

## تأثیر ضریب کر نوری بر روی ساختار نوار فوتونی بلورهای فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال

بهروز رضایی<sup>۱</sup> و علی اصغر صدقی<sup>۲</sup>

۱. پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره‌شناسی، دانشگاه تبریز، تبریز

۲. گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شبستر، شبستر

پست الکترونیکی: b\_rezaei@tabrizu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۷/۰۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۷/۱۱/۰۹)

### چکیده

در این مقاله، بلورهای فوتونی تابعی را که در آنها ثابت دی‌الکتریک مراکز پراکندگی (میله‌ها) تابعی از مکان است، مورد مطالعه قرار داده‌ایم. شبکه مورد بررسی هگزاگونال بوده و سطح مقطع میله‌ها نیز دارای تقارن دایروی است که در زمینه هوا قرار گرفته‌اند. ساختار نوار فوتونی در هر دو قطبش الکتریکی و مغناطیسی برای امواج الکترومغناطیس محاسبه شده و نتایج به دست آمده وجود نواحی ممنوعه بسامدی (گاف نوار فوتونی) را نشان می‌دهند. فرض می‌شود که میله‌های دی‌الکتریک از مواد کر تشکیل یافته‌اند. بنابراین با در نظر گرفتن توزیع‌های متفاوت شدت نور، صورت‌های مختلفی برای تابعیت مکانی ثابت دی‌الکتریک میله‌ها حاصل خواهد شد. اثر ضریب تابع (متناسب با ضریب کر) بر روی ساختارهای نوار فوتونی به طور نظری بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که پهنا و تعداد گاف‌های نوار فوتونی در بلورهای فوتونی تابعی نسبت به بلورهای فوتونی مرسوم قابلیت کنترل پذیری بیشتری دارند و می‌توانند در طراحی ابزارهای نوری بسیار مفید باشند.

واژه‌های کلیدی: بلورهای فوتونی تابعی، ضریب کر، ساختار نوار فوتونی، گاف نوار فوتونی

### ۱. مقدمه

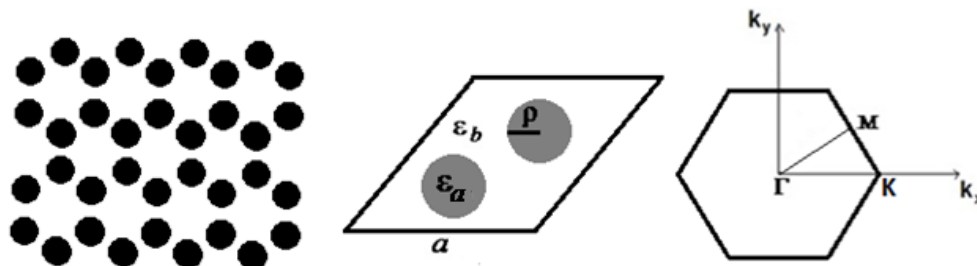
دارای کاربردهای وسیعی در طراحی ابزارهای نوری از قبیل قطبش‌گرها<sup>۲</sup> [۴] و موجبرها<sup>۳</sup> [۵ و ۶] هستند. در سال‌های اخیر تلاش‌های زیادی به منظور افزایش پهنای گاف‌های فوتونی و همچنین تنظیم‌پذیری پهنا و محدوده بسامدی آنها صورت گرفته است [۷ و ۸]. ساختار نوار بلورهای فوتونی دو بعدی

در سال‌های اخیر بلورهای فوتونی به خاطر توانایی آنها در کنترل انتشار امواج الکترومغناطیس بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. در تشابه با نیم‌رساناها، این بلورها می‌توانند از انتشار امواج الکترومغناطیس در یک محدوده بسامدی معین، معروف به گاف نوار فوتونی<sup>۱</sup>، جلوگیری کنند [۱-۳]. این ساختارها

۲. Polarizers

۳. Waveguides

۱. Photonic band gap



شکل ۱. نمایش طرح وار بلور فوتونی دو بعدی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دایروی، سلول واحد اولیه و ناحیه بریلوئن اول مربوطه.

بررسی می‌کنیم. نتایج بررسی‌ها افزایش کنترل‌پذیری گاف‌های نوار فوتونی در بلورهای فوتونی تابعی را نسبت به بلورهای فوتونی مرسوم نشان می‌دهند. نکته جالب این است که با انتخاب شعاع متفاوت برای دو میله دی‌الکتریک واقع در سلول اولیه شبکه هگزاگونال، اثر ضریب کر بر روی ساختار نوار فوتونی و امکان کنترل‌پذیری گاف‌های نوار فوتونی افزایش می‌یابد. این نتایج می‌توانند در طراحی و ساخت ابزارهای نوری مختلف از قبیل فیلترهای کاربردی مفید واقع شوند.

## ۲. روش محاسباتی

یک بلور فوتونی دوبعدی متشکل از میله‌های با سطح مقطع دایروی را در نظر می‌گیریم که دارای شعاع  $p$  و ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon_a$  بوده و در زمینه هوا ( $\epsilon_b = 1$ ) قرار گرفته‌اند. طول میله‌ها در مقایسه با شعاع میله‌ها بزرگ بوده و در راستای محور  $z$  (عمود بر صفحه تناوب) قرار گرفته‌اند. هندسه ساختار مورد مطالعه در شکل ۱ نشان داده شده است که در آن شبکه بلور در صفحه  $xy$  دارای تقارن هگزاگونال با ثابت شبکه  $a$  است.

همان طور که می‌دانیم برای انتشار درون صفحه‌ای امواج الکترومغناطیس در بلورهای فوتونی دو بعدی، قطبش‌های  $H$  و  $E$  مستقل از هم بوده و می‌توان آنها را به طور جداگانه مورد بررسی قرار داد. در این مقاله، هر دو قطبش  $H$  و  $E$  در نظر گرفته شده است. برای محاسبه ساختار نوار بلورهای فوتونی از روش بسط موج تخت استفاده می‌کنیم. در یک بلور فوتونی دو بعدی به عنوان محیط دی‌الکتریک ناهمگن، معادلات ماکسول برای میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به صورت زیر است [۲۳]

قبلاً به طور وسیعی بررسی شده است [۹ و ۱۰]. در همه این بررسی‌ها، تابع دی‌الکتریک بلور فوتونی بدون وابستگی فضایی بوده و تنها در برخی از مواقع وابسته به سامد بوده است. برای این منظور روش‌های مختلفی مانند روش بسط موج تخت<sup>۱</sup> [۱۱-۱۳]، روش ماتریس انتقال<sup>۲</sup> [۱۴ و ۱۵]، روش تفاضل محدود در حوزه زمان<sup>۳</sup> [۱۶ و ۱۷] و روش نگاشت دیریکله-نویمن [۱۸-۲۱] مورد استفاده قرار گرفته است. اخیراً بلورهای فوتونی تابعی با شبکه مثالی متشکل از میله‌های دی‌الکتریک در زمینه هوا که در آنها ثابت دی‌الکتریک میله‌ها تابعی از مکان است، مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۲۲]. مزیت بلورهای فوتونی تابعی نسبت به بلورهای فوتونی مرسوم این است که در این بلورها پهنا و تعداد گاف‌های نوار فوتونی قابلیت کنترل بیشتری دارند. ما در این مقاله با استفاده از روش بسط موج تخت تحت نرم‌افزار متلب، ساختار نوار فوتونی بلورهای فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با سطح مقطع دایروی را محاسبه و بررسی کرده‌ایم. در این محاسبات هر دو قطبش الکتریکی (قطبش  $E$ ، میدان الکتریکی عمود بر صفحه تناوب بلور) و قطبش مغناطیسی (قطبش  $H$ ، میدان مغناطیسی عمود بر صفحه تناوب بلور) را در نظر گرفته‌ایم. فرض می‌شود که میله‌های دی‌الکتریک از جنس مواد کر هستند. بنابراین با در نظر گرفتن توزیع‌های مختلف شدت نور، صورت‌های مختلفی برای تابع فضایی ثابت دی‌الکتریک میله‌های دایروی حاصل خواهد شد. به‌ازای هر یک از توزیع‌های مورد نظر، اثر ضریب تابع (متناسب با ضریب کر) را بر روی ساختارهای نوار فوتونی

۱. Plane wave expansion method

۲. Transfer matrix method

۳. Finite difference time domain method

میلها در داخل سلول واحد و  $f$  کسر پرشدگی<sup>۱</sup> میلها است. منظور از کسر پرشدگی یعنی کسری از مساحت یاخته واحد اولیه که توسط دو میله با سطح مقطع دایروی اشغال شده است. انتگرال موجود در رابطه فوق بر روی سطح مقطع میلها دایروی شکل واقع در سلول اولیه محاسبه می‌شود. اهمیت حل این انتگرال وقتی نمایان می‌شود که ثابت دی‌الکتریک میلها،  $\epsilon_a$ ، ثابت نبوده و تابعی از مکان باشد. در بلورهای فوتونی تابعی که در این تحقیق در نظر گرفته شده است،  $\epsilon_a$  تابعی از مکان،  $\vec{r}$ ، بوده و برای حل انتگرال روی سطح مقطع دایروی میلها از روش‌های عددی استفاده شده است.

### ۳. نتایج و بحث

در این مقاله یک بلور فوتونی دوبعدی با شبکه هگزاگونال متشکل از میلهای دی‌الکتریک دایروی واقع در زمینه هوا را، که در شکل ۱ نشان داده شده است، مورد مطالعه قرار داده‌ایم. ساختار نوار فوتونی مربوطه از حل عددی معادلات (۳) و (۴) حاصل می‌شود. هدف اصلی ما در اینجا مطالعه اثر ضریب تابع، که متناسب با ضریب کر نوری است، بر روی ساختار نوار فوتونی برای هر دو قطبش  $E$  و  $H$  است. همان طور که می‌دانیم در اپتیک غیرخطی ضریب شکست ماده  $n$  تابع خطی از شدت نور  $I$  است که به آن اثر کر نوری می‌گویند [۲۶]. بنابراین ضریب شکست میلها برابر با  $n(I) = n_0 + n_2 I$  خواهد بود که  $n_0$  ضریب شکست میدان ضعیف (ضریب شکست معمولی) بوده و  $n_2 = \frac{3}{4n_0^2 \epsilon_0 \epsilon_c} \chi^{(3)}$  ضریب کر نوری<sup>۲</sup> است که در آن  $\chi^{(3)}$  پذیرفتاری نوری غیرخطی مرتبه سوم است. با توجه به این که ضریب شکست میلها تابعی از شدت نور خارجی است، بنابراین ثابت دی‌الکتریک میلها نیز طبق رابطه  $\epsilon = \sqrt{n}$  وابسته به شدت نور خواهد بود. اگر توزیع شدت نور در داخل میلهای دی‌الکتریک تابعی از مکان باشد، آنگاه ثابت دی‌الکتریک میلهای دایروی نیز تابعی از مکان یعنی  $\epsilon = \epsilon(\vec{r})$  خواهد بود. به

$$\begin{cases} \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}, \omega), \\ \nabla \times \left[ \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, \omega) \right] = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{H}(\vec{r}, \omega), \end{cases} \quad (1)$$

در معادله فوق  $\omega$  و  $c$  به ترتیب بسامد و سرعت نور بوده و  $\epsilon(\vec{r})$  تابع دی‌الکتریک بلور است که یک تابع متناوب با دوره تناوب بردار شبکه براوه یعنی  $\vec{R}$  است. وجود تناوب فضایی در تابع دی‌الکتریک باعث می‌شود تا بتوانیم از قضیه بلوخ استفاده کرده و میدانهای الکتریکی، مغناطیسی و عکس تابع دی‌الکتریک را بر حسب سریهای فوریه بسط دهیم [۲۴]

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r}, \omega) = \sum_{\vec{G}} E_{\vec{G}} \exp(i(\vec{k} + \vec{G}) \cdot \vec{r} - i\omega t), \\ \vec{H}(\vec{r}, \omega) = \sum_{\vec{G}} \vec{H}_{\vec{G}} \exp(i(\vec{k} + \vec{G}) \cdot \vec{r} - i\omega t), \\ \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} = \sum_{\vec{G}} \epsilon_{\vec{G}-\vec{G}'} \exp(i\vec{G} \cdot \vec{r}), \end{cases} \quad (2)$$

که در رابطه فوق  $\vec{k}$  بردار موج دو بعدی واقع در ناحیه اول بریلوئن و  $\vec{G}$  بردار انتقال شبکه معکوس است. پس از جاگذاری معادله (۲) در معادله (۱) می‌توان به معادلات ویژه مقداری زیر به ترتیب برای هر دو قطبش  $E$  و  $H$  رسید [۲۵]

$$\sum_{\vec{G}'} |\vec{k} + \vec{G}| |\vec{k} + \vec{G}'| \epsilon_{\vec{G}-\vec{G}'} E_{\vec{G}'} = \frac{\omega^2}{c^2} E_{\vec{G}}, \quad (3)$$

و

$$\sum_{\vec{G}'} (\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} + \vec{G}') \epsilon_{\vec{G}-\vec{G}'} H_{\vec{G}'} = \frac{\omega^2}{c^2} H_{\vec{G}}, \quad (4)$$

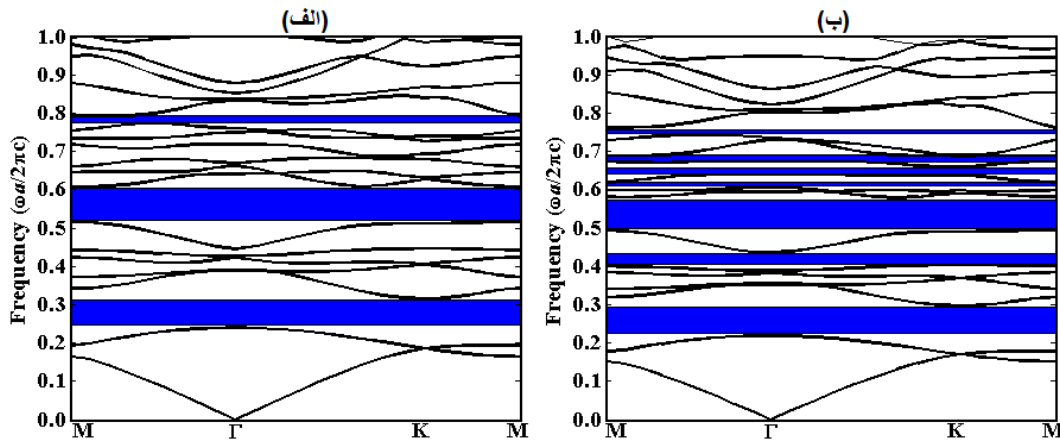
در معادلات ویژه مقداری فوق، منظور از  $\epsilon_{\vec{G}-\vec{G}'}$  ضریب بسط عکس تابع دی‌الکتریک یعنی  $1/\epsilon(\vec{r})$  است که نقش اساسی را در محاسبه ساختار نوار فوتونی دارد و مقدار آن وابسته به شکل هندسی سطح مقطع میلها است [۱۰]. در حالتی که سطح مقطع میلها دایروی باشد، داریم

$$\epsilon_{\vec{G}-\vec{G}'} = \begin{cases} \frac{1}{\epsilon_b} + \left( \frac{1}{\epsilon_a} - \frac{1}{\epsilon_b} \right) f, & \vec{G} = \vec{G}' \\ 2f \sum_i \int_0^{\rho_i} \left( \frac{1}{\epsilon_a} - \frac{1}{\epsilon_b} \right) \exp(i(\vec{G} - \vec{G}') \cdot \vec{r}) e^{-i\vec{G} \cdot \vec{u}_i} d\vec{r}, & \vec{G} \neq \vec{G}' \end{cases} \quad (5)$$

در رابطه فوق  $\vec{r}$  بردار مکان در داخل میله‌ها،  $\vec{u}_i$  بردار مکان

۱. Filling factor

۲. Optical Kerr coefficient



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش E برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = kr + b$  و شعاع  $\rho_1 = \rho_2 = 0.3a$  واقع در زمینه هوا به‌ازای ضریب تابع (الف)  $k = 0$  و (ب)  $k = 20$ . نواحی رنگی گاف نوار فوتونی را نشان می‌دهند.

است. نتایج به دست آمده برای هر دو قطبش E و H را به صورت جداگانه در دو بخش زیر بیان می‌کنیم.

### ۳.۱. قطبش E

ابتدا قطبش E را برای انتشار امواج الکترومغناطیس در بلور فوتونی مورد مطالعه در نظر می‌گیریم. برای محاسبه ضرایب بسط عکس تابع دی‌الکتریک، انتگرال موجود در معادله (۵) را به صورت عددی بر روی سطح مقطع دایروی میله‌ها محاسبه می‌کنیم. با استفاده از معادله ویژه مقاداری (۳)، ساختار نوار فوتونی را به‌ازای مقادیر مختلف ضریب تابع،  $k$ ، برای توزیع‌های مختلف شدت نور در بخش‌های جداگانه به صورت زیر مورد بررسی قرار می‌دهیم.

#### ۳.۱.۱. توزیع $\epsilon = kr + b$

ابتدا شعاع دو میله دی‌الکتریک واقع در داخل سلول اولیه را یکسان و برابر با  $\rho_1 = \rho_2 = 0.3a$  در نظر گرفته‌ایم. ساختار نوار فوتونی مربوط به این حالت به ازای ضرایب  $k = 0$  (بلورهای فوتونی معمولی) و  $k = 20$  به ترتیب در شکل‌های ۲ (الف) و (ب) نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که تعداد گاف‌های فوتونی در حالت  $k = 20$  نسبت به تعداد گاف‌های فوتونی در حالت  $k = 0$  افزایش یافته و همچنین

بلورهای فوتونی متشکل از میله‌هایی با این مشخصات بلورهای فوتونی تابعی می‌گویند. با در نظر گرفتن اثر کر نوری ثابت دی‌الکتریک میله‌ها به صورت زیر خواهد بود

$$\epsilon = n^2 = (n_0 + n_p I)^2 = n_0^2 + 2n_0 n_p I + n_p^2 I^2, \quad (6)$$

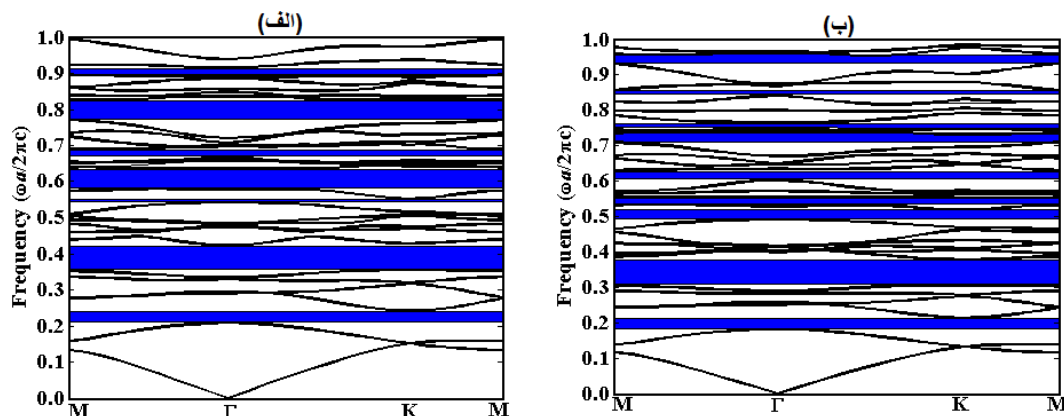
معمولاً ضریب  $n_p$  خیلی کوچک بوده و می‌توان در رابطه فوق از جمله  $n_p^2 I^2$  صرف‌نظر کرد. ما در محاسبات خود توزیع‌های مختلفی را برای شدت نور در نظر گرفته‌ایم که منجر به تابعیت‌های مکانی مختلفی برای ثابت دی‌الکتریک میله‌ها به صورت زیر می‌شود

$$I = I_0 r \Rightarrow \epsilon = n_0^2 + 2n_0 n_p I_0 r = kr + b, \quad (7)$$

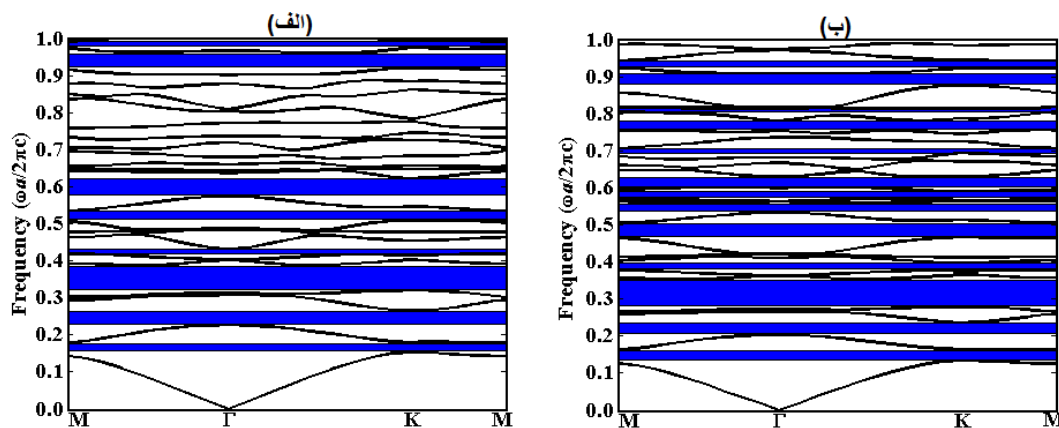
$$I = I_0 r^2 \Rightarrow \epsilon = n_0^2 + 2n_0 n_p I_0 r^2 = kr^2 + b, \quad (8)$$

$$I = \frac{I_0}{r+d} \Rightarrow \epsilon = n_0^2 + 2n_0 n_p \frac{I_0}{r+d} = \frac{k}{r+d} + b, \quad (9)$$

در روابط فوق  $k = 2n_0 n_p I_0$  است و آن را ضریب تابع می‌نامیم که متناسب با ضریب کر نوری است و یک کمیت متغیر است.  $d$  یک ضریب ثابت بوده و  $b = n_0^2$  است که مقادیر آنها را به ترتیب برابر با  $d = a = 1 \mu m$  و  $b = 11/96$  در نظر گرفته‌ایم. همچنین ماده زمینه هوا ( $\epsilon_b = 1$ ) در نظر گرفته شده است. تأثیر ضریب کر نوری با در نظر گرفتن مقادیر مختلف  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی بلورهای فوتونی تابعی برای توزیع‌های مختلف شدت نور مطابق با روابط (۷) تا (۹) بررسی شده



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش E برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = kr + b$  و شعاع  $\rho_1 = \rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا به‌ازای ضریب تابع (الف)  $k = 0$  و (ب)  $k = 20$ . نواحی رنگی گاف نوار فوتونی را نشان می‌دهند.

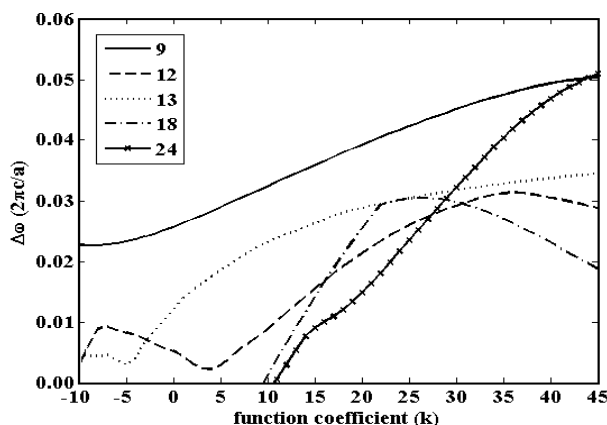


شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش E برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = kr + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا به‌ازای ضریب تابع (الف)  $k = 0$  و (ب)  $k = 20$ . نواحی رنگی گاف نوار فوتونی را نشان می‌دهند.

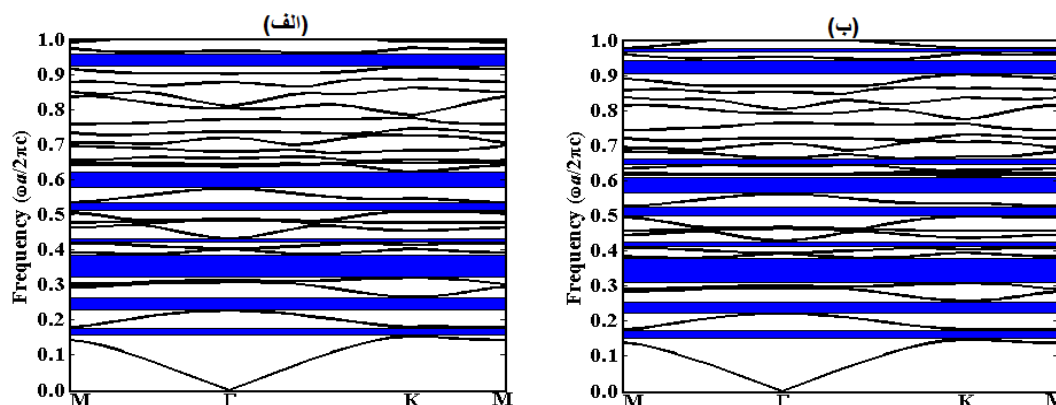
موقعیت بسامدی آنها به طرف مقادیر پایین جابه‌جا شده است. به منظور نشان دادن اثر ضریب  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی شعاع دیگری از میله‌های دی‌الکتریک را در نظر می‌گیریم. با انتخاب  $\rho_1 = \rho_2 = 0.4a$  نتایج به دست آمده برای ساختار نوار فوتونی به‌ازای  $k = 0$  و  $k = 20$ ، که در شکل ۳ (الف) و (ب) نمایش داده شده است، نشان می‌دهد که تغییر ضریب  $k$  تأثیر بسزایی در افزایش تعداد گاف‌ها و همچنین جابه‌جایی موقعیت بسامدی آنها دارد. در ادامه برای بررسی بیشتر این موضوع شعاع دو میله واقع در سلول اولیه را متفاوت و برابر با  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  در نظر می‌گیریم. باز هم برای نشان دادن اثر ضریب  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی دو مقدار

موقعیت بسامدی آنها به طرف مقادیر پایین جابه‌جا شده است. به منظور نشان دادن اثر ضریب  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی شعاع دیگری از میله‌های دی‌الکتریک را در نظر می‌گیریم. با انتخاب  $\rho_1 = \rho_2 = 0.4a$  نتایج به دست آمده برای ساختار نوار فوتونی به‌ازای  $k = 0$  و  $k = 20$ ، که در شکل ۳ (الف) و (ب) نمایش داده شده است، نشان می‌دهد که تغییر ضریب  $k$  تأثیر بسزایی در افزایش تعداد گاف‌ها و همچنین جابه‌جایی موقعیت بسامدی آنها دارد. در ادامه برای بررسی بیشتر این موضوع شعاع دو میله واقع در سلول اولیه را متفاوت و برابر با  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  در نظر می‌گیریم. باز هم برای نشان دادن اثر ضریب  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی دو مقدار

موقعیت بسامدی آنها به طرف مقادیر پایین جابه‌جا شده است. به منظور نشان دادن اثر ضریب  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی شعاع دیگری از میله‌های دی‌الکتریک را در نظر می‌گیریم. با انتخاب  $\rho_1 = \rho_2 = 0.4a$  نتایج به دست آمده برای ساختار نوار فوتونی به‌ازای  $k = 0$  و  $k = 20$ ، که در شکل ۳ (الف) و (ب) نمایش داده شده است، نشان می‌دهد که تغییر ضریب  $k$  تأثیر بسزایی در افزایش تعداد گاف‌ها و همچنین جابه‌جایی موقعیت بسامدی آنها دارد. در ادامه برای بررسی بیشتر این موضوع شعاع دو میله واقع در سلول اولیه را متفاوت و برابر با  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  در نظر می‌گیریم. باز هم برای نشان دادن اثر ضریب  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی دو مقدار



شکل ۵. تغییرات پهنای گاف‌های نوار فوتونی بر حسب ضریب تابع،  $k$ ، مربوط به قطبش E برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = kr + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا.

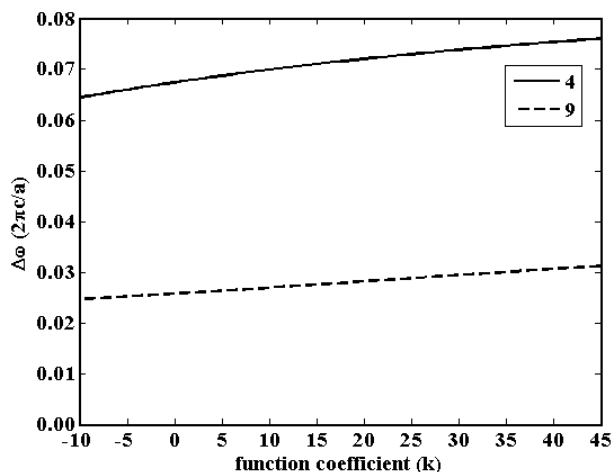


شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش E برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = kr^2 + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا به‌ازای ضریب تابع (الف)  $k = 0$  و (ب)  $k = 20$ . نواحی رنگی گاف نوار فوتونی را نشان می‌دهند.

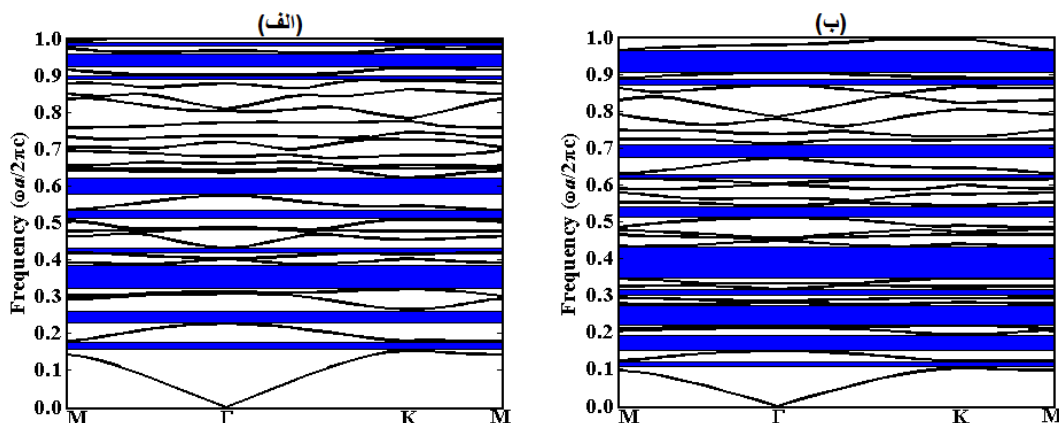
### ۳.۱.۲. توزیع $\epsilon = kr^2 + b$

با توجه به نتایج بخش قبل معلوم شد که تأثیر ضریب  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی برای حالتی که اندازه شعاع دو میله واقع در سلول اولیه متفاوت است، بسیار بیشتر از حالتی است که شعاع میله‌ها یکسان باشد. با توجه به این نکته، در ادامه تنها حالتی را در نظر خواهیم گرفت که شعاع دو میله متفاوت و برابر با  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  باشد. در اینجا نیز برای نشان دادن اثر ضریب  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی دو مقدار  $k = 0$  و  $k = 20$  را انتخاب می‌کنیم. شکل ۶ (الف) و (ب) به ترتیب ساختار نوار فوتونی را به‌ازای دو مقدار مذکور ضریب  $k$  نمایش می‌دهد. ملاحظه می‌شود که برای مقادیر  $k \neq 0$

حال به منظور نشان دادن تأثیر ضریب  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی، تغییرات پهنای برخی از گاف‌های فوتونی بر حسب ضریب  $k$  در بازه  $0-10$  تا  $45$  محاسبه شده است. نتایج به دست آمده در شکل ۵ نشان می‌دهد که پهنای گاف‌های فوتونی با افزایش ضریب  $k$  تغییرات قابل ملاحظه‌ای دارد. شماره‌های ضمیمه شده در شکل (N) نشانگر گاف فوتونی ایجاد شده بین نوارهای N و N+1 است. ملاحظه می‌شود که به‌ازای مقادیر  $k$  بزرگ‌تر از  $10$  گاف‌های جدیدی بوجود می‌آیند و رفتار تغییرات پهنای گاف‌های مختلف با افزایش  $k$  متفاوت است. برخی از آنها ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابند و برعکس برخی نیز ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابند.



شکل ۷. تغییرات پهنای گاف‌های نوار فوتونی بر حسب ضریب تابع،  $k$ ، مربوط به قطبش E برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = kr^2 + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا.



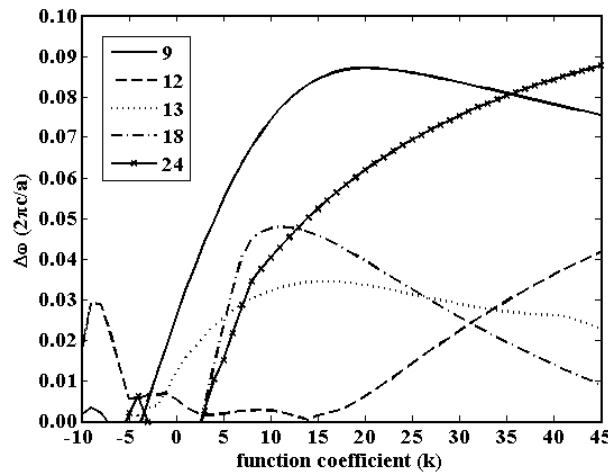
شکل ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش E برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = k / (r + d) + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا به‌ازای ضریب تابع (الف)  $k = 0$  و (ب)  $k = 20$ . نواحی رنگی گاف نوار فوتونی را نشان می‌دهند.

دو میله واقع در سلول واحد را متفاوت و برابر با  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  انتخاب می‌کنیم. مشابه با حالت‌های قبلی، دو مقدار  $k = 0$  و  $k = 20$  را برای نشان دادن اثر ضریب تابع بر روی ساختار نوار فوتونی در نظر می‌گیریم. شکل ۸ (الف) و (ب) به ترتیب ساختار نوار فوتونی را به‌ازای دو مقدار مذکور ضریب  $k$  نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در این حالت نیز مشابه با توزیع‌های قبلی با تغییر کمیت  $k$  ساختار نوار فوتونی تغییرات قابل ملاحظه‌ای را نشان می‌دهد. برای نشان دادن بهتر این موضوع، تغییرات پهنای برخی از گاف‌های فوتونی بر حسب ضریب  $k$  در شکل ۹ نشان داده شده است. با توجه به

(بلورهای فوتونی تابعی) تعداد گاف‌های فوتونی، پهنای و نیز موقعیت بسامدی آنها نسبت به بلورهای فوتونی معمولی ( $k = 0$ ) تغییر می‌یابد. به منظور مطالعه بیشتر تأثیر ضریب  $k$  بر روی ساختار نوار فوتونی، تغییرات پهنای برخی از گاف‌های فوتونی بر حسب ضریب  $k$  در بازه  $10 - 45$  محاسبه شده است. نتایج به دست آمده در شکل ۷ نشان می‌دهد که پهنای گاف‌های فوتونی با افزایش ضریب  $k$  افزایش می‌یابد.

$$3.1.3. \text{ توزیع } \epsilon = \frac{k}{r+d} + b$$

حال در این قسمت با در نظر گرفتن توزیع فوق، مجدداً شعاع



شکل ۹. تغییرات پهنای گاف‌های نوار فوتونی بر حسب ضریب تابع،  $k$ ، مربوط به قطبش E برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = k/(r+d) + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا.

این شکل ملاحظه می‌شود که برخی از گاف‌ها مثل گاف اول (مشخص شده با عدد ۹) و پنجم (مشخص شده با عدد ۲۴) در دو بازه مختلف  $k$  به وجود می‌آیند. پهنای این دو گاف به طور عمده با افزایش  $k$  افزایش می‌یابند. پهنای گاف دوم (مشخص شده با عدد ۱۲) ابتدا در بازه کوچکی از  $k$  افزایش سپس کاهش می‌یابد و مجدداً برای مقادیر  $k$  بزرگ‌تر از ۱۵ افزایش می‌یابد، در حالی که در مورد گاف‌های سوم (مشخص شده با عدد ۱۳) و چهارم (مشخص شده با عدد ۱۸)، پهنای آنها ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

این شکل ملاحظه می‌شود که برخی از گاف‌ها مثل گاف اول (مشخص شده با عدد ۹) و پنجم (مشخص شده با عدد ۲۴) در دو بازه مختلف  $k$  به وجود می‌آیند. پهنای این دو گاف به طور عمده با افزایش  $k$  افزایش می‌یابند. پهنای گاف دوم (مشخص شده با عدد ۱۲) ابتدا در بازه کوچکی از  $k$  افزایش سپس کاهش می‌یابد و مجدداً برای مقادیر  $k$  بزرگ‌تر از ۱۵ افزایش می‌یابد، در حالی که در مورد گاف‌های سوم (مشخص شده با عدد ۱۳) و چهارم (مشخص شده با عدد ۱۸)، پهنای آنها ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

### ۳.۲. قطبش H

حالت قطبش H را برای انتشار امواج الکترومغناطیس در نظر می‌گیریم. برای محاسبه ضرایب بسط عکس تابع دی‌الکتریک، انتگرال موجود در معادله (۵) را مجدداً به صورت عددی بر روی سطح مقطع دایروی میله‌ها محاسبه می‌کنیم. با استفاده از معادله ویژه مقدری (۴)، ساختار نوار فوتونی را مشابه با قطبش E به‌ازای مقادیر مختلف ضریب تابع،  $k$ ، برای توزیع‌های مختلف شدت نور در بخش‌های جداگانه به صورت زیر مورد بررسی قرار می‌دهیم.

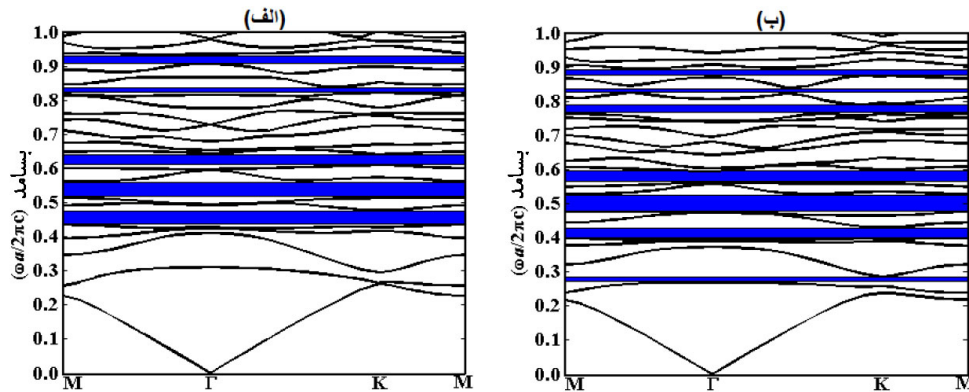
#### ۳.۲.۱. توزیع $\epsilon = kr + b$

شعاع دو میله واقع در سلول اولیه را متفاوت و برابر با

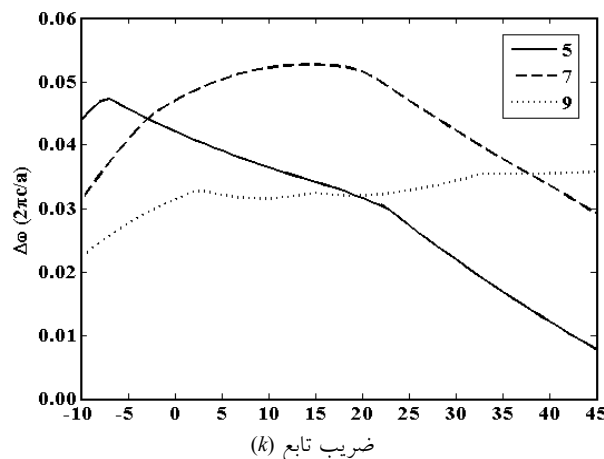
#### ۳.۲.۲. توزیع $\epsilon = kr^2 + b$

با در نظر گرفتن این توزیع برای قطبش H ساختار نوار فوتونی را به‌ازای دو مقدار  $k = 0$  و  $k = 20$  محاسبه می‌کنیم. نتایج به دست آمده به ترتیب در شکل ۱۲ (الف) و (ب) نشان داده شده است. شکل ۱۳ نیز تغییرات پهنای برخی از گاف‌های فوتونی را به صورت تابعی از ضریب  $k$  نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که با افزایش  $k$  پهنای گاف اول (مشخص شده با عدد ۵) کاهش و پهنای گاف دوم (مشخص شده با عدد ۷) افزایش می‌یابد. نتایج حاصل نشان می‌دهند که ضریب  $k$  در این حالت نیز نقش مهمی در تغییرات ساختار نوار فوتونی دارد.

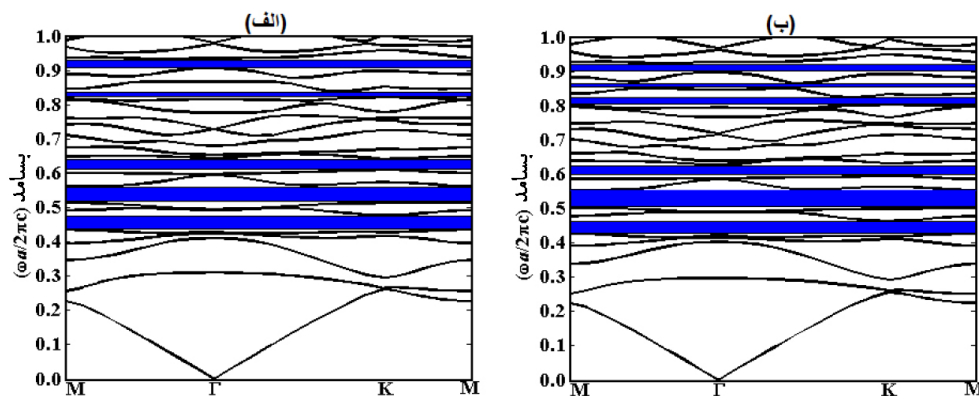




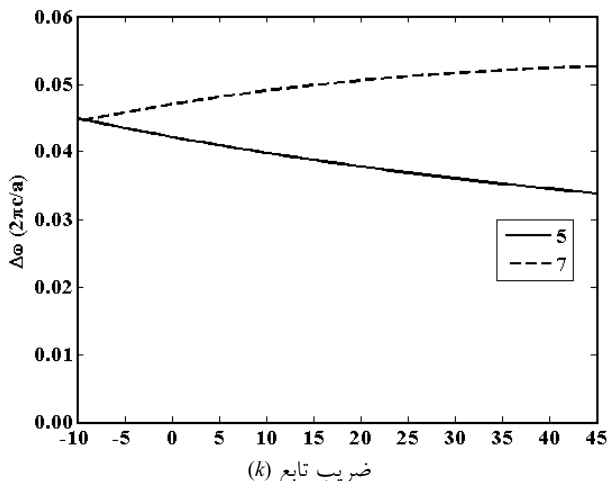
شکل ۱۰. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش H برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = kr + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا به‌ازای ضریب تابع (الف)  $k = 0$  و (ب)  $k = 20$ . نواحی رنگی گاف نوار فوتونی را نشان می‌دهند.



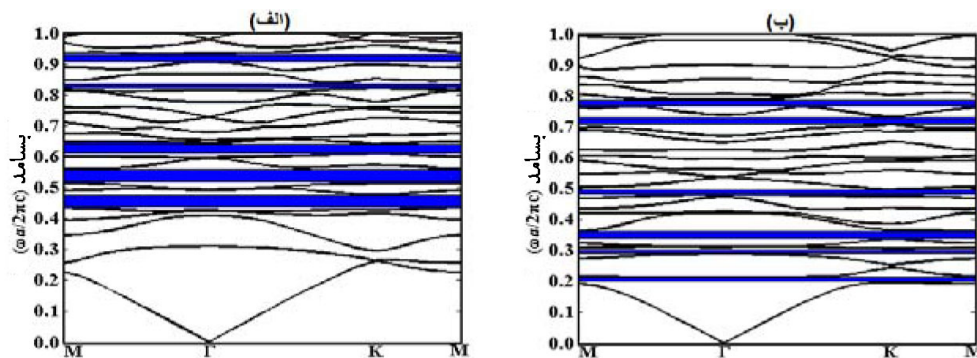
شکل ۱۱. تغییرات پهنای گاف‌های نوار فوتونی بر حسب ضریب تابع  $k$ ، مربوط به قطبش H برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = kr + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا.



شکل ۱۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش H برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = kr^2 + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا به‌ازای ضریب تابع (الف)  $k = 0$  و (ب)  $k = 20$ . نواحی رنگی گاف نوار فوتونی را نشان می‌دهند.



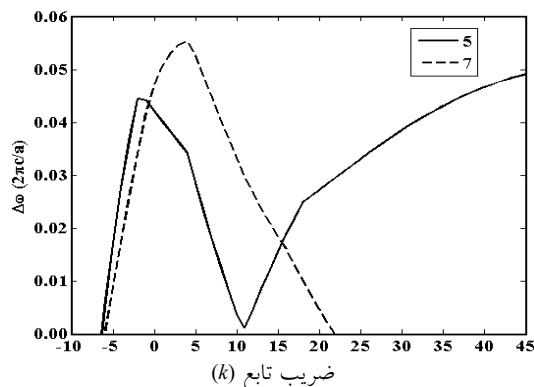
شکل ۱۳. تغییرات پهنای گاف‌های نوار فوتونی بر حسب ضریب تابع  $k$ ، مربوط به قطبش H برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = kr^2 + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا.



شکل ۱۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش H برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = k / (r + d) + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا به‌ازای ضریب تابع (الف)  $k = 0$  و (ب)  $k = 20$ . نواحی رنگی گاف نوار فوتونی را نشان می‌دهند.

$$\epsilon = \frac{k}{r+d} + b \quad \text{توزیع ۳.۲.۳}$$

در نهایت ساختار نوار فوتونی قطبش H را برای شکل سوم توزیع تابع دی‌الکتریک به‌ازای دو مقدار  $k = 0$  و  $k = 20$  محاسبه می‌کنیم که به ترتیب در شکل ۱۴ (الف) و (ب) نشان داده شده است. مقایسه این دو شکل نشان می‌دهد که ساختار نوار فوتونی بلور فوتونی مورد مطالعه وابسته به ضریب  $k$  است به طوری که تغییرات پهنای برخی از گاف‌های نوار فوتونی بر حسب  $k$  (نمایش داده شده در شکل ۱۵ بیانگر این موضوع است. نتایج حاصل نشان می‌دهند که ضریب  $k$  (متناسب با شدت نور فرودی) در بلورهای فوتونی تابعی می‌تواند به عنوان یک کمیت مؤثر برای کنترل و تنظیم‌پذیری ساختار نوار فوتونی



شکل ۱۵. تغییرات پهنای گاف‌های نوار فوتونی بر حسب ضریب تابع  $k$ ، مربوط به قطبش H برای یک بلور فوتونی تابعی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon = k / (r + d) + b$  و شعاع‌های  $\rho_1 = 0.3a$  و  $\rho_2 = 0.4a$  واقع در زمینه هوا.

مورد استفاده قرار گیرد.

تغییر  $k$  منجر به تغییر تعداد، پهنا و موقعیت گاف‌های فوتونی در هر دو قطبش می‌شود، اما تأثیر ضریب  $k$  بر تعداد و پهناى گاف‌های فوتونی در قطبش الکتريکی نسبت به قطبش مغناطیسی زیاد و قابل ملاحظه است. با توجه به این که ضریب  $k$  به عنوان کمیت مؤثر برای کنترل و تنظیم پذیری گاف‌های فوتونی بلورهای فوتونی تابعی به کار می‌رود، بنابراین ساختارهای گاف فوتونی مورد نیاز می‌تواند به وسیله بلورهای فوتونی تابعی طراحی شود. به این ترتیب، ما آزادی عمل بیشتری برای طراحی ابزارهای فوتونی مانند بازتابنده‌ها، صافی‌ها، حسگرهای نوری و ابزارهای نوری دیگر خواهیم داشت.

#### ۴. نتیجه گیری

در این تحقیق، ساختار نوار فوتونی بلورهای فوتونی تابعی دو بعدی با شبکه هگزاگونال متشکل از میله‌های دی‌الکتريک با سطح مقطع دایروی در زمینه هوا با استفاده از روش بسط موج تخت برای هر دو قطبش الکتريکی و مغناطیسی مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج حاصل نشان می‌دهد که ساختار نوار فوتونی برای هر دو قطبش به صورت تابعی از ضریب  $k$  (متناسب با شدت نور) تغییر می‌کند. تغییر تابع ثابت دی‌الکتريک میله‌ها (ناشی از

#### مراجع

1. S John, *Phys. Rev. Lett.* **58** (1987) 2486.
2. M Imada, S Noda, A Chutinan, T Tokuda, M Murata, and G Sasaki, *Appl. Phys. Lett.* **75** (1999) 316.
3. A R McGurn and A A Maradudin, *Phys. Rev. B* **48** (1993) 17576.
4. M A Ustyantsev, L F Marsal, J Ferre-Borrull, and J Pallares, *Opt. Commun.* **260** (2006) 583.
5. T Ito and K Sakoda, *Phys. Rev. B* **64** (2001) 045117 (8).
۶. ع بنانج و م اسدنیا فرد جهرمی، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۱۶**، ۳ (۱۳۹۵) ۸۷.
6. A R Bananej, and M Asadian-Fard-Jahromi, *Iranian J. Phys. Res.* **16**, 3 (2016) 87.
7. V A Tolmachev, *Optics and Spectroscopy* **99** (2005) 765.
8. H M van Driel *et al.*, "Tuning of 2-D Silicon Photonic Crystals", *Mat. Res. Soc. Symp. Proc. (MRS)* (2002) 722.
9. R Wang, X-H Wang, B-Y Gu, and G-Z Yang, *J. Appl. Phys.* **90** (2001) 4307.
10. B Rezaei, T Fathollahi Khalkhali, A Soltani Vala, and M Kalafi, *Opt. Commun.* **282** (2009) 2861.
11. S Johnson and J Joannopoulos, *Opt. Express* **8** (2001) 173.
12. B Rezaei and M Kalafi, *Opt. Commun.* **266** (2006) 159.
13. B Rezaei and M Kalafi, *Mater. Sci. Semicond. Process.* **10** (2007) 159.
14. J-J Li, Z-Y Li, D-Z Zhang, *Phys. Rev. E* **75** (2007) 056606 (7).
۱۵. م حسینی فرزاد و ن یزدان پناه، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۹**، ۴ (۱۳۸۸) ۳۴۹.
15. M Hosseini Farzad and N Yazdanpanah, *Iranian J. Phys. Res.* **9**, 4 (2010) 349.
16. J B Pendry, *J. Phys.* **8** (1996) 1085.
17. J Arriaga, A J Ward, and J B Pendry, *Phys. Rev. B* **59** (1999) 1874.
18. J Yuan and Y Y Lu, *J. Opt. Soc. Am. A* **23** (2006) 3217.
19. J Yuan and Y Y Lu, *Opt. Commun.* **273** (2007) 114.
20. A Sedghi and B Rezaei, *Appl. Opt.* **55** (2016) 9417.
۲۱. علی اصغر صدقی، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۱۸**، ۱ (۱۳۹۷) ۱۳.
21. A A Sedghi, *Iranian J. Phys. Res.* **18**, 1 (2018) 13.
22. X J Liu *et al.*, *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures* **85** (2017) 227.
23. K M Ho, C T Chan, and C M Soukoulis, *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 3152.
24. M Plihal and A A Maradudin, *Phys. Rev. B* **44** (1991) 8565.
25. K Busch and S John, *Phys. Rev. E* **58** (1998) 3896.
26. R W Boyd, "Nonlinear Optics", *Acad. Press* (2010) 207.