

میدان اسپینوری جرم دار الکو در مدل جهان شامه‌ای دوسیت

معصومه موذن سرخی^۱، علی توفیقی^۲ و زهرا قلعه نوی^۱

۱. گروه فیزیک، دانشکده فنی و مهندسی و علوم پایه، دانشگاه کوثر بجنورد، بجنورد

۲. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه مازندران، بابل

پست الکترونیکی: m.m.sorkhi@kub.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۶/۰۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۸/۰۱/۱۱)

چکیده

میدان اسپینوری الکو، یک میدان کوانتومی فرمیونی با اسپین $1/2$ و با بعد جرمی یک است که به عنوان نامزد ماده تاریک معرفی شده است. در این مقاله به مطالعه جنبه‌های مختلف جایگزیدگی میدان اسپینوری الکو بر روی شامه دوسیت که با استفاده از یک میدان اسکالری بنیادی یا فانتوم بنا می‌شود، می‌پردازیم. ما با بررسی پتانسیل مؤثر نشان خواهیم داد که میدان اسپینوری الکو با یک جمله جرمی پنج‌بعدی می‌تواند بر روی شامه دوسیت جایگزیده شود. همچنین با استفاده از یک جمله جفتیدگی یوکاوا، در می‌یابیم که میدان اسپینوری الکو می‌تواند با یک ثابت جفتیدگی خاص بر روی این شامه قرار گیرد. علاوه بر این، نشان خواهیم داد که مد صفر میدان الکو بر روی شامه دوسیت از طریق یک جمله جفتیدگی هندسی جایگزیده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: نظریه میدان‌ها در ابعاد بالاتر، جایگزیدگی میدان‌ها، مد صفر

۱. مقدمه

صدق می‌کند و بُعد جرمی آن یک است و برهم‌کنش‌های میان میدان اسپینوری الکو و میدان‌های پیمانه‌ای در مدل استاندارد، شدیداً متوقف می‌شود.

در نظریه مدل‌های جهان شامه‌ای، جایگزیده کردن میدان‌های مادی بر روی شامه موضوعی حائز اهمیت است زیرا بررسی آن، ما را به این امر رهنمون می‌سازد که کدام ساختار شامه از نظر پدیده شناسی مورد قبول است. این ایده نخستین بار توسط ارکانی حامد و اشملتر برای توضیح مشکل سلسله مراتب جرمی فرمیون‌ها از طریق جداسازی مدهای صفر

در سال‌های اخیر مدل‌های جهان شامه‌ای، برای حل برخی از مشکلات فیزیک از قبیل مشکل ثابت کیهان شناختی [۱] و مشکل سلسله مراتبی [۳]، مورد توجه فیزیکدانان قرار گرفتند. در سال ۲۰۰۵، میدان اسپینوری الکو که یک میدان کوانتومی جدید در ماورای مدل استاندارد ذرات بنیادی است، معرفی شد [۴]. این میدان، ویژه اسپینور عملگر همیوگ بار است که دارای اسپین $1/2$ است و دارای خواص متفاوتی نسبت به اسپینور دیراک است. میدان اسپینوری الکو در معادله کلاین-گوردون

با جمله جرمی پنج‌بعدی را بررسی کرده و سپس نشان می‌دهیم که این میدان می‌تواند از طریق یک جمله جفتیدگی یوکاوا بر روی شامه دوسیتز جایگزیده شود. در بخش چهارم به مطالعه جایگزیدگی مد صفر میدان الکو از طریق جفتیدگی هندسی پرداخته و در پایان خلاصه‌ای از نتایج خود را ارائه می‌دهیم.

۲. مدل جهان شامه‌ای دوسیتز

برای ساختن شامه دوسیتز از کنش یک میدان اسکالری حقیقی ϕ که با گرانش پس‌زمینه به صورت کمین جفت شده است، استفاده می‌کنیم [۲۱]

$$S = \int d^5x \sqrt{-g} \left(\frac{R}{4} - \varepsilon \frac{1}{4} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right), \quad (1)$$

که R اسکالر ریچی پنج‌بعدی است و $\mu = (0, 1, 2, 3, 4)$. همچنین $\varepsilon = +1$ منطبق بر یک میدان اسکالری بنیادی است که معمولاً برای بنا کردن شامه ضخیم به کار می‌رود و $\varepsilon = -1$ اشاره به یک میدان فانتوم دارد که انبساط شتاب‌دار کیهان‌شناختی را توضیح می‌دهد. این شامه در یک فضای پاد دسیتز -5 بعدی قرار دارد که با متریک

$$ds^2 = e^{2A(z)} (ds_4^2 + dz^2), \quad (2)$$

توصیف می‌شود. $ds_4^2 = -dt^2 + e^{2Ht} dx^i dx^i$ متریک شامه دوسیتز چهاربعدی با $H > 0$ است. همچنین ما فرض می‌کنیم که میدان اسکالری ϕ و عامل خمش A صرفاً به بعد اضافه z وابسته باشند. معادلات حرکت میدان اسکالری که از کنش فوق حاصل می‌شوند عبارتند از

$$\phi'^2 = 3\varepsilon(A'^2 - A''^2 - H^2), \quad (3)$$

$$V(\phi) = \frac{3}{4} e^{-2A} (-3A'^2 - A''^2 + 3H^2), \quad (4)$$

$$(\phi'' + 4A'\phi')\varepsilon e^{-2A} = \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi}, \quad (5)$$

که پریم به معنای مشتق‌گیری نسبت به بعد اضافه z است. برای شامه متقارن دوسیتز پتانسیل $V(\phi)$ با رابطه زیر داده می‌شود [۲۱]

$$V(\phi) = \frac{1+3p}{2p} 3H^2 \left(\cos \frac{\phi}{\phi_0} \right)^{2(1-p)}, \quad (6)$$

فرمیونی در بعد اضافی نامتناهی مطرح شد [۴]. میدان‌های اسکالری بدون جرم و گرویتون‌ها می‌توانند در مدل‌های جهان شامه‌ای نازک و ضخیم، جایگزیده شوند [۵-۷] اما میدان‌های پیمانه‌ای برداری و میدان پیمانه‌ای تانسوری کلب-راموند این قابلیت را ندارند [۸ و ۹]. برای جایگزیده کردن میدان‌های پیمانه‌ای بر روی شامه، نویسندگان مرجع [۱۰] یک میدان اسکالری اضافی را که تحت عنوان دیلاتون شناخته می‌شود را به مدل اضافه کردند. دیلاتون با جمله انرژی جنبشی میدان پیمانه‌ای جفت می‌شود و منجر به جایگزیده شدن آن می‌شود. علاوه بر این موارد، جایگزیدگی میدان‌های فرمیونی در مدل‌های جهان شامه‌ای با معرفی جفتیدگی میان میدان فرمیونی و میدان اسکالر پس‌زمینه، در کنش یک میدان فرمیونی پنج‌بعدی، حاصل می‌شود [۱۱-۱۳].

جایگزیده شدن میدان الکو با بُعد بالاتر، در مدل‌های جهان شامه‌ای نیز موضوع قابل توجهی است که توسط مراجع [۱۴-۱۷] با استفاده از سازوکارهای مختلفی مورد بررسی قرار گرفته است. در مرجع [۱۶] نشان داده شد که مد صفر میدان اسپینوری الکو می‌تواند از طریق جفتیدگی یوکاوا با میدان اسکالری پس‌زمینه یا با استفاده از جفتیدگی هندسی با میدان اسکالر ریچی روی یک شامه تخت مینکوفسکی جایگزیده شود. علاوه بر این در مرجع [۱۷]، با معرفی یک نوع جدید از جفتیدگی غیرکمین، میان میدان اسپینوری الکو با شامه تخت، جایگزیدگی مد صفر میدان مذکور مورد بررسی قرار گرفت. ما در این مقاله، مایلیم تا بدانیم سازوکار جایگزیده کردن میدان‌های پنج‌بعدی الکو چه تغییری می‌کند اگر به جای شامه تخت مینکوفسکی، بر روی شامه‌های غیرتخت دوسیتز قرار گیرند. در مراجع [۱۸ و ۱۹] نشان داده شد که شامه دوسیتز می‌تواند توسط یک میدان اسکالری بنیادی یا یک میدان فانتوم بنا شود. همچنین جایگزیدگی میدان‌های مدل استاندارد ذرات بنیادی روی شامه دوسیتز در مراجع [۲۰ و ۲۱] مورد بررسی قرار گرفت.

طرح این مقاله بدین شرح است. در بخش دوم به طور خلاصه به معرفی مدل جهان شامه‌ای دوسیتز می‌پردازیم. در بخش سوم، ابتدا سازوکار جایگزیده کردن میدان اسپینوری الکو

همچنین لازم به ذکر است که برای به دست آوردن رابطه (۱۲) از جداسازی $\lambda = \lambda_+ + \lambda_-$ با

$$\lambda_{\pm} = e^{-\frac{\gamma}{2}A} \sum_n \alpha_n(z) [\zeta_{\pm}^n(x) + \tau_{\pm}^n(x)], \quad (14)$$

استفاده کرده‌ایم که $\tau_{\pm}^n(x)$ و $\zeta_{\pm}^n(x)$ دو میدان اسپینوری الکو چهاربعدهی هستند که در معادله کلابین گوردونی جرم‌دار چهاربعدهی $m_n^{\gamma} \tau_{\pm}^n(x) = (\partial_{\mu}^{\gamma} + \hat{\Omega}_{\mu}) \tau_{\pm}^n(x)$ و در روابط $m_n^{\gamma} \zeta_{\pm}^n(x) = (\partial_{\mu}^{\gamma} + \hat{\Omega}_{\mu}) \zeta_{\pm}^n(x)$ و در روابط $\gamma^{\delta} \tau_{\pm} = \mp \zeta_{\pm}$ و $\gamma^{\delta} \zeta_{\pm} = \pm \tau_{\pm}$ صدق می‌کنند. لازم به ذکر است که m_n جرم -4 بعدی میدان اسپینوری الکو است. علاوه بر این، مدهای برانگیخته $\alpha_n(z)$ در شرط بهنجارش زیر باید صدق کنند [۱۶، ۱۷]

$$\int \alpha_n^* \alpha_m dz = \delta_{n,m}, \quad (15)$$

در ادامه با قرار دادن $m_n = 0$ در رابطه (۱۲) مد صفر میدان الکو، $\alpha_0(z)$ ، را به طور خاص بر روی شامه دوسیت مورد بررسی قرار می‌دهیم. ما در این بخش دو انتخاب ساده برای تابع $F(z) = M_{\text{Elko}}^{\gamma}$ و $\eta F(z) = (\partial_z e^{-A})^{\gamma}$ در نظر می‌گیریم و به مطالعه سازوکار جایگزینی میدان اسپینوری الکو می‌پردازیم.

۳.۱. مد صفر میدان الکو با M_{Elko}^{γ}

اکنون با ثابت در نظر گرفتن تابع $F(z)$ ، به معرفی جمله جرمی پنج‌بعدهی M_{Elko} برای میدان الکو می‌پردازیم. اگر در رابطه (۱۲)، عبارت $m_n = 0$ قرار دهیم آنگاه مد صفر میدان اسپینوری الکو از معادله شبه شرودینگری زیر حاصل خواهد شد

$$\alpha''_n(z) - V_0(z) \alpha_n(z) = 0, \quad (16)$$

که در آن $V_0(z)$ از جایگذاری رابطه $\eta F(z) = M_{\text{Elko}}^{\gamma}$ و پاسخ خمش شامه دوسیت (۸) در عبارت (۱۳) به شکل زیر نتیجه می‌شود

$$V_0(z) = \frac{k^{\gamma} p}{4} [13p - (\epsilon + 13p) \text{sech}^{\gamma}(kz)] + 2M_{\text{Elko}}^{\gamma} \text{sech}^{\gamma} p(kz), \quad (17)$$

رفتار پتانسیل (۱۷) به ما اطلاعات مهمی در مورد مد صفر

که ضریب مثبت $0 < p < 1$ برای شامه بندادی با $\epsilon = +1$ و $p \geq 1$ برای شامه ساخته شده از فانتوم با $\epsilon = -1$ است و $\phi_0 = \sqrt{3\epsilon p(1-p)}$ با استفاده از (۶)، پاسخ معادلات حرکت (۳-۵) برابر است با

$$\phi(y) = \phi_0 \arctan\{\sinh(kz)\} \quad (7)$$

$$A(y) = -p \ln\{\cosh(kz)\} \quad (8)$$

که $k = \frac{H}{p}$ از پاسخ (۷) به عنوان شامه دوسیت استفاده می‌شود که یک ساختار کینک وار دارد و به ازای $z \rightarrow \pm\infty$ مقادیر $\pm \frac{\phi_0 \pi}{4}$ را به خود می‌گیرد. در ادامه به بررسی سازوکار جایگزیده شدن میدان اسپینوری الکو بر روی شامه فوق می‌پردازیم.

۳. جایگزیده کردن میدان اسپینوری الکو

در این بخش، سازوکار جایگزیده شدن یک میدان اسپینوری الکو با جمله جفتیدگی روی شامه دوسیت در فضا-زمان پنج‌بعدهی را بررسی می‌کنیم که با کنش زیر توصیف می‌شود [۱۶]

$$S = \int d^5x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{4} (D_M \lambda D^M \bar{\lambda} + D_M \bar{\lambda} D^M \lambda - \eta F(z) \lambda \bar{\lambda}) \right], \quad (9)$$

که λ میدان اسپینوری الکو را نمایش می‌دهد و $F(z)$ یک تابع اسکالری وابسته به مختصه بعد اضافی z است و کمیت η ثابت جفتیدگی است. همچنین مشتق هموردای D_M به فرم زیر داده می‌شود

$$D_M \lambda = \partial_M \lambda + \Omega_M \lambda, \quad (10)$$

$$D_M \bar{\lambda} = \partial_M \bar{\lambda} - \bar{\lambda} \Omega_M,$$

که مؤلفه غیرصفر بستگی اسپینی Ω_M برابر است با [۲۰]

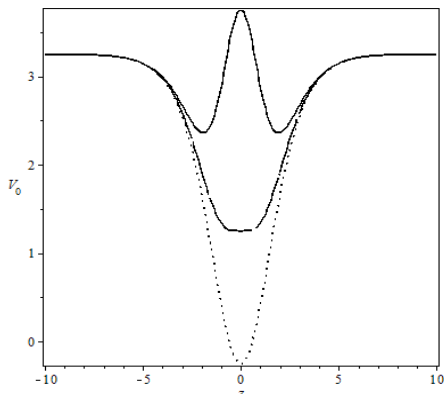
$$\Omega_{\mu} = \frac{1}{4} A'(z) \gamma_{\mu} \gamma_5 + \hat{\Omega}_{\mu}. \quad (11)$$

معادله حرکت میدان اسپینوری الکو با توجه به متریک (۲) و روابط (۹-۱۱) به شکل زیر حاصل می‌شود

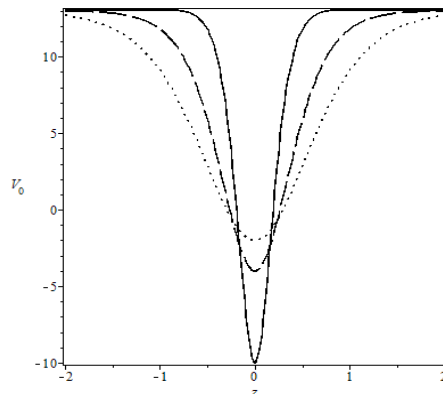
$$\alpha''_n(z) - [V_0(z) - m_n^{\gamma} + im_n^{\gamma} A'(z)] \alpha_n(z) = 0, \quad (12)$$

که در آن

$$V_0(z) = \frac{13}{4} A'^2 + \frac{3}{4} A'' + 2\eta e^{2A(z)} F(z), \quad (13)$$



شکل ۲. پتانسیل مؤثر میدان اسپینوری الکو به ازای $H = 1$ (منحنی خطی)، $H = 2$ (منحنی خط چین) و $H = 3$ (منحنی نقطه چین) و $p = 0.5$.



شکل ۱. پتانسیل مؤثر میدان اسپینوری الکو به ازای $p = 0.5$ (منحنی خطی)، $p = 1$ (منحنی خط چین) و $p = 1.5$ (منحنی نقطه چین) و $H = 2$ و $M_{Elko}^2 = 1$.

مورد مطالعه قرار گرفته است. همان طور که در شکل ۲ به طور واضح دیده می شود سازوکار جایگزیدگی میدان اسپینوری الکو جرم دار، علاوه بر هندسه توده به جرم پنج بعدی M_{Elko} نیز وابسته است. با افزایش جرم، عمق چاه پتانسیل کاسته می شود و به ازای $M_{Elko}^2 \geq \frac{3}{4}k^2 p$ تبدیل به سد پتانسیل می شود که به معنای عدم وجود حالت مقید برای مد صفر میدان الکو است.

برای به دست آورد پاسخ مد صفر میدان اسپینوری جرم دار الکو، $\alpha_0(z)$ ، از تبدیلات زیر استفاده می کنیم

$$\alpha_0(\bar{z}) = \text{sech}^{\xi}(\bar{z}) \rho_0(\bar{z}) \quad \bar{z} = \text{arcsech}(u) \quad (19)$$

که $\bar{z} = kz$ و $\xi = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{13p^2 + 6p + 1}$. با بهره گیری از روابط (۱۷) و (۱۹) معادله (۱۶) به شکل زیر بازنویسی می شود

$$\rho_0'' + \left[\frac{(2\xi + 2)u^\gamma - (2\xi + 1)}{u(u^\gamma - 1)} \right] \rho_0' + \left[\frac{\frac{13}{4}p^2 + \frac{2M_{Elko}^2}{k^2}u^\gamma p - \xi^2}{u^\gamma(u^\gamma - 1)} \right] \rho_0 = 0, \quad (20)$$

حل دقیق معادله فوق مشکل است از این رو ما آن را برای دو مقدار خاص کمیت $p = 1/2$ و $p = 2$ که به ترتیب منطبق بر شامه دوسیتز ساخته شده از میدان اسکالر بندادی و فانتوم هستند بررسی می کنیم. بعد از اندکی محاسبات ساده اما طولانی، جواب مد صفر برای $p = 1/2$ به شکل زیر حاصل می شود

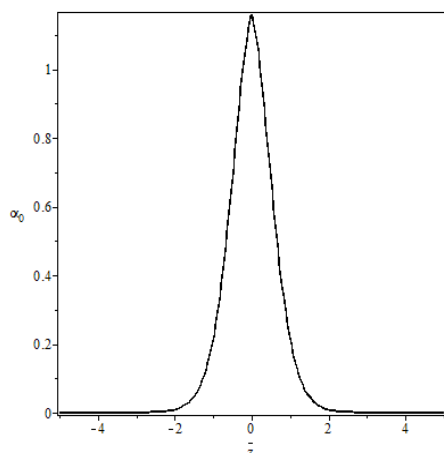
میدان اسپینوری الکو می دهد بنابراین رفتار پتانسیل را در $z = 0$ و $z \rightarrow \pm\infty$ مورد بررسی قرار می دهیم که برابر است با

$$V_0(z=0) = -\frac{3}{4}k^2 p + 2M_{Elko}^2, \quad (18)$$

$$V_0(z \rightarrow \pm\infty) = +\frac{13}{4}H^2,$$

پتانسیل $V_0(z)$ در مبدأ می بایست دارای مقدار کمینه منفی باشد تا مد صفر میدان اسپینوری الکو بتواند بر روی شامه دوسیتز جایگزیده شود لذا از رابطه (۱۸) قیدی بر روی جرم میدان الکو به صورت $M_{Elko}^2 < \frac{3}{4}k^2 p$ قرار می گیرد. همچنین مقدار پتانسیل در بی نهایت به یک مقدار ثابتی میل می کند که نشانگر این مطلب است که شکل پتانسیل اصطلاحاً از نوع Pöschl–Teller است. در شکل ۱، پتانسیل مؤثر به ازای مقادیر مختلف p رسم شده است. همان طور که در این شکل دیده می شود عمق چاه پتانسیل، با افزایش کمیت p کاهش می یابد که به معنای کاهش قدرت گیراندازی میدان الکو جرم دار توسط پتانسیل مؤثر است. همچنین با مطالعه عددی پتانسیل به ازای مقادیر مختلف کمیت H دریافتیم که عمق چاه و ارتفاع پتانسیل با افزایش کمیت H زیادتر می شود در حالی که فاصله میان دو بیشینه کم می شود. این مطلب در مطالعه مدهای تشدیدی میدان اسپینوری الکو حائز اهمیت است زیرا این مدها در بازه میان دو بیشینه مورد مطالعه قرار می گیرند.

در شکل ۲، اثر جرم پنج بعدی الکو بر روی پتانسیل مؤثر



شکل ۴. مد صفر میدان اسپینوری الکو به ازای

$$p = 2, H = 2, M_{\text{Elko}}^{\gamma} = 0.1$$

که HeunC تابع هم‌ریز هیون است. در این حالت رفتار مد صفر در بی‌نهایت به صورت $\alpha_0(\bar{z}) \rightarrow e^{-\sqrt{13}|\bar{z}|}$ خواهد بود که به معنای برقرار بودن شرط (۱۵) است. در نتیجه مد صفر (۲۳) بر روی شامه دوسیت ساخته شده از فانوم نیز جایگزیده می‌شود. شکل ۴ نمودار مد صفر مذکور را نمایش می‌دهد.

۳.۲. مد صفر میدان الکو با $F(z) = (\partial_z e^{-A})^2$

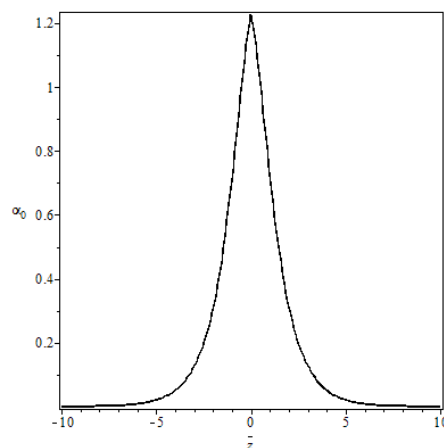
در این قسمت با الهام گرفتن از مرجع [۱۶]، از جفتیدگی شبه یوکاوا به فرم $F(z) = (\partial_z e^{-A})^2$ در کنش (۹) بهره می‌گیریم. با این انتخاب در پتانسیل (۱۳)، معادله (۱۶) به فرم زیر باز نویسی می‌شود

$$\alpha''(z) - \left[\left(\frac{13}{4} + 2\eta \right) A'^2 + \frac{3}{2} A'' \right] \alpha(z) = 0 \quad (24)$$

اکنون فرض می‌کنیم که مد صفر میدان الکو پاسخی به شکل $\alpha_0 = e^{\gamma A(z)}$ دارد که اگر در معادله حرکت (۲۴) قرار گیرد شروط لازم برای این نوع پاسخ فراهم می‌شود

$$\left(\frac{13}{4} + 2\eta - \gamma^2 \right) A'^2 + \left(\frac{3}{2} - \gamma \right) A'' = 0 \quad (25)$$

از رابطه (۲۵) به سادگی می‌توان دریافت که $\gamma = 3/2$ و $\eta = -1/2$ است در نتیجه ما نشان دادیم که مد صفر میدان الکو از طریق جفتیدگی یوکاوا با یک مقدار خاص کمیت جفتیدگی می‌تواند بر روی شامه دوسیت جایگزیده شود.



شکل ۳. مد صفر میدان اسپینوری الکو به ازای

$$p = \frac{1}{2}, H = \frac{1}{2}, M_{\text{Elko}}^{\gamma} = 0.1$$

$$\alpha_0(\bar{z}) \propto \text{sech}^{\frac{\sqrt{13}}{4}}(\bar{z}) \sqrt{1 - \text{sech}(\bar{z})} \text{HeunG} \quad (21)$$

$$(-1, a_+, b_+, c_+, d_+, \frac{1}{2}, -\text{sech}(\bar{z}))$$

که HeunG توابع خاص هیون عام هستند و پارامترهای a_+, b_+, c_+, d_+ برابرند با

$$\begin{aligned} a_+ &= \frac{2M_{\text{Elko}}^{\gamma}}{\sqrt{13}} + \frac{\sqrt{13}}{4} + \frac{1}{2}, \\ b_+ &= \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{13}} + 1 + \frac{4}{\sqrt{29}}, \\ c_+ &= \frac{4\sqrt{377} - 25 + 3\sqrt{29} + \sqrt{13}}{4 + 4\sqrt{29}}, \\ d_+ &= 1 + \frac{\sqrt{13}}{2} \end{aligned} \quad (22)$$

شکل ۳ نمودار مد صفر (۲۱) را به ازای جرم خاص نشان می‌دهد. همان طور که در این شکل دیده می‌شود و با توجه به این که تابع هیون در بی‌نهایت به مقدار ثابت یک میل می‌کند پس $\alpha_0(\bar{z} = \pm\infty) \rightarrow e^{-\sqrt{13}|\bar{z}|/4}$ در نتیجه حاصل انتگرال $\int \alpha_0^2(\bar{z}) d\bar{z}$ متناهی می‌شود که به معنای جایگزیده بودن مد صفر میدان اسپینوری جرم‌دار الکو بر روی شامه دوسیت ساخته شده از میدان اسکالری بنیادی است.

اکنون جواب معادله (۲۰) را به ازای $p = 2$ به دست می‌آوریم که برابر است با

$$\alpha_0(\bar{z}) \propto \text{sech}^{\sqrt{13}}(\bar{z}) \text{HeunC}(0, \sqrt{13}, -\frac{1}{2}, \frac{M_{\text{Elko}}^{\gamma}}{2k^2}, -\frac{1}{2}, \text{sech}^2(\bar{z})) \quad (23)$$

$$\mu = \frac{\sqrt{13}}{2} p, \quad (32)$$

$$v = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 + (-96\eta + 13)p^2 + (-64\eta + 6)p}}{2},$$

برای داشتن مد جایگزیده می‌بایست $\alpha_0(z \rightarrow \pm\infty)$ به سمت صفر میل کند تا با قرار دادن رابطه (۳۱) در کنش (۹)، پاسخ انتگرال، متناهی شود که به معنای جایگزیده شدن مد صفر میدان اسپینوری الکو بر روی شامه دوسیتراست. با استفاده از خواص تابع لژاندر وابسته که در مرجع [۲۲] مطرح شد ما دریافتیم که با برقرار بودن شرایط زیر

$$\eta = -\frac{1}{16} \frac{2N(\sqrt{13}p + N + 1) + p(\sqrt{13} - 3)}{p(2 + 3p)}, \quad (33)$$

$$c_1 = \omega c_2,$$

که N عدد صحیح غیر منفی و $\omega = -\frac{\pi}{2\sin(\pi\mu)} \cos(\pi\mu)$ است، مد صفر (۳۱) می‌تواند بر روی شامه دوسیترا از طریق سازوکار مشتق هندسی جایگزیده شود.

۵. نتیجه‌گیری

میدان اسپینوری الکو به عنوان یک نامزد ماده تاریک به طور وسیعی در فیزیک ذرات، کیهان‌شناسی و فیزیک محاسباتی مورد توجه قرار گرفته است [۲۳-۲۵]. اگر مد صفر میدان الکو بر روی شامه جایگزیده شود بدین معناست که این ذره قابلیت آشکارسازی خواهد داشت. از آنجایی که شامه دوسیترا خواص بسیار متفاوتی نسبت به شامه تخت دارد، از این رو مطالعه جایگزیدگی یک میدان اسپینوری پنج‌بعدی الکو بر روی این شامه موضوعی مهم و جذاب است. اخیراً جایگزیده شدن مد صفر میدان بدون جرم الکو در مراجع [۲۶ و ۲۷] بر روی شامه‌های دوسیترا و پاددوسیترا مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله به بررسی جایگزیدگی یک میدان جرم‌دار اسپینوری پنج‌بعدی الکو بر روی شامه دوسیترا پرداختیم. در ابتدا با در نظر گرفتن یک جمله جرمی برای میدان الکو، نشان داده شد که با قید $M_{\text{Elko}}^2 < 3/4 k^2 p$ مد صفر میدان اسپینوری الکو می‌تواند بر روی شامه دوسیترا جایگزیده شود. با به کارگیری مقادیری خاص برای کمیت ψ دریافتیم که پاسخ مد صفر برای شامه دوسیترا

۴. جایگزیدگی از طریق جفتیدگی هندسی

در این بخش، از جفتیدگی هندسی که ناشی از برهم کنش یوکاوا با اسکالر ریچی است، برای جایگزیده کردن میدان اسپینوری الکو بر روی شامه دوسیترا استفاده می‌کنیم. در مرجع [۱۵] از این سازوکار برای جایگزیده کردن میدان الکو بر روی شامه تخت مینکوفسکی استفاده شد. اسکالر ریچی R بر حسب مختصه z برای شامه دوسیترا به شکل زیر داده می‌شود [۱۵ و ۲۱]

$$R = -4e^{-2A} (2A'' + 3A'^2) = 4pk^2 (2 + 3p) \text{sech}^2(\bar{z}) \quad (26)$$

حال فرض می‌کنیم که در کنش (۹) $F(z) = R$ باشد، با استفاده از رابطه (۱۳) پتانسیل مؤثر برابر است با

$$V_0(z) = \frac{k^2 p}{4} [13p - (6 + 13p) \text{sech}^2(\bar{z})] + 8\eta pk^2 (2 + 3p) \text{sech}^2(\bar{z}), \quad (27)$$

مقدار پتانسیل در مبدأ برابر است با

$$V_0(z=0) = -\frac{3}{4} k^2 p + 8\eta k^2 p (2 + 3p), \quad (28)$$

منفی بودن مقدار (۲۸) در مبدأ، قید زیر را بر روی ثابت جفتیدگی η اعمال می‌کند

$$\eta < \frac{3}{16(2 + 3p)}. \quad (29)$$

برای به دست آوردن پاسخ مد صفر، بعد از قرار دادن رابطه (۲۷) در معادله حرکت (۱۶) و با استفاده از تبدیلات (۱۹) خواهیم داشت

$$\rho''_0 + \left[\frac{(2\xi + 2)u^\xi - (2\xi + 1)}{u(u^\xi - 1)} \right] \rho'_0 + \left[\frac{13}{4} p^2 + 8p\eta(2 + 3p)u^\xi - \xi^2 \right] \rho_0 = 0, \quad (30)$$

جواب مد صفر $\alpha_0(\bar{z}) = \text{sech}^\xi(\bar{z}) \rho_0(\bar{z})$ از رابطه بالا به فرم زیر حاصل می‌شود

$$\alpha_0(z) = c_1 P_V^\mu(\tanh(kz)) + c_2 Q_V^\mu(\tanh(kz)) \quad (31)$$

که در آن $c_{1,2}$ ثابت‌های انتگرال‌گیری و P_V^μ و Q_V^μ توابع لژاندر وابسته نوع اول و نوع دوم هستند که مرتبه و درجه آنها به صورت زیر است

با $\eta = -1/2$ ، یک پاسخ جایگزیده به شکل $e^{3/2A}$ دارد. همچنین، با بهره‌گیری از جفتیدگی هندسی میان اسکالر ریچی و میدان الکو، نشان دادیم که مد صفر بر حسب توابع لژاندر وابسته به دست می‌آید که به‌ازای برقراری شرایط (۳۳) همواره می‌تواند بر روی شامه دوسیت جایگزیده شود. بررسی مدهای کلوزا-کلاین و اثر جرم میدان اسپینوری الکو بر آنها، به عنوان ایده‌ای برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌شود.

ساخته شده از میدان اسکالری بندادی و فانتوم به ترتیب بر حسب توابع خاص هیون عام و هیون هم‌ریز داده می‌شود. همچنین با بررسی پتانسیل مؤثر میدان جرم‌دار اسپینوری الکو، دریافتیم که شکل پتانسیل مؤثر از نوع Pöschl-Teller است که به معنای عدم وجود شکاف جرمی بین مد صفر و مدهای برانگیخته آن است. در ادامه با استفاده از جفتیدگی شبه یوکاوا به فرم $F(z) = (\partial_z e^{-A})^2$ دریافتیم که مد صفر میدان الکو به‌ازای یک مقدار خاص جفتیدگی

مراجع

1. V A Rubakov and M E Shaposhnikov, *Phys. Lett. B* **125** (1983) 136.
2. I Antoniadis *Phys. Lett. B* **246** (1990) 377.
3. D V Ahluwalia and D Grumiller, *Phys. Rev. D* **72** (2005) 06770.
4. N Arkani-Hamed and M Schmaltz, *Phys. Rev. D* **61** (2000) 033005.
5. B Bajc and G Gabadadze, *Phys. Lett. B* **474** (2000) 282.
6. J Liang and Y-S Duan, *Phys. Lett. B* **678** (2009) 491.
7. H Guo, Y-X Liu, Z-H Zhao, and F-W Chen, *Phys. Rev. D* **85** (2012) 124033.
8. A Neronov, *Phys. Rev. D* **64** (2001) 044018.
9. H Christiansen and M Cunha, *Eur. Phys. J. C* **72** (2012) 1942.
10. A Kehagias and K Tamvakis, *Phys. Lett. B* **504** (2001) 38.
11. Y-X Liu, L-D Zhang, L-J Zhang, and Y-S Duan, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 065025.
12. R Koley, J Mitra, and S SenGupta, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 041902.
13. A Tofighi and M Moazzen, *Int. J. Theor. Phys.* **50** (2011) 1709.
14. I C Jardim, G Alencar, R R Landim, and R N Costa Filho, *Phys. Rev. D* **91**, 4 (2015) 048501.
15. I C Jardim, G Alencar, R R Landim, and R N Costa Filho, *Phys. Rev. D* **91**, 8 (2015) 085008.
16. Y X Liu, X N Zhou, K Yang, and F W Chen, *Phys. Rev. D* **86** (2012) 064012.
17. X-N Zhou, Y-Zh Du, and H-Z Zhao, and Y-X Liu, *Eur. Phys. J. C* **78** (2018) 493.
18. R R Caldwell, *Phys. Lett. B* **545** (2002) 23.
19. M Minamitsuji, W Naylor, and M Sasaki, *Nucl. Phys. B* **737** (2006) 121.
20. Y-X Liu, Z-H Zhao, S-W Wei, and Y-S Duan, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **02** (2009) 003.
21. X-W Chen, W-Q Zheng, and J-Y Chen, *International Journal of Modern Physics A* **30**, 26 (2015) 1550151.
22. S Bielski, *Integral Transforms and Special Functions* **24**, 4 (2013) 331.
23. D V Ahluwalia and D Grumiller, *Phys. Rev. D* **72** (2005) 067701.
24. C G Boehmer, *Phys. Rev. D* **77** (2008) 123535.
25. J M Hoff da Silva and R da Rocha, *Int. J. Mod. Phys. A* **24** (2009) 3227.
26. X-N Zhou, Z-H Zhao, and Y-Z Du, *arXiv*: 1812.08332.
27. M Moazzen Sorkhi and Z Ghalenovi, *International Journal of Modern Physics A* **33**, 29 (2018) 1850172.