وقتی این حلها به (۹) منطبق بشوند (در  $z = L$  و  $z = 0$ ، دامنه‌ها در معادله (۹) به صورت زیر مرتبط می‌شوند:

$$\begin{pmatrix} B_+ \\ B_- \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} \quad (10)$$

طوری که  $M$  حاصل ضرب ماتریسهای زیر است

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{-i}{k} \\ 1 & \frac{i}{k} \end{pmatrix} \quad S(L, \cdot) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ ik & -ik \end{pmatrix} \quad (11)$$

به سادگی مشخص می‌شود که  $M$  نشانه‌هایی از ماتریس پراکندگی دارد:

$$M_{22} = M_{11}^* \quad M_{21} = M_{12}^* \quad \det M = \frac{k}{k} \quad (12)$$

ضریب عبور  $T$  و ضریب انعکاس  $R$ ، به صورت نسبتهاي جريانهای ذره به صورت زیر معین شده‌اند.

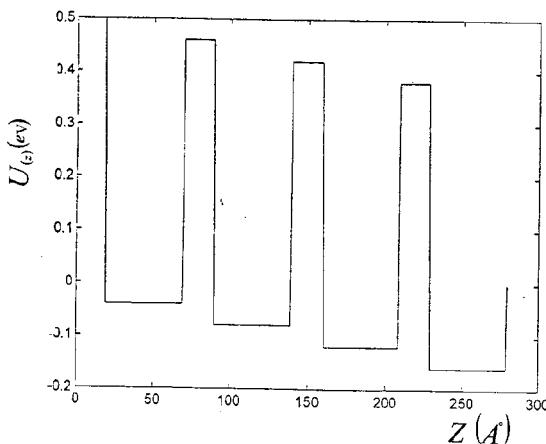
برای انتقال چپ به راست، جایی که  $B_- = 0$

$$T \setminus r = \frac{|B_+|^2 k}{|A_+|^2 k} \quad R \setminus r = \frac{|A_-|^2}{|A_+|^2} \quad (13)$$

برای عبور راست به چپ، جایی که  $A_+ = 0$

$$Tr = \frac{|A_-|^2 K}{|B_-|^2 K} \quad R \setminus r = \frac{|B_+|^2}{|B_-|^2} \quad (14)$$

در واقع با به کار بردن معادلات (۱۰) و (۱۱) می‌توان نشان داد که:



شکل ۱. شماتیک ۴ سد پتانسیل ( $n=4$ ) در ولتاژ بایاس  $V_a = -0.16V$

برای حالت ۵ سد به همین ترتیب می‌توان نوشت و ۱۰ ضابطه به دست می‌آید. شکل ۱ شماتیک ۴ سد پله‌ای ( $n=4$ ) تخت توسط برنامه Matlab برای ولتاژ بایاس  $V_a = -0.16V$  رسم شده است.

منحنیهای ضریب عبور بر حسب انرژی با استفاده از دستورهای مربوط به  $\exp$  ماتریسی نرم افزار Matlab به دست آمدند. همان‌طور که از تونل زنی نتیجه می‌شود، تعداد و موقعیت قله‌ها  $T_n(E)$  شامل اطلاعات مستقیم درباره انرژی واپاشی ساختارهای اتصالی چند لایه می‌باشد [۴]. شکل‌های ۲-الف، ۲-ب و ۲-ج منحنیهای ضریب عبور بر حسب انرژی برای حالت چهار سد ( $n=4$ ) در ولتاژهای بایاس متفاوت به ترتیب

$$V_a = -0.4V, V_a = -0.6V, V_a = -0.8V$$

همچنین در شکل‌های ۳-الف، ۳-ب و ۳-ج منحنیهای ضریب عبور بر حسب انرژی برای حالت پنج سد ( $n=5$ ) در همان ولتاژ های بایاس به دست آمده است. با بررسی دقیق این شکل‌ها می‌توان به نتایجی رسید که در زیر بیان خواهد شد، این نتایج با محاسبات و شکل‌های برای حالت‌های تک سد ( $n=1$ )، دو سد ( $n=2$ ) و سه سد ( $n=3$ ) که در مقالات [۸-۵] آمده است، کاملاً توافق و سازگاری دارد. این نتایج عبارتند از:

۱- در شکل ۲-الف دو دسته قله سه تایی مشاهده می‌شود و در شکل ۳-الف دو دسته قله چهار تایی مشاهده می‌شود. این نشان می‌دهد در ۶ سد ( $n=6$ )، انتظار داریم دو دسته قله پنج تایی مشاهده شود. پس تعداد قله‌ها به ساختار چند لایه‌ای مرتبط است و با افزایش تعداد سدها ( $n$ ) به صورت دو دسته با

دیراک، در دمای قابل اندازه گیری  $\theta$  و انرژی فرمی  $E_f$  و ثابت بولتزمن  $K_B$  می‌باشد. چگالی جریانهای عرضی با توجه به اینکه سد پتانسیل در جهت  $Z$  است؛ لذا  $J_z$  خواهد بود، که از رابطه زیر به دست می‌آید:

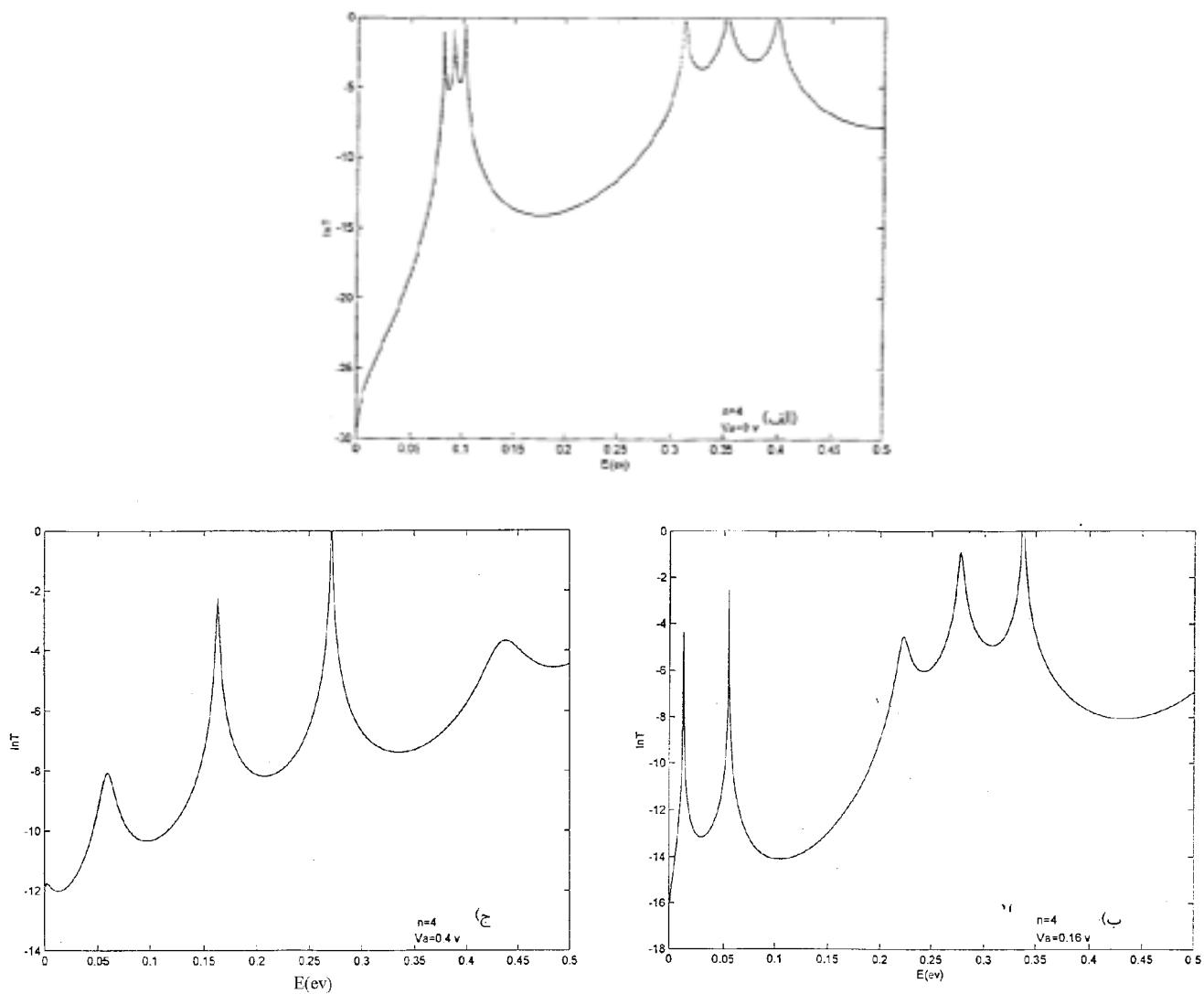
$$J_z = \frac{eem^*}{(2\pi)^2 h^3} \int dE_l \int dE_t T(E, E_t) [f(E) - f(E + eV_a)] . \quad (21)$$

### ۳. به کار گیری برای چند لایه‌های $GaAlAs/GaAs$

نتایج عددی حاصل از منحنی ضریب عبور بر حسب انرژی در ولتاژ‌های بایاس مختلف و دماهای متفاوت [۳] و همچنین در انرژیهای پایین در ادامه ارائه شده است. منحنی‌های  $\ln T$  بر حسب  $E$ ، بیانگر تأثیرات جداگانه از تغییرات تعداد سدها ( $n$ )، ولتاژ بایاس  $V_a$  (بین مدل‌های پتانسیل پله‌ای و شبیدار خطی) و انرژی قطع، می‌باشد.

جهت کلیه محاسبات برای  $Al_xGa_{1-x}As$  پهنهای هر سد پتانسیل  $20\text{ \AA}$  و ارتفاع آن  $5\text{ \mu m}$  و برای  $GaAs$  پهنهای هر چاه پتانسیل  $50\text{ \AA}$  در نظر گرفته شد. جرم موثر الکترونها  $m^*$  برابر است با:  $m^*(x) = (0.67 + 0.834x)\text{ m}$  که در آن  $x = 0.5$  و  $m = 0.5\text{ m}$ . جرم الکترون آزاد می‌باشد. برای همگی منحنیها، بجز در حالت دماهای متفاوت، مقدار انرژی قطع در بنابراین برای ۴ سد  $U(z)$  خواهد شد:

$$U(z) = \begin{cases} +0.5 & -2 < z < 2 \\ \frac{-V_a}{4} & 20 < z < 7 \\ \frac{0.5 - V_a}{4} & 7 < z < 9 \\ \frac{-V_a}{2} & 9 < z < 14 \\ \frac{-0.5 - V_a}{2} & 14 < z < 16 \\ \frac{-2V_a}{4} & 16 < z < 21 \\ \frac{0.5 - 2V_a}{4} & 21 < z < 23 \\ -V_a & 23 < z < 28 \end{cases}$$



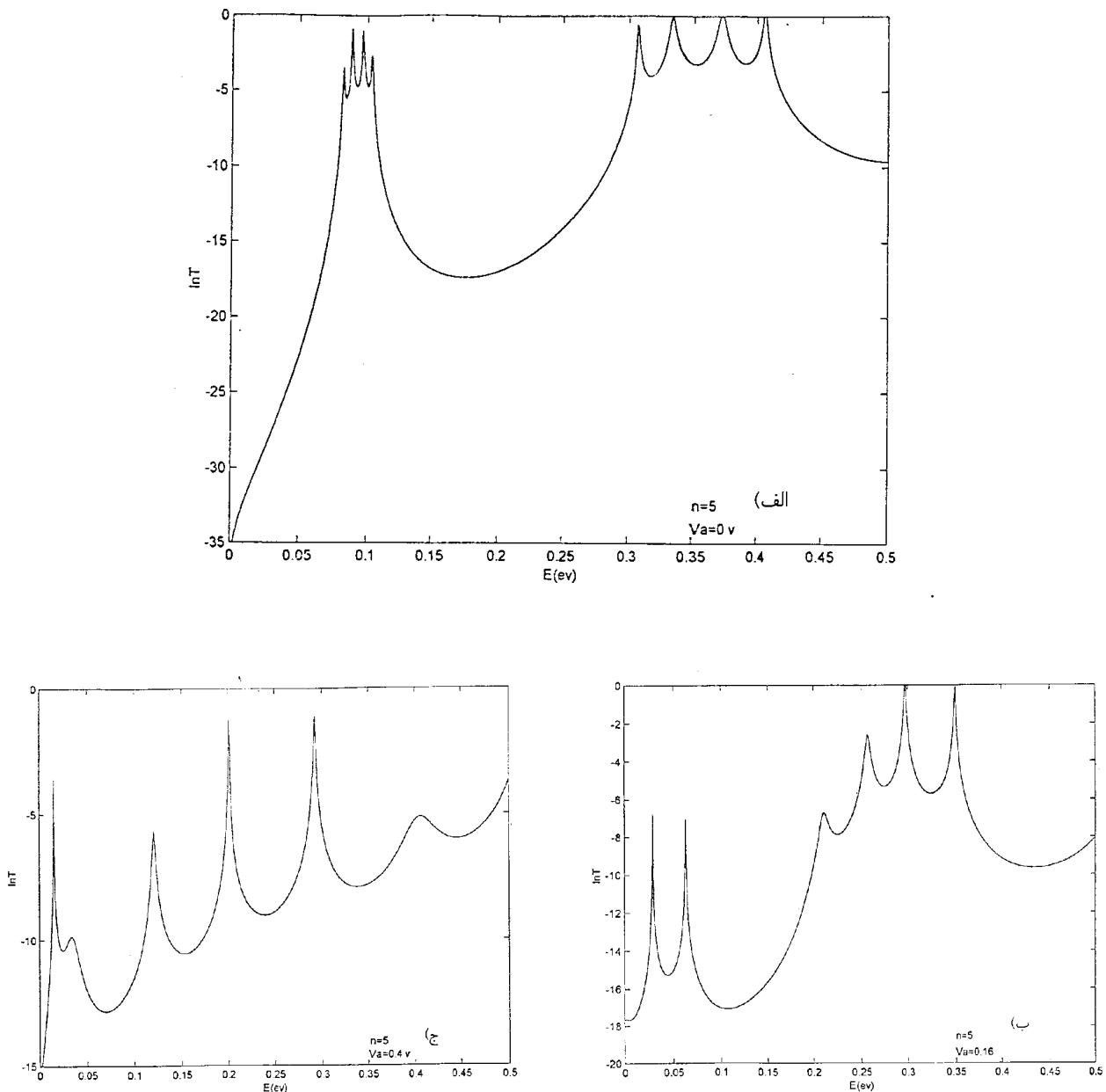
شکل ۲. دیاگرام ضریب عبور بر حسب انرژی برای  $n=4$  در بایاسهای متفاوت. (الف)  $V_a = 0.16V$  ، (ب)  $V_a = 0.4V$  و (ج)  $V_a = 0.4V$

طرف انرژیهای پایینتر حرکت می‌نماید و مقدار ضریب عبور کاهش می‌یابد. توجه نمایید در بایاس  $V_a = 0.4V$ ، قله‌های پایینی از دامنه انرژی مثبت خارج گردیده است. عبارت معادله (۲۱) برای  $J$  پیشنهاد می‌کند که  $J$  به  $v_a$  ضریب عبور  $T$  در مقادیر پایین انرژی و توزیع فرمی-دیراک بستگی دارد. در حقیقت برای داشتن مقاومت منفی  $\frac{dT}{dv_a}$  باید به طور قابل توجهی  $T$  با  $v_a$  تغییر کند. رشته منحنیهای شکل ۴، رفتار را در حالت سد  $n=4$  نمایش می‌دهد. با مقایسه منحنیهای این شکل به مسئله مقاومت منفی در چند ،

(۱-۱) تعداد قله افزایش می‌یابد. به این ترتیب هر چه تعداد سدها بالاتر، برود، کاربرد چند لایه‌ای در آشکارسازی مفیدتر می‌باشد.

-۲- نکته حائز اهمیت در شکلهای ۲ و ۳ این است که دسته قله سمت چپ (در انرژیهای پایینتر) به طور قابل توجهی تیزتر از دسته قله سمت راست می‌باشد، که نمایانگر این است که شاهد باندهای قویتر و آشکارسازی دقیقتر می‌باشیم.

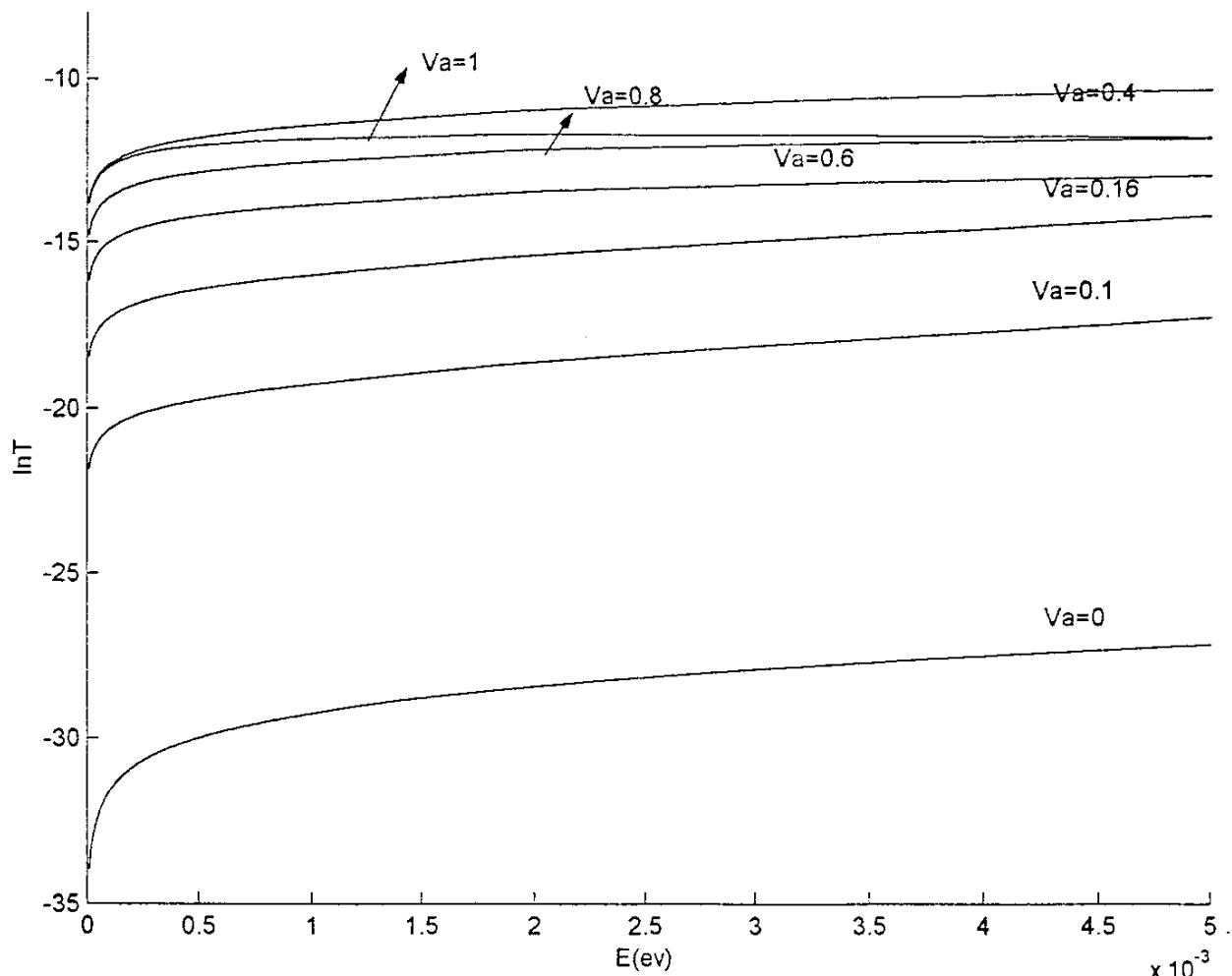
-۳- در بایاس صفر ( $V_a = 0$ )، ضریب عبور به ماکریم مطلق می‌رسد. همانگونه که  $v_a$  افزایش می‌یابد، وضعیت قله‌ها به



شکل ۳. دیاگرام ضریب عبور بر حسب انرژی برای  $n=5$  در بایاسهای متفاوت. (الف)  $V_a = 0 V$  ، (ب)  $V_a = 0.16 V$  و (ج)  $V_a = 0.4 V$ .

شکل ۵ منحنی تغییرات ضریب عبور بر حسب انرژی در بایاس صفر برای انرژیهای قطع  $E_t$  متفاوت را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، با افزایش دما با توجه به رابطه  $E_t$  براساس  $k_B\theta$  منحنی به سمت انرژیهای پاییتر جابه‌جا می‌گردد. به عبارت دیگر با بالا بردن دما انتظار جریان تونلی بالاتری داریم ولیکن ساختار تونل زنی بدون تغییر می‌ماند.

لایه‌ای پی می‌بریم همچنان‌که  $v_a$  افزایش پیدا می‌کند، منحنی به آرامی بالا می‌رود. ولی در  $V_a = 0.16 V$ ، منحنی ناگهان پایین می‌آید و در  $V_a = 0.4 V$  بالا می‌آید، یعنی با افزایش ولتاژ، جریان کمتری می‌گیریم. این شب منفی در معادله  $J = -V_a$  را نشان می‌دهد و با بالا بردن ولتاژ بایاس دوباره منحنی به بالا می‌رود.

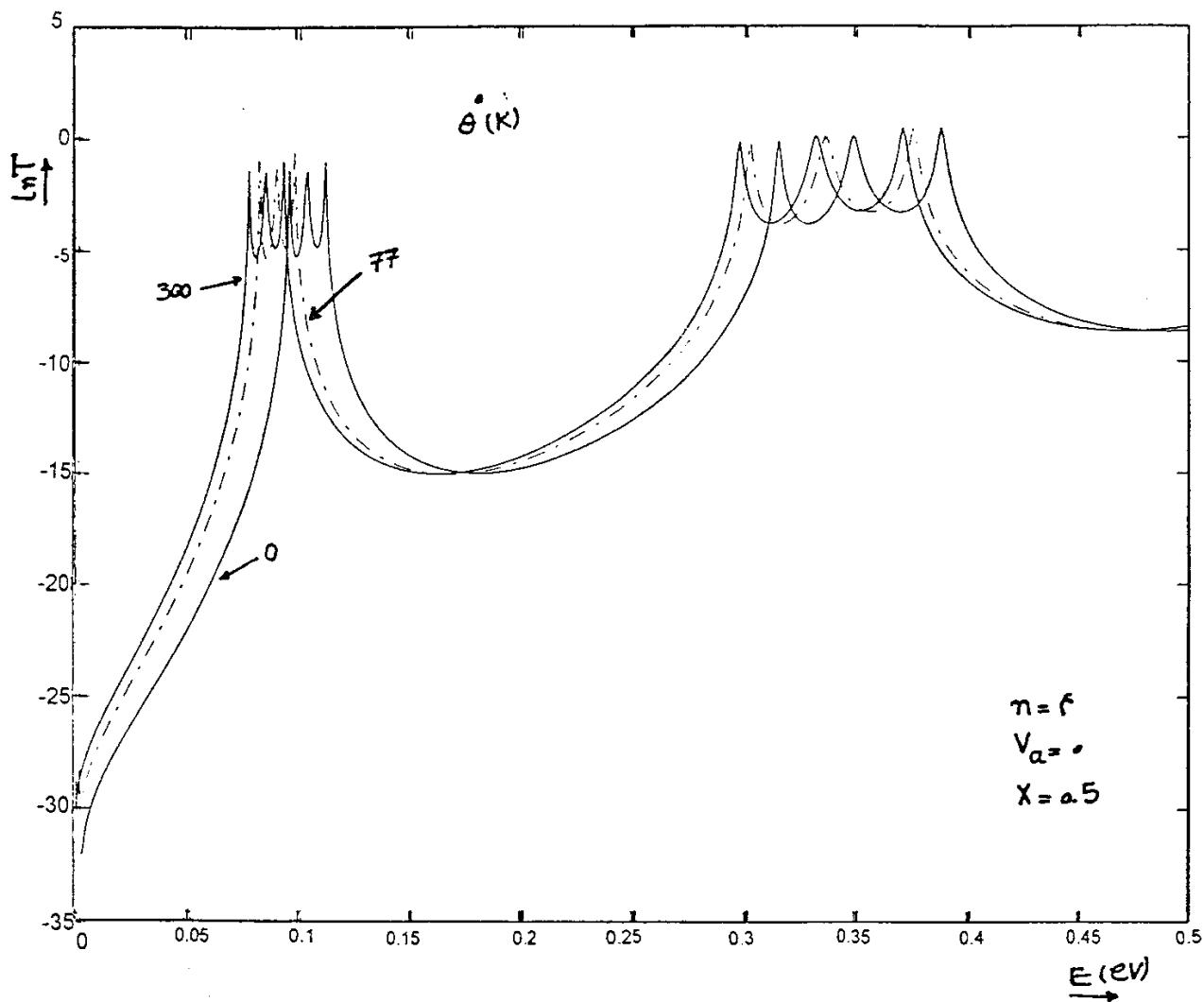


شکل ۴. منحنی تغییرات ضریب عبور بر حسب انرژی در ناحیه انرژی پایین با ولتاژهای متفاوت برای  $n=4$ . این فرض نمایانگر مقاومت منفی در فراشبکه‌ها می‌باشد.

آن. ضریب تونل زنی برای تعداد زوج سدها نسبت به تعداد فرد سدها در انثری یکسان بیشتر است. نکته دیگری که به دست آوردیم وجود مقاومت منفی در فراشبکه‌ها است که کاملاً از جنبه نظری نیز قابل پیش‌بینی بود. آخرین نکته‌ای که به دست آوردیم تاثیر دما بود که نشان می‌داد افزایش انرژی قطع صرفاً انتقالهای آرامی را به انرژیهای پاییتر سبب می‌شود. این نتایج اثرات قابل توجهی از تشدید تونلی را ارائه می‌کند.

در این مقاله منحنی ضریب عبور بر حسب انرژی در ولتاژ بایاسهایی متفاوت را برای ۴ سد و ۵ سد پتانسیل به دست آوردیم. نتایج به دست آمده از آن که در قسمت اول بخش قبلی به طور مبسوط گفته شد، با حالت ۳ سد که در مقالات [۸-۵] آمده است کاملاً در توافق است. این نتایج بیانگر تاثیرات تغییرات تعداد سدها ( $n$ ) و ولتاژ بایاس  $V_a$  می‌باشد، که تعداد قله‌های ظاهر شده در هر مد با (۸-۱) رابطه دارد. علاوه بر

#### ۴. نتیجه‌گیری



شکل ۵. منحنی تغییرات ضریب عبور بر حسب انرژی در بایاس صفر برای انرژی‌های قطع (دهماهی) متفاوت برای  $n=4$

#### مراجع

5. Y Zebda and A M Kanan , *J Appl. Phys.* **72**(2) (1992) 559-563.
6. T B Boykin , *J Appl.Phys.* **78**(11) (1995) 6818-6821.
7. T B Boykin, *Phys. Rev. B* **51**(7) (1995) 4289-4295.
8. Y Ando and T Itoh , *J. Appl. Phys.* **61**(4) (1987) 1497-1502.
9. J M Luo and M Osinski , *Electronic letters* **27**(19) 1735-1738 (1991).

1. S Wang “Fundamental of semiconductor theory and device physics”, prentia Hall Inc, (1989).
2. N Peyghambarian, S Koch and A Mysyrowicz “Introduction to semiconductor optics”, prentice-Hall International Inc (1993).
3. A Ralston and H S Wilf,”Mathematical methods for digital computers”, New York, Wiley (1962).
4. M O Vassel, J Lee and H F Lochwood, *J. Appl. Phys.* **54**(9) (1983) 5206-5213.