

## تشخیص نارسایی قلبی با استفاده از معادله لانژوین تعمیم یافته

محمدعلی بدرقه و پویا منشور

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر

پست الکترونیکی: manshour@pgu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۱۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۸/۱۰/۱۵)

### چکیده

ما در این مقاله با استفاده از معادله تصادفی پخش-پرش که برای بازتولید فرایندهای تصادفی ناپیوسته به کار می‌رود و تعمیمی برای معادله لانژوین است، به بررسی سری زمانی الکتروکاردیوگرام مربوط به فعالیت الکتریکی ضربان قلب سه گروه شامل افراد سالم، افراد با فیبریلاسیون دهلیزی و افراد با کژآهنگی بطنی می‌پردازیم. ابتدا نشان می‌دهیم که سری زمانی الکتروکاردیوگرام یک فرایند ناپیوسته بوده و معادله پخش-پرش رهیافت مناسبی برای مدل‌سازی این سری زمانی است. سپس، با محاسبه ضرایب کرامرز-مویال مربوط به این معادله برای این افراد، نشان می‌دهیم که تفاوت قابل توجهی میان دینامیک یک قلب سالم و یک قلب دارای نارسایی وجود دارد. در آخر معیاری را معرفی می‌کنیم که می‌توان از آن برای تشخیص نارسایی قلبی استفاده کرد.

واژه‌های کلیدی: نارسایی قلبی، معادله لانژوین، ضرایب کرامرز-مویال، مدل پخش-پرش

### ۱. مقدمه

بسیاری از سیستم‌های واقعی پیرامون ما دارای درجات آزادی بسیار زیاد و برهم‌کنش‌های عموماً غیرخطی هستند. از سوی دیگر، به علت بازبودن این سیستم‌ها، به طور مداوم با محیط نیز در حال برهم‌کنش هستند. به همین دلیل، حتی با دانستن معادله حاکم بر دینامیک اجزای میکروسکوپی سیستم، قادر به حل این معادلات در ابعاد میکروسکوپی نخواهیم بود. به طور معمول، تنها داشته‌ما از این سیستم‌ها محدود به برخی

خصوصیات میکروسکوپی وابسته به زمان است که برخاسته از هزاران هزار عامل میکروسکوپیکی سیستم است. این خصوصیات میکروسکوپی موجود در چنین سیستم‌های غیرتعادلی، با روش‌های متداول مکانیک آماری و ترمودینامیک تعادلی قابل توصیف نیستند. به عنوان اولین مثال از این گونه دینامیک‌ها می‌توان از حرکت براونی نام برد که اولین بار آلبرت اینشتین در سال ۱۹۰۵ موفق گردید رابطه‌ای بین خصوصیات میکروسکوپی سیستم و خصوصیات میکروسکوپی سیستم یعنی دما و قدرت پخش‌شدگی این

تصادفی ماکروسکوپی سیستم، هر دو جمله سوق و پخش دخالت دارند. در حقیقت، ضریب پخش، میزان پخش شدگی این خروجی نسبت به مسیری که نیروهای سوقی برای سیستم تعیین می‌کنند را نشان می‌دهد. در نتیجه سوق یافتگی نیز، پارامتر مربوطه بعد از گذشت زمان و افت و خیزهای فراوان به میزان مشخصی جابه‌جا می‌شود. هدف، استخراج این دو عامل با داشتن سری زمانی حاصل از خروجی ماکروسکوپی سیستم است و از سوی دیگر با داشتن آنها، می‌توان به بازتولید این سری زمانی جهت پیش‌بینی آینده رفتار سیستم اقدام کرد.

با در نظر گرفتن این ایده، می‌توان معادلات تصادفی تعمیم‌یافته‌ای برای سیستم‌های مختلف به دست آورد که در آنها، کمیت افت و خیزکننده لزوماً مربوط به سرعت یک ذره واقعی نیست و می‌تواند یک خاصیت جمعی یک سیستم ماکروسکوپی مانند نوسانات الکتریکی نوریون‌های مغز، نوسانات بازار سهام، ارتعاشات لرزه‌ای زمین، نوسانات قلب، سرعت سیال متلاطم و غیره باشد [۳-۵]. در حقیقت، معادله لانژوین کاربردهای بسیاری در فیزیک، شیمی و مهندسی دارد [۶ و ۷]. برای مثال می‌توان به طیف‌نگاری لیزری [۸ و ۹]، پراکندگی دینامیکی نور [۱۰]، نیروی محرکه الکترونوری در نیم‌رساناها [۱۱]، تحرک‌پذیری رساناهای ابریونی [۱۲]، پهنای خطوط در تشدید مغناطیسی هسته [۱۳] و پراکندگی ناهمدوس نوترون‌های کند [۱۴] اشاره کرد.

تحلیل سری زمانی ضربان قلب انسان، همواره یکی از مهم‌ترین موارد در مطالعه سیستم‌های طبیعی است، چرا که با درک بهتر آن، می‌توان به شناخت بهتر دینامیک قلب دست یافت. از سوی دیگر، با داشتن اطلاعات مناسب از دینامیک قلب، می‌توان به جستجوی راه کارهایی جهت پیش‌بینی اتفاقات ناگوار قلبی نیز پرداخت. مطالعات فراوانی روی تحلیل این نوع سری زمانی انجام شده است [۱۵-۲۰]. در این مقاله، با استفاده از مدل تعمیم‌یافته‌ای از معادله لانژوین، که به معادله پخش-پرش معروف است، به بررسی داده‌های ضربان قلب دو طیف انسان سالم و بیمار می‌پردازیم. با استخراج جملات مربوط به این معادله از داده‌های قلب، نشان

ذرات (ضریب پخش) به دست آورد [۱]. در حقیقت، زیاد بودن درجات آزادی، نامعین بودن نیروهای وارد شده به هر ذره در هر لحظه و همچنین نداشتن شرایط اولیه هر کدام از ذرات، به غیر قابل حل بودن معادلات حاکم بر این ذرات کمک می‌کند و بنابراین به علت عدم اطلاعات کافی، خروجی این گونه سیستم‌ها را به صورت کمیاتی تصادفی در نظر می‌گیرند.

تحلیل یک چنین سیستم‌هایی به یافتن ویژگی‌های نیروهای افت و خیزی وارد شده به ذرات برمی‌گردد. در معادله دیفرانسیل تصادفی پدیده شناختی حرکت براونی که توسط لانژوین معرفی شد. دو نوع درجه آزادی آهسته و سریع برای سیستم در نظر گرفته می‌شود. درجات آزادی آهسته ناشی از نیروهایی است که برای ما قابل مشاهده و اندازه‌گیری هستند و باعث سوق‌یافتگی ذره براونی می‌شوند، بنابراین در صورت تأثیر این کنش‌ها به تنهایی، آینده سیستم برای ما قابل پیش‌بینی خواهد بود. از سوی دیگر، درجات آزادی سریع مربوط به کلیه نیروهایی است که یک ذره در اثر برخورد با ذرات دیگر احساس می‌کند و باعث پراکندگی و پخش شدن ذره از مسیر سوقی خود می‌شود. این نیروها قابل اندازه‌گیری و قابل پیش‌بینی نیستند و به صورت تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. اگر سرعت ذره در حرکت براونی  $v$  باشد، آنگاه معادله لانژوین [۲] به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$m \frac{dv}{dt} = -\lambda v + F(t), \quad (1)$$

که در آن،  $m$  جرم ذره،  $\lambda$  ضریب اصطکاک و  $F(t)$  نیز نمایانگر کلیه نیروهای ناشی از برخورد بقیه ذرات به ذره مورد مطالعه است و به صورت یک کمیت تصادفی با توزیع گوسی با میانگین صفر و با همبستگی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\langle F(t) F(t') \rangle = 2\lambda k_B T \delta(t-t'), \quad (2)$$

که در آن،  $T$  دما،  $k_B$  ثابت بولتزمن و  $\delta$  تابع دلتای دیراک است. در حقیقت در رابطه (۱)، عبارت اول سمت راست معادله، جمله سوق و عبارت دوم، جمله پخش است. لازم به ذکر است که در نوشتن جمله پخش از رابطه اینشتین استفاده شده است. مشخص است که در رقم خوردن آینده خروجی

ضرایب مراتب بزرگتر از ۲ به صفر میل می‌کنند. به عبارت دیگر، ممان‌های شرطی مراتب بالاتر از دو بسیار ناچیز هستند. متغیرهای تصادفی که از این شرط پیروی می‌کنند، پیوسته نامیده می‌شوند. از آنجا که ممان شرطی نشان دهنده جابه‌جایی‌های متغیر تصادفی نسبت به گام‌های قبل است و متغیرهای پیوسته نسبت به گام‌های قبل خود تغییرات چشمگیری ندارند، ممان‌های بالاتر مقدار ناچیزی خواهند داشت. طبق قضیه پائولا [۲۳] اگر ممان مرتبه چهارم یک متغیر تصادفی صفر باشد، تمامی ممان‌های بالاتر از ۲ آن متغیر صفر است و آن متغیر یک متغیر پیوسته است.

لازم به ذکر است که ضرایب سوق و پخش به ترتیب به ضرایب اول و دوم کرامرز-مویال معروف هستند. این ضرایب، در اصل برگرفته از بسط کرامرز-مویال هستند که به صورت زیر تعریف می‌شود [۷ و ۲۱]:

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} [\alpha_n(x)p(x,t)], \quad (10)$$

که در آن  $p(x,t)$  تابع چگالی احتمال رخداد مقدار  $x$  در زمان  $t$  بوده و همچنین ضرایب بسط به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\alpha_n(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x' - x)^n W(x'|x) dx', \quad (11)$$

$W(x'|x)$  احتمال شرطی رخداد مقدار  $x'$  به شرط رخداد  $x$  است. همان طور که مشخص است در نوشتن معادله (۳) تنها دو جمله اول بسط به کار رفته است. بنابراین، ضرایب کرامرز مویال بالاتر از مرتبه دو برای متغیرهای تصادفی که از معادله لانژوین پیروی می‌کنند، صفر هستند.

### ۳. متغیرهای تصادفی ناپیوسته و معادله پخش - پرش

متغیرهای تصادفی پیوسته اغلب ناشی از برهم‌کنش‌های خطی و دینامیک‌های مانا هستند. اما، بسیاری از سیستم‌های پیچیده موجود در طبیعت برهم‌کنش‌های غیرخطی دارند که باعث بروز رویدادهای پرشی و غیرپیوسته می‌شوند. از مثال‌های این سیستم‌ها می‌توان به انتقال بار در مواد [۲۴-۲۶]، تشدید تصادفی [۲۷]، افت و خیزهای انرژی‌های بادی و خورشیدی

می‌دهیم که تمایز قابل توجهی بین دینامیک ضربان قلب افراد سالم و بیمار وجود دارد. با استفاده از این یافته، کمیتی را معرفی می‌کنیم که می‌تواند افراد گروه سالم را از بیمار تشخیص دهد، به عبارت بهتر این کمیت می‌تواند به عنوان یک پارامتر مهم در کنار روش‌های دیگر در تشخیص نارسایی قلبی به کار رود. در ادامه به معرفی متغیرهای تصادفی پیوسته و ناپیوسته و معادلات دیفرانسیل تصادفی حاکم بر این متغیرها خواهیم پرداخت.

### ۲. متغیرهای تصادفی پیوسته و معادله پخش

اگر در حالت کلی  $x(t)$  یک متغیر تصادفی باشد، شکل عمومی‌تر معادله دیفرانسیل تصادفی لانژوین (با روش انتگرال تصادفی ایتو) به صورت زیر نوشته می‌شود [۷ و ۲۱]:

$$\dot{x} = D_1(x,t) + \sqrt{D_2(x,t)}\Gamma(t) \quad (3)$$

که در آن  $\Gamma(t)$  یک متغیر تصادفی با توزیع گوسی، میانگین صفر و دارای همبستگی صفر است. این معادله یک رابطه عمومی است که ضرایب سوق  $D_1(x,t)$  و پخش  $D_2(x,t)$  برای هر فرایند فیزیکی خاص به طور جداگانه توسط ممان‌های شرطی همان فرایند به صورت زیر به دست خواهند آمد:

$$D_n(x,\tau) = \lim_{\tau \rightarrow 0} M_n(x,\tau), \quad n=1, 2, \quad (4)$$

که در آن

$$M_n(X,\tau) = \frac{1}{\tau} [x(t+\tau) - x(t)]^n \Big|_{x(t)=X}, \quad (5)$$

$M_n$  ممان شرطی مرتبه  $n$  ام و  $\tau$  اختلاف زمانی بین دو نقطه‌ای است که در محاسبه ممان به کار می‌رود. به عنوان مثال، چند ممان مهم برای معادله لانژوین تا تقریب مرتبه اول نسبت به  $\tau$  به صورت زیر به دست می‌آیند [۲۲]:

$$M_1(X,\tau) = D_1(X,\tau), \quad (6)$$

$$M_2(X,\tau) = D_2(X,\tau), \quad (7)$$

$$M_3(X,\tau) = 3D_3(X,\tau)\tau, \quad (8)$$

$$M_4(X,\tau) = 15D_4(X,\tau)\tau^2, \quad (9)$$

تمامی ضرایب مربوط به مراتب بالاتر از ۲ دارای مضاربی از توان‌های غیرصفر  $\tau$  هستند و بنابراین در حد  $\tau \rightarrow 0$

می توان توسط ممان های شرطی به صورت زیر استخراج کرد  
[۲۲]:

$$M_1(X, \tau) = D_1(X, \tau), \quad (13)$$

$$M_2(X, \tau) = D_2(X, \tau) + \lambda(X, \tau)\xi^2, \quad (14)$$

$$M_{2n-1}(X, \tau) = 0 \quad n \geq 2, \quad (15)$$

$$M_{2n}(X, \tau) = \lambda(X, \tau)\xi^{2n} \quad n \geq 2, \quad (16)$$

با استفاده از این روابط می توان دو پارامتر مربوط به جمله پرش را با داشتن ممان های مراتب چهارم و ششم به دست آورد:

$$\sigma_\xi^2 = \frac{M_4(X, \tau)}{\delta M_2(X, \tau)}, \quad (17)$$

$$\lambda = \frac{M_6(X, \tau)}{3\sigma_\xi^2(X, \tau)}, \quad (18)$$

با توجه به روابط (۶) تا (۹) برای متغیرهای پیوسته و روابط (۱۴) تا (۱۷) برای متغیرهای ناپیوسته، می توان معیارهایی را برای تشخیص این که یک فرایند پیوسته و یا ناپیوسته است به دست آورد [۲۲]. به عنوان مثال، بعد از اندکی محاسبه می توان

نشان داد که پارامتر  $\frac{M_4(X, \tau)}{\delta M_2(X, \tau)}$  برای متغیرهای تصادفی

پیوسته برابر با  $D_2\tau$  و به صورت خطی به  $\tau$  وابسته است، اما برای متغیرهای تصادفی ناپیوسته پرشی برابر با  $\sigma_\xi^2$  بوده و به  $\tau$  وابسته نخواهد بود. بنابراین می توان با بررسی رفتار این پارامتر بر حسب  $\tau$  در یک مقدار  $X$  مشخص، ناپیوسته و یا پیوسته بودن سری را تشخیص داد. معیار مناسب دیگر رفتار کمیت  $M_4\tau$  و  $3(M_2\tau)^2$  بر حسب  $X$  در یک  $\tau$  مشخص است. برای متغیرهای پیوسته این دو تابع با یکدیگر برابر هستند، در صورتی که برای متغیرهای تصادفی ناپیوسته پرشی با کاهش  $\tau$  تفاوت این دو تابع افزایش می یابد.

#### ۴. بحث و بررسی

در این مقاله ما از داده های الکتروکاردیوگرافی که فعالیت الکتریکی ضربان قلب را اندازه گیری می کند، استفاده می کنیم. این داده ها مربوط به سه گروه از افراد سالم (۱۶ نفر)، مبتلا به آریتمی یا کژآهنگی بطنی (۴۷ نفر) و مبتلا به فیبریلاسیون

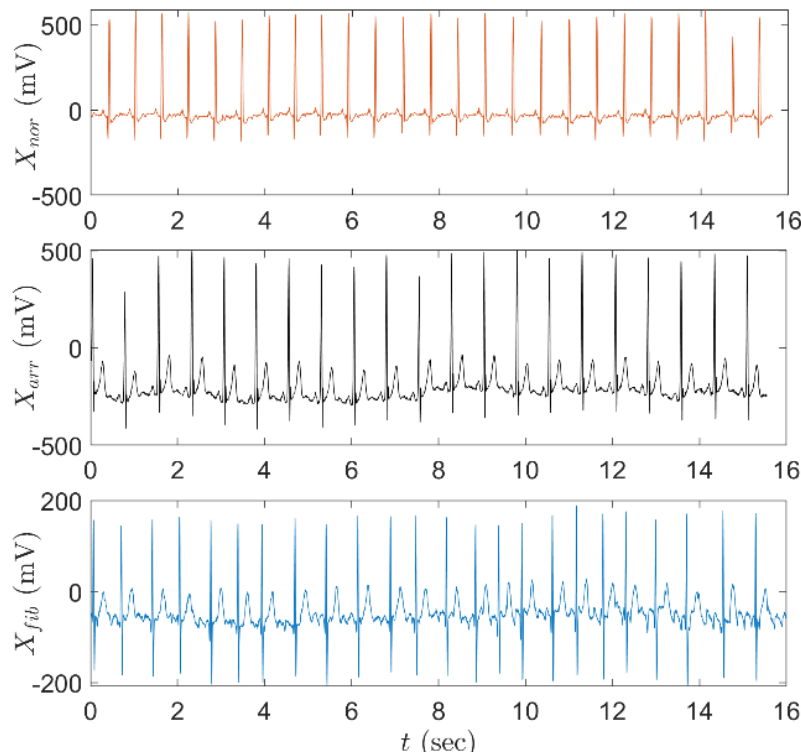
[۲۸]، گذارها در داده های اقتصادی [۲۹] و آب و هوایی [۳۰]، تحرکات چشم [۳۱ و ۳۲] و همچنین سیگنال های الکتریکی مغز [۳] اشاره کرد. این رویدادها تأثیر خود را به صورت ناپیوستگی هایی در سری زمانی مربوطه نشان می دهند و همان طور که در رابطه (۱۰) بیان شد، مقدار متغیر تصادفی در این سیستم ها در یک گام زمانی نسبت به گام بعدی تغییر چشمگیری خواهد داشت. این متغیرها، به متغیرهای تصادفی ناپیوسته مشهور هستند. در این حالت، ضرایب مراتب بالاتر کرامرز- مویال مقادیر قابل توجه دارند.

یکی از مشکلات اساسی در برخورد با چنین سیستم هایی، جداسازی اثرات ناشی از پرش از اثرات ناشی از پخش عادی است که مانع از درک دقیق دینامیک این سیستم ها می شود. این پدیده های فیزیکی به صورتی عمل می کنند که علاوه بر یک رفتار سوقی و یک رفتار پخشی، رفتاری پرشی نیز از خود نشان می دهند که در فواصل زمانی مشخصی رخ می دهند. به طور متداول، برای ارائه الگویی که رفتار چنین متغیرهایی را توجیه کند معادله پخش- پرش به صورت زیر تعریف می شود:

$$\dot{x} = D_1(x, t) + \sqrt{D_2(x, t)}\Gamma(t) + \xi J(t), \quad (12)$$

در اینجا دو پارامتر را به عنوان مشخصه های پرش برای این گروه از فرایندها در نظر می گیرند. اولین مشخصه  $\xi$  است که قدرت پرش نام دارد و یک پارامتر تصادفی ناهمبسته گوسی با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_\xi^2$  (دامنه پرش) است. دومین مشخصه، تابع پرش  $J(t)$  است. این تابع یک فرایند پرشی زمان- همگن [۲۸] است که یک توزیع پواسونی با نرخ  $\lambda$  (نرخ پرش) دارد. در حقیقت، با در دست داشتن  $\lambda$  قادر به ساختن  $J(t)$  و با داشتن  $\sigma_\xi^2$  قادر به ساختن قدرت پرش  $\xi$  خواهیم بود. به طور خلاصه می توان گفت که به منظور ارائه رابطه ای برای باز تولید رفتار یک متغیر تصادفی ناپیوسته کافی است که چهار ضریب را از سری زمانی مربوطه استخراج کنیم: ضریب سوق، ضریب پخش، نرخ پرش و دامنه پرش.

با کمک رابطه  $\xi^{2n} = \frac{(2n)!}{2^n \times n!}$  برای متغیر تصادفی گوسی  $\xi$  که در آن  $\sigma_\xi^2 = \xi^2$  است، هر یک از این چهار ضریب را



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) سری زمانی الکتروکاردیوگرام مربوط به سه فرد سالم (بالا)، دارای کژآهنگی بطنی (وسط) و دارای فیبریلاسیون دهلیزی (پایین).

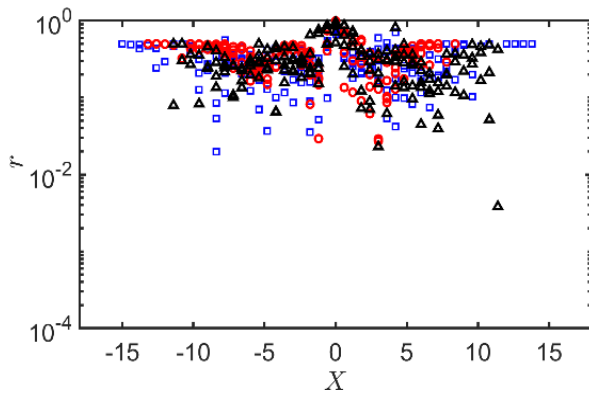
ناپیوسته، مستقل از زمان و برای یک فرایند پیوسته، تابعی خطی از  $\tau$  است [۲۲]، به همین دلیل محاسبه این کمیت می‌تواند معیاری برای تشخیص پیوستگی و یا ناپیوستگی یک سری زمانی باشد. در شکل ۲، مقدار  $q$  را در  $X=0$  که دارای آمار بالایی برای محاسبه ممان‌ها است، برحسب  $\tau$  های مختلف محاسبه می‌کنیم. از سوی دیگر، برای بهتر دیده شدن تفاوت‌ها در نمودارها، تنها ۵ نفر را از هر گروه انتخاب کرده و این آزمون ناپیوستگی را برای آنها انجام داده‌ایم. به علت تغییرات مقادیر  $q$  به میزان چند مرتبه بزرگی، نمودارها برای امکان مقایسه بهتر به صورت لگاریتمی رسم شده‌اند.

همان‌طور که در شکل ۲ مشخص است، کمیت  $q$  تقریباً رفتاری ثابت برحسب  $\tau$  برای همه گروه‌ها دارد. این بدین معنی است که سری زمانی ضربان قلب ناپیوسته است. از سوی دیگر، این مقدار ثابت برای افراد گروه سالم، کاملاً با افراد دو گروه بیمار متفاوت است و این تفاوت در حدود یک مرتبه بزرگی است. برای مقایسه با شرط پیوستگی سری زمانی، تابع خطی  $y=\tau$  نیز به صورت خط‌چین رسم شده

دهلیزی (۲۲ نفر) است. تمامی این داده‌ها توسط دانشگاه MIT در بیمارستان بوستون بت آمریکا گردآوری شده‌اند. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد داده‌های مورد استفاده در این مقاله می‌توانید به مراجع [۳۳-۳۵] رجوع کنید.

در شکل ۱، سری زمانی الکتروکاردیوگرام مربوط به یک فرد از هر گروه را مشاهده می‌کنید. میزان ولتاژ (محور عمودی) بر حسب میلی‌ولت بوده و هر نمودار برای تقریباً ۱۶ ثانیه فعالیت قلبی این افراد ترسیم شده است. در ابتدا، برای آزمودن پیوستگی و ناپیوستگی سری زمانی ضربان قلب این افراد، از پارامترهای معرفی شده در بخش قبل استفاده می‌کنیم. همچنین، از آنجا که محاسبه ممان‌ها متأثر از محدودیت تعداد داده‌های موجود و تابع توزیع سری زمانی مورد مطالعه است، برای حذف این اثرات، از برآوردگر نادارایا-واتسون بهره می‌گیریم که یک تخمینگر کرنلی برای به دست آوردن ممان‌های شرطی است [۳ و ۲۲ و ۳۶].

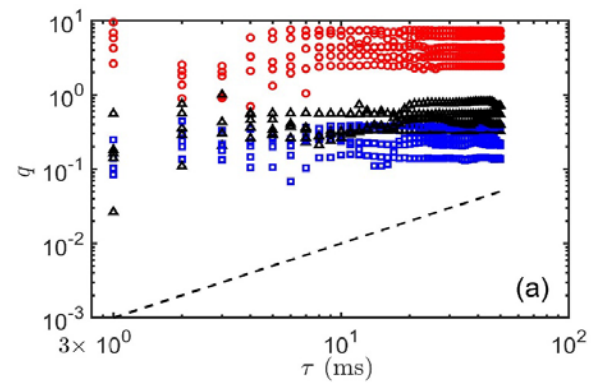
همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، کمیت  $q = M_6 / 5M_4$  در یک مقدار دلخواه  $X$ ، برای سری زمانی



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) رفتار کمیت  $r$ ، تعریف شده در رابطه (۲۰)، بر حسب  $X$  نشان داده شده است. دایره‌های قرمز رنگ مربوط به افراد سالم، مربع‌های آبی رنگ مربوط به افراد دارای فیبریلاسیون دهلیزی و مثلث‌های مشکی رنگ مربوط به افراد دارای کژآهنگی بطنی است. این کمیت برای همه افراد از مقدار مربوط به شرط پیوستگی تفاوت قابل توجه دارد و نزدیک به بیشینه مقدار بوده و بیانگر ناپیوسته بودن سری زمانی ECG است.

تمامی گروه‌ها، یک فرایند تصادفی ناپیوسته را طی می‌کند. این بدین معنی است که برای بازتولید سری ECG نمی‌توان از معادله لانژوین معمولی استفاده کرد. از سوی دیگر، با توجه به رفتار تقریباً ثابت مقدار کمیت  $q$ ، می‌توان نتیجه گرفت که مدل‌سازی این سری با استفاده از معادله پخش-پرش معرفی شده در رابطه (۱۳) رهیافت مناسبی است. به همین دلیل برای بررسی رفتار این سری، به چهار پارامتر  $D_1$ ،  $D_2$ ،  $\sigma_1^2$  و  $\lambda$  که در روابط (۱۴) تا (۱۹) بخش قبل مورد بحث قرار گرفتند، نیاز خواهیم داشت. در ادامه به محاسبه و بررسی این پارامترها برای هر سه گروه مورد اشاره، می‌پردازیم.

در شکل ۴، ضریب سوق و ضریب پخش مربوط به ضربان قلب ۵ فرد از هر گروه را مشاهده می‌کنید. ضریب سوق و ضریب پخش افراد با نارسایی قلبی نسبت به افراد سالم تقریباً مقداری ثابت است اما برای افراد سالم، ضریب سوق رفتاری تقریباً درجه سه نسبت به  $X$  و ضریب پخش نیز رفتاری سهمی شکل نسبت به  $X$  از خود نشان می‌دهد. در شکل ۵ نرخ و دامنه پرش مربوط به این افراد نیز محاسبه شده است. مقدار کمیت نرخ پرش برای تمامی گروه‌ها تقریباً قابل تشخیص نیست. اما دامنه پرش، برای همه گروه‌ها تقریباً



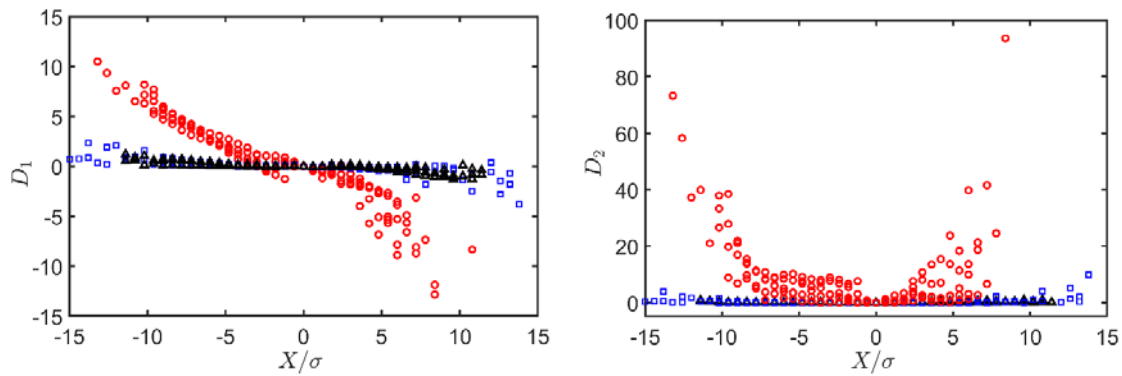
شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) رفتار کمیت  $r$  بر حسب گام‌های زمانی متفاوت که همگی در  $X = 0$  به دست آمده‌اند. دایره‌های قرمز رنگ مربوط به افراد سالم، مربع‌های آبی رنگ مربوط به افراد دارای فیبریلاسیون دهلیزی و مثلث‌های مشکی رنگ مربوط به افراد دارای کژآهنگی بطنی است. تفاوت قابل توجه بین مقدار  $q$  برای افراد عادی و افراد با نارسایی قلبی مشاهده می‌شود. تابع خطی  $y = \tau$  برای مقایسه به صورت خط‌چین رسم شده است.

است چرا که در صورت پیوستگی سری،  $q$  می‌بایست رفتاری خطی به صورت  $D_1 \tau$  داشته باشد. از سوی دیگر، برای اطمینان از این نتیجه، آزمون دیگر پیوستگی را نیز انجام می‌دهیم برای این کار و با توجه به مباحث بیان شده در بخش قبل، ابتدا کمیت  $r$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

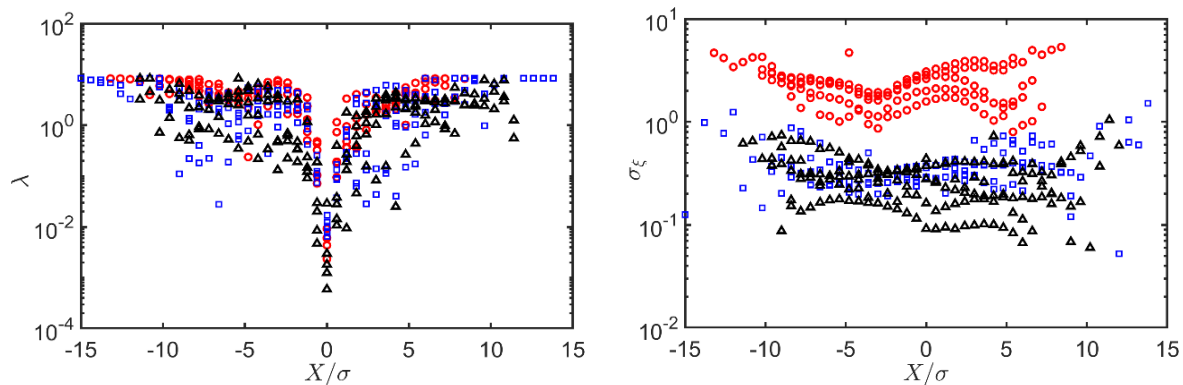
$$r = \frac{M_4 \tau - 3 M_2^2 \tau^2}{M_4 \tau + 3 M_2^2 \tau^2} \quad (19)$$

که میزان نسبی اختلاف بین دو کمیت  $M_4 \tau$  و  $3(M_2 \tau)^2$  را برای یک  $\tau$  خاص محاسبه می‌کند. با توجه به مبحث اشاره شده در بخش پیشین، اگر این اختلاف صفر باشد، سری پیوسته است. در شکل ۳ رفتار  $r$  بر حسب  $X$  را مشاهده می‌کنید. در این شکل نیز، برای مقایسه بهتر از هر گروه ۵ مورد انتخاب شده‌اند. همان‌طور که واضح است، رفتار سری ECG یک فرایند ناپیوسته را نشان می‌دهد و نتیجه یافت‌شده در شکل ۲ را تأیید می‌کند. لازم به ذکر است که مقدار  $r$  برای سری پیوسته نوعی که در معادله لانژوین معمولی صدق می‌کند در حدود  $10^{-4}$  به دست می‌آید که در شکل نشان داده نشده است.

با نتایج به دست آمده در شکل ۲، مشخص می‌شود که فعالیت الکتریکی ضربان قلب همه افراد مورد آزمایش در



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ضریب سوق (نمودار سمت راست) و ضریب پخش (نمودار سمت چپ) که برای ۵ فرد سالم (دوایر قرمز)، ۵ فرد مبتلا به فیبریلاسیون دهلیزی (مربع‌های آبی) و ۵ فرد مبتلا به کژآهنگی بطنی (مثلث‌های مشکی) محاسبه شده‌اند. هر دو ضریب سوق و پرش مربوط به افراد بیمار، نسبت به افراد سالم مقداری ثابت دارند. ضریب سوق برای افراد سالم به صورت تابعی تقریباً درجه ۳ از  $X$  و ضریب پخش برای این افراد رفتاری سهمی شکل نسبت به  $X$  دارد.



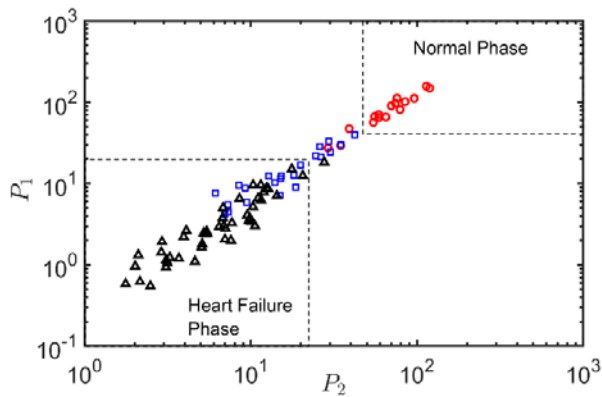
شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نرخ پرش (نمودار سمت راست) و دامنه پرش (نمودار سمت چپ) که برای ۵ فرد سالم (دوایر قرمز)، ۵ فرد مبتلا به فیبریلاسیون دهلیزی (مربع‌های آبی) و ۵ فرد مبتلا به کژآهنگی بطنی (مثلث‌های مشکی) محاسبه شده‌اند. در کمیت نرخ پرش، تمایزی بین گروه‌ها مشاهده نمی‌شود اما در کمیت دامنه پرش، تمایز بین افراد سالم و بیمار مشهود است.

$$P_1 = \int \sigma_{\xi} dX. \quad (21)$$

با توجه به این تعاریف، برای سری زمانی ضربان قلب مربوط به ۵ نفر از هر گروه (مانند شکل‌های ۴ و ۵)، نمودار  $P_1$  بر حسب  $P_2$  را در شکل ۶ ترسیم می‌کنیم. همان‌طور که مشخص است، تفاوت قابل توجهی مابین افراد سالم و افراد با نارسایی قلبی مشاهده می‌شود. در حقیقت، به نظر می‌رسد که فاز سالم از فاز بیماری قابل تمییز دادن است. این بدین معنی است که فضای فاز معرفی شده در شکل ۶ می‌تواند راهی برای تشخیص نارسایی قلبی در افراد باشد. همان‌طور که گفته شد، اطلاعات داده شده در شکل ۶ تنها برای ۵ نفر از

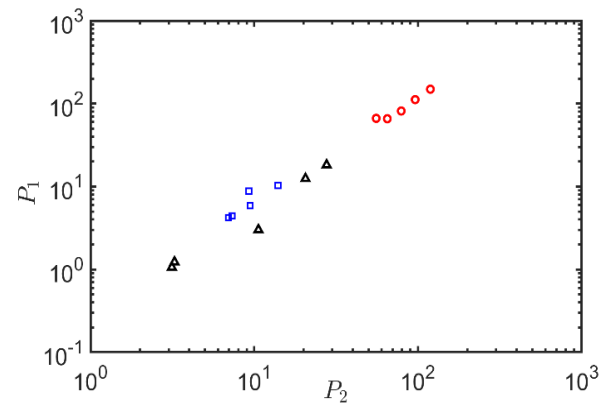
مقداری ثابت دارد و این مقدار برای افراد سالم بزرگ‌تر از افراد بیمار است. این بدین معنی است که ضربان قلب افراد سالم، رفتار پرشی قوی‌تر نسبت به افراد بیمار دارد. با مشاهده رفتار ضرایب سوق، پخش، نرخ و دامنه پرش برای سری زمانی الکتروکاردیوگرام ضربان قلب افراد سالم و بیمار، می‌توان کمیتی تعریف کرد که بتواند به عنوان پارامتر تشخیص نارسایی قلبی به کار رود. با توجه به این که کمیت نرخ پرش  $\mu$ ، کمیت مناسبی برای تمایز نیست، ما انتگرال ضریب سوق و انتگرال دامنه پرش را به عنوان پارامترهای مناسب در تشخیص به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$P_1 = \int |D_1| dX, \quad (20)$$



شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار فضای فاز  $(P_1, P_2)$  که برای ۱۶ فرد سالم (دوایر قرمز)، ۲۲ فرد مبتلا به فیبریلاسیون دهلیزی (مربع‌های آبی) و ۴۷ فرد مبتلا به کژآهنگی بطنی (مثلث‌های مشکی) محاسبه شده است. برای طیف وسیعی از افراد، بین فاز سالم و فاز بیماری تمایز قابل توجهی وجود دارد.

کژآهنگی بطنی استفاده کردیم. ابتدا با بررسی شرط پیوستگی و ناپیوستگی سری زمانی، نشان دادیم که سری زمانی الکتروکاردیوگرام، یک سری ناپیوسته بوده و می‌تواند توسط فرایند پخش-پرش بازتولید شود. سپس، ضرایب مورد نیاز برای بازتولید آنها یعنی ضریب سوق، ضریب پخش، دامنه پرش و نرخ پرش که همگی از ضرایب کرامرز-موپال به دست می‌آیند را محاسبه کردیم. ابتدا نشان دادیم که ضرایب سوق و پخش برای افراد با نارسایی قلبی نسبت به افراد سالم مقداری ثابت هستند. همچنین، ضریب سوق برای افراد رفتاری درجه سه و ضریب پخش برای این افراد رفتاری سهمی شکل دارد. از سوی دیگر، نرخ پرش برای تمامی افراد در هر سه گروه تفاوت چشمگیری ندارد. اما دامنه پرش مقداری تقریباً ثابت داشته و تمایز قابل توجهی بین افراد سالم و بیمار وجود دارد. در انتها با توجه به نتایج به دست آمده، معیاری را معرفی کردیم که می‌تواند افراد سالم را از افراد دارای نارسایی قلبی تمییز دهد. در حقیقت، شاید بتوان از این سنجه برای تشخیص نارسایی قلبی در کنار روش‌های متداول دیگر بهره گرفت.



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار فضای فاز  $(P_1, P_2)$  که برای ۵ فرد سالم (دوایر قرمز)، ۵ فرد مبتلا به فیبریلاسیون دهلیزی (مربع‌های آبی) و ۵ فرد مبتلا به کژآهنگی بطنی (مثلث‌های مشکی). مشاهده می‌شود که بین فاز سالم و فاز بیماری تمایز وجود دارد و همچنین افراد هر دو گروه بیمار رفتاری مشابه از خود نشان می‌دهند.

هر گروه است اما برای سنجش صحت این روش، در شکل ۷ داده‌های مربوط به همه افراد هر سه گروه را محاسبه می‌کنیم. در این نمودار، تمایز قابل توجهی برای طیف وسیعی از افراد بین فاز سالم و فاز نارسایی قلبی مشاهده می‌شود. با صرف نظر کردن از ناحیه‌ای که تعداد اندکی از نمونه‌ها با یکدیگر همپوشانی دارند، دو ناحیه از فضای فاز را به عنوان نواحی سلامتی و نارسایی قلبی جدا کرده‌ایم. به عبارت بهتر، هرچه میزان  $P_1$  و  $P_2$  همزمان کمتر باشد، احتمال نارسایی قلبی در فرد افزایش می‌یابد. بدین ترتیب، شاید بتوان از رفتار فضای فاز معرفی شده به عنوان سنجه‌ای برای تشخیص نارسایی قلبی بهره گرفت.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، پس از معرفی پارامترهای مورد نیاز در بازتولید فرایندهای تصادفی پیوسته و ناپیوسته توسط معادله لانژوین و معادله پخش-پرش، به بررسی رفتار سری زمانی الکتروکاردیوگرام حاصل از فعالیت الکتریکی ضربان قلب افراد پرداختیم. برای این منظور، از داده‌های مربوط به سه گروه افراد با قلب سالم، دارای فیبریلاسیون دهلیزی و دارای



## مراجع

- فیزیک ایران ۷، ۱ (۱۳۸۶) ۵۹.
20. M Boorboor, F shahbazi and B Mirza, *Iranian J. Phys. Res.* **7** (2007) 113.
۲۰. م بوربور، ف شهبازی و ب میرزا، *مجله پژوهش فیزیک ایران* ۷، ۲ (۱۳۸۶) ۱۱۳.
21. R Friedrich, J Peinke, M Sahimi, and M R Rahimi Tabar, *Phys. Rep.* **506** (2011) 87.
22. K Lehnertz, L Zabawa, and M R Rahimi Tabar, *New J. Phys.* **20** (2018) 113043.
23. R F Pawula, *Phys. Rev.* **162** (1967) 186.
24. R J P Keijsers, O I Shklyarevskii, and H van Kempen, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 3411.
25. A L Efros and M Rosen, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 1110.
26. E Shung, *et al.*, *Phys. Rev. B* **56** (1997) R11431.
27. L Gammaitoni, P Hänggi, P Jung and F Marchesoni, *Rev. Mod. Phys.* **70** (1998) 223.
28. M Anvari, *et al.*, *New J. Phys.* **18** (2016) 063027.
29. S S Lee and P A Mykland, *Rev. Financial Stud.* **21** (2008) 2535.
30. B Goswami, *et al.*, *Nat. Commun.* **9** (2018) 48.
31. S Martinez- Conde, S L Macknik, and D H Hubel, *Nat. Rev. Neurosci.* **5** (2004) 229.
32. H F Credidio, *et al.*, *Sci. Rep.* **2** (2012) 920.
33. G B Moody and R G Mark, *Comput. Cardiol.* **10** (1983) 227.
34. G B Moody and R G Mark, *IEEE Eng. in Med. and Biol.* **20** (2001) 45.
35. A L Goldberger, *et al.*, *Circulation* **101** (2000) e215.
36. H J Bierens, "The Nadaraya- Watson Kernel Regression Function Estimator", In: Topics in Advanced Econometrics, Cambridge University Press, New York (1994).
1. A Einstein, *Ann. phys.* **322** (1905) 549.
2. P Langevin, *C. R. Acad. Sci. Paris* **146** (1908) 530.
3. M Anvari, *et al.*, *Sci. Rep.* **6** (2016) 35435.
4. A Aliakbari, P Manshour, and M J Salehi, *Chaos* **27** (2017) 033116.
5. P Manshour, *et al.*, *Sci. Rep.* **6** (2016) 27452.
6. W Coffey and Y P Kalmykov, "The Langevin equation: with applications to stochastic problems in physics, chemistry and electrical engineering", World Scientific, Singapore (2012).
7. H Risken, "The Fokker- Planck Equation", Springer Series in Synergetics Springer, Berlin (1996).
8. S Stenholm, "Foundations of Laser Spectroscopy", Wiley, New York (1984).
9. H Haken, "Laser Theory", Springer, Berlin (1984).
10. K S Schmitz, "An Introduction to Dynamic Light Scattering by Macromolecules", Academic Press, San Diego (1990).
11. O G Bakunin, *Phys.- Uspekhi* **46** (2003) 309.
12. P Brüesch, *et al.* *Phys. Rev. B* **15** (1977) 4631.
13. M Fujiwara, *et al.*, *Sci. Rep.* **8** (2018) 14773.
14. W T Coffey, *J. Phys. D* **11** (1978) 1377.
15. M Perc, *Eur. J. Phys.* **26** (2005) 757.
16. J Wang, *et al.*, *Phys. Rev. E* **71** (2005) 062902.
17. H Yang, S T Bukkapatnam, and R Komanduri, *Phys. Rev. E* **76** (2007) 026214.
18. A N Beni, B Mirza, F Shahbazi and A Kazempour, *Iranian J. Phys. Res.* **6** (2006) 137.
۱۸. ن بنی، ب میرزا، ف شهبازی و ع کاظم پور، *مجله پژوهش فیزیک ایران* ۶، ۲ (۱۳۸۵) ۱۴۴.
19. F Atiyabi, M Akbari Livari and K Kaviani, *Iranian J. Phys. Res.* **7** (2007) 53.
۱۹. ف اطمیابی، م اکبری لیواری و ک کاویانی، *مجله پژوهش*