

مدل انرژی تاریک شبیح در حضور یک عبارت برهم کنش خطی با علامت متغیر

اسماعیل ابراهیمی و حمیده تقی پور

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان

پست الکترونیکی: ebrahimi@uk.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۸/۰۱؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۸/۰۶/۰۲)

چکیده

در مطالعه حاضر، مدل شبیح انرژی تاریک تعمیم یافته در حضور یک عبارت برهم کنشی خطی با علامت متغیر بررسی می شود. در ابتدا پارامترهای تحولی محاسبه می شوند و پس از رسم نمودارها ملاحظه می شود که مدل در ابتدا انبساط کند شونده و در نهایت انبساط تند شونده را جابه جا است که از تطابق خوبی با مشاهدات برخوردار است. سپس با تغییر پارامترهای b و ξ ، رفتار مدل بررسی می شود. در آخر با استفاده از دو راهکار، مدل به صورت کامل تری مورد بررسی قرار می گیرد. راهکار اول بررسی پایداری مدل از طریق مجذور سرعت صوت است که با افزایش پارامتر b ، می تواند افزایش یافته و به مقادیر مثبت برسد که نشان از پایداری دارد. در راهکار دوم به بررسی پارامترهای حالت یاب پرداخته می شود و نمودارهای $r-q$ و $r-s$ رسم می شوند که در نمودار $r-s$ ، تفاوت هایی نسبت به مدل انرژی تاریک شبیح معمولی یافته می شود. از نمودارها می توان دید که این مدل، مقدار $\{r=1, s=0\}$ را در زمان های اخیر تجربه خواهد کرد.

واژه های کلیدی: کیهان شناسی، انرژی تاریک، انرژی تاریک شبیح برهم کنشی، پایداری

۱. مقدمه

هنگامی که بیشتر مردم به جهانی ایستا معتقد بودند، ادوین هابل متوجه شد که کهکشان ها با سرعت زیادی در حال دور شدن از ما هستند. هابل در مطالعات خود با مورد بسیار عجیبی برخورد کرد و متوجه شد که طیف دریافتی از بیشتر کهکشان ها انتقال به سرخ یافته اند یعنی تقریباً همه کهکشان ها از ما دور می شوند. او در سال ۱۹۲۹ قانون معروف خودش را ارائه کرد. طبق این کشف سرعت دور شدن هر کهکشان از ما به فاصله اش از ما بستگی دارد یعنی

$$v = Hd \quad (1)$$

پس جهان در حال انبساط است که این انبساط می تواند تند شونده و یا کند شونده باشد. مشاهداتی که در سال ۱۹۹۸ بر روی ابرنواخترها انجام گرفت از وجود یک انبساط تند شونده در زمان حاضر حکایت می کند [۱]. مطالعات بعدی بر روی پس زمینه ریزموج کیهانی و همچنین شواهدی از ساختارهای بزرگ مقیاس نیز فرضیه انبساط شتابدار عالم را تأیید می کنند [۲-۸]. از طرفی نظریه نسبیت عام انیشتین قادر به پیشگویی انبساط تند شونده نیست و در این چارچوب انتظار می رود که وضعیت

انبساط با $\Lambda_{QCD}^3 H$ متناسب است که Λ_{QCD} مقیاس جرم QCD و H پارامتر هابل است. بر این مبنا پیشنهاد می‌شود تا این چگالی انرژی ناشی از میدان شبح نقش انرژی تاریک را به صورت $\rho_D = \alpha H$ ایفا کند. مدل‌هایی برای انرژی تاریک بر این مبنا معرفی شده‌اند که انرژی تاریک شبح نامیده می‌شوند. البته محاسبات دقیق‌تر نشان می‌دهند که انرژی خلأ میدان شبح و نزیانو در QCD عموماً به شکل $\rho_D = H + O(H)^2$ است و به مدل‌هایی که بر اساس رابطه اخیر بنا می‌شوند، انرژی تاریک شبح تعمیم‌یافته^۱ ($GGDE$) می‌گویند. در نظر گرفتن عباراتی شامل H^2 در چگالی انرژی تاریک شبح می‌تواند نقشی قابل سنجش به ویژه در تحول اولیه جهان ایفا کند [۴۷-۴۵].

کای در [۴۸] سعی کرده است تا میزان تطابق مدل انرژی تاریک شبح تعمیم یافته با مشاهدات را بررسی کند. این چگالی را می‌توان به شکل $\rho_D = \alpha H + \beta H^2$ در نظر گرفت که α و β ثابت‌های مدل هستند. در مقالات بسیاری به بررسی مدل انرژی تاریک شبح به طرق مختلف پرداخته شده است [۴۹-۵۱]. از طرفی برخی شواهد تجربی از جمله وجود ساختارهای بزرگ کنونی نشان از آن دارد که جهان علاوه بر ماده باریونی دربردارنده یک عضو دیگر نیز هست که گرانش آن منجر به سازگاری مشاهدات با تئوری می‌شود این عضو جدید ماده تاریک نام دارد [۵۲]. بنابراین در یک کیهان در حال انبساط همزمان مؤلفه‌های انرژی و ماده تاریک حضور دارند و این دو مؤلفه با هم تعیین کننده دینامیک کیهانی هستند. یکی از فرض‌های قابل قبول در مورد این دو مؤلفه امکان وجود برهم‌کنش میان آنهاست. مدل‌هایی برای انرژی و ماده تاریک وجود دارند که نشان می‌دهند فرض وجود برهم‌کنش میان این دو مؤلفه سبب سازگاری بهتر مدل‌های تحول کیهانی با مشاهدات می‌شود [۵۳ و ۵۴]. تا کنون مدل‌های برهم‌کنشی متعددی مورد بحث قرار گرفته‌اند که در آنها، عبارت برهم‌کنشی قابلیت تغییر علامت ندارد اما کای و سو با بررسی یک مدل مستقل از فرم عبارت برهم‌کنشی و مقایسه با مشاهدات دریافته‌اند که عبارت برهم‌کنشی Q می‌تواند در طول دوران تحولی عالم

فعلی جهان به صورت یک انبساط کند شونده باشد. به نظر می‌رسد برای توصیف این شتاب ناخواسته دو رویکرد قابل ارائه است. نخستین رویکرد تصحیح تئوری زیربنایی گرانش است که به عنوان گرانش‌های تعمیم یافته شناخته می‌شود. در این روش مسأله انرژی تاریک به عنوان نتیجه‌ای از گرانش اینشتین در نظر گرفته می‌شود و مدل استاندارد کیهان‌شناسی تعمیم داده می‌شود به طریقی که بتواند باز هم فاز تند شونده را بدون در برداشتن هیچ نوعی از انرژی به وجود آورد. مثال‌هایی از این مدل‌ها گرانش [۹-۱۱] $f(R)$ و تئوری‌های [۱۲-۱۵] شامه‌ای هستند. دومین رویکرد افزودن مؤلفه‌ای ناشناخته و جدید در محتوای ماده کیهان است که بتواند در زمان حاضر منجر به انبساط شتابدار کیهان شود. این مؤلفه جدید در محتوای ماده کیهان، "انرژی تاریک" نامیده می‌شود. در این مقاله از رویکرد دوم بهره گرفته شده و تلاش می‌شود با معرفی نوع خاصی از انرژی تاریک به توصیف انبساط شتابدار عالم پرداخته شود. برای انرژی تاریک مدل‌های متفاوتی ارائه شده که از مشهورترین آنها می‌توان به مدل ثابت کیهان‌شناسی [۱۶]، مدل‌های میدان نرده‌ای از جمله میدان تاکیونی [۱۸-۲۳]، پنجم گهر [۲۴ و ۲۵]، کی اسنس [۲۶-۲۸]، میدان‌های فانتوم [۲۹ و ۳۰]، انرژی تاریک هولوگرافیک [۳۱-۳۴] و انرژی تاریک ایچ گرافیک [۳۵-۳۹] اشاره کرد. در معرفی مدل‌های مذکور عموماً نیاز به معرفی یک درجه آزادی جدید است تا بتواند نقش انرژی تاریک را ایفا کند. همزمان با معرفی هر درجه آزادی جدید تئوری‌های مرسوم فیزیک عموماً با چالش‌هایی مواجه خواهند بود. لذا ترجیح بر آن است که برای توصیف شتاب اخیر کیهان حتی‌المقدور از درجات آزادی موجود استفاده شود تا از چالش‌های ناشی از معرفی مؤلفه جدید پرهیز شود. با تکیه بر این پیشینه فکری مدل انرژی تاریک شبح و نزیانو مطرح شده است که در این چارچوب نیازی به معرفی پارامتر یا درجه آزادی جدید نیست. در این کار از میدان شبح استفاده می‌شود که این میدان پیشتر در تئوری QCD برای رفع ایرادهایی از این مدل مطرح شده است [۴۰-۴۴]. چگالی انرژی میدان شبح خلأ در یک جهان در حال

۱. Generalized Ghost Dark Energy

$$\dot{\rho}_D + 3H\rho_D(1+\omega_D) = -Q, \quad (5)$$

معادله پیوستگی برای کل سیال کیهانی چنین می شود:

$$(\dot{\rho}_m + \dot{\rho}_D) + 3H\rho_D(1+u+\omega_D) = 0, \quad (6)$$

که در معادله فوق $u = \frac{\rho_m}{\rho_D} = \frac{\Omega_m}{\Omega_D}$ است. همان طور که گفته

شد ساده ترین عبارت برهم کنشی را که قابلیت تغییر علامت دارد برای مدل شیخ بر هم کنشی به شکل

$$Q = 3b^\gamma H(\rho_D - \rho_m) = 3b^\gamma H\rho_D \left(1 - \frac{\rho_m}{\rho_D}\right) = 3b^\gamma H\rho_D(1-u), \quad (7)$$

در نظر می گیریم.

اکنون جهت بررسی دقیق تر ویژگی های مدل به، محاسبه پارامترهای اصلی و مفید تحول کیهانی پرداخته می شود.

پس از اندکی محاسبات جبری با ترکیب معادلات (۳)، (۴)، (۷) و همچنین معادلات فریدمان، پارامتر معادله حالت انرژی

$$\text{تاریک } \omega_D = \frac{P_D}{\rho_D} \text{ چنین می شود:}$$

$$\omega_D = \frac{-1}{2-\Omega_D-\xi} \left(\frac{3b^\gamma}{\Omega_D} (-1+2\Omega_D) + 1 - \frac{\xi}{\Omega_D} \right), \quad (8)$$

$$\text{که } \xi = \frac{\Lambda\pi G\beta}{3} \text{ و } \Omega_D = \frac{\rho_D}{\rho_{cr}} = \frac{\Lambda\pi G\rho_D}{3H^2} = \frac{\Lambda\pi G(\alpha+\beta H)}{3H}$$

می توان به سادگی دید که رابطه بالا با انتخاب $b=0$ و $\xi=0$ به روابط مورد انتظار در مراجع [۴۵ و ۴۶] تبدیل می شوند.

می دانیم با توجه به حضور همزمان ماده و انرژی تاریک در سیال کیهانی برای بررسی دقیق تر تحول کیهان باید به جای بررسی ω_D به بررسی ω_{eff} پرداخت. کمیت ω_{eff} پارامتر معادله حالت برای کل سیال کیهانی است و شرط انبساط تند شونده یعنی $\omega < -\frac{1}{3}$ در واقع مربوط به ω_{eff} است. این کمیت به صورت

$$\omega_{eff} = \frac{\omega_D}{1+u} \xrightarrow{P_m=0} \omega_{eff} = \frac{\omega_D}{1+u} = \omega_D\Omega_D, \quad (9)$$

خواهد بود. از جمله پارامترهای دیگر می توان به پارامتر کندشدگی پرداخت. این پارامتر را می توان به شکل

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (10)$$

نوشت که می دانیم منفی بودن این پارامتر نشان از تند شونده

تغییر علامت دهد [۵۵]. این نکته دلالت بر این خواهد داشت که در دوره هایی از تحول کیهانی مبادله انرژی از انرژی تاریک به ماده تاریک است و در بازه های دیگری از زمان، این فرایند معکوس خواهد شد. بنابراین در این مقاله، مدل انرژی تاریک شیخ تعمیم یافته در حضور یک عبارت برهم کنشی بررسی می شود در حالی که عبارت برهم کنشی قابلیت تغییر علامت داشته باشد. در این مقاله در بخش اول ساده ترین فرم ممکن برای Q با علامت متغیر یعنی $Q = 3b^\gamma H(\rho_D - \rho_m)$ در نظر گرفته می شود و جوانب مختلف تحول کیهانی مورد بررسی قرار می گیرد. در بخش دوم به تحلیل ویژگی های دیگری از مدل شامل تحلیل پایداری از طریق یافتن v_s^γ [۵۶ و ۵۷] و پارامترهای حالت یاب^۱ [۵۸ و ۵۹] پرداخته می شود. نهایتاً به مرور و ارائه نتایج خواهیم پرداخت.

۲. نظریه

۱.۲. انرژی تاریک شیخ برهم کنشی در جهان تخت

برای یک جهان FRW همگن، همسانگرد و تخت می توان معادله اول فریدمان را به شکل

$$H^2 = \frac{\Lambda\pi G}{3}(\rho_m + \rho_D), \quad (2)$$

بازنویسی کرد که ρ_D و ρ_m به ترتیب چگالی های ماده تاریک بدون فشار و انرژی تاریک هستند. از طرفی چگالی انرژی شیخ تعمیم یافته چنین نوشته می شود:

$$\rho_D = \alpha H + \beta H^3, \quad (3)$$

که α یک ثابت از مرتبه Λ_{QCD}^3 و β یک ثابت است که در مدل انرژی تاریک شیخ اصلی $\beta=0$ است. در حالی که در مدل انرژی تاریک شیخ تعمیم یافته، β یک پارامتر آزاد است و می تواند برای توافق بهتر با مشاهدات تنظیم شود.

از آنجا که مدل برهم کنشی در نظر گرفته می شود مجموع مؤلفه های تاریک در معادله پیوستگی صدق می کنند اما هر یک از آنها به تنهایی پایسته نیستند و انرژی بین آنها منتقل می شود.

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = Q, \quad (4)$$

رخ می‌دهد؛ در واقع زمانی که $Q > 0$ انرژی از مؤلفه انرژی تاریک به ماده تاریک تزیق می‌شود. در نتیجه با کاهش b انرژی کمتری به ماده تاریک منتقل می‌شود و Ω_D افزایش می‌یابد.

نمودار ۳، تحول ω_{eff} بر حسب $x = \ln a$ را نشان می‌دهد. طبق این نمودار دیده می‌شود که پارامتر مؤثر معادله حالت در زمان‌های اخیر به مقدار منفی یک نزدیک می‌شود که نشان دهنده خاتمه یافتن جهان به تکینگی پارگی بزرگ^۱ است. همچنین با افزایش b جهان زودتر وارد فاز شتاب تند شونده می‌شود ($\omega_{eff} < -1/3$). به علاوه واضح است که برای همه مقادیر b در نمودار، جهان در $z > 0.6$ وارد فاز تندشونده می‌شود که با مشاهدات سازگار است [۶۰].

در نمودار ۴ تغییرات q بر حسب x ترسیم شده است. طبق نمودار، جهان در ابتدای عالم در فاز کند شونده ($q > 0$) و در زمان‌های اخیر وارد فاز تند شونده ($q < 0$) می‌شود. اما افزایش b منجر به این می‌شود که جهان زودتر وارد فاز تند شونده شود؛ همان طور که از نمودار ۳ نیز این مفهوم دریافت شد. لازم به ذکر است که نمودارهای رسم شده برای $b = 0$ که با منحنی توپر نشان داده شده‌اند، نمودارهای مربوط به مورد غیر برهم‌کنشی هستند.

نمودارهای ۵ تا ۸ همان نمودارهای قبل ولی تحول مدل را برای ξ های متفاوت نشان می‌دهند که $b = 0.2$ و مقدار حاضر Ω_D برابر با ۰.۶۹ است. این نمودارها نیز همانند نمودارهای قبل از چپ به راست تحول می‌یابند و همان طور که گفته شد تحول برخی کمیت‌ها را برای ξ های متفاوت نشان می‌دهند. از آنجا که $\xi = \frac{8\pi G\beta}{3}$ است و چگالی انرژی تاریک شیخ تعمیم یافته برابر $\rho_D = \alpha H + \beta H^2$ است؛ پس ξ زمانی تأثیر بیشتری دارد که H^2 بزرگ‌تر باشد که این حالت در زمان‌های اولیه رخ می‌دهد و در زمان‌های اخیر که مقدار H^2 کوچک است تغییر ξ ، تأثیر چشمگیری بر تحول کیهان نمی‌گذارد. این مطلب به خوبی در نمودارهای ۵ و ۶ قابل مشاهده است.

در نمودار ۵ (تحول Ω_D بر حسب $x = \ln a$)، دیده

بودن انبساط خواهد داشت. برای محاسبه این کمیت با توجه به معادلات فریدمان می‌توان مشتق زمانی پارامتر هابل را به شکل:

$$\dot{H} = -4\pi G(\rho + P) + \frac{kc^2}{a^2}, \quad (11)$$

یافت. این معادله برای جهان تخت به صورت معادله (۱۲) نوشته می‌شود.

$$\dot{H} = -4\pi G\rho_D(1+u+\omega_D). \quad (12)$$

در نهایت با توجه به رابطه $4\pi G\rho_D = \frac{3}{2}H^2\Omega_D$ و یافتن پارامتر کندشدگی چنین می‌شود:

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \left(\frac{\Omega_D}{2 - \Omega_D - \xi} \right) \left[\frac{2b^2}{\Omega_D} (2\Omega_D - 1) + 1 - \frac{\xi}{\Omega_D} \right]. \quad (13)$$

با توجه به این که تاکنون همه کمیت‌ها را به صورت تابعی از Ω_D یافته‌ایم جهت یافتن تحول زمانی مدل نیازمند به معادله تحول زمانی Ω_D هستیم. بدین منظور داریم:

$$\dot{\Omega}_D = \frac{d\Omega_D}{d\ln a} \frac{d\ln a}{dt} = \frac{d\Omega_D}{d\ln a} \frac{da}{da} \frac{da}{dt} = H \frac{d\Omega_D}{d\ln a} = \Omega_D \left[\frac{\dot{\rho}_D}{\rho_D} - 2 \frac{\dot{H}}{H} \right]. \quad (14)$$

پس به طور کلی معادله تحول Ω_D به شکل:

$$\frac{d\Omega_D}{d\ln a} = \Omega_D \left[\frac{\dot{\rho}_D}{\rho_D H} - 2 \frac{\dot{H}}{H^2} \right], \quad (15)$$

خواهد بود. نهایتاً معادله را می‌توان به فرم معادله (۱۶) نوشت.

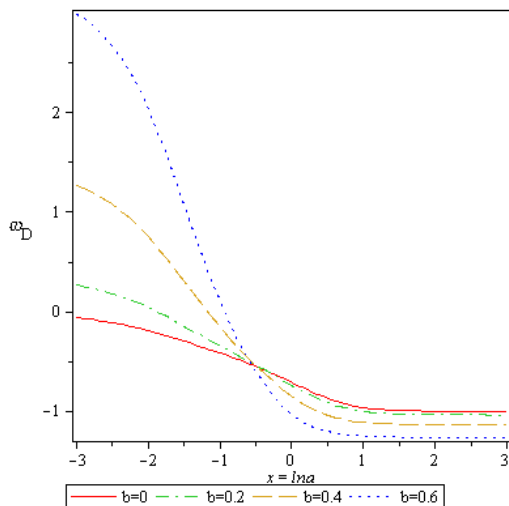
$$\frac{d\Omega_D}{d\ln a} = 3\Omega_D \left\{ \left[\frac{-1}{2 - \Omega_D - \xi} \left(\frac{2b^2}{\Omega_D} (-1 + 2\Omega_D) + 1 - \frac{\xi}{\Omega_D} \right) \right] (\Omega_D - 1) - \frac{b^2}{\Omega_D} (-1 + 2\Omega_D) \right\}. \quad (16)$$

در این مقاله همه نمودارها بر حسب $x = \ln a$ رسم شده‌اند.

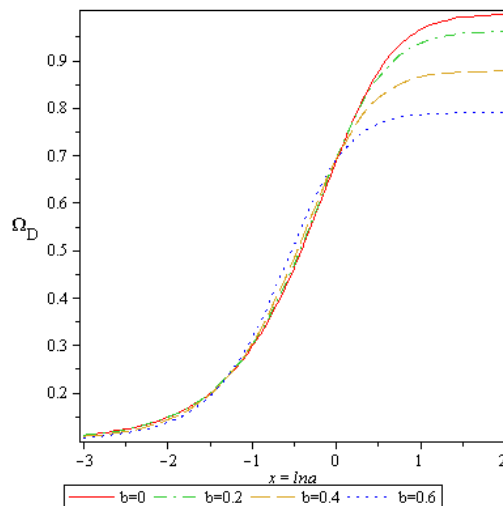
نمودارهای ۱ تا ۴ تحول برخی کمیت‌ها بر حسب $x = \ln a$ را به ازای مقادیر متفاوتی از b نشان می‌دهند. برای رسم نمودارها فرض شده که $\xi = 0.1$ و مقدار حاضر Ω_D برابر با ۰.۶۹ است.

در نمودار ۱ که تحول Ω_D بر حسب $x = \ln a$ رسم شده، دیده می‌شود که با کاهش b مقدار Ω_D در آینده به مقدار بیشتری دست می‌یابد. این امر به دلیل شکل عبارت برهم‌کنشی

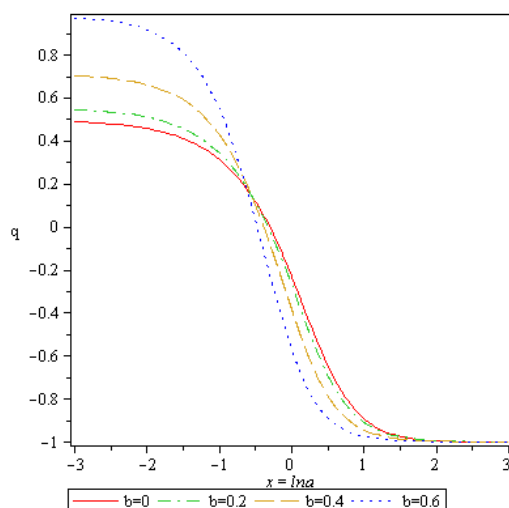
۱. Big rip



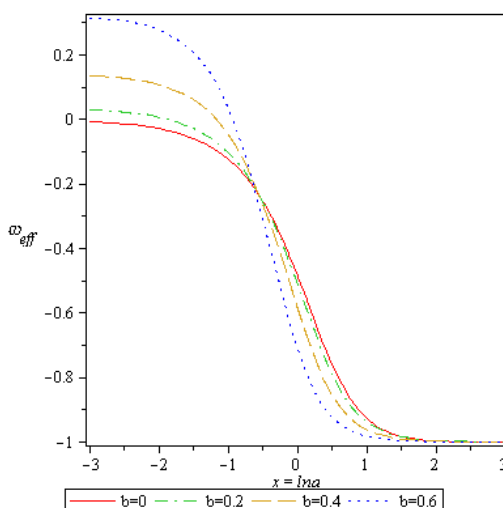
نمودار ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ω_D بر حسب $x = \ln a$ در جهان تخت برای b های متغیر و $\xi = 0.1$.



نمودار ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) Ω_D بر حسب $x = \ln a$ در جهان تخت برای b های متغیر و $\xi = 0.1$.



نمودار ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) q بر حسب $x = \ln a$ در جهان تخت برای b های متغیر و $\xi = 0.1$.

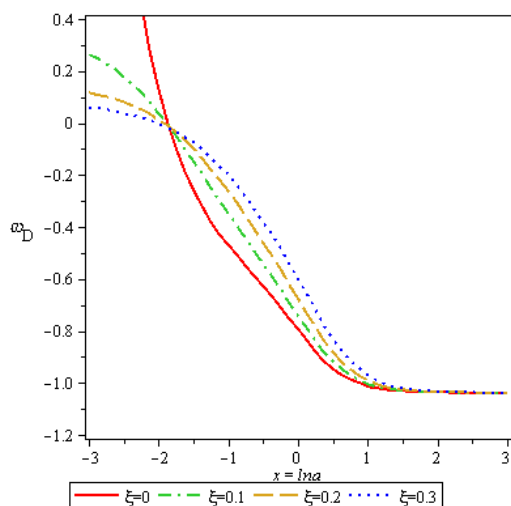


نمودار ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ω_{eff} بر حسب $x = \ln a$ در جهان تخت برای b های متغیر و $\xi = 0.1$.

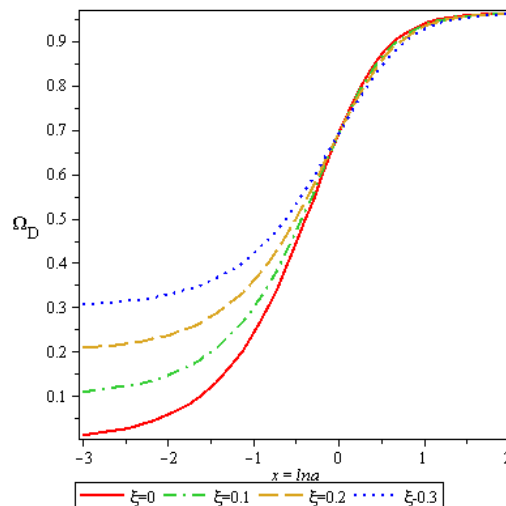
نمودار ۸ که نمایانگر تغییرات q بر حسب x است، نشان می‌دهد که جهان در این مدل برای مقادیر مختلف ξ ، در ابتدای عالم در فاز کند شونده ($q > 0$) و در زمان‌های اخیر وارد فاز تند شونده ($q < 0$) می‌شود. در حالی که جهان برای ξ های کوچک‌تر زودتر وارد فاز تند شونده می‌شود همان‌طور که نمودار ۷ بیانگر این مطلب بود. در اینجا منحنی‌های توپر نشان دهنده $\xi = 0$ هستند که مربوط به مدل انرژی تاریک شیخ اصلی هستند.

می‌شود که با کاهش ξ ، مقدار Ω_D در زمان‌های اولیه کاهش می‌یابد. در حقیقت با کاهش ξ انرژی بیشتری به ماده تاریک منتقل می‌شود و در نتیجه پارامتر چگالی انرژی تاریک کاهش می‌یابد. این اتفاق عکس حالتی است که با کاهش پارامتر b رخ می‌داد.

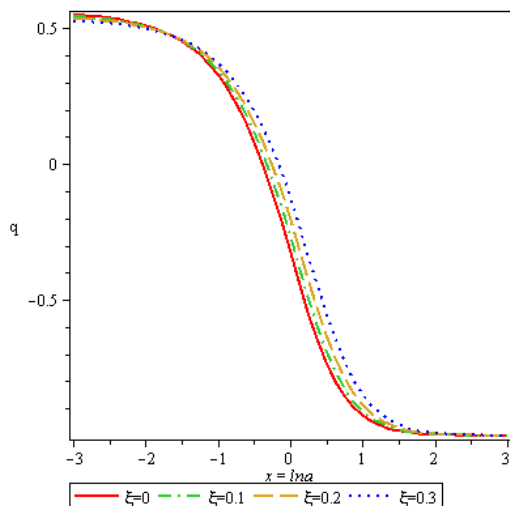
در نمودار ۷ که تحول ω_{eff} بر حسب $x = \ln a$ است، نشان داده می‌شود که هر چه ξ کوچک‌تر باشد جهان زودتر وارد فاز شتاب تند شونده می‌شود.



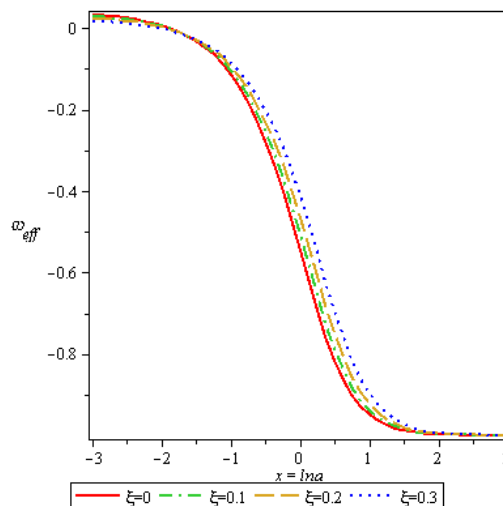
نمودار ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ω_D بر حسب $x = lna$ در جهان تخت برای ξ های متغیر و $b = 0.2$.



نمودار ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) Ω_D بر حسب $x = lna$ در جهان تخت برای ξ های متغیر و $b = 0.2$.



نمودار ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) q بر حسب $x = lna$ در جهان تخت برای ξ های متغیر و $b = 0.2$.



نمودار ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ω_{eff} بر حسب $x = lna$ در جهان تخت برای ξ های متغیر و $b = 0.2$.

۴. بررسی پایداری

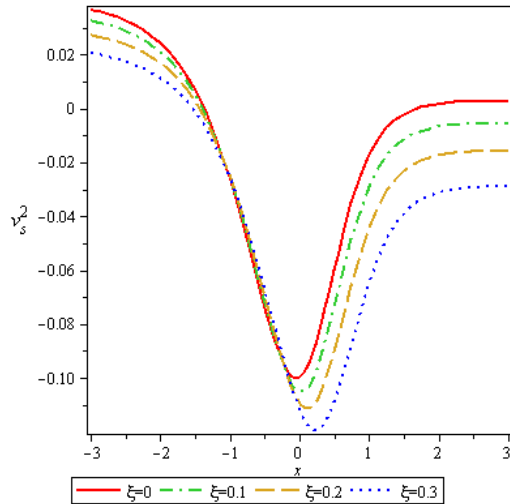
مشاهدات حاکی از آن است که اکنون جهان در فاز انرژی تاریک غالب قرار دارد. بنابراین هر مدلی از انرژی تاریک باید جهانی پایدار را در فاز انرژی تاریک غالب نتیجه دهد. یک راه ساده برای بررسی چنین نکته‌ای بحث درباره رفتار مربع سرعت صوت v_s^2 است که به صورت

$$v_s^2 = \frac{dP}{d\rho}, \quad (17)$$

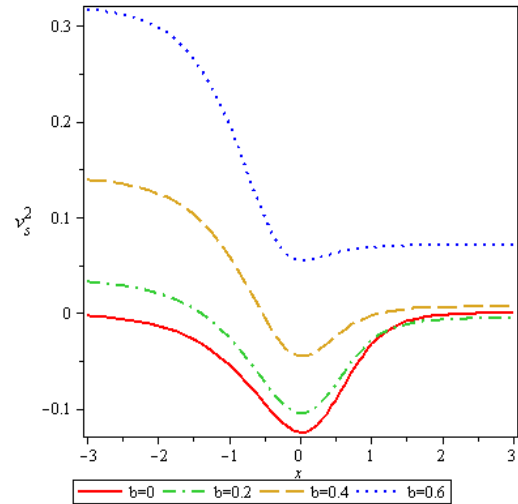
نوشته می‌شود. علامت v_s^2 یک نقش تعیین کننده در مشخص

۳. تحلیل‌های تکمیلی مدل

همان طور که بیان شد یکی از راه‌های توجیه انبساط تند شونده فرض وجود مؤلفه انرژی تاریک در جهان است و مدل‌های بسیار متعددی برای انرژی تاریک مطرح شدند که با زیاد شدن تعداد مدل‌های انرژی تاریک، بحث کارآمد یا غیر کارآمد بودن آنها به میان آمد. در نتیجه راه‌هایی برای تشخیص مدل‌های کارآمد پیشنهاد شد. در اینجا به بررسی دو راه برای تحلیل مدل، بسنده می‌شود.



نمودار ۱۰. تحول v_s^2 بر حسب x برای ξ های متفاوت و $b = 0/2$.



نمودار ۹. تحول v_s^2 بر حسب x برای b های متفاوت و $\xi = 0/1$.

فشار در نظر گرفته شد داریم:

$$v_s^2 = \frac{\dot{\rho}_D \omega_D + \dot{\omega}_D \rho_D}{\dot{\rho}_D + \dot{\rho}_m} = v_s^2 = -\frac{\dot{\rho}_D}{\rho_D} \frac{\omega_D}{3H(1+u+\omega_D)} - \frac{\dot{\omega}_D}{3H(1+u+\omega_D)} \quad (19)$$

پس از مقداری محاسبات جبری در یک جهان تخت خواهیم داشت

$$v_s^2 = \frac{\Omega_D^2(2b^2+1) + (2b^2\xi - \nu b^2 - 1 - \xi)\Omega_D + 2b^2\xi^2 - \omega b^2\xi + 2b^2 + \xi}{(\Omega_D - 2 + \xi)^2} \quad (20)$$

نمودارهای ۹ و ۱۰ تحول سرعت صوت بر حسب x را برای جهان تخت نشان می‌دهند. دیده می‌شود که در نظر گرفتن اختلالات در پس زمینه کل کیهان با مدل انرژی تعمیم یافته شیخ در حضور عبارت برهم‌کنشی تغییر علامت دهنده، شانس بیشتری برای یک جهان پایدار در وضعیت غلبه انرژی تاریک قائل است. نتیجه اخیر از این مطلب حاصل می‌شود که در مقایسه با انرژی تاریک شیخ معمولی، در مدل ارائه شده در این مقاله، جهان می‌تواند در بازه وسیع‌تری از زمان در مقابل اختلالات کیهانی پایدار بماند (شانس مثبت بودن مربع سرعت صوت بیشتر است). این نکته از نتایج مثبت مدل انرژی تاریک شیخ با عبارت برهم‌کنشی تغییر علامت دهنده است.

۶. پارامترهای حالت یاب

از آنجا که مدل‌های انرژی تاریک زیادی برای توضیح انبساط

کردن پایداری تحول پس زمینه ایفا می‌کند. $v_s^2 < 0$ به معنی وجود ناپایداری کلاسیکی و رشد نمایی اختلالات داده شده به محیط است. در مقابل $v_s^2 > 0$ نشانه‌ای از انتشار نوسانی اختلالات و احتمال وجود پایداری جهان در برابر آنها است. اگر چه این حالت برای این که مدل قطعاً پایدار باشد کافی نیست اما حداقل می‌تواند نشانه‌ای از پایداری در مدل باشد. در واقع تحلیل پایداری یک مدل نیازمند تئوری اختلالات ناورد است که در اینجا به آن پرداخته نمی‌شود و یک تحلیل نیوتونی ارائه می‌شود. در این سطح از تحلیل، مثبت بودن سرعت صوت برای پایداری مدل یک شرط لازم است.

۵. تحلیل پایداری مدل GGDE با $Q = 3b^2 H(\rho_D - \rho_m)$

در بیشتر کارهایی که تا کنون برای بررسی پایداری مدل‌ها از طریق محاسبه سرعت صوت انجام شده، به محاسبه بررسی اختلالات در پس زمینه انرژی تاریک پرداخته شده است. اما می‌توان اختلالات را در پس زمینه کل سیال کیهانی نیز در نظر گرفت و به بررسی پایداری مدل پرداخت. در این صورت، مجذور سرعت صوت به صورت

$$v_s^2 = \frac{dP_t}{d\rho_t} = \frac{\dot{P}_D + \dot{P}_m}{\dot{\rho}_D + \dot{\rho}_m} \quad (18)$$

خواهد بود. با توجه به معادله حالت و این که ماده تاریک بدون

$$a(t) = 1 + H_0(t-t_0) - \frac{1}{2}q_0 H_0^2(t-t_0)^2 + \frac{1}{6}r_0 H_0^3(t-t_0)^3 + \dots, \quad (26)$$

بسط داد، که فرض شده $a(t_0) = 1$ و H_0 ، q_0 و r_0 به ترتیب مقادیر حاضر پارامتر هابل، پارامتر کند شدگی و پارامتر حالت یاب هستند.

تا کنون مدل‌های انرژی تاریک گوناگونی از نقطه نظر ابزار تشخیصی حالت یاب مطالعه شده‌اند. این مدل‌ها منحنی‌های تحولی متفاوتی در صفحه $\{r, s\}$ دارند؛ بنابراین ابزار حالت یاب بین این مدل‌ها تمایز قائل می‌شود. برای نمونه مدل Λ CDM یعنی مدل جهانی پر شده با دو مؤلفه ثابت کیهان‌شناسی و ماده تاریک سرد، به نقاط ثابت $\{r=1, s=0\}$ در صفحه $r-s$ مربوط می‌شود. فاصله مقادیر حاضر زوج حالت یاب یعنی $\{r_0, s_0\}$ برای یک مدل انرژی تاریک از نقطه ثابت $\{r=1, s=0\}$ یک ملاک ارزشمند برای مقایسه مدل‌هاست. همچنین فاصله مقادیر حاضر این پارامترها برای یک مدل انرژی تاریک از مقدار مشاهداتی $\{r_0, s_0\}$ ، یک ابزار خوب برای آزمودن مدل است.

۷. زوج حالت یاب برای مدل GGDE با

$$Q = 3b^2 H (\rho_m - \rho_D)$$

پس از محاسبه زوج حالت یاب نمودارهای $r-s$ و $r-q$ برای جهان تخت رسم شده‌اند.

$$r = \frac{3}{(-2 + \Omega_D + \xi)^3} \left((24b^4 + 18b^2 + \frac{1}{3}) \Omega_D^3 + ((12\xi - 54)b^4 - 42b^2 - 2\xi - 1) \Omega_D^2 + ((12\xi^2 - 36\xi + 45)b^4 + (36 + 6\xi^2 - 12\xi) b^2 + 7 + \xi^2 + 2\xi) \Omega_D + (-12 + 15\xi - 6\xi^2) b^4 + (-3\xi^2 - 12 + 12\xi) b^2 - \frac{\xi}{3} + \xi - 2\xi^2 + \xi^3 \right), \quad (27)$$

$$s = \frac{(-2 + \Omega_D + \xi)^2 (-2b^2 + \Omega_D - \xi + 4b^2 \Omega_D) \left(8 \left(\frac{1}{3} + b^2 \right) \Omega_D - \frac{1}{3} b^2 - \frac{1}{3} \right) \left(\frac{1}{3} + 2b^2 \right) \Omega_D^2 + \left(\left(\xi - \frac{\xi}{3} \right) b^2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \xi \right) \Omega_D + \left(\xi^2 + 2 - \frac{5}{3} \xi \right) + b^2 + \frac{1}{3} \xi}{1}, \quad (28)$$

تند شونده عالم مطرح می‌شوند، بنابراین آزمون‌هایی مورد نیاز است تا بتوان نسبت به دسته بندی و پایش مدل‌ها اقدام کرد. با این هدف می‌توان به نکات زیر توجه کرد. پارامتر هابل (اولین مشتق زمانی فاکتور مقیاس) و پارامتر کند شدگی (دومین مشتق زمانی) پارامترهای هندسی برای توصیف تاریخ انبساط عالم هستند. $\dot{a} > 0$ یا $H > 0$ به معنی انبساط جهان هستند همچنین $\ddot{a} > 0$ یا $q < 0$ انبساط تند شونده جهان را نشان می‌دهند. از این رو برای مدل‌های انرژی تاریک گوناگون در زمان حاضر $H > 0$ و $q < 0$ است. پس پارامترهای هابل و کند شدگی نمی‌توانند بین مدل‌های انرژی تاریک تمایز قائل شوند؛ برای دستیابی به این هدف، مشتق مراتب بالاتر ضریب مقیاس نیاز است. سه‌نی و همکاران (۲۰۰۳) همچنین آلام و همکاران (۲۰۰۳) با استفاده از سومین مشتق زمانی ضریب مقیاس، زوج حالت یاب یعنی $\{r, s\}$ را به منظور حذف تبهگنی H و q در زمان حاضر، معرفی کردند [۵۸]. این پارامترها در جهان غیر تخت توسط معادلات (۲۱) و (۲۲) ارائه می‌شوند.

$$r = \frac{\ddot{a}}{aH^3}, \quad (21)$$

$$s = \frac{2(r-1-\Omega_k)}{3(2q-1+\Omega_k)}. \quad (22)$$

در حالت حدی $\Omega_k \rightarrow 0$ ، پارامتر حالت یاب در جهان تخت به دست می‌آید. می‌توان با انجام یک سری محاسبات به شکل‌های ساده‌تری از پارامتر r دست یافت. با استفاده از مشتق مرتبه دوم پارامتر هابل که به صورت

$$\ddot{H} = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}\dot{a}}{a^2} - 2\dot{H}H, \quad (23)$$

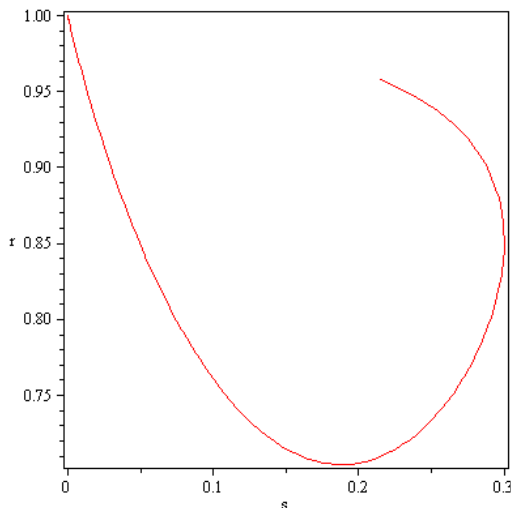
به دست می‌آید و همچنین معادله (۲۱)، می‌توان پارامتر r را به شکل:

$$r = \frac{\ddot{H}}{H^3} - 3q - 2, \quad (24)$$

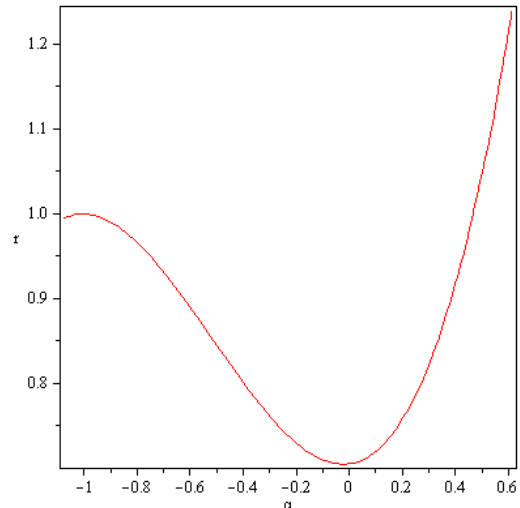
نوشت. در نهایت با مشتق‌گیری از پارامتر کندشدگی، می‌توان شکل ساده‌ای از r را چنین یافت:

$$r = 2q^2 + q - \frac{1}{H} \frac{dq}{dt}. \quad (25)$$

وابستگی ابزار تشخیصی حالت یاب به مقیاس نشان می‌دهد که این پارامترها هندسی هستند. ضریب مقیاس $a(t)$ را می‌توان در نزدیکی زمان حاضر t_0 به صورت



نمودار ۱۱.ب. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تحول مدل در صفحه $r-s$ با مقادیر $\xi = 0.1$ و $b = 0.15$ و در جهان تخت.



نمودار ۱۱.الف. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تحول مدل در صفحه $r-q$ با مقادیر $\xi = 0.1$ و $b = 0.15$ در جهان تخت.

$$r = \frac{1}{a} \frac{d^{\gamma} a}{dt^{\gamma}} H^{-\gamma} \quad (31)$$

$$k = \frac{1}{a} \frac{d^{\zeta} a}{dt^{\zeta}} H^{-\zeta} \quad (32)$$

$$l = \frac{1}{a} \frac{d^{\delta} a}{dt^{\delta}} H^{-\delta} \quad (33)$$

معرفی شده‌اند. قبلاً گفته شد که H و q به ترتیب پارامتر هابل و پارامتر کندشدگی هستند. r پارامتر جرک، k پارامتر اسنپ و l پارامتر لرک است. مقدار کنونی این پارامترها برای توصیف تحول جهان استفاده می‌شوند. برای مثال همان طور که گفته شد $q_0 < 0$ نشان از انبساط تند شونده جهان دارد و همچنین r_0 منجر به ایجاد تمایز بین مدل‌های مختلف انرژی

تاریک می‌شود. مقدار کنونی این پارامترها چنین‌اند:

$$h = 0.718, q_0 = -0.64, r_0 = 1.02, k_0 = -0.39, l_0 = 4.05 \quad (34)$$

با اضافه کردن مقادیر حاضر $q_0 = -0.64$ و $r_0 = 1.02$ در معادله (۲۲) مقدار کنونی پارامتر حالت یاب یعنی s برابر با -0.06 به دست می‌آید. بنابراین به طور مشاهداتی، بهترین سازگاری زوج حالت یاب با مشاهدات وقتی است که این زوج مقادیر $s = -0.06, r_0 = 1.02$ را اختیار کنند. از طرفی با توجه به اطلاعات مشاهداتی، مقادیر محدود شده پارامترهای کیهان‌شناسی برای مدل انرژی تاریک شیخ تعمیم یافته چنین‌اند:

در نمودار ۱۱ که در آن r بر حسب s رسم شده است، دیده می‌شود که مدل در نهایت به نقطه $\{r=1, s=0\}$ می‌رسد. این امر نشان می‌دهد که این مدل، انتظار ما را برای رسیدن به مدل Λ CDM در آینده برآورده می‌کند. با انبساط جهان مقدار r ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد اما مقدار s پس از افزایش، کاهش یافته که چنین موردی برای مدل انرژی تاریک شیخ تعمیم یافته معمولی که در آن مدل ترم برهم‌کنشی به شکل $Q = 3b^{\gamma} H(\rho_m + \rho_D)$ باشد، دیده نشده بود [۵۹]. منحنی‌های $r-q$ در دو مدل تفاوت چندانی با هم ندارند.

۸. قیدهای مشاهداتی

مدل‌های پارامتر بندی شده توسط اطلاعات مشاهداتی محدود می‌شوند. اما تردیدهایی درباره صحت قیدهای موجود بر روی کمیت‌های استنتاج شده از این مدل‌ها از قبیل پارامتر کندشدگی و سن جهان وجود دارد. به منظور حل این مشکل از بسط تیلور مقیاس نسبت به زمان کیهانی استفاده می‌شود که در نتیجه توابع:

$$H = \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \quad (29)$$

$$q = -\frac{1}{a} \frac{d^{\gamma} a}{dt^{\gamma}} H^{-\gamma} \quad (30)$$

۹. نتیجه گیری

مدل انرژی تاریک شبح برهم کنشی، عنوان مورد بررسی در مطالعه حاضر است. برای تطابق با مشاهدات، جهان متشکل از دو مؤلفه ماده تاریک و انرژی تاریک در نظر گرفته شد که با هم برهم کنش دارند. برای مدل مذکور یک عبارت برهم کنشی با قابلیت تغییر علامت معرفی شد، زیرا جهت واپاشی مؤلفه های کیهان به یکدیگر می تواند متغیر باشد. این مدل جدید مبنای کار قرار گرفت و کمیت هایی چون پارامتر کند شدگی، پارامتر چگالی انرژی تاریک و... محاسبه شدند و منحنی های تحولی مدل بر حسب $x = \ln a$ رسم شدند. در تحلیل مدل از منحنی های رسم شده مشاهده شد که انبساط کند شونده در زمان های اولیه و انبساط تند شونده در زمان های اخیر رخ می دهند و جهان در $z \sim 0.6$ از فاز کند شونده به فاز تند شونده وارد شد که با مشاهدات تطابق دارد. سپس پارامتر برهم کنش (b) و پارامتر ξ تغییر داده شدند و تحول مدل به ازای تغییرات مورد بررسی قرار گرفت که نتیجه ای بدین قرار حاصل شد:

با افزایش b جهان دیرتر وارد فاز شتابدار شد اما افزایش ξ باعث شد که جهان زودتر به فاز تند شونده وارد شود. همچنین از آنجا که $\xi = \frac{\Lambda \pi G \beta}{3}$ و چگالی انرژی تاریک شبح تعمیم یافته برابر $\rho_D = \alpha H + \beta H^2$ است، در نتیجه تغییرات ξ در ابتدای کیهان تأثیر بیشتری نسبت به زمان های اخیر بر تحول کیهان می گذارد؛ زیرا در آن هنگام مقدار H^2 بزرگ تر است. در تحلیل های تکمیلی از دو پارامتر زیر برای بررسی مدل، بهره گرفته شد:

۱- مجذور سرعت صوت برای بررسی پایداری

۲- پارامترهای حالت یاب برای ایجاد تمایز بین مدل های مختلف انرژی تاریک پس از به دست آوردن مجذور سرعت صوت و رسم نمودار تحول v_s^2 بر حسب x ، این نتیجه به دست آمد که مدل توانایی خوبی برای ایجاد جهانی پایدار دارد. همچنین پارامتر برهم کنش (b) افزایش داده شد و این نتیجه به دست آمد که امکان شکل گیری جهانی که در تمام مراحل تحول کیهان پایدار باشد، وجود

$$\Omega_{D_0} \equiv 0.71, \Omega_{m_0} \equiv 0.29, \Omega_{k_0} \equiv 0.28, \quad (35)$$

$$\xi \equiv 0.23, b \equiv 0.59.$$

با استفاده از این مقادیر، می توان مقدار کنونی پارامترهای حالت یاب را به دست آورد که بدین قرارند:

$$s_s = 0.14, r_s = 0.724 \quad (36)$$

$$s_s = 0.146, r_s = 0.710 \quad (37)$$

حال به مقایسه مقدار حاضر $\{r_s, s_s\}$ در مدل انرژی تاریک شبح تعمیم یافته برهم کنشی با مدل های دیگر انرژی تاریک پرداخته می شود. این مقایسه در بردارنده مدل های شبح برهم کنشی ($ghost$)، هولوگرافیک (HDE)، هولوگرافیک جدید ($NewHDE$) و گاز چپلین تعمیم یافته (GCG) انرژی تاریک هستند که توسط اطلاعات نجومی آزمایش ها $SNe + CMB + BAO + OHD$ محدود شده اند. این مقایسه مدل ΛCDM را نیز در بر دارد. در اینجا برای مدل های مذکور، فاصله نقطه $\{r_s, s_s\}$ از نقطه مشاهداتی $\{s_s = -0.006, r_s = 1.02\}$ با استفاده از فرمول

$$d = \sqrt{(s_s - s_s^{obs})^2 + (r_s - r_s^{obs})^2}, \quad (38)$$

به دست می آید [۲۵]. در نهایت نتایج حاصله برای مدل های مختلف چنین خواهد بود:

$$d_{GCG} = 0.006, \quad (39)$$

$$d_{\Lambda CDM} = 0.02, \quad (40)$$

$$d_{ghost} = 0.29, \quad (41)$$

$$d_{GGDE} = 0.33 \quad (42)$$

$$d_{HDE} = 0.34, \quad (43)$$

$$d_{GGDE} = 0.345 \quad (44)$$

$$d_{NewHDE} = 0.46, \quad (45)$$

دیده می شود که مدل GCG و مدل ΛCDM کمترین فاصله را تا $\{r_s, s_s\}$ مشاهداتی دارند اما هر دو دچار مشکلاتی تئوری هستند. ولی بعد از این دو مدل، مدل شبح و شبح تعمیم یافته کمترین فاصله را دارند که مشکلات تئوری مدل های قبل را نیز ندارند. همچنین دیده می شود که مدل شبح تعمیم یافته در حضور عبارت برهم کنشی با علامت متغیر نسبت به مدل شبح تعمیم یافته با برهم کنش معمولی سازگاری بهتری با مشاهدات دارد.

در نهایت، این نتیجه حاصل شد که مدل جدید توانایی خوبی برای توصیف جهان دارد. در حالی که مدل حاضر با در نظر گرفتن ساده‌ترین عبارت برهم‌کنشی با علامت متغیر مطرح شد پس می‌توان در ادامه این کار با ارایه فرم‌های دیگری از عبارت برهم‌کنشی که قابلیت تغییر علامت داشته باشند به توصیف بهتری از جهان دست پیدا کرد. یکی از شکل‌های پیشنهادی می‌تواند $Q = 3b^2 Hq(\rho_m + \rho_D)$ باشد که چون علامت q (پارامتر کند شدگی) در دوره‌های مختلف کیهان تغییر علامت می‌دهد، یک عبارت برهم‌کنشی با علامت متغیر به دست می‌آید و در نتیجه آینده‌ای متفاوت برای کیهان حاصل خواهد شد.

دارد؛ این امر برتری قابل توجهی برای مدل مطرح شده در مقایسه با مدل‌های دیگر است. به دست آوردن پارامترهای حالت یاب و رسم نمودارهای $r-s$ و $r-q$ ، نشان داد که این مدل مقدار $\{r=1, s=0\}$ را در زمان‌های اخیر تجربه خواهد کرد. پس این مدل در زمان حاضر از مدل Λ CDM تقلید می‌کند که رفتاری شبیه به مدل‌های هولوگرافیک، ایچ گرافیک جدید، گاز چپلین و گاز چپلین تعمیم یافته است. همچنین دیده می‌شود که این مدل تا نقطه مشاهداتی $\{r_s = -0.006, r_r = 1.02\}$ فاصله کمتری نسبت به مدل شیخ تعمیم یافته با برهم‌کنش معمولی، مدل هولوگرافیک و مدل هولوگرافیک جدید دارد.

مراجع

1. A G Riess *et al.*, *Astron. J.* **116** (1998) 1009.
2. P Astier and R Pain, *C. R. Physique* **13** (2012) 521.
3. S Perlmutter *et al.*, *Astrophys. J.* **598** (2003) 102.
4. P de Bernardis *et al.*, *Nature* **404** (2000) 955.
5. D N Spergel *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **148** (2003) 175.
6. D N Spergel *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **170** (2007) 377.
7. M Tegmark *et al.*, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 103501.
8. M Tegmark *et al.*, *Astrophys. J.* **606** (2004) 702.
9. S Capozziello, S Carloni and A Troisi, *Recent Res. Dev. Astron. Astrophys.* **1** (2003) 625.
10. S Capozziello *et al.*, *Int. J. Mod. Phys. D* **12** (2003) 1969.
11. S M Carroll *et al.*, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 043528.
12. G Dvali, G Gabadadze and M Porrati, *Phys. Lett. B* **485** (2000) 208.
13. M Carena *et al.*, *Phys. Rev. D* **75** (2007) 026009.
14. M Minamitsuji, *Phys. Lett. B* **684** (2010) 92.
15. A Sheykhi, B Wang and N Riazi, *Phys. Rev. D* **75** (2007) 123513.
16. L Amendola, S Tsujikawa, "Dark Energy Theory and Observation", United States of America by Cambridge University Press, New York, (2010).
17. E J Copeland, M Sami and S Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys D.* **15**, 11 (2006) 1753.
18. T Padmanabhan, *Phys. Rev. D* **66** (2002) 021301.
19. J S Bagla, H K Jassal and T Padmanabhan, *Phys. Rev. D* **67** (2003) 063504.
20. L R W Abramo and F Finelli, *Phys. Lett. B* **575** (2003) 165.
21. J M Aguirregabiria and R Lazkoz, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 123502.
22. Z K Guo and Y Z Zhang, *J Cosmol. Astropart. Phys.* **0408** (2004) 010.
23. E J Copelan *et al.*, *Phys. Rev. D* **71** (2005) 043003.
24. C Wetterich, *Nucl. Phys. B.* **302** (1988) 668.
25. B Ratra and J Peebles, *Phys. Rev. D* **37** (1988) 321.
26. T Chiba, T Okabe and M Yamaguchi, *Phys. Rev. D* **62** (2000) 023511.
27. C Armendariz-Picon, V Mukhanov and P J Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 4438.
28. C Armendariz-Picon, V Mukhanov and P J Steinhardt, *Phys. Rev. D* **63** (2001) 103510.
29. R R Caldwell, M Kamionkowski, and N N Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 071301.
۳۰. ع جمالی، ر روح الهی، و م واعظ، مجله پژوهش فیزیک ایران **۱۸** (۱۳۹۷) ۱۶۳.
30. A Banijamali, R Roohollahi, and M vaez, *Iranian J. Phys. Res.* **18** 1 (2018) 163.
31. D Pavon and W Zimdahl, *Phys. Lett. B* **628** (2005) 206.
32. B Wang, Y Gong and E Abdalla, *Phys. Lett. B* **624** (2005) 141.
33. A Sheykhi, *Class. Quantum Grav.* **27** (2010) 025007.
34. A Sheykhi, *Phys. Lett. B* **681** (2009) 205.
35. R G Cai, *Phys. Lett. B* **657** (2007) 228.
36. H Wei and R G Cai, *Phys. Lett. B* **660** (2008) 113.
37. A Sheykhi, *Phys. Lett. B* **680** (2009) 113.
38. A Sheykhi, *Phys. Lett. B* **682** (2010) 329.
39. A Sheykhi, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 023525.
40. K Kawarabayashi and N Ohta, *Nucl. Phys. B* **175** (1980) 477.
41. E Witten, *Nucl. Phys. B* **156** (1979) 269.
42. G Veneziano, *Nucl. Phys. B* **159** (1979) 213.
43. C Rosenzweig, J Schechter and C G Trahern, *Phys. Rev. D* **21** (1980) 3388.
44. P Nath and R L Arnowitt, *Phys. Rev. D* **23** (1981)

52. N Riazi, *Iranian J. Phys. Res.* **3** 2 (2002) 133.
53. O Bertolami, F Gil Pedro and M Le Delliou, *Phys. Lett. B* **654** (2007) 165.
54. C G Boehmer *et al.*, *Phys. Rev. D.* **78** (2008) 023505.
55. R Cai and Q Su, *phys. Rev. D.* **81** (2010) 103514.
56. P J E Peebles and B Ratra, *Rev. Mod. Phys.* **75** (2003) 559.
57. E Ebrahimi and A Sheykhi, *Int. J. Theor. Phys.* **52** 8 (2013) 2966.
58. V Sahni *et al.*, *JETP Letters.* **77**. No. 5(2003) 201.
59. M Malekjani and A Khodam-Mohammadi, *Astrophys Space Sci.* **343** (2013) 451.
60. R A Daly *et al.*, *J. Astrophys.* **677** 1 (2008). 473.
45. A Sheykhi and M Sadegh Movahed, *Gen. Relativ. Gravit* **44** (2012) 449.
46. M Malekjani, *Int. J. Mod. Phys D* **22** 14 (2013).
47. E Ebrahimi, A Sheykhi and H Alavirad, *Cent. Eur. J. Phys.* **11** (2013) 949.
48. R G Cai, Z L Tuo, Y B Wu and Y Y Zhao, *Phys.Rev. D* **86** (2012) 023511.
49. E Ebrahimi and H Golchin, *Can. J. Phys* (2016) 1.
50. A Jawad, *Eur. Phys. J. C* (2014) 3215.
51. E Ebrahimi *et al.*, *Int. J. Mod. Phys D* (2017) 1750124.
۵۲. ن ریاضی، مجله پژوهش فیزیک ایران ۲۳ (۱۳۸۱) ۱۳۳.