

مطالعه بستگی بازده میون به چگالی یونی در همجوشی مخلوط D-T و D-T-H و مقایسه آنها

محمدرضا اسکندری، سیده نسرین حسینی مطلق

بخش فیزیک دانشگاه شیراز، کدپستی ۷۱۴۵۲

تاریخ دریافت ۲۶ بهمن ۷۴

تاریخ دریافت نسخه نهایی ۱۳ اردیبهشت ۷۶

چکیده

در همجوشی دوتریوم - تریتیوم با کاتالیزور میونی، تعداد متوسط همجوشی D-T که میون در طول عمرش کاتالیز می کند پارامتر بسیار مهمی است که ضریب تکثیر میونی نامیده می شود. این پارامتر به مانند شرط لاوسون در همجوشی از طریق فشردگی مغناطیسی و یا شرط pR در همجوشی از طریق فشردگی لختی است. در قسمت اول این مقاله پارامتر فوق برای مخلوط D-T در ازای چگالیهای مختلف محاسبه شده است و نشان داده شده است که با ثابت گرفتن ضریب چسبندگی در تغییر چگالی، مقدار ضریب تکثیر محدود است و انرژی حاصل از همجوشیها سیستم را به حالت بهره‌وری نمی‌رساند. در سالهای اخیر نتایج تجربی نشان داده است که در مخلوط D/T/H در شرایطی که چگالی دوتریوم و تریتیوم رقیق باشد ضریب تکثیر میونی در شاخه $dt\mu$ افزایش قابل ملاحظه‌ای دارد. بنابراین، محاسبات را برای این مخلوط انجام داده‌ایم و نشان داده‌ایم که روش محاسبات برای مخلوط سه گاز با نتایج تجربی همخوانی بسیار خوبی دارد و نشان می‌دهد که فرض‌های اعمال شده در روش محاسبات با واقعیات فیزیکی مسئله به خوبی مطابق است.

مقدمه

از بین ذرات زیر هسته‌ای، ذره میون دارای طول عمر کوتاهی است. این ذره باری برابر با بار الکترون دارد ولی جرم آن خیلی بیشتر از جرم الکترون است. بنابراین یک میون می‌تواند به جای الکترون وارد مدار بوهر اتم هیدروژن شود و این هیدروژن میون‌دار به راحتی می‌تواند به هسته هیدروژن دیگر نزدیک شود. در نتیجه احتمال همجوشی افزایش می‌یابد. به دنبال یک واکنش همجوشی، میون با احتمال زیاد رها می‌شود و در نتیجه با چسبیدن به هسته هیدروژن دیگر، احتمال همجوشی را افزایش می‌دهد. تکرار این چرخه تا قبل از تلاشی میون ادامه می‌یابد. این فرآیند همجوشی، به شیوه کاتالیزور میونی معروف است. عملی بودن این نوع همجوشی برای اولین بار در دانشگاه برکلی و توسط گروه آلوارز (Alvarez) ملاحظه گردید. ارزش انرژی متوسط معادل برای تولید میون 3 GeV است. بنابراین با در نظر گرفتن طول عمر کوتاه میون که حدود $10^{-6} \times 2/2$ ثانیه است، مسلم است که در چنین وضعیتی

ارزیابی چنین سیستمی از نظر انرژی تولید شده در مقایسه با انرژی مصرف شده یک مسئله مهم و حساس است. به طور کلی ارزیابی انرژی آزاد شده از یک واکنش هسته‌ای (یا در یک سلسله واکنش)، نسبت به بهای انرژی که سبب آن واکنش می‌گردد برای تعیین اهمیت هر سازوکار انرژی‌زای هسته‌ای یک موضوع اساسی است. برای همین منظور تحقیقات مختلفی در این زمینه انجام می‌گیرد. [۱-۳]، در قسمت اول این مقاله روش جالبی برای محاسبه بازده میون در سیستم همجوشی دوتریوم - تریتیوم با کاتالیزور میونی ارائه می‌شود. به همین منظور در فرمولبندی توازن انرژی، شبکه‌ای مناسب از واکنشهای μdt معرفی شده است و سپس معادلات دینامیک نقطه‌ای حاکم بر سیستم نوشته شده است. با محاسبه انرژی تولید شده توسط سیستم و با اطلاع از انرژی مصرف‌شده اولیه جهت تولید میون، متوسط تعداد پدیده همجوشی $d + t$ در طول عمر میون محاسبه شده است. سپس بازده کاتالیزور میونی در یک سیستم پایا مورد بررسی قرار گرفته است. تغییرات این بازده

زیر می نویسیم:

$$\frac{dN_{\mu}}{dt} = -\lambda_{\mu} N_{\mu} - K_{\mu t} N_{\mu} N_t - K_{\mu d} N_{\mu} N_d + \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt} (1 - \omega) + s_{\mu} \quad (۱. الف)$$

$$\frac{dN_t}{dt} = -K_{\mu t} N_{\mu} N_t - K_{dt} N_{\mu d} N_t + \lambda_{\mu} N_{\mu t} \quad (۱. ب)$$

$$\frac{dN_d}{dt} = -K_{\mu d} N_{\mu} N_d - K_{dt} N_{\mu d} N_t + \lambda_{\mu} N_{\mu d} - K_{\mu dt} N_{\mu t} N_d \quad (۱. ج)$$

$$\frac{dN_{\mu t}}{dt} = -\lambda_{\mu} N_{\mu t} + K_{\mu t} N_t N_{\mu} + K_{dt} N_{\mu d} N_t - K_{\mu dt} N_{\mu t} N_d \quad (۱. د)$$

$$\frac{dN_{\mu d}}{dt} = -\lambda_{\mu} N_{\mu d} + K_{\mu d} N_{\mu} N_d - K_{dt} N_{\mu d} N_t \quad (۱. ه)$$

$$\frac{dN_{\mu dt}}{dt} = -\lambda_{\mu} N_{\mu dt} + K_{\mu dt} N_{\mu t} N_d - \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt} \quad (۱. و)$$

$$\frac{dN_n}{dt} = \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt} \quad (۱. ز)$$

$$\frac{dN_{\alpha}}{dt} = \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt} (1 - \omega) \quad (۱. ح)$$

$$\frac{dN_{\mu \alpha}}{dt} = \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt} \omega - \lambda_{\mu} N_{\mu \alpha} \quad (۱. ط)$$

که در آن $N_{()}$ چگالی های اتمی یا هسته ای - ذره ای، $\lambda_{()}$ احتمال واپاشی میون و یا احتمال انجام فرآیند برای مولکول میوندار و همچنین $K_{()}$ احتمال تشکیل مولکول میوندار است. $S_{\mu}(t)$ تزریق میون است.

در معادلات فوق ω ضریب چسبندگی میون به ذرات آلفای تولید شده از واکنش همجوشی $d-t$ است. آثار این ضریب در همجوشی کاتالیزور میونی قبلاً مورد مطالعه قرار گرفته است [۵].

بازده میونی برای مخلوط دو گاز D-T

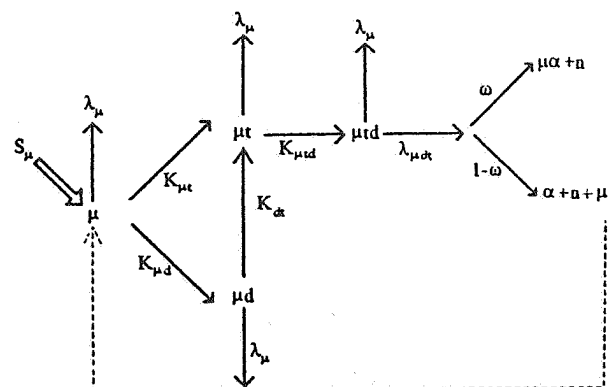
هرگاه در حجم معینی که می تواند قلب یک راکتور همجوشی باشد دوتریوم - تریتیوم و میون تزریق شود مسلماً تا جایی که تزریق ها ادامه پیدا کند همجوشی نیز بطور پیوسته ادامه خواهد داشت. اگر زمان کار راکتور همجوشی با کاتالیزور میونی را τ بگیریم، انرژی کل اعمال شده برای انجام همجوشی برابر خواهد بود با

برای چگالی های یونی مختلف مورد مطالعه قرار گرفته و بستگی بازده میونی به چگالی یونی به دست آمده است. عدم دسترسی به توازن انرژی و نقطه بحرانی حتی در محدوده چگالی های زیاد ما را به تعمیم محاسبات برای مخلوط سه گاز پروتون - دوتریوم - تریتیوم هدایت کرد.

در سالهای اخیر گروهی از پژوهشگران تجربی، در مقالات اذعان می دارند که استفاده از مخلوط سه گاز D-T-H توانسته است بهره بازدهی میون را بالا برد و از نظر تئوری، مسئله را به انتقال سریع میونی از μd و μp به تریتیوم ارتباط می دهند. بنابراین، در قسمت دوم مقاله، تئوری و روش محاسبات مربوط به مخلوط سه گاز ارائه شده است و بازده میونی محاسبه شده است. برای بررسی فرض های اعمال شده در محاسبات، جواب های حاصل با جواب های تجربی قابل دسترس مقایسه شده است. این مقایسه نشان می دهد که جواب های حاصل از محاسبات با جواب های تجربی همخوانی خوبی دارد و نشانی از معتبر بودن فرض های اعمال شده است.

توازن انرژی و محاسبات مربوط به مخلوط دو گاز D-T

در سیستم همجوشی دوتریوم - تریتیوم با کاتالیزور میونی فرض می کنیم که باریکه میونی از یک شتاب دهنده به واحد حجم دوتریوم - تریتیوم تزریق می شود. بنابراین میونهای تزریقی عهده دار آغاز و نگهداری شبکه واکنش پیچیده $d-t$ خواهند بود، ولی تجربه نشان داده است که استفاده از شبکه واکنش ارائه شده در شکل ۱ دارای دقت قابل قبولی است و احتساب سایر واکنش ها نظیر جدا شدن میون چسبیده به ذرات دیگر چندان تأثیری در نتیجه محاسبات نمی کند [۴]. معادلات سینتیک نقطه ای مستقل از مکان را برای شکل ۱ و برای چگالی های مختلف اتمی هسته ای - ذره ای به صورت



شکل ۱. شبکه واکنش جامع برای میون در محیط مایع $d + t$ میزان تزریق میون است.

که در آن از تقریب $\tau \ll \tau_\mu$ استفاده شده است که برای یک سیستم تولید انرژی، تقریب کاملاً درستی است. ثابت بودن چگالی مولکول دوتریوم - تریتیوم میوندار این را می‌رساند که چگالی تمام ذرات میانه‌ای نیز نسبت به زمان ثابت می‌ماند؛ در نتیجه

$$\frac{dN_\mu}{dt} = \frac{dN_{\mu t}}{dt} = \frac{dN_{\mu d}}{dt} = \frac{dN_{\mu dt}}{dt} = 0. \quad (7)$$

از آنجا که تزریق دوتریوم - تریتیوم نیز به همراه تزریق میون انجام می‌شود، این تزریق نیز بایستی به نحوی صورت گیرد که مقادیر N_t و N_d ، یعنی چگالیهای دوتریوم - تریتیوم، نیز در سیستم ثابت بمانند یعنی سیستم راکتور مورد نظر می‌بایست در حالت پایا قرار گیرد. بنابراین، برای تعیین $N_{\mu dt}^*/S_\mu^*$ می‌بایست $N_{\mu t}$ و $N_{\mu d}$ و $N_{\mu dt}$ معلوم باشند.

طرف راست معادله (۱) را صفر قرار داده و با ساده - کردن آن چگالی مولکولی دوتریوم - تریتیوم میوندار بدست می‌آید:

$$N_{\mu dt}^* = \frac{K_{\mu d} N_{\mu t} N_d}{\lambda_\mu + K_{\mu dt}}. \quad (8)$$

بطور مشابه از معادله (۱) چگالی دوتریوم میوندار، $N_{\mu d}$ محاسبه می‌شود،

$$N_{\mu d}^* = \frac{K_{\mu t} N_{\mu t} N_d}{\lambda_\mu + K_{\mu dt} N_t}. \quad (9)$$

همچنین از معادله (۱) داریم،

$$N_{\mu t}^* = \frac{K_{\mu t} N_t N_\mu + K_{\mu dt} N_{\mu d} N_t}{\lambda_\mu + K_{\mu dt} N_d}. \quad (10)$$

که اگر $N_{\mu d}$ را جایگزین کنیم بعد از ساده کردن داریم،

$$N_{\mu t}^* = \frac{K_{\mu t} N_t N_\mu (\lambda_\mu + K_{\mu dt} N_t) + K_{\mu dt} N_t K_{\mu d} N_\mu N_d}{(\lambda_\mu + K_{\mu dt} N_d) (\lambda_\mu + K_{\mu dt} N_t)}. \quad (11)$$

اگر دوباره $N_{\mu t}$ محاسبه شده را در $N_{\mu dt}$ قرار دهیم داریم،

$$N_{\mu t}^* = \left[\frac{K_{\mu dt} N_d}{\lambda_\mu + \lambda_{\mu dt}} \right] \left[\frac{K_{\mu t} N_t N_\mu (\lambda_\mu + K_{\mu dt} N_t) + K_{\mu dt} N_t K_{\mu d} N_\mu N_d}{(\lambda_\mu + \lambda_{\mu dt}) (\lambda_\mu + K_{\mu dt} N_d) (\lambda_\mu + K_{\mu dt} N_t)} \right] = N_{\mu dt}^* \quad (12)$$

$$E_{in} = \int_0^\tau s_\mu(t) E_\mu dt = E_\mu \int_0^\tau s_\mu(t) dt \quad (2)$$

که E_μ ارزش انرژی متوسط تولید یک میون است. همچنین انرژی هسته‌ای کل رها شده در پی آمد یک تزریق منظم را نیز می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$E_{out} = Q_{dt} \int_0^{\tau+t_\mu} \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt}(t) dt \quad (3)$$

که در آن Q_{dt} انرژی رها شده از همجوشی دوتریوم - تریتیوم ($17/6$ MeV) و t_μ طول عمر متوسط میون است. کسر تکثیر انرژی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$M_E = \frac{E_{out}}{E_{in}} \quad (4)$$

که در آنها Q_{dt} ، E_μ ثابت هستند. در نتیجه می‌توان متوسط تعداد پدیده‌های همجوشی $d + t$ کاتالیز شده توسط یک میون، χ_μ را تعریف کرد:

$$\chi_\mu = \frac{\int_0^{\tau+t_\mu} \lambda_{\mu dt} N_{\mu dt}(t) dt}{\int_0^\tau s_\mu(t) dt} \quad (5)$$

در واقع χ_μ تعداد متوسط همجوشی دوتریوم - تریتیوم است که میونی در طول عمرش می‌تواند کاتالیز کند، یا به عبارت دیگر ضریب تکثیر میون است و یا تعداد میون تکثیر شده برای انجام همجوشی به ازای یک میون مصرفی است. ملاحظه می‌شود که بستگی زمانی این پارامتر را با داشتن میزان تزریق میون برحسب زمان و غلظت مولکولهای μdt برحسب زمان می‌توان تعیین کرد. مسلماً $S_\mu(t)$ توسط کار شتابدهنده تعیین می‌گردد ولی تابع زمانی غلظت مولکولی فقط از حل معادلات سینتیک نقطه‌ای ذرات، معادلات (۱)، قابل تعیین هستند. معادلات فوق معادلات غیرخطی جفت شده هستند که قبلاً برای اهداف دیگر، به روش عددی رونگا - کوتای مرتبه چهار حل شده‌اند [۶]. ولی با توجه به شرایط فیزیکی لازم، در طول زمان کار بایستی میزان تزریق در سیستم مورد نظر ثابت باشد یعنی $S_\mu^*(t) = S_\mu^*$ و در نتیجه چگالی یونی مولکولی μdt نیز مقدار ثابت $N_{\mu dt}^*$ ، مشخصه حالت پایا، خواهد بود و در نتیجه بازده چرخه میون در عمل به صورت زیر در می‌آید

$$\chi_\mu \approx \frac{\lambda_{\mu dt} N_{\mu dt}^* [t + dt]}{S_\mu(t) \tau} \approx \lambda_{\mu dt} \left[\frac{N_{\mu dt}^*}{S_\mu^*} \right] \quad (6)$$

جدول ۱. پارامترهای مربوط به فرآیند $\mu + d + t$ در دمای 300 K ، در محیط هیدروژن مایع

PROCESS	PARAMETER	VALUE
MUON DECAY	λ_μ	0.45556 S^{-1}
MUON D-T FUSION RATE	$\lambda_{\mu dt}$	$0.11\text{ E}13\text{ S}^{-1}$
MUON-D ATOM FORMATION	$K_{\mu d}$	$0.12\text{ E}-11\text{ CM}^{-2},\text{ S}^{-1}$
MUON-T ATOM FORMATION	$K_{\mu t}$	$0.12\text{ E}-11\text{ CM}^{-2},\text{ S}^{-1}$
MUON D-T MOLECULE FORMATION	$\lambda_{\mu dt}$	$0.25\text{ E}-14\text{ CM}^{-2},\text{ S}^{-1}$
ISOTOPE EXCHANGE DT	K_{dt}	$0.5\text{ E}-14\text{ CM}^{-2},\text{ S}^{-1}$
MUON D-T STICKING PROBABILITY	ω	0.007

ملاحظه می شود که با افزایش چگالی های دوتریوم و تریتیوم و ثابت نگه داشتن احتمال چسبندگی میون، $\omega = 0.007$ ، مقدار χ_μ افزایش یافته و حداکثر به ۱۴۲ می رسد و از آن پس با افزایش چگالی یونی دوتریوم - تریتیوم، احتمال چسبندگی ω کاهش می یابد که مسلماً ضریب تکثیر میونی را افزایش می دهد [۷]. ولی هنوز این افزایش قابل ملاحظه نیست و می توان اذعان کرد که هنوز سیستم به نقطه بهره وری نمی رسد، چرا که حدود ۱۴۲ همجوشی به ازای یک میون، حتی قادر به تأمین انرژی مصرف شده برای تولید یک میون هم نخواهد بود. برای افزایش این ضریب، تحقیقات مختلفی انجام گرفته است [۸-۱۰]. در همین راستا قسمت دوم این

و در نتیجه قرار دادن آن در رابطه ضریب تکثیر میونی داریم،

$$\chi_\mu^* = \left[\frac{\lambda_{\mu dt}}{S_\mu} \right] N_\mu \frac{(K_{\mu dt} N_d) [K_{\mu t} N_t (\lambda_\mu + K_{dt} N_t) + K_{dt} N_t K_{\mu d} N_\mu N_d]}{(\lambda_\mu + \lambda_{\mu dt}) (\lambda_\mu + K_{\mu dt} N_d) (\lambda_\mu + K_{dt} N_t)} \quad (13)$$

و یا

$$\chi_\mu = \lambda_{\mu dt} \frac{N_\mu}{S_\mu} \alpha \quad (14)$$

که در آن

$$\alpha = \frac{(K_{\mu dt} N_d) [K_{\mu t} N_t (\lambda_\mu + K_{dt} N_t) + K_{dt} N_t K_{\mu d} N_d]}{(\lambda_\mu + \lambda_{\mu dt}) (\lambda_\mu + K_{\mu dt} N_d) (\lambda_\mu + K_{dt} N_t)} \quad (15)$$

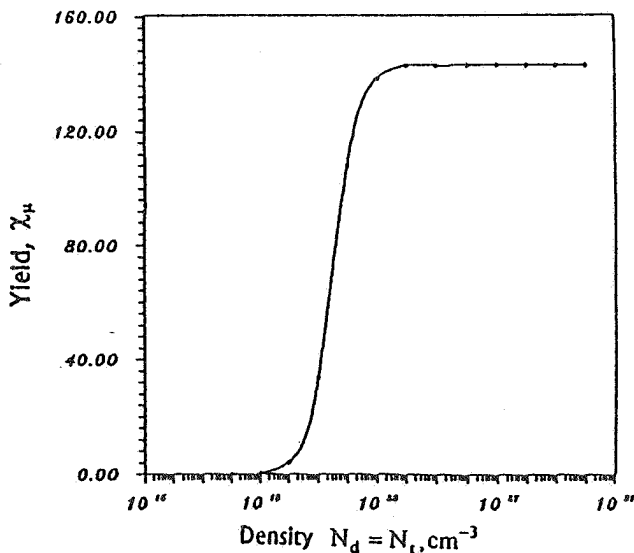
و بالاخره برای محاسبه N_μ^*/S_μ^* طرف راست معادله (۱۵) را مساوی صفر قرار داده و به دست می آوریم،

$$\frac{N_\mu^*}{S_\mu^*} = [\lambda_\mu + K_{\mu t} N_t + K_{\mu d} N_d - \lambda_{\mu dt} (1 - \omega) \alpha]^{-1}, \quad (16)$$

که اگر در رابطه χ_μ قرار دهیم داریم،

$$\chi_\mu = \lambda_{\mu dt} \alpha [\lambda_\mu + K_{\mu t} N_t + K_{\mu d} N_d - \lambda_{\mu dt} (1 - \omega) \alpha]^{-1}, \quad (17)$$

با توجه به محاسبات انجام گرفته و استفاده از جدول ۱، مقادیر χ_μ برای چگالیهای مختلف دوتریوم و تریتیوم در شکل ۲ آمده است.



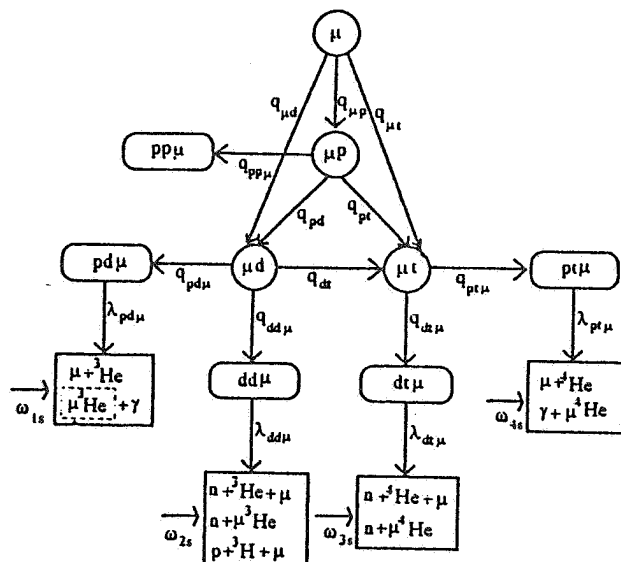
شکل ۲. نمودار ضریب تکثیر میونی بر حسب دانسیته های مختلف دوتریوم - تریتیوم در مخلوط دوگاز T/D با فرض ثابت بودن احتمال چسبندگی میون.

مقاله را به مطالعه مخلوط سه گاز اختصاص می‌دهیم.

توازن انرژی و محاسبات مربوط به مخلوط سه گاز D-T-H

پژوهشگران تجربی در چند سال اخیر در مخلوط سه گاز D-T-H بازدهی بهتری را مشاهده کرده‌اند [۱۱-۲۲]. در این قسمت از کار تحقیقاتی سعی می‌شود محاسبات انجام شده برای دو گاز را برای سه گاز تعمیم دهیم و در نهایت جوابهای حاصل از تئوری را با جوابهای تجربی مقایسه کنیم. مسلماً این به ما کمک می‌کند تا فرضهای اعمال شده خود را در روش تئوری مورد بحث و بررسی قرار دهیم. برای انجام محاسبات مربوط به مخلوط سه گاز لازم است که شبکه واکنشهای مربوط به مخلوط سه گاز را برای نوشتن معادلات دینامیک مربوطه ارائه نمائیم.

شبکه واکنشهای امکان‌پذیر برای مخلوط سه گاز در شکل ۳ ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که میونی از منبع خارجی (شتابدهنده) به درون سیستم حاوی مخلوط سه گاز D-T-H تزریق می‌شود که مسلماً با توجه به مصرف گازها، برای داشتن سیستم پایا، می‌بایست گازها نیز بطور مداوم تزریق شوند. میون تزریقی دو مسیر مختلف را می‌تواند طی کند. یکی اینکه قبل از انجام همجوشی واپاشی نماید و یا اینکه به یکی از یونهای d و t و p چسبیده و اتمهای $d\mu$ ، $t\mu$ و $p\mu$ را با احتمالات $q_{d\mu}$ ، $q_{t\mu}$ و $q_{p\mu}$ بوجود آورد. البته میون هر کدام از این اتمها می‌تواند واپاشی نماید و چرخه میونی را از بین ببرد. در غیراینصورت سیستم وارد مرحله بعدی می‌شود در این مرحله اتم μp ، سه مسیر مختلف را می‌تواند طی کند، در مسیر اول پروتون خود را با تریتیوم و در مسیر دوم پروتون خود را با دوتریوم با احتمالات q_{dt} و q_{pt} تعویض نموده و اتمهای $d\mu$ و $t\mu$ را تشکیل می‌دهد. در مسیر سوم اتم μp می‌تواند با جذب پروتون دیگری مولکول $pp\mu$ را با احتمال $q_{pp\mu}$ تشکیل دهد؛ این شاخه به دلیل پائین بودن آهنگ واکنش در محاسبات کنار گذاشته شده است. حتی در هر کدام از این مسیرها نیز احتمال واپاشی میونی و در نتیجه توقف فرآیند همجوشی وجود دارد. اتم μd نیز می‌تواند مسیرهای مختلفی را طی نماید، با جذب پروتون می‌تواند مولکول پروتون - دوتریوم میوندار را با احتمال $q_{pd\mu}$ تشکیل دهد سپس این مولکول با ثابت واپاشی $\lambda_{pd\mu}$ به دو شاخه $\mu + {}^3\text{He} + \gamma$ و $\mu + {}^3\text{He}$ تقسیم گردد که در آن ω_{1s} احتمال چسبیدن میون به هسته ${}^3\text{He}$ می‌باشد. اگر میون به ${}^3\text{He}$ بچسبد، دیگر توانایی برگشتن به چرخه را نخواهد داشت، اما اگر شاخه $\mu + {}^3\text{He}$ تشکیل شود، میون می‌تواند دوباره به شبکه بازگردد و واکنش همجوشی دیگری را کاتالیز کند، و یا اتم μd می‌تواند با دوتریوم دیگری با احتمال $q_{dd\mu}$ تشکیل مولکول $dd\mu$ را بدهد و



شکل ۳. شبکه واکنش جامع در محیط مایع حاوی مخلوط سه گاز H/T/D.

در این مرحله مولکول $dd\mu$ با ثابت واپاشی $\lambda_{dd\mu}$ می‌تواند به سه شاخه مختلف $n + \mu + {}^3\text{He}$ و $n + \mu + {}^3\text{He}$ و $n + \mu + {}^3\text{He}$ تقسیم شود، که در این قسمت نیز میون با احتمال ω_{2s} به ذره ${}^3\text{He}$ می‌چسبد و فرآیند همجوشی متوقف می‌شود. حالت دیگر این است که اتم μd دوتریوم خود را با تریتیوم با احتمال q_{dt} تعویض کند و در نتیجه اتم μt را تولید کند. این اتم μt نیز قبل از واپاشی می‌تواند در دو مسیر مختلف حرکت نماید یا اینکه با جذب دوتریوم، مولکول $dt\mu$ را با احتمال $q_{dt\mu}$ تولید نماید سپس مولکول $dt\mu$ تولید شده با ثابت واپاشی $\lambda_{dt\mu}$ می‌تواند به دو شاخه $n + \mu + {}^3\text{He}$ و $n + \mu + {}^3\text{He}$ تقسیم شود، که در آن ω_{3s} احتمال چسبیدن میون به ذره ${}^3\text{He}$ می‌باشد. باز هم اگر ذره میون به ${}^3\text{He}$ بچسبد، فرآیند همجوشی این شاخه متوقف می‌شود، اما اگر شاخه $n + \mu + {}^3\text{He}$ تشکیل شود، میون تولیدی می‌تواند دوباره به شبکه بازگرداندن شود و واکنش همجوشی دیگری را کاتالیز نماید و در پی آن مولکول تولید شده با ثابت واپاشی $\lambda_{p\mu}$ به دو شاخه $\mu + {}^3\text{He} + \gamma$ و $\mu + {}^3\text{He}$ تبدیل شود، که در آن ω_{4s} احتمال چسبیدن میون به ${}^3\text{He}$ را نشان می‌دهد. باز اگر ذره میون به ${}^3\text{He}$ بچسبد فرآیند همجوشی این شاخه در همین جا متوقف می‌شود. اما اگر شاخه $\mu + {}^3\text{He}$ تشکیل شود میون تولیدی به شبکه بازگرداندن می‌شود و همجوشی بیشتری را کاتالیز می‌کند. البته می‌بایست یادآور شد که شبکه کامل همجوشی کاتالیزور میونی در مخلوط سه گاز، پیچیده‌تر از شبکه‌ای است که مورد بررسی قرار گرفته است، ولی از آنجا که تعدادی از واکنشها در فرآیند همجوشی به طریق کاتالیزور میونی چندان نقش مهمی را بازی نمی‌کنند، لذا

در نوشتن معادلات دینامیکی از این شبکه‌ها صرف نظر شده است. همچنین در مخلوط سه گاز براساس مطالعات تجربی، درصد حضور گازها متفاوت است و معمولاً درصدهای غنی‌تر از پروتون، جوابهای بهتری داده است و لذا از آنجا که بررسی غلظت شرکت سه گاز نیز مورد مطالعه است، معادلات دینامیکی را با توجه به غلظت گازهای شرکت‌کننده خواهیم نوشت.

برای فرمولبندی مسئله توازن انرژی، شکل ۳ را در نظر گرفته‌ایم که باز هم میونها عهده‌دار آغاز و نگهداری شبکه واکنش خواهند بود و چگالی‌های مختلف اتمی - ذره‌ای را می‌توان توسط معادلات میزان فرمولبندی کرد:

$$\begin{aligned} \frac{dN_{\mu}}{dt} = & s_{\mu} - \lambda_{\mu} - q_{\mu t} N_{\mu} C_t \Phi N_{\circ} - q_{\mu d} N_{\mu} C_d \Phi N_{\circ} \\ & - q_{\mu p} N_{\mu} C_p \Phi N_{\circ} + \lambda_{p d \mu} N_{p d \mu} (1 - \omega_{1s}) \\ & + \lambda_{d d \mu} N_{d d \mu} (1 - p) (1 - \omega_{1s}) + \lambda_{d d \mu} N_{d d \mu} \\ & + \lambda_{d t \mu} N_{d t \mu} (1 - \omega_{1s}) + \lambda_{p t \mu} N_{p t \mu} (1 - \omega_{1s}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_p}{dt} = & -q_{\mu p} N_{\mu} C_p \Phi N_{\circ} - q_{pp \mu} N_{\mu p} C_d \Phi N_{\circ} \\ & - q_{p d} N_{\mu p} C_p \Phi N_{\circ} + q_{p t} N_{\mu p} C_t \Phi N_{\circ} \\ & - q_{p d \mu} N_{\mu d} C_p \Phi N_{\circ} + \lambda_{d d \mu} N_{d d \mu} P \\ & - q_{p t \mu} N_{\mu t} C_p \Phi N_{\circ} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_d}{dt} = & -q_{\mu d} N_{\mu} C_d \Phi N_{\circ} - q_{d d \mu} N_{\mu d} C_d \Phi N_{\circ} \\ & + q_{d t} N_{\mu d} C_t \Phi N_{\circ} - q_{d \mu} N_{\mu t} C_d \Phi N_{\circ} \\ & - q_{p d} N_{\mu p} C_d \Phi N_{\circ}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_t}{dt} = & -q_{\mu t} N_{\mu} C_t \Phi N_{\circ} - q_{d t} N_{\mu d} C_t \Phi N_{\circ} \\ & - q_{p t} N_{\mu p} C_t \Phi N_{\circ} + \lambda_{d d \mu} N_{d d \mu} P (1 - \omega_{1s}) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_{\mu p}}{dt} = & q_{\mu p} N_{\mu} C_p \Phi N_{\circ} - q_{p p \mu} N_{\mu p} C_p \Phi N_{\circ} \\ & - q_{p d} N_{\mu p} C_d \Phi N_{\circ} - q_{p t} N_{\mu p} C_t \Phi N_{\circ} - \lambda_{\mu} N_{\mu p} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_{\mu d}}{dt} = & q_{\mu d} N_{\mu} C_d \Phi N_{\circ} + q_{p d} N_{\mu p} C_d \Phi N_{\circ} - \lambda_{\mu} N_{\mu d} \\ & - q_{p d \mu} N_{\mu d} C_p \Phi N_{\circ} - q_{d t} N_{\mu d} C_t \Phi N_{\circ} \\ & - q_{d d \mu} N_{\mu d} C_d \Phi N_{\circ} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_{\mu t}}{dt} = & q_{\mu t} N_{\mu} C_t \Phi N_{\circ} + q_{p t} N_{\mu p} C_t \Phi N_{\circ} \\ & + q_{d t} N_{\mu d} C_t \Phi N_{\circ} - q_{p t \mu} N_{\mu t} C_t \Phi N_{\circ} \\ & - q_{p t \mu} N_{\mu t} C_t \Phi N_{\circ} - \lambda_{\mu} N_{\mu t} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\frac{dN_{pp \mu}}{dt} = q_{p p \mu} N_{\mu p} C_p \Phi N_{\circ} - \lambda_{\mu} N_{pp \mu} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_{p d \mu}}{dt} = & q_{p d \mu} N_{\mu p} C_p \Phi N_{\circ} - \lambda_{p d \mu} N_{p d \mu} \\ & - \lambda_{\mu} N_{p d \mu} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_{d d \mu}}{dt} = & q_{d d \mu} N_{\mu d} C_d \Phi N_{\circ} - \lambda_{d d \mu} N_{d d \mu} \\ & - \lambda_{\mu} N_{d d \mu} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_{d t \mu}}{dt} = & q_{d t \mu} N_{\mu t} C_d \Phi N_{\circ} - \lambda_{d t \mu} N_{d t \mu} \\ & - \lambda_{\mu} N_{d t \mu} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_{p t \mu}}{dt} = & q_{p t \mu} N_{\mu t} C_p \Phi N_{\circ} - \lambda_{p t \mu} N_{p t \mu} \\ & - \lambda_{\mu} N_{p t \mu} \end{aligned} \quad (29)$$

چگالی مولکولهای میوندار می باشد. حال با جانشانی روابط فوق در معادله انرژی خروجی داریم،

$$E_{out} = Q_{pd} \int_0^{\tau+\tau_\mu} \lambda_{pd\mu} N_{pd\mu}(t) dt + Q_{pt} \int_0^{\tau+\tau_\mu} \lambda_{pt\mu} N_{pt\mu}(t) dt + Q_{dd} \int_0^{\tau+\tau_\mu} \lambda_{dd\mu} N_{dd\mu}(t) dt + Q_{dt} \int_0^{\tau+\tau_\mu} \lambda_{dt\mu} N_{dt\mu}(t) dt \quad (36)$$

و مشابه حالت دو گاز، نسبت تکثیر انرژی، M_E ، با رابطه زیر داده می شود،

$$M_E = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \left[\frac{Q_{pd}}{E_\mu} \right] \frac{\int_0^{\tau+\tau_\mu} \lambda_{pd\mu} N_{pd\mu}(t) dt}{\int_0^\tau S_\mu(t) dt} + \left[\frac{Q_{pt}}{E_\mu} \right] \frac{\int_0^{\tau+\tau_\mu} \lambda_{pt\mu} N_{pt\mu}(t) dt}{\int_0^\tau S_\mu(t) dt} + \left[\frac{Q_{dd}}{E_\mu} \right] \frac{\int_0^{\tau+\tau_\mu} \lambda_{dd\mu} N_{dd\mu}(t) dt}{\int_0^\tau S_\mu(t) dt} + \left[\frac{Q_{dt}}{E_\mu} \right] \frac{\int_0^{\tau+\tau_\mu} \lambda_{dt\mu} N_{dt\mu}(t) dt}{\int_0^\tau S_\mu(t) dt} \quad (37)$$

که در آن Q_{dt} و Q_{dd} ، Q_{pt} ، Q_{pd} انرژی رها شده از همجوشی $d+t$ ، $d+d$ ، $p+t$ ، $p+d$ و E_μ انرژی لازم برای تولید میون، می باشد. بازده های کاتالیزور میون را، $\chi_{\mu}^{dd\mu}$ ، $\chi_{\mu}^{pd\mu}$ ، $\chi_{\mu}^{pt\mu}$ و $\chi_{\mu}^{d\mu}$ تعریف می کنیم، که هر یک نشان دهنده میانگین تعداد پدیده همجوشی کاتالیز شده بوسیله یک میون در شاخه مربوطه می باشد

در معادلات فوق C_d ، C_t و C_p به ترتیب کسر غلظتهای مربوط به پروتون، دوتریوم و تریتیوم است و $C_p + C_d + C_t = 1$. ضریبی از چگالی هیدروژن مایع و $\lambda_{pd\mu}$ ، $\lambda_{pt\mu}$ ، $\lambda_{dd\mu}$ و ... میانگین زمانی نیمه عمر میون و ثابت واپاشی مولکولهای $pd\mu$ و $dt\mu$ و ... و $q_{dd\mu}$ و $q_{pt\mu}$ و $q_{dd\mu}$ و ... آهنگ تشکیل اتمهای pd و dd و ... در واحد حجم و $N_{dd\mu}$ ، $N_{pd\mu}$ ، $N_{pt\mu}$ ، $N_{dt\mu}$ و ... چگالی میون و دانسیته اتم pd و dt و دانسیته مولکول $pd\mu$ و ... می باشد. معادلات فوق معادلات غیرخطی جفت شده هستند که در آنها:

$$C_p \Phi N_* = N_p, \quad (30)$$

$$C_d \Phi N_* = N_d, \quad (31)$$

$$C_t \Phi N_* = N_t, \quad (32)$$

و $N_o = 4/22 \times 10^{22}$ اتم بر سانتیمتر مکعب، چگالی ذره ای هیدروژن مایع است.

تکثیر انرژی و بازده چرخه میونی برای مخلوط سه گاز D-T-H

با تشابه با مخلوط دو گاز، داریم،

$$E_{in} = \int_0^\tau s_\mu(t) E_\mu dt = E_\mu \int_0^\tau s_\mu(t) dt \quad (33)$$

و انرژی هسته ای کل رها شده عبارتست از:

$$E_{out} = \left[\int_0^{\tau+\tau_\mu} \left(\frac{-dN_{pd\mu}}{dt} \right)_{decay} Q_{pd} + \left(\frac{-dN_{pt\mu}}{dt} \right)_{decay} Q_{pt} + \left(\frac{-dN_{dd\mu}}{dt} \right)_{decay} Q_{dd} + \left(\frac{-dN_{dt\mu}}{dt} \right)_{decay} Q_{dt} \right] dt \quad (34)$$

پارامترهای استفاده شده در معادلات فوق شبیه پارامترهایی است که در مخلوط دو گاز نیز معرفی شدند. حال می توان واپاشی مولکولهای $pd\mu$ ، $pt\mu$ ، $dd\mu$ و $dt\mu$ را به صورت زیر نوشت،

$$\left(\frac{-dN_{(\)}}{dt} \right)_{decay} = \lambda_{(\)} N_{(\)}(t) \quad (35)$$

که در آنها $\lambda_{(\)}$ اتمهای ثابتهای واپاشی منجر به همجوشی و $N_{(\)}$

است. در این حالت مشخصه، ضرایب تکثیر را می توان به صورت ساده شده زیر نوشت:

$$\chi_{\mu} = \Sigma \chi_{\mu}^{(i)} \quad (42)$$

که در آن

$$\chi_{\mu}^{(i)} = \frac{\lambda_{(i)} N_{(i)}^{* \tau + \tau_{\mu}}}{S_{\mu}^{*}} = \lambda_{(i)} \frac{N_{(i)}^{*}}{S_{\mu}^{*}}, \quad (43)$$

و $\lambda_{(i)}$ همان تعریف قبلی را داشته و $N_{(i)}^{*}$ مقادیر ثابت چگالی های مولکولی است. نظر به اینکه زمان کار سیستم همجوشی، τ ، خیلی طولانی است، در نتیجه $\tau < \tau_{\mu}$ و از تقریب $\tau + \tau_{\mu} = \tau$ استفاده شده است. ثابت بودن $N_{(i)}$ ها، نشان دهنده آن است که چگالی تمام ذرات میانه ای، نسبت به زمان ثابت می ماند و از حل معادلات (۲۱) الی (۲۸) چگالی مربوط به هر کدام از اتمها و مولکولها بدست می آید.

$$\text{از معادله } \frac{dN_{pt\mu}}{dt} = 0 \text{ داریم،}$$

$$N_{pt\mu} = \frac{q_{pt\mu} N_{\mu t} N_p}{\lambda_{pt\mu} + \lambda_{\mu}} \quad (44)$$

همچنین از معادله $q_{dt\mu} N_{\mu t} N_d - \lambda_{dt\mu} N_{dt\mu} - \lambda_{\mu} N_{dt\mu} = 0$ داریم:

$$N_{dt\mu} = \frac{q_{dt\mu} N_{\mu t} N_p}{\lambda_{dt\mu} + \lambda_{\mu}} \quad (45)$$

به طور مشابه، چگالیهای مولکولی را بدست می آوریم:

$$N_{dd\mu} = \frac{q_{dd\mu} N_{\mu t} N_p}{\lambda_{dd\mu} + \lambda_{\mu}} \quad (46)$$

$$N_{pd\mu} = \frac{q_{pd\mu} N_{\mu t} N_p}{\lambda_{pd\mu} + \lambda_{\mu}} \quad (47)$$

$$N_{\mu t} = \frac{(q_{\mu t} N_{\mu} + q_{pt} N_{\mu p} + q_{dt} N_{\mu d}) N_t}{q_{dt\mu} N_t + q_{pt\mu} N_p + \lambda_{\mu}} \quad (48)$$

$$N_{\mu d} = \frac{(q_{\mu d} N_{\mu} + q_{pd} N_{\mu p}) N_d}{q_{pd\mu} N_p + q_{dt} N_t + q_{dd\mu} N_d + \lambda_{\mu}} \quad (49)$$

و بالاخره برای چگالی پروتون میوندار داریم،

و با روابط زیر تعریف می شوند:

$$\chi_{\mu}^{pd\mu} = \frac{\int_0^{\tau + \tau_{\mu}} \lambda_{pd\mu} N_{pd\mu}(t) dt}{\int_0^{\tau} S_{\mu}(t) dt} \quad (38)$$

$$\chi_{\mu}^{pt\mu} = \frac{\int_0^{\tau + \tau_{\mu}} \lambda_{pt\mu} N_{pt\mu}(t) dt}{\int_0^{\tau} S_{\mu}(t) dt} \quad (39)$$

$$\chi_{\mu}^{dd\mu} = \frac{\int_0^{\tau + \tau_{\mu}} \lambda_{dd\mu} N_{dd\mu}(t) dt}{\int_0^{\tau} S_{\mu}(t) dt} \quad (40)$$

$$\chi_{\mu}^{dt\mu} = \frac{\int_0^{\tau + \tau_{\mu}} \lambda_{dt\mu} N_{dt\mu}(t) dt}{\int_0^{\tau} S_{\mu}(t) dt} \quad (41)$$

این پارامترها را می توان در صورتی که تابع زمانی میزان تزریق میون همراه تابع زمانی غلظت مولکولهای $pd\mu$ ، $pt\mu$ ، $dd\mu$ و $dt\mu$ معلوم باشد، می توان تعیین کرد. اما همانطور که قبلاً نیز اشاره شد $S_{\mu}(t)$ توسط کارکرد شتابدهنده تعیین می گردد ولی غلظت مولکولها را فقط از حل عددی معادلات دینامیکی سیستم تعیین می کنیم. این معادلات را می توان به راحتی از طریق روش عددی رونگا - کوتای مرتبه چهارم حل کرد [۶]. از آنجا که یک سیستم همجوشی با تزریق میونی در ضمن کار می بایست در حالت پایا باشد، یعنی بین تزریق میونها و مصرف آنها حالت پایا برقرار باشد، در طول زمان کار سیستم، میزان تزریق $S_{\mu}(t)$ را ثابت فرض می کنیم، یعنی $S_{\mu}(t) = S_{\mu}^{*}(t)$. بنابراین با توجه به شرایط فیزیکی محیط، چگالی های مولکولی $pd\mu$ ، $pt\mu$ ، $dd\mu$ و $dt\mu$ به مقادیر ثابت $N_{\mu pd}^{*}$ ، $N_{\mu pt}^{*}$ ، $N_{\mu dd}^{*}$ و $N_{\mu dt}^{*}$ ، که مشخصه حالت پایا هستند، می رسند. علت این را می توان چنین توجیه کرد: به طوری که در مخلوط دو گاز ملاحظه شد اگر یک میون تزریق شود به طور متوسط حدود ۱۴۲ همجوشی را همراهی خواهد کرد و این چنین مقدار مصرف، در مقابل چگالی ذرات موجود بسیار کوچک است، به طوری که دخالت دادن این تغییرات در نتایج محاسبات تغییرات جدی ایجاد نمی کند. یادآوری می شود که چگالی ها در حدود چگالی ذره ای هیدروژن مایع یا کسری از آن

$$\beta = [q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu]^{-1}$$

$$\times [q_{dt\mu}N_t + q_{pt\mu}N_p + \lambda_\mu]^{-1}$$

$$\times [q_{pt}N_t q_{\mu p}N_p + (q_{\mu t}N_t + q_{dt}N_t\alpha) \\ \times (q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu)] ,$$

(۵۶)

برای چگالی مولکول μt و $dt\mu$ و $pt\mu$ داریم:

$$N_{\mu t} = N_\mu \beta , \quad (57)$$

$$N_{dt\mu} = \frac{q_{dt\mu}N_dN_\mu}{\lambda_{dt\mu} + \lambda_\mu} \beta , \quad (58)$$

$$N_{pt\mu} = \frac{q_{pt\mu}N_pN_\mu}{\lambda_{pt\mu} + \lambda_\mu} \beta . \quad (59)$$

با قرار دادن $N_{\mu d} = N_\mu \alpha$ در رابطه مربوط به $N_{\mu dd}$ و $N_{\mu pd}$ داریم،

$$N_{dd\mu} = \frac{q_{dd\mu}N_d}{\lambda_{dd\mu} + \lambda_\mu} N_\mu \alpha , \quad (60)$$

$$N_{pd\mu} = \frac{q_{pd\mu}N_p}{\lambda_{pd\mu} + \lambda_\mu} N_\mu \alpha , \quad (61)$$

حال با توجه به $\frac{dN_\mu}{dt} = 0$ و استفاده از معادله ۱۸ و جایگزینی $N_{\mu pd}$ ، $N_{\mu dd}$ ، $N_{\mu pt}$ ، $N_{\mu dt}$ می‌آوریم،

$$\begin{aligned} \frac{N_\mu}{S_\mu} = & [\lambda_\mu + q_{\mu t}N_t + q_{\mu d}N_d + q_{\mu p}N_p \\ & - \lambda_{pd\mu} \frac{q_{pd\mu}N_p\alpha}{\lambda_{pd\mu} + \lambda_\mu} (1 - \omega_{1s}) \\ & - \lambda_{dd\mu} \frac{q_{dd\mu}N_d\alpha}{\lambda_{dd\mu} + \lambda_\mu} \times (1 - \omega_{2s} + p\omega_{3s}) \\ & - \lambda_{dt\mu} \frac{q_{dt\mu}N_d\beta}{\lambda_{dt\mu} + \lambda_\mu} (1 - \omega_{3s}) \end{aligned}$$

$$N_{\mu p} = \frac{q_{\mu p}N_\mu N_p}{q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu} , \quad (50)$$

که اگر مقدار $N_{\mu p}$ را در معادله $N_{\mu d}$ قرار دهیم داریم:

$$N_{\mu d} = N_\mu \alpha , \quad (51)$$

که در آن

$$\alpha = \frac{[(q_{\mu d}N_d)(q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu) + q_{pd}q_{\mu p}N_dN_p]}{(q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu)(q_{pd\mu}N_p + q_{dt}N_t + q_{dd\mu}N_d + \lambda_\mu)} \quad (52)$$

با قرار دادن مقادیر $N_{\mu p}$ و $N_{\mu d}$ در معادله $N_{\mu t}$ داریم،

$$N_{\mu t} = N_\mu \frac{q_{pt}q_{\mu p}N_tN_p + (q_{\mu t}N_t + q_{dt}N_t\alpha)(q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu)}{(q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu)(q_{dt\mu}N_t + q_{pt\mu}N_p + \lambda_\mu)} , \quad (53)$$

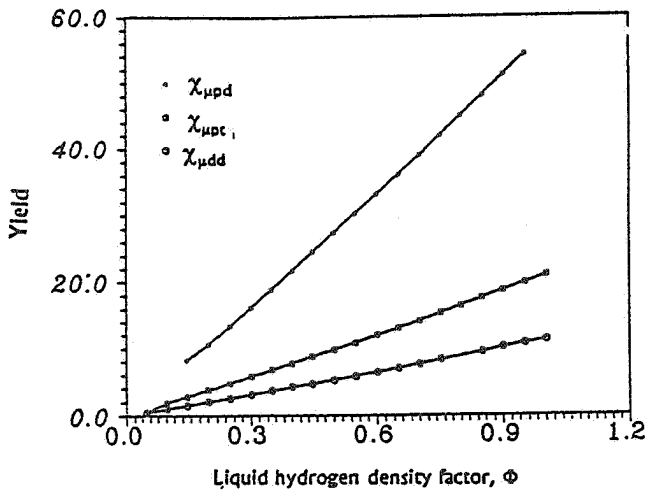
که اگر در معادله $N_{\mu dt}$ جایگزین شود خواهیم داشت،

$$\begin{aligned} N_{dt\mu} = & \frac{q_{dt\mu}N_dN_\mu}{\lambda_{dt\mu} + \lambda_\mu} [q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu]^{-1} \\ & \times [q_{dt\mu}N_t + q_{pt\mu}N_p + \lambda_\mu]^{-1} \\ & \times [q_{pt}N_t q_{\mu p}N_p + (q_{\mu t}N_t + q_{dt}N_t\alpha) \\ & \times (q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu)] \end{aligned} \quad (54)$$

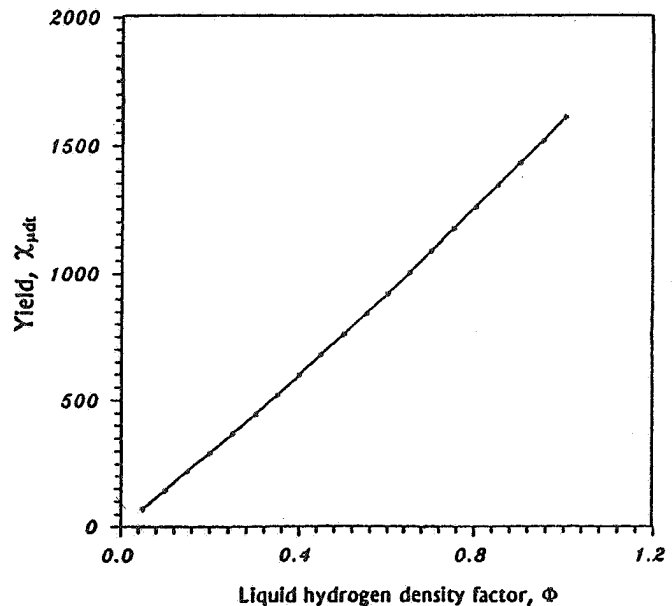
با جایگزینی $N_{\mu t}$ در رابطه $N_{pt\mu}$ داریم،

$$\begin{aligned} N_{dt\mu} = & \frac{q_{pt\mu}N_pN_\mu}{\lambda_{pt\mu} + \lambda_\mu} [q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu]^{-1} \\ & \times [q_{dt\mu}N_t + q_{pt\mu}N_p + \lambda_\mu]^{-1} \\ & \times [q_{pt}q_{\mu p}N_tN_p + (q_{\mu t}N_t + q_{dt}N_t\alpha) \\ & \times (q_{pp\mu}N_p + q_{pd}N_d + q_{pt}N_t + \lambda_\mu)] \end{aligned} \quad (55)$$

با معرفی پارامتر β به صورت



شکل ۵. ضریب تکثیر میونی شاخه همجوشی $dd\mu$ ، $pt\mu$ ، $dt\mu$ بر حسب ضریبی از دانسیته‌های هیدروژن در مخلوط سه گاز $H/T/D$



شکل ۴. ضریب تکثیر میونی شاخه همجوشی $dt\mu$ بر حسب ضریبی از دانسیته‌های هیدروژن در مخلوط سه گاز $H/T/D$

تغییرات چگالی با ضریبی از چگالی هیدروژن مایع، ϕ ، در ازای $C_p = 0/8$ ، $C_d = 0/1$ و $C_t = 0/1$ محاسبه و در جدول ۳ آورده شده است. سپس منحنی‌های مربوط به ضریب تکثیر میونی هر یک از شاخه‌ها برحسب ϕ در شکل‌های ۴ و ۵ نمایش داده شده است. با توجه به این نتایج می‌توان دریافت که ضریب تکثیر میونی: ۱. در شاخه $dt\mu$ با افزایش ϕ ، بالا رفته و در $\phi = 1$ ، تا قبل از واپاشی میون، 1613 همجوشی در ازای آهنگ همجوشی $\lambda_{dt\mu} = 1/1 \times 10^{-12}$ و ضریب چسبندگی $\omega_{ps} = 0/006$ خواهیم داشت.

۲. در شاخه‌های دیگر همجوشی، با افزایش ϕ ، ضرایب تکثیر میونی نسبت به شاخه $dt\mu$ ، از میزان بسیار کمتری برخوردار هستند به طوری که شاخه $pt\mu$ می‌تواند حداکثر ۲۰ واکنش همجوشی را در ازای $\lambda_{pt\mu}$ و $\omega_{ps} = 0/095$ و شاخه $pd\mu$ حداکثر ۶۰ واکنش همجوشی را در ازای $\lambda_{pd\mu} = 0/31 \times 10^{-9}$ و $\omega_{ps} = 0/85$ و شاخه $dd\mu$ حداکثر ۱۰ واکنش همجوشی را در ازای $\lambda_{dd\mu} = 0/3 \times 10^{-6}$ و $\omega_{ps} = 0/12$ ، و در $\phi = 1$ قبل از واپاشی میون کاتالیز نمایند.

۳. می‌توان نتیجه گرفت که علت افزایش ضریب تکثیر میونی در شاخه $dt\mu$ ، داشتن آهنگ همجوشی بالا و ضریب چسبندگی بسیار پائین و انتخاب غلظت‌های مناسب C_p ، C_d و C_t می‌باشد. برای اینکه بتوانیم نتیجه بدست آمده را با غلظت‌های دیگر (در ازای ثابت بودن آهنگ همجوشیها و ضرائب چسبندگی) مقایسه نماییم، ضرایب تکثیر میونی مربوط به هر شاخه در ازای غلظت‌های

$$-\lambda_{pt\mu} \frac{q_{pt\mu} N_p \beta}{\lambda_{pt\mu} + \lambda_{\mu}} (1 - \omega_{fs})^{-1} \quad (62)$$

تحت این شرایط اگر $N_{\mu dt}$ ، $N_{\mu pt}$ ، $N_{\mu dd}$ و $N_{\mu pd}$ را در روابط (۳۶) الی (۳۹) قرار دهیم مقادیر تکثیر میونی حالت‌های مختلف حاصل می‌شود:

$$\chi_{\mu}^{pd\mu} = \lambda_{pd\mu} \frac{N_{\mu}}{S_{\mu}} \alpha \frac{q_{pd\mu} N_p}{\lambda_{pd\mu} + \lambda_{\mu}}, \quad (63)$$

$$\chi_{\mu}^{pt\mu} = \lambda_{pt\mu} \frac{N_{\mu}}{S_{\mu}} \beta \frac{q_{pt\mu} N_p}{\lambda_{pt\mu} + \lambda_{\mu}}, \quad (64)$$

$$\chi_{\mu}^{dd\mu} = \lambda_{dd\mu} \frac{N_{\mu}}{S_{\mu}} \alpha \frac{q_{dd\mu} N_d}{\lambda_{dd\mu} + \lambda_{\mu}}, \quad (65)$$

$$\chi_{\mu}^{dt\mu} = \lambda_{dt\mu} \frac{N_{\mu}}{S_{\mu}} \beta \frac{q_{dt\mu} N_d}{\lambda_{dt\mu} + \lambda_{\mu}}. \quad (66)$$

حال با توجه به محاسبات انجام گرفته برای مخلوط سه گاز و استفاده از جدول ۲، ضرایب تکثیر میونی در هر یک از شاخه‌های همجوشی مخلوط سه گاز ($dt\mu$ و $dd\mu$ ، $pt\mu$ ، $pd\mu$) برحسب

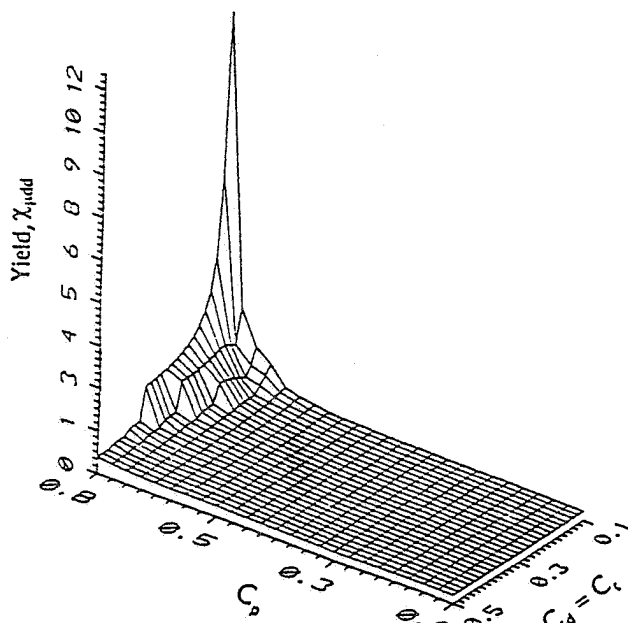
جدول ۲. پارامترهای مربوط به فرآیند $\mu + d + t + p$ در محیط D/T/H در دمای ۳۰۰ K، [۱۲-۲۱]

PROCESS	PARAMETER	VALUE
MUON DECAY	λ_μ	$0.455E6 S^{-1}$
MUON D-T FIUSION RATE	$\lambda_{\mu dt}$	$0.11E13 S^{-1}$
MUON P-T FIUSION RATE	$\lambda_{\mu pt}$	$0.15E6 S^{-1}$
MUON D-D FIUSION RATE	$\lambda_{\mu dd}$	$0.31E9 S^{-1}$
MUON P-D FIUSION RATE	$\lambda_{\mu pd}$	$0.3E6 S^{-1}$
MUON-D ATOM FORMATION	$q_{\mu d}$	$0.188E-8 CM^{+3} S^{-1}$
MUON-P ATOM FORMATION	$q_{\mu p}$	$0.188E-8 CM^{+3} S^{-1}$
MUON-T ATOM FORMATION	$q_{\mu t}$	$0.188E-8 CM^{+3} S^{-1}$
MUON D-T MOLECULE FORMATION	$q_{\mu dt}$	$0.47E-12 CM^{+3} S^{-1}$
MUON D-D MOLECULE FORMATION	$q_{\mu dd}$	$0.164E-14 CM^{+3} S^{-1}$
MUON P-D MOLECULE FORMATION	$q_{\mu pd}$	$0.262E-14 CM^{+3} S^{-1}$
MUON P-T MOLECULE FORMATION	$q_{\mu pt}$	$0.305E-14 CM^{+3} S^{-1}$
MUON P-P MOLECULE FORMATION	$q_{\mu pp}$	$0.102E-14 CM^{+3} S^{-1}$
ISOTOPE EXCHANGE DT	q_{dt}	$0.164E-12 CM^{+3}, S^{-1}$
ISOTOPE EXCHANGE PT	q_{pt}	$0.258E-11 CM^{+3}, S^{-1}$
ISOTOPE EXCHANGE PD	q_{pd}	$0.68E-11 CM^{+3}, S^{-1}$
MUON P-D STICKING PROBABLITY	$\omega_{\mu s}$	0.85
MUON D-D STICKING PROBABLITY	$\omega_{\mu s}$	0.12
MUON D-T STICKING PROBABLITY	$\omega_{\mu s}$	0.006
MUON P-T STICKING PROBABLITY	$\omega_{\mu s}$	0.095
CONCENTRATION OF PROTONIUM	C_p	0.3
CONCENTRATION OF DEUTERIUM	C_d	0.1
CONCENTRATION OF TRITIUM	C_t	0.1
LIQUID HYDROGEN DENSITY FACTOR	ϕ	$0.05-1$
PROBABLITY	P	0.42

جدول ۳. مقادیر عددی بازده کاتالیزور میونی در هر یک از شاخه‌های همجوشی مخلوط سه گاز ($C_p = 0.8, C_t = C_d = 0.1$) در ازای ϕ های مختلف، ϕ کسر چگالی نسبت به هیدروژن مایع است.

ϕ	$\chi_{\mu dt}$	$\chi_{\mu dd}$	$\chi_{\mu pt}$	$\chi_{\mu pd}$
0.05	0.72314E2	0.508000	0.9323100	0.25877E1
0.10	0.14540E3	0.10216E1	0.18749E1	0.52037E1
0.15	0.21943E3	0.15413E1	0.28290E1	0.78513E1
0.2	0.29420E3	0.20665E1	0.37929E1	0.10527E2
0.25	0.36917E3	0.25917E1	0.47677E1	0.13230E2
0.3	0.45588E3	0.31320E1	0.57485E1	0.15954E2
0.35	0.52303E3	0.36739E1	0.67231E1	0.18716E2
0.40	0.60220E3	0.42200E1	0.77638E1	0.21540E2
0.45	0.68089E3	0.47827E1	0.87783E1	0.24362E2
0.50	0.76061E3	0.53426E1	0.98061E1	0.27214E2
0.55	0.84174E3	0.59125E1	0.10852E2	0.30117E2
0.60	0.92352E3	0.64869E1	0.11906E2	0.33043E2
0.65	0.10059E4	0.70654E1	0.12968E2	0.35990E2
0.70	0.10887E4	0.7647E1	0.14036E2	0.38954E2
0.75	0.11732E4	0.82410E1	0.15126E2	0.41978E2
0.80	0.12578E4	0.88352E1	0.16217E2	0.45005E2
0.85	0.13422E4	0.94422E1	0.17331E2	0.48097E2
0.90	0.14232E4	0.10067E2	0.18477E2	0.51280E2
0.95	0.15196E4	0.10674E2	0.19591E2	0.54369E2
1.0	0.16131E4	0.11131E2	0.20797E2	0.57717E2

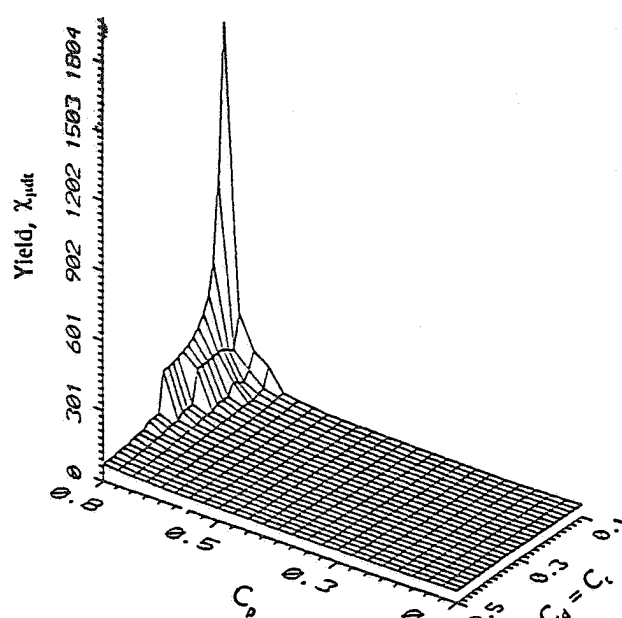
می نماید و شاخه $d\mu$ در هر حالت، ماکزیمم حالت همجوشی است و شاخه های دیگر همجوشی در ازای انتخاب های انجام شده، می توانند در انجام همجوشی و تعداد همجوشیها از یکدیگر پیشی گیرند. نظر به اینکه حالت $\phi = 1$ ، مطلوب ترین حالت است لذا نمودارهای سه بعدی ضریب تکثیر میونی در ازای غلظت های مختلف و $\phi = 1$ در شاخه های مختلف در شکل های ۶ الی ۹ آمده



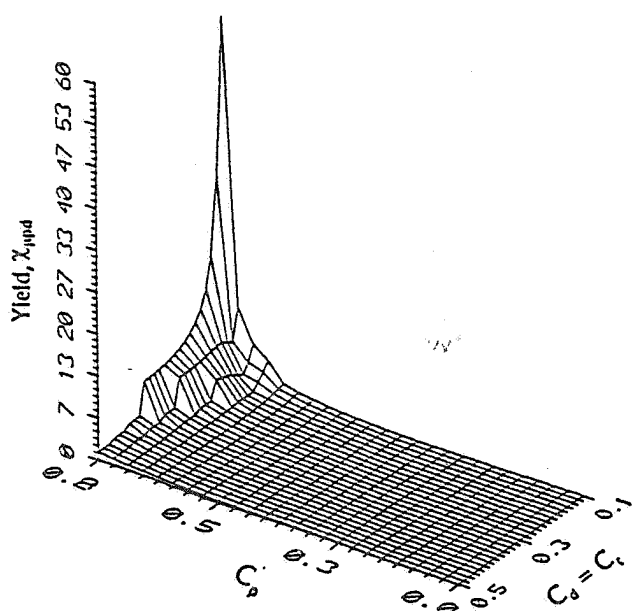
شکل ۸. نمودار سه بعدی ضریب تکثیر میونی شاخه همجوشی $d\mu$ بر حسب $C_p = C_d = C_i$ در ازای $\phi = 1$.

گوناگون دیگری محاسبه و به علت گستردگی حالت های ممکن، فقط نتایج حاصل از چند حالت در جدول های ۴ تا ۱۲ آورده شده است. با توجه به این جداول دیده می شود که:

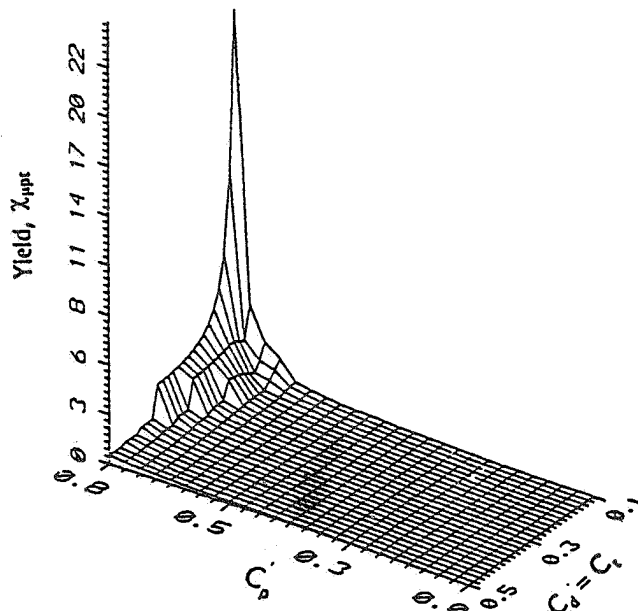
۴. انتخاب غلظت های C_p ، C_d و C_i در تعداد همجوشیهایی که می تواند انجام شود، نقش اساسی را بازی



شکل ۶. نمودار سه بعدی ضریب تکثیر میونی شاخه همجوشی $d\mu$ بر حسب $C_p = C_d = C_i$ در ازای $\phi = 1$.



شکل ۹. نمودار سه بعدی ضریب تکثیر میونی شاخه همجوشی $p\mu$ بر حسب $C_p = C_d = C_i$ در ازای $\phi = 1$.



شکل ۷. نمودار سه بعدی ضریب تکثیر میونی شاخه همجوشی $p\mu$ بر حسب $C_p = C_d = C_i$ در ازای $\phi = 1$.

جدول ۴. ضرایب تکثیر میونی مربوط به هر شاخه همجوشی در ازای ϕ و مقادیر مختلف $C_d = C_t$ و C_p در مخلوط سه گاز H/T/D.

C_p	$C_d = C_t$	$\chi_{\mu dt}$	$\chi_{\mu pt}$	$\chi_{\mu dd}$	$\chi_{\mu pd}$
۰/۰۲	۰/۴۹	۰/۵۲۵۴۱E۲	۰/۳۴۵۶۱E-۲	۰/۲۶۱۳۱	۰/۶۷۹۱۱E-۲
۰/۰۴	۰/۴۸	۰/۵۲۳۱۱E۲	۰/۷۰۲۵۲E-۲	۰/۲۶۲۵۱	۰/۱۳۹۲۹E-۱
۰/۰۶	۰/۴۷	۰/۵۲۰۹۶E۲	۰/۱۰۷۱۸E-۱	۰/۲۶۳۷۸	۰/۲۱۴۴۱E-۱
۰/۰۸	۰/۴۶	۰/۵۱۹۰۰E۲	۰/۱۴۵۴۶E-۱	۰/۲۶۵۱۳	۰/۲۹۳۵۹E-۱
۰/۱۰	۰/۴۵	۰/۵۱۷۲۳E۲	۰/۱۸۵۲۳E-۱	۰/۲۶۶۵۶	۰/۳۷۷۱۸E-۱
۰/۱۲	۰/۴۴	۰/۵۱۱۳۷E۲	۰/۴۱۲۰۵E-۱	۰/۲۷۵۲۰	۰/۸۷۶۱۳E-۱
۰/۱۴	۰/۴۳	۰/۵۱۴۲۲E۲	۰/۲۶۹۸۱E-۱	۰/۲۶۹۶۸	۰/۵۵۹۰۷E-۱
۰/۱۶	۰/۴۲	۰/۵۱۳۰۵E۲	۰/۳۱۴۹۷E-۱	۰/۲۷۱۴۰	۰/۶۵۸۳۲E-۱
۰/۱۸	۰/۴۱	۰/۵۱۲۰۹E۲	۰/۳۶۲۳۱E-۱	۰/۲۷۳۲۴	۰/۷۶۳۸۱E-۱
۰/۲۰	۰/۴۰	۰/۵۱۱۳۷E۲	۰/۴۱۲۰۵E-۱	۰/۲۷۵۲۰	۰/۸۷۶۱۳E-۱
۰/۲۲	۰/۳۹	۰/۵۱۰۸۹E۲	۰/۴۶۴۴۴E-۱	۰/۲۷۷۲۹	۰/۹۹۵۹۸E-۱
۰/۲۴	۰/۳۸	۰/۵۱۰۶۷E۲	۰/۵۱۹۷۸E-۱	۰/۲۷۹۵۳	۰/۱۱۲۴۱
۰/۲۶	۰/۳۷	۰/۵۱۰۷۹E۲	۰/۵۷۸۴۴E-۱	۰/۲۸۱۹۶	۰/۱۲۶۱۶
۰/۲۸	۰/۳۶	۰/۵۱۱۲۱E۲	۰/۶۴۰۷۶E-۱	۰/۲۸۴۵۷	۰/۱۴۰۹۳
۰/۳۰	۰/۳۵	۰/۵۱۱۹۷E۲	۰/۷۰۲۲۰E-۱	۰/۲۸۷۳۹	۰/۱۵۶۸۵
۰/۳۲	۰/۳۴	۰/۵۱۳۱۲E۲	۰/۷۷۸۲۸E-۱	۰/۲۹۰۴۵	۰/۱۷۴۰۶
۰/۳۶	۰/۳۲	۰/۵۱۶۷۹E۲	۰/۹۳۶۹۴E-۱	۰/۲۹۷۴۲	۰/۲۳۸۲۴
۰/۳۸	۰/۳۱	۰/۵۱۹۳۹E۲	۰/۱۰۲۶۰	۰/۳۰۱۴	۰/۲۱۳۰۵
۰/۴۰	۰/۳۰	۰/۵۲۲۶۲E۲	۰/۱۱۲۳۰	۰/۳۰۵۷۹	۰/۲۵۹۶۰
۰/۴۲	۰/۲۹	۰/۵۲۶۵۷E۲	۰/۱۲۲۹۰	۰/۳۱۰۶۵	۰/۲۸۶۴۷
۰/۴۴	۰/۲۸	۰/۵۳۱۲۹E۲	۰/۱۳۴۵۵	۰/۳۱۶۰۳	۰/۳۱۶۲۱
۰/۴۶	۰/۲۷	۰/۵۳۶۹E۲	۰/۱۴۷۴۴	۰/۳۲۲۰۷	۰/۳۴۹۳۸
۰/۴۸	۰/۲۶	۰/۵۴۳۷۷E۲	۰/۱۶۱۷۸	۰/۳۲۸۸۴	۰/۳۸۶۵۵
۰/۵۰	۰/۲۵	۰/۵۵۱۸۹E۲	۰/۱۷۷۸۸	۰/۳۳۶۵۲	۰/۴۲۸۵۵
۰/۵۲	۰/۲۴	۰/۵۶۱۵۸E۲	۰/۱۹۶۰۹	۰/۳۴۷۲۱	۰/۴۷۶۳۶
۰/۵۴	۰/۲۳	۰/۵۷۳۲۲E۲	۰/۲۱۶۸۹	۰/۳۵۵۴۱	۰/۵۳۱۳۱
۰/۵۶	۰/۲۲	۰/۵۸۷۳۰E۲	۰/۲۴۰۹۲	۰/۳۶۷۲۱	۰/۵۹۵۱۶
۰/۵۸	۰/۲۱	۰/۶۰۴۳۳E۲	۰/۲۶۸۹۸	۰/۳۸۱۰۷	۰/۶۷۰۱۵
۰/۶۰	۰/۲۰	۰/۶۲۵۳۵E۲	۰/۳۰۲۳۴	۰/۳۹۷۷۲	۰/۷۵۹۷۳
۰/۶۲	۰/۱۹	۰/۶۵۱۶۴E۲	۰/۳۴۲۶۸	۰/۴۱۸۰۵	۰/۸۶۸۶۱
۰/۶۴	۰/۱۸	۰/۶۸۴۹۶E۲	۰/۳۹۲۴۸	۰/۴۴۳۳۲	۰/۱۰۰۳۶E۱
۰/۶۶	۰/۱۷	۰/۷۲۸۳۹E۲	۰/۴۵۵۷۳	۰/۴۷۵۶۸	۰/۱۱۵۹E۱
۰/۶۸	۰/۱۶	۰/۷۸۶۷۴E۲	۰/۸۳۸۸۵	۰/۵۱۸۵۳	۰/۱۴۰۳۲E۱
۰/۷۰	۰/۱۵	۰/۸۶۸۸۴E۲	۰/۶۵۳۴۲	۰/۵۷۸۰۷	۰/۱۷۱۷۷E۱
۰/۷۲	۰/۱۴	۰/۹۹۱۴۳E۲	۰/۸۲۱۷۰	۰/۶۶۶۱۱	۰/۲۱۸۱۳E۱
۰/۷۴	۰/۱۳	۰/۱۱۹۳۳E۳	۰/۱۰۹۴۶E۱	۰/۸۰۹۹۱	۰/۲۹۳۵۵E۱
۰/۷۶	۰/۱۲	۰/۱۵۸۳۱E۳	۰/۱۶۱۵۸E۱	۰/۱۰۸۶۱E۱	۰/۴۳۷۹۷E۱
۰/۷۸	۰/۱۱	۰/۲۶۴۳۱E۳	۰/۳۰۲۰۴E۱	۰/۱۸۳۴۰E۱	۰/۸۲۸۰۵E۱
۰/۸۰	۰/۱۰	۰/۱۶۱۳۱E۴	۰/۲۰۷۹۷E۲	۰/۱۱۳۳۱E۲	۰/۵۷۷۱۷E۲

جدول ۵. مقادیر عددی بازده کاتالیزور میونی در هر یک از شاخه‌های همجوشی مخلوط سه گاز ($C_p = C_d = 0/15$, $C_t = 0/7$) در ازای ϕ های مختلف

ϕ	$X_{\mu dt}$	$X_{\mu dd}$	$X_{\mu pt}$	$X_{\mu pd}$
0/05	0/95116E1	0/32874E-2	0/36467	0/49757E-1
0/15	0/10001E2	0/34537E-2	0/38363	0/52342E-1
0/25	0/10105E2	0/34890E-2	0/38766	0/52893E-1
0/35	0/10151E2	0/35053E-2	0/38941	0/53132E-1
0/45	0/10176E2	0/35140E-2	0/39039	0/53266E-1
0/55	0/10192E2	0/35197E-2	0/39102	0/53352E-1
0/65	0/10203E2	0/35236E-2	0/39146	0/53411E-1
0/75	0/10212E2	0/35264E-2	0/39178	0/53455E-1
0/85	0/10218E2	0/35286E-2	0/39202	0/53488E-1
0/95	0/10223E2	0/35303E-2	0/39222	0/53515E-1
1/0	0/10225E2	0/35310E-2	0/39230	0/53526E-1

جدول ۶. مقادیر عددی بازده کاتالیزور میونی در هر یک از شاخه‌های همجوشی مخلوط سه گاز ($C_d = C_t = 0/25$, $C_p = 0/5$) در ازای ϕ های مختلف

ϕ	$X_{\mu dt}$	$X_{\mu pt}$	$X_{\mu dd}$	$X_{\mu pd}$
0/05	0/43645E2	0/14067	0/26607	0/33883
0/15	0/51153E2	0/16487	0/31190	0/39719
0/25	0/52973E2	0/17074	0/32306	0/41133
0/35	0/53793E2	0/17338	0/32801	0/41770
0/45	0/54259E2	0/17488	0/33085	0/42132
0/55	0/54562E2	0/17586	0/33270	0/42367
0/65	0/54773E2	0/17654	0/33399	0/42507
0/75	0/54930E2	0/17705	0/33495	0/42654
0/85	0/55055E2	0/17745	0/33571	0/42751
0/95	0/55151E2	0/17776	0/33629	0/42825
1/0	0/55189E2	0/17788	0/33652	0/42855

جدول ۷. مقادیر عددی بازده کاتالیزور میونی در هر یک از شاخه‌های همجوشی مخلوط سه گاز. ($C_d = C_t = 0/15$, $C_p = 0/7$) در ازای ϕ های مختلف.

ϕ	$X_{\mu dt}$	$X_{\mu pt}$	$X_{\mu dd}$	$X_{\mu pd}$
0/05	0/56024E2	0/37621	0/33281	0/98892
0/15	0/71240E2	0/53577	0/47398	0/14084E1
0/25	0/77839E2	0/58539	0/51789	0/15388E1
0/35	0/81051E2	0/60955	0/53926	0/16024E1
0/45	0/82952E2	0/62385	0/55191	0/16399E1
0/55	0/84214E2	0/63334	0/56031	0/16649E1
0/65	0/85097E2	0/63998	0/56619	0/16824E1
0/75	0/85775E2	0/64508	0/57069	0/16958E1
0/85	0/86288E2	0/64894	0/57411	0/17059E1
0/95	0/86701E2	0/65204	0/57686	0/17141E1
1/0	0/86884E2	0/65342	0/57807	0/17177E1

جدول ۸. مقادیر عددی بازده کانالیزور میونی در هر یک از شاخه‌های همجوشی مخلوط سه گاز ($C_t = 0/194$, $C_d = 0/006$, $C_p = 0/8$) در ازای ϕ های مختلف.

ϕ	$X_{\mu dt}$	$X_{\mu pt}$	$X_{\mu dd}$	$X_{\mu pd}$
۰/۰۵	۰/۱۳۲۹۸E۱	۰/۲۸۵۷۴	۰/۵۰۹۹۳E-۴	۰/۴۳۲۹۱E-۲
۰/۱۵	۰/۱۴۲۷۵E۱	۰/۳۰۶۷۳	۰/۵۲۵۳۸E-۴	۰/۴۵۴۵۲E-۲
۰/۲۵	۰/۱۴۴۸۸E۱	۰/۳۱۱۳۰	۰/۵۴۳۳۳E-۴	۰/۴۶۱۲۷E-۲
۰/۳۵	۰/۱۴۵۸۱E۱	۰/۳۱۳۳۰	۰/۵۴۳۳۳E-۴	۰/۴۶۲۲۷E-۲
۰/۴۵	۰/۱۴۶۳۳E۱	۰/۳۱۴۴۲	۰/۵۴۶۹۹E-۴	۰/۴۶۲۴۲E-۲
۰/۵۵	۰/۱۴۶۶۶E۱	۰/۳۱۵۱۴	۰/۵۴۵۵۵E-۴	۰/۴۶۳۱۶E-۲
۰/۶۵	۰/۱۴۶۹۰E۱	۰/۳۱۵۶۴	۰/۵۴۶۱۶E-۴	۰/۴۶۳۶۷E-۲
۰/۷۵	۰/۱۴۷۰۷E۱	۰/۳۱۶۰۱	۰/۵۴۶۶۰E-۴	۰/۴۶۴۰۵E-۲
۰/۸۵	۰/۱۴۷۲۰E۱	۰/۳۱۶۲۹	۰/۵۴۶۹۴E-۴	۰/۴۶۴۳۴E-۲
۰/۹۵	۰/۱۴۷۳۰E۱	۰/۳۱۶۵۱	۰/۵۴۷۲۱E-۴	۰/۴۶۴۵۶E-۲
۱/۰	۰/۱۴۷۳۵E۱	۰/۳۱۶۶۱	۰/۵۴۷۳۲E-۴	۰/۴۶۴۶۶E-۲

جدول ۹. مقادیر عددی بازده کانالیزور میونی در هر یک از شاخه‌های همجوشی مخلوط سه گاز ($C_t = 0/06$, $C_d = 0/04$, $C_p = 0/9$) در ازای ϕ های مختلف.

ϕ	$X_{\mu dt}$	$X_{\mu pt}$	$X_{\mu dd}$	$X_{\mu pd}$
۰/۰۵	۰/۲۴۹۶۱E۲	۰/۹۰۵۰۷	۰/۱۱۴۸۵	۰/۱۶۴۵۳E۱
۰/۱۵	۰/۴۵۰۵۹E۲	۰/۱۶۳۳۸E۱	۰/۲۰۷۱۳	۰/۲۹۶۷۴E۱
۰/۲۵	۰/۵۳۶۹۷E۲	۰/۱۹۴۷۰E۱	۰/۲۴۶۷۹	۰/۳۵۳۵۶E۱
۰/۳۵	۰/۵۸۵۰۲E۲	۰/۲۱۲۱۳E۱	۰/۲۶۸۵۵	۰/۳۸۵۱۶E۱
۰/۴۵	۰/۶۱۵۶۵E۲	۰/۲۲۳۲۴E۱	۰/۲۸۲۹۱	۰/۴۰۵۳۱E۱
۰/۵۵	۰/۶۳۶۸۵E۲	۰/۲۳۰۹۲E۱	۰/۲۹۲۶۵	۰/۴۱۹۲۶E۱
۰/۶۵	۰/۶۵۲۴۸E۲	۰/۲۳۶۵۹E۱	۰/۲۹۹۸۲	۰/۴۲۹۵۳E۱
۰/۷۵	۰/۶۶۴۳۰E۲	۰/۲۴۰۸۸E۱	۰/۳۰۵۲۵	۰/۴۳۷۳۱E۱
۰/۸۵	۰/۶۷۳۷۰E۲	۰/۲۴۴۲۸E۱	۰/۳۰۹۵۶	۰/۴۴۳۴۹E۱
۰/۹۹	۰/۶۸۱۲۷E۲	۰/۲۴۷۰۳E۱	۰/۳۱۳۰۴	۰/۴۴۸۴۸E۱
۱/۰	۰/۶۸۴۵۷E۲	۰/۲۴۸۲۳E۱	۰/۳۱۴۵۶	۰/۴۵۰۶۵E۱

جدول ۱۰. مقادیر عددی بازده کانالیزور میونی در هر یک از شاخه‌های همجوشی مخلوط سه گاز ($C_d = 0/1$, $C_p = 0/1$, $C_t = 0/8$) در ازای ϕ های مختلف.

ϕ	$X_{\mu dt}$	$X_{\mu pt}$	$X_{\mu dd}$	$X_{\mu pd}$
۰/۰۵	۰/۶۶۲۲۰E۲	۰/۱۰۶۷۲	۰/۲۸۸۵۸E-۲	۰/۶۸۳۷۵E-۲
۰/۱۵	۰/۷۷۷۸۲E۲	۰/۱۲۵۳۰	۰/۱۲۱۰۸E-۱	۰/۷۷۰۹۷E-۲
۰/۲۵	۰/۸۱۸۱۷E۲	۰/۱۳۱۸۵	۰/۱۲۷۳۱E-۱	۰/۸۱۰۶۳E-۲
۰/۳۵	۰/۸۳۶۸۵E۲	۰/۱۳۴۸۶	۰/۱۳۰۲۰E-۱	۰/۸۲۸۹۹E-۲
۰/۴۵	۰/۸۴۷۴۶E۲	۰/۱۳۶۵۷	۰/۱۳۱۸۳E-۱	۰/۸۳۹۴۲E-۲
۰/۵۵	۰/۸۵۴۵۰E۲	۰/۱۳۷۷۱	۰/۱۳۲۹۲E-۱	۰/۸۴۶۳۴E-۲
۰/۶۵	۰/۸۵۹۴۳E۲	۰/۱۳۸۵۰	۰/۱۳۳۶۸E-۱	۰/۸۵۱۱۹E-۲
۰/۷۵	۰/۸۶۳۰۵E۲	۰/۱۳۹۰۸	۰/۱۳۴۲۴E-۱	۰/۸۵۴۷۰E-۲
۰/۸۵	۰/۸۶۵۸۷E۲	۰/۱۳۹۵۴	۰/۱۳۴۶۸E-۱	۰/۸۵۷۵۲E-۲
۰/۹۵	۰/۸۶۸۰۸E۲	۰/۱۳۹۹۰	۰/۱۳۵۰۲E-۱	۰/۸۵۹۶۹E-۲
۱/۰	۰/۸۶۸۹۵E۲	۰/۱۴۰۰۴	۰/۱۳۵۱۵E-۱	۰/۸۶۰۵۵E-۲

جدول ۱۱. مقادیر عددی بازده کاتالیزور میونی در هر یک از شاخه‌های همجوشی مخلوط سه گاز ($C_p = C_t = 0/1$, $C_d = 0/8$) در ازای ϕ های مختلف.

ϕ	$\chi_{\mu dt}$	$\chi_{\mu pt}$	$\chi_{\mu dd}$	$\chi_{\mu pd}$
0/05	0/62379E2	0/10053	0/97305E-2	0/61957E-2
0/15	0/7787E2	0/12535	0/12108E-1	0/77097E-2
0/25	0/81817E2	0/13185	0/12731E-1	0/81063E-2
0/35	0/83685E2	0/13486	0/13020E-1	0/82899E-2
0/45	0/84746E2	0/13657	0/13183E-1	0/83942E-2
0/55	0/85450E2	0/13771	0/13292E-1	0/84634E-2
0/65	0/85943E2	0/13850	0/13368E-1	0/85119E-2
0/75	0/86305E2	0/13908	0/13424E-1	0/85474E-2
0/85	0/86587E2	0/13954	0/13468E-1	0/85752E-2
0/95	0/86808E2	0/13990	0/13502E-1	0/85969E-2
1/0	0/86895E2	0/14004	0/13515E-1	0/86055E-2

جدول ۱۲. مقادیر عددی بازده کاتالیزور میونی در هر یک از شاخه‌های همجوشی مخلوط سه گاز ($C_p = C_t = 0/1$, $C_d = 0/8$) در ازای ϕ های مختلف.

ϕ	$\chi_{\mu dt}$	$\chi_{\mu pt}$	$\chi_{\mu dd}$	$\chi_{\mu pd}$
0/05	0/52445E1	0/10565E-2	0/36711	0/29219E-1
0/15	0/54708E1	0/11021E-2	0/38315	0/30495E-1
0/25	0/55184E1	0/11117E-2	0/38653	0/30764E-1
0/35	0/55391E1	0/11158E-2	0/38799	0/30880E-1
0/45	0/55506E1	0/11181E-2	0/38881	0/30946E-1
0/55	0/55581E1	0/11196E-2	0/38933	0/30987E-1
0/65	0/55631E1	0/11207E-2	0/38969	0/31016E-1
0/75	0/55669E1	0/11214E-2	0/38996	0/31037E-1
0/85	0/55698E1	0/11220E-2	0/39016	0/31054E-1
0/95	0/55721E1	0/11225E-2	0/39033	0/31067E-1
1/0	0/55730E1	0/11227E-2	0/39039	0/31072E-1

$$M_E = \left[\frac{Q_{pd} + Q_y}{E_\mu} \right] \chi_{\mu pd} + \left[\frac{Q_{pt} + Q_y}{E_\mu} \right] \chi_{\mu pt} + \left[\frac{Q_{dd} + Q_n}{E_\mu} \right] \chi_{\mu dd} + \left[\frac{Q_{dt} + Q_n}{E_\mu} \right] \chi_{\mu dt},$$

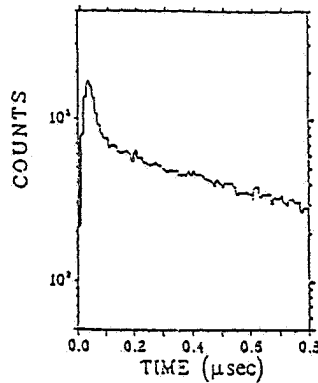
(۶۷)

است که اگر آنها را با هم مقایسه کنیم، بیشترین تعداد همجوشی مربوط به انتخاب $C_p = 0/8$ و $C_t = C_d = 0/1$ می‌باشد که حدود ۱۶۱۳ همجوشی را در شاخه $d\mu$ به دست می‌دهد، و در مقایسه با دیگر انتخاب‌ها بهترین است.

۵. ملاحظه می‌شود که بیشترین انرژی ناشی از همجوشی مخلوط سه گاز در ازای غلظت‌های گوناگون C_d , C_p و C_t توسط شاخه همجوشی $d\mu$ است.

۶. هرگاه ضریب تکثیر انرژی را برای مخلوط سه گاز، مشابه مخلوط دو گاز بنویسیم، داریم:

که اگر مقادیر عددی $Q_{pd} = 5/4$ MeV و $Q_{pt} = 19/8$ MeV، $Q_{dt} = 17/6$ MeV، $Q_{dd} = 3/3$ MeV، $Q_y = 5/5$ MeV



شکل ۱۰. طیف زمانی تعداد همجوشیهای $d-t$ اندازه گیری شده در آزمایشگاه PSI سالهای (۱۹۸۹-۱۹۹۲).

مسیر اول خواهد بود. رقیق بودن مخلوط نسبت به سوختهای مصرفی D و T باعث می شود که مولکولهای $dt\mu$ تولید شده، کند شوند و تفکیک این شاخه را از شاخه های همجوشی $pd\mu$ ، $pt\mu$ و $dd\mu$ امکان پذیر نماید. چرا که شاخه همجوشی $dt\mu$ به دلیل داشتن آهنگ همجوشی بزرگتر نسبت به سایر شاخه های همجوشی، نقش اصلی را در تولید انرژی بر عهده دارد [۲۳]. اکنون با توجه به جدول ۳ و جدول های ۴ تا ۱۲ و همچنین منحنی های ارائه شده در شکل های ۶ الی ۹، که بر مبنای محاسبات انجام گرفته ارائه شده است، ملاحظه می شود که نتایج حاصل از آزمایش در حد بسیار خوبی تأیید می شود و نشان می دهد که مخلوط سه گاز دارای بازده چرخه میونی و ضریب تکثیر انرژی بالاتری است و علت افزایش این ضریب مربوط به سرعت دادن میون در چرخه همجوشی است. نکته مهم دیگر اینکه، در هر حالت شاخه $dt\mu$ ماکزیمم همجوشی ممکن را به دست می دهد، اما غلظت های انتخاب شده به میزان زیادی در تعداد همجوشیها مؤثر می باشد و باعث می شود که شاخه های دیگر همجوشی بتوانند در انجام تعداد واکنشهای همجوشی از یکدیگر پیشی گیرند.

شکل ۱۰ تعداد همجوشیهای ناشی از شاخه $dt\mu$ را در فاصله زمانی ۰ تا ۰/۸ میکروثانیه که در آزمایشگاه PSI اندازه گیری شده است نشان می دهد. با استفاده از این منحنی و اینکه طول عمر میون ۲/۲ میکروثانیه است تعداد همجوشی در طول عمر یک میون حدود ۱۶۵۰ می شود که با نتیجه حاصل از تئوری یعنی حدود ۱۶۱۳ همجوشی، همخوانی دارد.

همچنین آزمایشات نشان می دهد که در چرخه همجوشی بهره انرژی همجوشی $dd\mu$ نسبت به $dt\mu$ بسیار کوچک است و علت این کاهش را می توان در کوچک بودن آهنگ انجام

$Q_n = 200 \text{ MeV}$ و مقادیر تکثیر میونی محاسبه شده، $\chi_{\mu}^{dd\mu} = 11$ ، $\chi_{\mu}^{pd\mu} = 57$ ، $\chi_{\mu}^{pt\mu} = 20$ ، $\chi_{\mu}^{dt\mu} = 1613$ را در معادله فوق قرار دهیم ضریب تکثیر انرژی حدود ۱۱۸ حاصل می شود. مقایسه با مخلوط دو گاز، افزایشی حدود ۱۲ برابر را بدست می دهد و نشان می دهد که مخلوط سه گاز رقیق شده به دوتریوم و تریتیوم می تواند ارزیابی بسیار مفیدتری برای تداوم انرژی نسبت به مخلوط دو گاز داشته باشد.

مقایسه جوابها با نتایج آزمایشگاهی و نتیجه گیری

محاسبات انجام گرفته نشان می دهد که استفاده از مخلوط سه گاز به جای دو گاز توانسته است چرخه میون را در کاتالیزور میونی افزایش دهد. در محاسبات انجام شده، فرضیاتی را در نظر گرفتیم. از جمله فرض کردیم که سیستم در حالت پایا است، که فرض دور از انتظاری هم برای سیستم همجوشی نیست، چرا که چگالی های دوتریوم و تریتیوم و پروتون استفاده شده در سیستم از مرتبه خیلی بزرگی هستند (چگالی ذره های هیدروژن مایع)، و مصرف حدود چند صد یا چند هزار از این اتم ها و با توجه به تزریق مناسب می تواند تغییرات ذره ای در سیستم را ناچیز کند و سیستم همواره در حالت پایا باقی بماند. ولی به هر حال برای بررسی اینکه شرایط انتخابی در انجام محاسباتی چقدر می تواند در جوابها مؤثر باشد جوابهای خود را با جوابهای آزمایشگاهی که در دسترس بود مقایسه کردیم. آزمایشگاه PSI (Paul Sherrer Institute) همجوشی دوتریوم - تریتیوم را در حالت شبه پایا در مخلوط سه گاز D-T-H از طریق کاتالیزور میونی در شرایط آزمایشگاهی $(\phi = 0.05)$ و $C_p = 0.05$ ، $C_d \gg C_t$ و $C_p \gg C_t$ و $T = 300 \text{ K}$ مورد آزمایش قرار داده است [۲۲ و ۲۳]. بررسیهای انجام شده نشان داده است که همجوشی دوتریوم - تریتیوم از چهار مسیر مختلف زیر انجام می گیرد.

مسیر اول $\mu \rightarrow \mu p \rightarrow \mu d \rightarrow \mu t \rightarrow dt\mu$

مسیر دوم $\mu \rightarrow \mu p \rightarrow \mu t \rightarrow dt\mu$

مسیر سوم $\mu \rightarrow \mu d \rightarrow \mu t \rightarrow dt\mu$

مسیر چهارم $\mu \rightarrow \mu t \rightarrow dt\mu$

$dt\mu$ های تولید شده از هر کدام از مسیرهای فوق می توانند به دو شاخه $n + \mu + {}^4\text{He}$ و $n + \mu + {}^3\text{He}$ تقسیم شوند سپس میون تولید شده از شاخه $n + \mu + {}^4\text{He}$ می تواند به شبکه بازگردانده شود و همجوشیهای دیگری را تا قبل از واپاشی خود انجام داده و بهره انرژی را افزایش دهد. آزمایش نشان داده است که اگر

شاخه $dt\mu$ داشته باشیم و شاخه‌های $pt\mu$ ، $p d\mu$ و $dd\mu$ از بهره بسیار کمتری برخوردار باشند [۲۲ و ۲۳].

توصیه برای ادامه تحقیقات

انجام محاسبات برای سیستم پایای کاتالیزور میونی صورت گرفت. فرض پایا بودن چنین سیستمی فرض درستی است چرا که مصرف تعداد ذرات در قبال چگالی بزرگ آنها ناچیز است و می‌توان به راحتی تغییرات چگالی ذرات را کوچک و یا ناچیز گرفت، اما در سیستم‌های از این نوع که مصرف و تزریق همزمان است، پایداری پایا بودن آنها بایستی مورد مطالعه قرار گیرد [۲۴].

تشکر و قدردانی

بدینوسیله از معاونت‌های محترم پژوهشی دانشکده علوم و دانشگاه شیراز که امکان انجام این تحقیق را فراهم نمودند تشکر و قدردانی می‌شود.

واکنش و بزرگ بودن احتمال چسبندگی میون به ${}^3\text{He}$ و انتخاب غلظت‌های C_d ، C_p و C_t دانست. در چرخه همجوشی $p d\mu$ نیز بهره همجوشی $p d$ کمتر از بهره همجوشی dt است و علت آن مربوط به آهنگ تشکیل $dt\mu$ است که بزرگتر از $p d\mu$ است و احتمال چسبندگی میون به ${}^3\text{He}$ بزرگ است. به هر حال کاهش احتمال چسبندگی با روش‌های فیزیکی می‌تواند نتیجه بهتری را حاصل کند. بالاخره در چرخه همجوشی $pt\mu$ ، بهره همجوشی pt نیز به دو دلیل کمتر از شاخه dt است: اولاً، آهنگ تشکیل مولکول $dt\mu$ از مولکول $pt\mu$ بسیار بزرگتر است به طوری که شاخه $dt\mu$ حاکمیت پیدا می‌کند، ثانیاً، آهنگ همجوشی $pt\mu$ بسیار ضعیف است.

بنابراین به طور خلاصه می‌توان اظهار داشت که مطابق با تجزیه و تحلیلی که در مورد ساختار چندگانه همجوشی dt در آزمایشگاه PSI توسط ذره میون انجام گرفته است، تشکیل $dt\mu$ در اثر برخورد های HD با μt نقش اساسی را در مخلوط سه گاز ایفا می‌کند و همین باعث می‌شود که ماکزیمم بهره همجوشی را در

مراجع

1. Yu. V. Petrov. Nature, Vol. 285, June 1980, P. 466.
2. V. N Sosnin, A. A. Harms, Kerntechnik 57 (1992) No. 5 P. 332.
3. G. Gripps, Hyperfines Interactions (June 1993), Vol. 77 (1-2), P. 188.
4. کتاب «اصول همجوشی هسته‌ای» نوشته محمدرضا اسکندری، مرکز نشر دانشگاه شیراز، ۱۳۷۴.
5. محمدرضا اسکندری «اثتلاف سیستم‌های ICF، CF، μ کفرانس فیزیک ایران، کرمانشاه، ۱۳۷۲.
6. محمدرضا اسکندری، ظفر... کلانتری، «کد کامپیوتری برای حل معادلات غیرخطی با روش رانگ کوتای مرتبه چهار» دانشگاه شیراز، ۱۳۷۱.
7. S. E. Jones, AIP Conf. 181, Muon Catalyzed Fusion, Sanibel Island. (1988).
8. M. R. Eskandari, Z. Kalantari, A. A. Harms, International Conference on Emerging Nuclear Energy Systems, ICENES 93, Japan (1993).
9. M. R. Eskandari, Z. Kalantari, A. A. Harms, Iranian Journal of Science and Technolog, 19 (1995).
10. M. R. Eskandari, Nuclear Science Journal. 31 (1994).
11. V. E. Markushin, E. I. Afanasieva, T. Case, K. Lau and C. Petitjean, Hyperfine Interactions, 82 (1993). 373-389.
12. S.S. Gerstein, Yu. V. Petrov and L. I. Ponomarev, Sov. Phys. Usp. 33 (1990) 591.
13. L. I. Ponomarev and C. Petitjean, Fusion Technology, 20 (1991) 1022.
14. L. Bracci, C. Chiccoli, G. Fiorentini, V. S. Melezhik, P. Pasini, L. I. Ponomarev and J. Woznak, Muon Catal. Fusion 4 (1989) 247.
15. A. Adamezak and V. S. Melezhik, Muon Catalyzed Fusion. 4 (1989) 303.
16. J. S. Cohen and M. C. Strunsee, Phys. Rev. A 43 (1991) 3460.
17. C. Chiccoli, V. I. Korobov, V. S. Melezhik, P. Pasini, L. I. Ponomarev and J. Woznak, Muon Catal. Fusion 7 (1992) 87.
18. E. Afanasieva, I.V. Balabin and V. M. Markushin, PSIPreprint PSI-PR 90-17 (1990): Muon Catalyzed Fusion, 6(1990/1991) 477.
19. M. P. Faifman and L. I. Ponomarev, Phys. Lett. B 265 (1991) 201.
20. M. P. Faifman L. I. Menshikov and T.A. Strizh Muon Catalyzed Fusion, 4 (1991).
21. Yu. V. Petrov and V. Yu. Petrov, ZhETF 100 (1991) 58 and Sov. Phys. JETP 73 (1991) 29.
22. V. E. Markushin, E. I. Afanasieva T. Case, K. Lou and C. Petitjean, Hyp. Int. 82 (1993) 373.
23. V. E. Markushin, E. I. Afanasieva T. Case, K. Lou and C. Petitjean, Muon Catalyzed Fusion. 7 (1992) 155-178.
24. M. R. Eskandari, A. Ghasemi-Zad, Iranian Journal of Science and Technology. 20. Transaction A, (1996) 395.