

محاسبات سطح مقطع‌های سه‌گانه و دوگانه در برخورد پروتون با اتم هیدروژن در کانال یونش با رفع تکینگی در دامنه‌های پراکندگی

سعیده امیری بیدوری^۱، رضا فتحی^۱ و بهرنگ چابکی^۲

۱. دانشکده فیزیک دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان

۲. دانشکده ریاضی و کامپیوتر، گروه علوم کامپیوتر، دانشگاه ولی عصر (عج)، رفسنجان

پست الکترونیکی: rfathi@uk.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۱/۰۲؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۸/۰۳/۲۵)

چکیده

در کار حاضر سطح مقطع‌های سه‌گانه و دوگانه یونش اتم هیدروژن در برخورد با پروتون محاسبه شده است. پتانسیل برهم‌کنش کولنی در نظر گرفته شده، همچنین تقریب‌های مرتبه اول و دوم بورن مورد استفاده قرار گرفته است. تکینگی حاصل از عملگر گرین در تقریب مرتبه دوم جهت حل تحلیلی دامنه پراکندگی و محاسبه سطح مقطع سه‌گانه رفع شده و در نهایت نتایج حاصل برای سطح مقطع سه‌گانه و دوگانه با نتایج نظری و تجربی در دسترس مقایسه شده است. معمولاً تقریب بورن تا مرتبه دوم را در محدوده انرژی‌های میانی و بالا به کار می‌برند. در اینجا نشان داده شده که در انرژی‌های پائین‌تر نیز می‌توان به کار گرفت.

واژه‌های کلیدی: یونش، سطح مقطع سه‌گانه، تکینگی، تقریب مرتبه دوم بورن

۱. مقدمه

از فرایندهای رایج در برخورد یون-اتم در فیزیک اتمی و مولکولی می‌توان به فرایندهای تهییج، انتقال بار و یونش اشاره نمود که علاوه بر روش‌های تجربی، روش‌های نظری بسیاری برای بررسی چنین فرایندهایی در نواحی مختلف انرژی پیشنهاد شده است. در این میان فرایند یونش در برخورد یون‌های سریع با اتم‌ها در فیزیک نجومی، پلاسما و همچنین زمینه‌های کاربردی مانند پرتودرمانی توسط هادرون‌ها و طراحی رآکتورهای همجوشی از اهمیت اساسی برخوردار است. به طور کلی روش‌های بسیاری بر پایه فرمول‌بندی‌های

نظریه برخورد به این علت که دینامیک دستگاه‌های چند ذره‌ای را در سطح بنیادی بررسی می‌کند حائز اهمیت است. می‌توان گفت مشاهدات مهم بسیاری در فیزیک از تحلیل فرایند پراکندگی امواج و ذرات است. فهم جزئیات فرایندهای پراکندگی در بسیاری از شاخه‌های فیزیک از جمله فرایندهای برخورد و تابش در اتمسفر [۱]، طول عمر پرتوهای یونی در شتاب دهنده‌ها [۲]، طیف‌سنجی اتمی [۳] و عدسی‌های پلاسمایی [۴ و ۵] نقش مهمی را ایفا می‌کند.

الکترون هدف و فاصله پرتابه نسبت به هسته هدف هستند.

دامنه پراکندگی در تقریب مرتبه اول بورن به صورت

$$f^{B1} = -\frac{\mu}{2\pi} \left\langle \psi_{k_e}^{(-)}(\vec{r}) e^{i\vec{k}_s \cdot \vec{R}} \left| V(\vec{r}, \vec{R}) \right| \varphi_i(\vec{r}) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{R}} \right\rangle, \quad (2)$$

نوشته می‌شود. φ_i تابع موج حالت پایه اتم هیدروژن، μ جرم کاهش یافته دستگاه پرتابه و هدف، \vec{k}_i و \vec{k}_s به ترتیب بردار موج حالت اولیه و نهایی پرتابه هستند. $\psi_{k_e}^{(-)}(\vec{r})$ تابع موج الکترون آزاد شده است که به صورت موج کولنی

$$\psi_{k_e}^{(-)}(\vec{r}) = N(k_e) e^{i\vec{k}_e \cdot \vec{r}} {}_1F_1(i\alpha, 1, -i(k_e r + \vec{k}_e \cdot \vec{r})), \quad (3)$$

در نظر گرفته می‌شود، که در آن

$$N(k_e) = e^{-\pi/\alpha} \Gamma(1-i\alpha), \quad \alpha = -\frac{1}{k_e} \quad (4)$$

بوده و \vec{k}_e بردار موج الکترون آزاد است. دامنه تقریب مرتبه دوم بورن به صورت

$$f^{B2} = -\frac{\mu^2}{\Lambda \pi^2} \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_n \int d\vec{k} \frac{\left\langle \psi_{k_e}^{(-)}(\vec{r}) e^{i\vec{k}_s \cdot \vec{R}} \left| V \left| \psi_n \right\rangle \left\langle \psi_n \right| V \left| \varphi_i(\vec{r}) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{R}} \right\rangle \right\rangle}{k_n^2 - k^2 + i\eta}, \quad (5)$$

است، که در آن ψ_n به صورت

$$\psi_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right)^3 \varphi_n(\vec{r}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}}, \quad (6)$$

تعریف شده و φ_n ویژه تابع n امین حالت اتم هیدروژن با ویژه مقدار ϵ_n است. با جایگذاری رابطه (۶) در (۵) و استفاده از انتگرال بته^۱ و تبدیلات فوریه عبارت (۵) به شکل

$$f^{B2} = \frac{2\mu^2 Z_p^2}{\pi^2} \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_n \int d\vec{k} \frac{\left\langle \psi_{k_e}^{(-)}(\vec{r}) \left| 1 - e^{i\vec{q}_s \cdot \vec{r}} \right| \varphi_n \right\rangle \left\langle \varphi_n \left| 1 - e^{i\vec{q}_i \cdot \vec{r}} \right| \varphi_i(\vec{r}) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{R}} \right\rangle}{(k_n^2 - k^2 + i\eta) q_s^2 q_i^2}, \quad (7)$$

بازنویسی می‌شود، به طوری که در آن $\vec{q}_i = \vec{k}_i - \vec{k}$ و $\vec{q}_s = \vec{k} - \vec{k}_s$ است.

در ادامه با استفاده از رابطه کامل بودن $\sum_n \left| \varphi_n \right\rangle \left\langle \varphi_n \right| = 1$

دوجسمی، سه جسمی و چهارجسمی برای بررسی یونش اتم‌ها به صورت کلاسیکی [۶]، نیمه کلاسیکی [۷] و کوانتومی [۸] عنوان شده است. از آنجایی که در فرایندهای یونش برخلاف فرایندهای تهییج و انتقال بار همواره در حالت نهایی سه ذره وجود دارد و علاوه بر پراکندگی پرتابه، الکترون آزاد شده نیز دارای زاویه و انرژی‌های مختلف است بنابراین محاسبه و تحلیل سطح مقطع‌های جزئی سه‌گانه و دوگانه علاوه بر سطح مقطع کل پراکندگی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و اطلاعات کامل‌تری را از دینامیک برخورد در اختیار می‌گذارد. ساده‌ترین روش کوانتومی موجود برای محاسبه سطح مقطع سه‌گانه در فرایند یونش اتمی که برپایه نظریه اختلال عنوان شده و مناسب برای محدوده انرژی‌های بالا است تقریب بورن است. در این روش پتانسیل‌ها به صورت کولنی و تابع موج پرتابه در حالت اولیه و نهایی به صورت امواج تخت در نظر گرفته می‌شود [۹]. با توجه به خصوصیت بلند برد بودن پتانسیل کولنی تقریب مرتبه اول بورن که تنها یک جمله از سری اختلالی را در برمی‌گیرد به پاسخ‌های صحیحی نمی‌انجامد بنابراین برای رسیدن به نتایج دقیق‌تر لازم است تقریب‌های مراتب بالاتر که محاسبات پیچیده‌تری دارد برای حل مساله استفاده شود.

در مقاله حاضر یونش اتم هیدروژن در برخورد با ذرات باردار با استفاده از تقریب‌های مرتبه اول و دوم بورن مورد بررسی قرار گرفته است. سعی شده است تکنیکی ظاهر شده در تقریب مرتبه دوم به صورت تحلیلی رفع شود و محاسبات مربوط به سطح مقطع سه‌گانه تا جای ممکن به صورت تحلیلی انجام شده است. انتگرال‌های باقیمانده به صورت عددی حل و در نهایت نتایج حاصل با نتایج نظری و تجربی در دسترس مقایسه شده است.

۲. نظریه

در برخورد پروتون با اتم هیدروژن پتانسیل به صورت

$$V(\vec{r}, \vec{R}) = -\frac{Z_p}{|\vec{R} - \vec{r}|} + \frac{Z_p}{R}, \quad (1)$$

است. در این رابطه Z_p بار پرتابه، \vec{r} و \vec{R} به ترتیب فاصله

۱. Bethe

که P نشان دهنده مقدار اصلی^۴ بوده استفاده می‌شود. بنابراین عبارت (۱۴) به شکل

$$I = P \int d\bar{k} \frac{G(\bar{q}_S, \bar{q}_i)}{\left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma\right) q_S^\gamma q_i^\gamma} + \frac{i\pi\bar{k}}{\gamma} \int d\hat{k} \frac{G(\bar{q}_S, \bar{q}_i)}{\bar{q}_S^\gamma \bar{q}_i^\gamma}, \quad (16)$$

با $\bar{q}_i = \bar{k}_i - \bar{k}\hat{k}$ و $\bar{q}_S = \bar{k}\hat{k} - \bar{k}_S$ بازنویسی می‌شود. در ادامه با استفاده از رابطه

$$\frac{1}{ab} = \frac{1}{(a+b)} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right), \quad (17)$$

جمله اول انتگرال (۱۶) به دو انتگرال

$$\xi_1 = P \int d\bar{k} \frac{G(\bar{q}_S, \bar{q}_i)}{\left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma\right) \left(q_i^\gamma + q_S^\gamma\right) q_S^\gamma}, \quad (18)$$

و

$$\xi_2 = P \int d\bar{k} \frac{G(\bar{q}_S, \bar{q}_i)}{\left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma\right) \left(q_i^\gamma + q_S^\gamma\right) q_i^\gamma}, \quad (19)$$

تبدیل می‌شود. انتگرال‌های (۱۸) و (۱۹) را می‌توان به صورت حاصل جمع دو انتگرال $\xi_1 = J_1 + K_1$ و $\xi_2 = J_2 + K_2$ نوشت [۱۲] که با عبارت‌های

$$J_1 = \int \frac{d\bar{k}}{q_S^\gamma \left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma\right)} \left[\frac{G(\bar{q}_S, \bar{q}_i)}{\left(q_i^\gamma + q_S^\gamma\right)} - \frac{q_S^\gamma G(\bar{q}_S, \bar{q}_i)}{\bar{q}_S^\gamma \left(\bar{q}_i^\gamma + \bar{q}_S^\gamma\right)} e^{-\gamma(k-\bar{k})^\gamma} \right], \quad (20)$$

$$K_1 = P \int d\bar{k} \frac{G(\bar{q}_S, \bar{q}_i) e^{-\gamma(k-\bar{k})^\gamma}}{\left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma\right) q_S^\gamma \left(\bar{q}_i^\gamma + \bar{q}_S^\gamma\right)}, \quad (21)$$

$$J_2 = \int \frac{d\bar{k}}{q_i^\gamma \left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma\right)} \left[\frac{G(\bar{q}_S, \bar{q}_i)}{\left(q_i^\gamma + q_S^\gamma\right)} - \frac{q_i^\gamma G(\bar{q}_S, \bar{q}_i)}{\bar{q}_i^\gamma \left(\bar{q}_i^\gamma + \bar{q}_S^\gamma\right)} e^{-\gamma(k-\bar{k})^\gamma} \right], \quad (22)$$

$$K_2 = P \int d\bar{k} \frac{G(\bar{q}_S, \bar{q}_i) e^{-\gamma(k-\bar{k})^\gamma}}{\left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma\right) q_i^\gamma \left(\bar{q}_i^\gamma + \bar{q}_S^\gamma\right)}, \quad (23)$$

تنها جفت‌شدگی حالت اولیه و نهایی در تقریب مرتبه دوم در نظر گرفته می‌شود. بنابراین دامنه تقریب مرتبه دوم از عبارت

$$f^{B\gamma} = \frac{\gamma\mu^\gamma Z_p^\gamma}{\pi^\gamma} \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \int d\bar{k} \frac{\left(D + F(\bar{q}) - F(\bar{q}_i) - F(\bar{q}_S)\right)}{\left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma + i\eta\right) q_S^\gamma q_i^\gamma}, \quad (8)$$

به دست می‌آید که در آن

$$D = \left\langle \psi_{k_e}^{(-)}(\bar{r}) \left| \varphi_i(\bar{r}) \right. \right\rangle, \quad (9)$$

$$F(\bar{q}_n) = \left\langle \psi_{k_e}^{(-)}(\bar{r}) \left| e^{i\bar{q}_n \cdot \bar{r}} \varphi_i(\bar{r}) \right. \right\rangle, \quad (10)$$

هستند. در کار حاضر $\bar{k}^\gamma = k_i^\gamma - \gamma\bar{\varepsilon}$ و $\bar{\varepsilon} = 0.5$ در نظر گرفته شده است. برای محاسبه عبارت‌های (۲)، (۹) و (۱۰) از روابط

$${}_1F_1(a, c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(c-a)} \int_0^1 d\lambda \lambda^{a-1} (1-\lambda)^{c-a-1} e^{\lambda z}, \quad (11)$$

$${}_2F_1(a, b, c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(c-a)} \int_0^1 d\lambda \lambda^{b-1} (1-\lambda)^{c-a-1} (1-\lambda z)^{-a}, \quad (12)$$

تبدیلات فوریه و تعریف تابع دلتای دیراک استفاده می‌شود [۱۰]. انتگرال موجود در رابطه (۸) را می‌توان به دو انتگرال

$$H = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \int d\bar{k} \frac{\left(D + F(\bar{q})\right)}{\left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma + i\eta\right) q_S^\gamma q_i^\gamma}, \quad (13)$$

$$I = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \int d\bar{k} \frac{G(\bar{q}_S, \bar{q}_i)}{\left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma + i\eta\right) q_S^\gamma q_i^\gamma}, \quad (14)$$

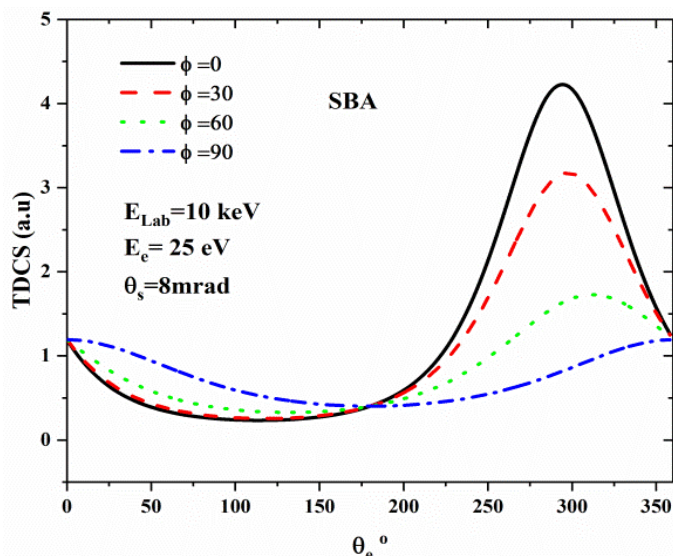
تفکیک نمود. عبارت انتگرالی (۱۳) با استفاده از تکنیک انتگرالی لوییس^۵ [۱۱] و به صورت تحلیلی قابل حل است. در محاسبه عبارت انتگرالی (۱۴) به منظور رفع تکینگی ابتدا از رابطه کوشی^۶

$$\lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma + i\eta\right) q_S^\gamma q_i^\gamma} = P \left(\frac{1}{\bar{k}^\gamma - k^\gamma} \right) + i\pi\delta\left(\bar{k}^\gamma - k^\gamma\right), \quad (15)$$

۱. Lewis

۲. Cauchy

۳. Principal value



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقایسه سطح مقطع سه گانه یونش اتم هیدروژن در برخورد با پروتون با انرژی فرودی ۱۰ keV و الکترون آزاد شده با انرژی ۲۵ eV در زاویه پراکندگی $\theta_s = 8 \text{ mrad}$ در صفحات پراکندگی الکترون آزاد شده ($\phi = 0^\circ, \phi = 30^\circ, \phi = 60^\circ, \phi = 90^\circ$) به روش تقریب مرتبه دوم بورن.

$$\bar{K}_s = \bar{q}_s + \bar{k}_s, \quad \bar{q}_i' = \bar{k}_i - \bar{k}\hat{K}_s, \quad \bar{q}_s' = \bar{k}\hat{K}_s - \bar{k}_s, \quad (24)$$

$$\bar{K}_i = \bar{k}_i - \bar{q}_i, \quad \bar{q}_i'' = \bar{k}_i - \bar{k}\hat{K}_i, \quad \bar{q}_s'' = \bar{k}\hat{K}_i - \bar{k}_s, \quad (25)$$

در روابط (۲۰) و (۲۱) وانجام محاسبات عبارت

$$I = \int \frac{d\bar{q}_s}{q_s^\gamma (\bar{k}^\gamma - K^\gamma)} \left[\frac{G(\bar{q}_s, \bar{q} - \bar{q}_s)}{(q_s^\gamma + |\bar{q} - \bar{q}_s|^\gamma)} \frac{q_s^\gamma G(\bar{q}_s', \bar{q}_i')}{q_i'^\gamma (q_i'^\gamma + q_s'^\gamma)} e^{-\gamma(k - \bar{k})^\gamma} \right] + \int \frac{d\bar{q}_i}{q_i^\gamma (\bar{k}^\gamma - k^\gamma)} \left[\frac{G(\bar{q} - \bar{q}_i, \bar{q}_i)}{(q_i^\gamma + |\bar{q} - \bar{q}_i|^\gamma)} \right. \\ \left. - \frac{q_i^\gamma G(\bar{q}_s'', \bar{q}_i'')}{q_i''^\gamma (q_i''^\gamma + q_s''^\gamma)} e^{-\gamma(k - \bar{k})^\gamma} \right] + \int d\bar{k} \frac{G(\bar{q}_s, \bar{q}_i)}{q_s^\gamma q_i^\gamma} \left(\frac{i\pi\bar{k}}{2} + \sqrt{\frac{\pi}{2\gamma}} [1 + \text{erf}(\bar{k}\sqrt{\gamma})] + \frac{\bar{k}}{2} E_\gamma(\gamma\bar{k}^\gamma) - \frac{\bar{k}}{2} \int_{-\bar{k}}^\infty dz \frac{e^{-\gamma z^\gamma}}{(z + 2\bar{k})} \right), \quad (26)$$

۳. نتیجه گیری و بحث

در این بخش نتایج حاصل برای سطح مقطع های سه گانه و دوگانه تقریب های مرتبه اول و دوم بورن در برخورد پروتون با اتم هیدروژن آورده شده است. در شکل ۱ نتایج حاصل از سطح مقطع سه گانه تقریب مرتبه دوم بورن برای پروتون با انرژی فرودی ۱۰ keV در زاویه پراکندگی $\theta_s = 8 \text{ mrad}$ رسم شده است. سطح مقطع پراکندگی الکترون آزاد شده با انرژی ۲۵ eV در صفحات مختلف پراکندگی الکترون آزاد شده ($\phi = 0^\circ, \phi = 30^\circ, \phi = 60^\circ, \phi = 90^\circ$) مقایسه شده است و

داده می شوند. در روابط (۲۰) تا (۲۳) γ یک ضریب دلخواه بوده و در پایان محاسبات، سطح مقطع به دست آمده از این ضریب مستقل خواهد بود. با اعمال تغییر متغیرهای

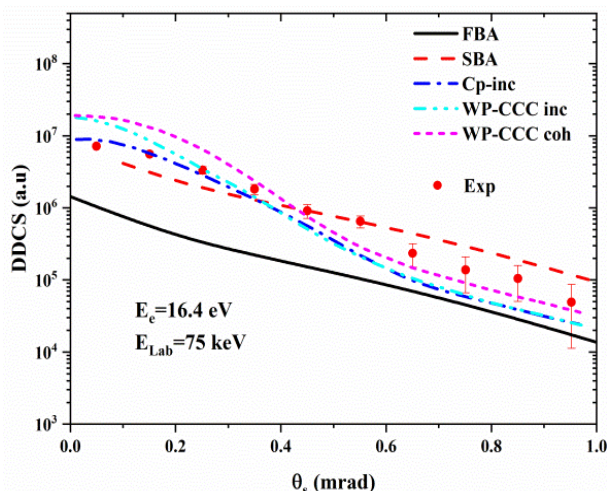
حاصل می شود که با رفع شدن تکینگی انتگرال های باقیمانده به صورت عددی قابل حل خواهد بود. با محاسبه دامنه های پراکندگی (۲) و (۸) سطح مقطع سه گانه در تقریب مرتبه دوم بورن از رابطه

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_s d\Omega_e dE_e} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{k_s k_e}{k_i} |f^{B1} + f^{B2}|^2, \quad (27)$$

حاصل می شود. با انتگرال گیری از رابطه (۲۷)

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_s dE_e} = \int \frac{d^3\sigma}{d\Omega_s d\Omega_e dE_e} d\Omega_e, \quad (28)$$

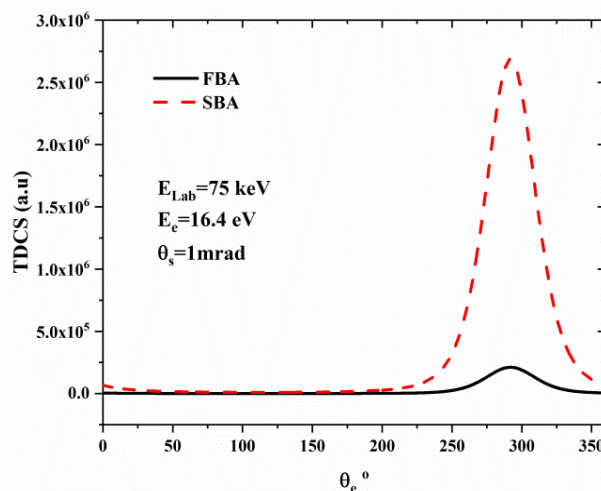
سطح مقطع دوگانه محاسبه می شود [۱۳].



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقایسه سطح مقطع دوگانه تقریب‌های مرتبه اول و دوم بورن برای یونش اتم هیدروژن در برخورد با پروتون با انرژی فرودی ۷۵ keV و الکترون آزاد شده با انرژی ۱۶/۴ eV با نتایج تجربی [۱۴] و نظری [۱۵].

مشاهده می‌شود که سطح مقطع بزرگ‌تر مربوط به صفحه پراکندگی ($\phi = 0^\circ$) است و کوچک‌ترین سطح مقطع‌ها در زاویه ($\phi = 90^\circ$) رخ می‌دهد.

سطح مقطع‌های سه‌گانه تقریب‌های مرتبه اول و دوم بورن برای پروتون با انرژی فرودی ۷۵ keV و الکترون آزاد شده با انرژی ۱۶/۴ eV در زاویه پراکندگی $\theta_s = 1 \text{ mrad}$ در شکل ۲ مقایسه شده است. در شکل ۳ نتایج سطح مقطع دوگانه در برخورد پروتون با اتم هیدروژن در انرژی ۷۵ keV و برای الکترون آزاد شده با انرژی ۱۶/۴ eV با نتایج تجربی [۱۴] و نتایج نظری [۱۵] WP-CCC inc^۱، WP-CCC coh^۲ و



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقایسه سطح مقطع سه‌گانه تقریب‌های مرتبه اول و دوم بورن برای یونش اتم هیدروژن در برخورد با پروتون با انرژی فرودی ۷۵ keV و الکترون آزاد شده با انرژی ۱۶/۴ eV در زاویه پراکندگی $\theta_s = 1 \text{ mrad}$.

نتایج نظری [۱۵] WP-CCC inc^۱، WP-CCC coh^۲ و

۱. G M Keating and S W Bougher, *J. Geophys. Res. Space. Phys.* **97** (1992) 4189.
 ۲. A Simonin, *New J. Phys.* **18** (2016) 125005.
 ۳. A Bogaerts, R Gijbels, and R J Carman, *Spectrochim. Acta Part B: At. Spect.* **53** (1998) 1679.
 ۴. S Dat, G W F Drake, T F Gallagher, H Kleinpoppen, and G Zu Putlitz, *Rev. Mod. Phys.* **71** (1999) S223.
 ۵. S Rajagopalan, D B Cline, and P Chen, *Nucl. Instrum. Methods A.* **355** (1995) 169.
 ۶. L Vriens, *Phys. Rev.* **141** (1966) 88.

مراجع

۷. ر فتحی و س امیری بیدوری، مجله پژوهش فیزیک ایران ۱۷، ۱ (۱۳۹۶) ۱۰۱.
7. R Fathi and S Amiri Bidvari, *Iranian J. Phys. Res.* **17**, 1 (2017) 101.
 8. D Belkić and I Mančev, *Phys. Rev. A.* **83** (2011) 012703.
 9. D H Madison, J A Hughes, and D S McGinness, *J. Phys B: At. Mol. Opt. Phys.* **18** (1985) 2737.
 10. I S Gradshteyn and I M Ryzhik, "Table of Integrals, Series, and Products", Academic Press (2007).

۳. Coupled Pseudostate-incoherent

۱. Wave Packet-Convergent Close Coupling incoherent

۲. Wave Packet-Convergent Close Coupling coherent

14. A C Laforge, K N Egodapitiya, J S Alexander, A Hasan, M F Ciappina, M A Khakoo, and M Schulz, *Phys. Rev. Lett.* **103** (2009) 053201.
15. I B Abdurakhmanov, J J Bailey, A S Kadyrov, and I Bray, *Phys. Rev. A* **97** (2018) 032707.
11. R R Lewis, *Phys. Rev.* **102** (1955) 537.
12. J P Marchalant, C T Whelan, and C T and H R J Walters, *J. Phys B: At. Mol. Opt. Phys.* **31** (1998) 1141.
13. J Berakdar, J S Briggs and H Klar, *J. Phys B: At. Mol. Opt. Phys.* **26** (1993) 285.