

مطالعه شتابدهی میدان دنباله پالس لیزر با استفاده از کد ماکسول-ولاسف نسبیتی

سیده نرگس رضوی نیا و محمد قربانعلیلو

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

پست الکترونیکی: m_alilu@sbu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۱۲/۲۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۰۷/۲۱)

چکیده

در این مقاله با استفاده از حل عددی معادلات ماکسول-ولاسف نسبیتی به روش نیمه لاگرانژی، شتابدهی الکترون با استفاده از میدان دنباله لیزر را بررسی کرده ایم. با بررسی میدان های الکتریکی و تغییرات چگالی ایجاد شده در اثر انتشار پالس لیزر قوی نسبیتی در پلاسمای کم چگال و نیز انرژی جنبشی متوسط الکترون ها، برای پالس های لیزر با طول های متفاوت طول بهینه پالس لیزر جهت ایجاد میدان های شتابدهی قوی را به دست آورده ایم.

واژه های کلیدی: ماکسول-ولاسف، روش نیمه لاگرانژی، شتابدهی، میدان دنباله لیزر، طول بهینه

۱. مقدمه

نتیجه با استفاده از شتابدهنده های مبتنی بر پلاسما طول شتابدهی به شکل قابل توجهی نسبت به شتابدهنده های مرسوم کاهش خواهد یافت [۱ و ۲]. شتابدهنده های پلاسمایی قادر به تولید پرتوهای الکترونی با انرژی ۱ GeV در فاصله ۳ cm هستند [۳]. ایده اصلی شتابدهنده های مبتنی بر پلاسما اوایل دهه ۸۰ میلادی توسط داسون و تاجیما ارائه شد [۴]. اساس کار شتابدهنده های پلاسمایی استفاده از امواج الکترونی پلاسما با دامنه بلند برای شتابدهی به ذرات است. روش های مختلفی جهت برانگیختن امواج پلاسما با سرعت فاز نسبیتی و دامنه بلند وجود دارد که برخی از آنها عبارتند از: شتابدهی توسط میدان دنباله لیزر^۱، شتابدهی میدان دنباله باریکه الکترونی

شتابدهنده های مرسوم از میدان الکتریکی ایجاد شده بین دو الکتروود رسانا و یا میدان ایجاد شده در کاواک الکترومغناطیسی، برای شتابدهی به ذرات باردار استفاده می کنند. به دلیل محدودیت ناشی از فروشکست الکتریکی روی دیواره های کاواک ابررسانا، حداکثر گرادیان شتابدهی به ذرات در این شتابدهنده ها 100 MV/m است. محدودیت دیگر این نوع شتابدهنده ها بهره انرژی در واحد طول است، به عنوان مثال دستیابی به ذراتی با انرژی در حد TeV در طول شتابدهی از مرتبه کیلومتر امکان پذیر است. در مقابل، پلاسما محدودیت مربوط به فروشکست الکتریکی را ندارد و قادر به پشتیبانی از میدان های الکتریکی عظیم از مرتبه 100 GV/m است. در

۱. Laser Wakefield Acceleration

از کد ماکسول-ولاسف یک بعدی میدان‌های دنباله ایجاد شده در برهم‌کنش پالس لیزر قوی با تیغه پلاسمای کم‌چگال را بررسی می‌کنیم و مقایسه‌ای بین میدان‌های دنباله‌ای ایجاد شده پشت پالس‌های لیزر با شدت‌های یکسان اما با طول‌های مختلف انجام می‌دهیم. با توجه به نتایج عددی، زمانی که طول پالس لیزر با پوش نیم سینوسی برابر با طول موج پلاسما λ_p باشد میدان دنباله‌ای لیزر به شکل مؤثرتری ایجاد خواهد شد که منطبق با نتایج تحلیلی حاصل از حل معادلات سیالی است. انرژی جنبشی متوسط الکترون‌ها برای پالس لیزر با پوش نیم سینوسی و طولی برابر با طول موج پلاسما بیشتر از مقدار به دست آمده برای پالس‌های لیزر با طول کمتر و یا بیشتر از طول موج پلاسما است.

۲. معادلات ماکسول-ولاسف نسبیتی

مجموعه معادلاتی که به طور گسترده برای مدل‌سازی برهم‌کنش لیزر با پلاسما مورد استفاده قرار می‌گیرند معادلات ماکسول-ولاسف هستند. این مجموعه معادلات توصیف‌کننده برهم‌کنش میان لیزر قوی نسبیتی و پلاسمای بدون برخورد است. به دلیل آن که زمان برخورد میان ذرات خیلی بیشتر از طول پالس لیزر است، این برخوردها در شدت‌های بالای لیزر قابل اغماض هستند. معادله ولاسف، معادله‌ای هذلولوی و مشتق جزئی است که بیانگر تحول مجموعه‌ای از ذرات باردار تحت تأثیر میدان‌های الکترومغناطیس اعمالی و خود سازگار (که از حل معادلات ماکسول محاسبه می‌شوند) است. این مجموعه معادلات، به علت جفت شدن معادلات میدان‌های الکترومغناطیس با معادله ولاسف و تحول تابع توزیع، دستگاهی غیر خطی از معادلات انتگرالی و دیفرانسیلی تشکیل می‌دهند که حل تحلیلی آن را مشکل می‌سازد.

در برهم‌کنش پالس لیزر فوق‌العاده کوتاه با پلاسما حرکت یون‌ها قابل اغماض بوده و می‌توانیم بدون از دست دادن کلیت مسئله، معادله ولاسف را تنها برای تابع توزیع الکترون‌ها حل کنیم. مسئله یک بعدی را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم تمام متغیرها فقط به متغیر مکان x وابسته‌اند. در بررسی انتشار موج

پلاسما^۱، شتابدهی توسط موج زنش پلاسما^۲ و پراکندگی رامان روبه جلو [۵ و ۶]. پرتوهای ذرات و تابش تولید شده در شتابدهنده‌های پلاسمایی ویژگی‌های برجسته‌ای مانند طول پالس فوق‌العاده کوتاه (از مرتبه طول پالس لیزر)، نشر بالا و قله جریان بالا دارند، که آنها را مناسب کاربردهای بالقوه در آزمون غیرمخرب مواد یا مشخصه‌یابی، رادیودرمانی، مطالعات مربوط به فیزیک بنیادی و فیزیک ذرات، گرمایش هم‌حجم پلاسما و احتراق سریع اهداف همجوشی می‌کند [۱].

در شتابدهی با استفاده از میدان دنباله لیزر، پالس لیزر کوتاه و شدت بالا طی انتشار در پلاسمای کم‌چگال^۳ با اعمال نیروی پاندروماتیو قوی، دنباله‌ای از نوسانات پلاسما را پشت پالس لیزر ایجاد می‌کند. در این نوع شتابدهی، پلاسما مانند یک مبدل عمل می‌کند که میدان عرضی پالس لیزر را به میدان الکتریکی طولی امواج پلاسما تبدیل می‌کند.

برهم‌کنش پالس لیزر با شدت بالا و پلاسما غنی از پدیده‌های موج-ذره است، این پدیده‌ها زمانی که توان لیزر به حدی بالا است که سبب می‌شود سرعت نوسان الکترون نسبیتی شود از اهمیت فراوانی برخوردارند. اثرات جنبشی مانند به دام افتادن و شتابدهی ذرات در میدان‌های قوی تولید شده در این برهم‌کنش، مسئله‌ای غیر خطی و نسبیتی هستند که برای مطالعه آنها نیازمند استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی هستیم. با توجه به آن که در برهم‌کنش پالس لیزر شدت بالا با پلاسما برخوردهای میان ذرات قابل اغماض هستند، می‌توانیم از معادلات ماکسول-ولاسف برای مدل‌سازی این برهم‌کنش استفاده کنیم. روش‌های عددی مختلفی برای حل این مجموعه معادلات وجود دارد که به طور کلی به دو گروه عمده تقسیم می‌شوند: روش‌های ذره‌ای و روش‌های شبکه فضای فاز [۷].

در این مقاله با استفاده از روش نیمه‌لاگرانژی^۴ (SL)، که یکی از زیرمجموعه‌های روش‌های شبکه فضای فاز است، معادلات ماکسول-ولاسف نسبیتی یک بعدی را حل کرده‌ایم. با استفاده

۱. Plasma Wakefield Acceleration

۲. Plasma Beat wave Acceleration

۳. Under dense

۴. Semi Lagrangian method

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p_x}{m_e \gamma} \frac{\partial f}{\partial x} + e \left(E_x + \frac{(\mathbf{p} \times \mathbf{B})_x}{m_e \gamma} \right) \frac{\partial f}{\partial p_x} = 0, \quad (3)$$

γ در معادله (۳) ضریب لورنتس است و طبق تعریف برابر با $\gamma = \sqrt{1 + p_x^2 / m_e^2 c^2 + e^2 A_\perp^2 / m_e^2 c^2}$ است. معادلات ماکسول عبارتند از:

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_\perp = \mu_0 (\mathbf{J}_\perp + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_\perp}{\partial t}),$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon_0} J_x(x, t),$$

معادلات ماکسول و معادله ولاسف از طریق چگالی‌های جریان طولی $J_x(x, t)$ و عرضی $J_\perp(x, t)$ با یکدیگر جفت می‌شوند.

$$J_x(x, t) = \frac{e}{m_e} \int p_x \frac{f(x, p_x, t)}{\gamma} dp_x, \quad (5)$$

$$\mathbf{J}_\perp(x, t) = -\frac{e^2}{m_e} \mathbf{A}_\perp \int \frac{f(x, p_x, t)}{\gamma} dp_x,$$

معادلات (۳) و (۴) دستگاه ماکسول-ولاسف نسبیتی را تشکیل می‌دهند. برای ساده‌سازی محاسبات از کمیات بدون بعد استفاده می‌کنیم. به ترتیب زمان به عکس بسامد پلاسما ω_{pe}^{-1} ، مکان به $c\omega_{pe}^{-1}$ ، اندازه حرکت به $m_e c$ ، میدان الکتریکی به $m_e c \omega_{pe} / e$ و میدان مغناطیسی به $m_e \omega_{pe} / e$ بهنجار می‌شود.

۳. حل عددی معادلات ماکسول-ولاسف نسبیتی

اغلب حل عددی معادلات ماکسول-ولاسف توسط روش‌های ذره‌ای که شاخص‌ترین آنها روش PIC^۱ است انجام می‌شود [۸]. این روش تعداد محدودی ابرذره را جایگزین تعداد زیادی از ذرات حقیقی می‌کند و معادله ولاسف را با جلو بردن این ابرذرات در زمان در امتداد مشخصه‌های معادله ولاسف حل می‌کند، همزمان میدان‌های الکترومغناطیسی در فضای پیکربندی روی شبکه محاسبه می‌شوند. فرمول‌بندی روش PIC ماهیت لاگرانژی دارد. کدهای PIC ابزار مفیدی برای مطالعه دینامیک

تخت در امتداد محور x ، معادله ولاسف باید برای تابع توزیع چهار بعدی $F = F(x, p_x, p_\perp, t)$ حل شود. در اینجا با استفاده از ناورداهای کانونیک و حذف متغیر اندازه حرکت عمودی، ابعاد فضای سرعت را کاهش می‌دهیم. اندازه حرکت کانونیک عمودی به شکل $P_{c\perp} = p_\perp + eA_\perp$ تعریف می‌شود و متغیر مستقل نیست (پارامتر است). در اینجا از پیمانه کولنی ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$) برای پتانسیل برداری استفاده می‌کنیم، در نتیجه $\mathbf{A} = \mathbf{A}_\perp(x, t)$. با استفاده از ناوردایی اندازه حرکت کانونیک عمود، ساختار تابع توزیع را به شکل $F(x, p_x, p_\perp, t) = f(x, p_x, t) \delta(p_\perp - (P_{c\perp} - eA_\perp))$ بازنویسی می‌کنیم. پلاسمایی را در نظر می‌گیریم که به گونه‌ای آماده شده است که $P_{c\perp} = 0$ این بدان معناست که الکترون‌ها در مکان x و در زمان t مؤلفه اندازه حرکت عمودی یکسانی دارند $p_\perp = -eA_\perp$. با این فرض، توزیع پلاسما در جهت عمود بر انتشار لیزر را سرد در نظر می‌گیریم، که با این واقعیت که شتابدهی و گرمایش الکترون‌ها در امتداد جهت انتشار لیزر خیلی قوی‌تر از جهت عمود بر آن است سازگار است. حال تابع توزیع چهار بعدی به دو بعد کاهش می‌یابد که توصیفگر حرکت طولی الکترون‌هاست.

در مدل یک بعدی انتشار موج می‌توان میدان الکتریکی را به دو بخش تقسیم کرد: یکی در جهت انتشار لیزر و دیگری عمود بر آن $\mathbf{E} = E_x \hat{e}_x + \mathbf{E}_\perp$. میدان الکترواستاتیک طولی از حل معادله پواسون محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_e(x, t) - n_0), \quad (1)$$

در معادله (۱)، $n_e(x, t)$ چگالی عددی الکترون‌ها و n_0 چگالی عددی یون‌های خنثی‌ساز پس زمینه است. بخش عرضی میدان الکتریکی که ماهیت الکترومغناطیسی دارد در معادله زیر صدق می‌کند:

$$\mathbf{E}_\perp = -\frac{\partial \mathbf{A}_\perp}{\partial t}, \quad (2)$$

معادله ولاسف نسبیتی برای تابع توزیع الکترون‌ها $f(x, p_x, t)$ به شکل زیر بیان می‌شود:

استفاده از ناوردایی تابع توزیع در امتداد مشخصه‌های معادله ولاسف برابر است با:

$$f(x, p_x, t_{n+1}) = f(X(t_n; x, t_{n+1}), P(t_n; p_x, t_{n+1}), t_n), \quad (V)$$

در معادله (V)، $X(t_n; x, t_{n+1})$ و $P(t_n; p_x, t_{n+1})$ حل معادلات مشخصه یا نقطه شروع مشخصه‌های معادله ولاسف هستند. در نتیجه تابع توزیع با دنبال کردن رو به عقب منحنی‌های مشخصه، که نقطه انتهای آنها روی گره‌های شبکه قرار دارد، در زمان و سپس درونیابی تابع توزیع در این نقاط محاسبه می‌شود. به صورت خلاصه روش SL دارای دو گام اصلی است:

انتگرال‌گیری روبه عقب از معادلات (۶) و یافتن نقطه شروع منحنی‌های مشخصه $X(t_n; x, t_{n+1}), P(t_n; p_x, t_{n+1})$. درونیابی اسپلاین مکعبی^۱ برای یافتن تابع توزیع در زمان t_{n+1} روی نقاط شبکه با استفاده از رابطه (V).

۴. شتابدهی میدان دنباله لیزر

در شتابدهی به ذرات توسط میدان دنباله لیزر، پالس لیزر کوتاه ($\tau \lesssim 1 \text{ ps}$) و شدت بالا ($I \gtrsim 10^{14} \text{ W/cm}^2$) سبب ایجاد موج پلاسما می‌شود. زمانی که پالس لیزر قوی در پلاسما کم‌چگال $\lambda_p \ll \lambda_e$ انتشار می‌یابد، که $\lambda_p = 2\pi c / \omega_{pe}$ طول موج الکترونی پلاسما است، الکترون‌های آزاد پلاسما در اثر نیروی پاندروماتیو^۲ پالس لیزر به جلو رانده می‌شوند. با این وجود یونها به علت جرم سنگین‌ترشان در جای خود ثابت باقی می‌مانند. بنابراین الکترون‌ها توسط یون‌های مثبت به سمت مکان اولیه‌شان کشیده می‌شوند و اندازه حرکت الکترون‌ها سبب می‌شود که حول مکان اولیه‌شان با بسامد ω_{pe} نوسان کنند. موج الکترونی ایجاد شده در اثر جدایش ایجاد شده میان الکترون‌ها و یونها توسط پالس لیزر میدان دنباله لیزر نامیده می‌شود. این موج، همانند ردی که در اثر حرکت قایق در آب پشت سر آن ایجاد می‌شود، پالس لیزر را دنبال می‌کند. جدایش الکترون‌ها و

پلاسما در دستگاه‌های دو و سه بعدی و هندسه‌های پیچیده هستند. با این وجود تعریف ابرذرات نوفه عددی را وارد نتایج شبیه‌سازی می‌کند که این نوفه با افزایش تعداد ابرذرات به صورت $1/\sqrt{N}$ کاهش می‌یابد.

روش‌هایی که مستقیماً معادله ولاسف را روی شبکه فضای فاز حل می‌کنند، سطح نوفه عددی بسیار پایینی دارند و قادر به توصیف دینامیک موج-ذره، حتی در نواحی کم‌چگال فضای فاز، هستند. با این حال هزینه محاسباتی این روش‌ها، به خاطر نمونه‌گیری از کل فضای فاز، خیلی بیشتر از روش‌های PIC است. با این وجود چنین مشکلی با افزایش توان محاسباتی و پیشرفت الگوریتم‌های موازی‌سازی مرتفع شده است. از میان روش‌های شبکه فضای فاز، روش نیمه‌لاگرانژی سعی در بهره‌گیری از هر دو دیدگاه اوپلری و لاگرانژی دارد [۹].

۱.۳. روش نیمه‌لاگرانژی

ایده اصلی این روش استفاده از ناوردایی تابع توزیع در امتداد منحنی‌های مشخصه معادله ولاسف است.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{p_x}{m_e \gamma}, \quad (۶)$$

$$\frac{dp_x}{dt} = e \left(E_x + \frac{(p \times B)_x}{m_e \gamma} \right),$$

در روش نیمه‌لاگرانژی شبکه فضای فاز در زمان ثابت می‌ماند (دیدگاه اوپلری) و از معادله ولاسف در امتداد منحنی‌های مشخصه‌اش، معادله (۶)، انتگرال گرفته می‌شود (دیدگاه لاگرانژی). در نهایت مقدار جدید تابع توزیع روی نقاط شبکه فضای فاز با استفاده از درونیابی اسپلاین مکعبی [۱۰] محاسبه می‌شود. با استفاده از روش نیمه‌لاگرانژی به علت استفاده از شبکه یکنواخت توصیف نسبتاً دقیقی از فضای فاز به دست می‌آوریم. علاوه بر این با بهره‌گیری از ناوردایی تابع توزیع در امتداد منحنی‌های مشخصه معادله ولاسف از محدودیت‌های مرسوم اندازه گام اجتناب می‌کنیم.

با فرض آن که مقدار تابع توزیع در زمان $t_n = n\Delta t$ روی نقاط شبکه معین است، مقدار آن در زمان $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ با

۱. Cubic Spline Interpolation

۲. نیروی متوسط وارد بر ذره باردار در اثر حرکت آن در میدان الکترومغناطیسی پالس لیزر.

نتیجه میدان‌های الکترومغناطیس پالس لیزر انتشار یابنده به سمت راست به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$E^+ = rE_0 \sin\left(\frac{\pi\xi}{L}\right) \sin(k_0\xi), \quad (9)$$

$$F^- = rE_0 \sin\left(\frac{\pi\xi}{L}\right) \cos(k_0\xi),$$

در معادله (۹)، دامنه میدان الکتریکی لیزر است که فقط برای زمان‌های $L_{vacuum}/c + L_{jump}/c < t < \tau + L_{vacuum}/c + L_{jump}/c$ (در اینجا τ پهنای زمانی پالس لیزر^۱ است که تقریباً ۴۰ fs است) و در بازه $0 \leq \xi \leq -L$ مقدار آن غیر صفر است. در این رابطه، L طول فضایی پوش پالس لیزر و $\xi = x - ct$ است. عدد موج لیزر k_0 در خلأ برابر با بسامد لیزر $\omega_0 = r\omega_{pe}$ است. در لحظه شروع شبیه‌سازی مرکز پالس لیزر در $\xi = -L/2$ قرار دارد. پروفایل چگالی الکترونی پلاسما و جهت انتشار پالس لیزر در شکل ۱ نشان داده شده است. پالس لیزر از خلأ وارد مرز چپ پلاسما شده و به سمت راست انتشار می‌یابد.

فرض می‌کنیم پوش پالس لیزر کند تغییر است، یعنی تغییرات آن در مقیاس زمانی طولانی‌تری نسبت به دوره تناوب موج رخ می‌دهد، در نتیجه پتانسیل برداری به صورت زیر تعریف خواهد شد:

$$A_z = -a_0 \sin\left(\frac{\pi\xi}{L}\right) \cos(k_0\xi), \quad (10)$$

$$A_z = a_0 \sin\left(\frac{\pi\xi}{L}\right) \sin(k_0\xi),$$

در رابطه (۱۰)، a_0 اندازه حرکت ارتعاشی^۲ بهنجار شده الکترون است و به شکل $a_0 = eE_0 / m_e c \omega_0$ تعریف می‌شود. در شبیه‌سازی‌هایی که انجام داده‌ایم a_0 را برابر با ۰/۷ در نظر گرفته‌ایم که معادل پالس لیزر با شدت $I = 1/34 \times 10^{18} \text{ W/cm}^2$ و طول موج $\lambda_0 = 0.6 \mu\text{m}$ است. تعداد نقاط شبکه فضای فاز به ترتیب در راستای مکان و اندازه حرکت برابر است با $N_x = 100$ و $N_p = 250$. محدوده تعریف شده برای اندازه حرکت $10 m_e c \pm$ است. اندازه گام عددی

یونها درون موج پلاسما میدان‌های الکتریکی عظیمی ایجاد می‌کند که می‌توان از آنها برای شتابدهی به ذرات باردار استفاده کرد. به علت آن که میدان دنباله لیزر با سرعت فاز نزدیک به سرعت گروه پالس لیزر انتشار می‌یابد، می‌توانیم از این میدان برای شتابدهی به ذرات تا سرعت‌های نسبی بهره بگیریم. دستیابی به میدان شتابدهی قوی یکی از مسائل مهم در شتابدهی میدان دنباله لیزر است.

در ادامه با استفاده از کد ماکسول-ولاسف نسبیتی یک بعدی، تولید میدان‌های غیر خطی ایجاد شده در دنباله پالس لیزر طی برهم‌کنش پالس لیزر قوی با تیغه پلاسما را بررسی می‌کنیم. تیغه پلاسما همگن با چگالی $n_0 = 0.025 n_c$ و طول $L_{plasma} = 40 c / \omega_{pe}$ را در نظر می‌گیریم. پروفایل چگالی پلاسما با دو ناحیه خلأ و جهش، که در این فاصله چگالی الکترون‌ها از صفر به n_0 افزایش می‌یابد، به طول $L_{vacuum} = 0.2 c / \omega_{pe}$ و $L_{jump} = 0.3 c / \omega_{pe}$ احاطه شده است. طول سیستم برابر است با $L_{system} = L_{plasma} + 2L_{jump} + 2L_{vacuum}$. تابع توزیع طولی اولیه الکترون‌ها را ماکسولی و با دمای $T_e = 3 \text{ keV}$ در نظر می‌گیریم.

پالس لیزر با قطبش دایروی راستگرد و پوش نیم سینوسی از خلأ به مرز چپ پلاسما می‌رسد و به سمت راست انتشار می‌یابد. در هندسه یک بعدی می‌توان موج الکترومغناطیسی را به صورت ترکیبی از امواج انتشار یابنده به راست و چپ $B_{\perp} = B_L + B_R, E_L + E_R$ در نظر گرفت [۱۱]، که برای میدان الکتریکی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

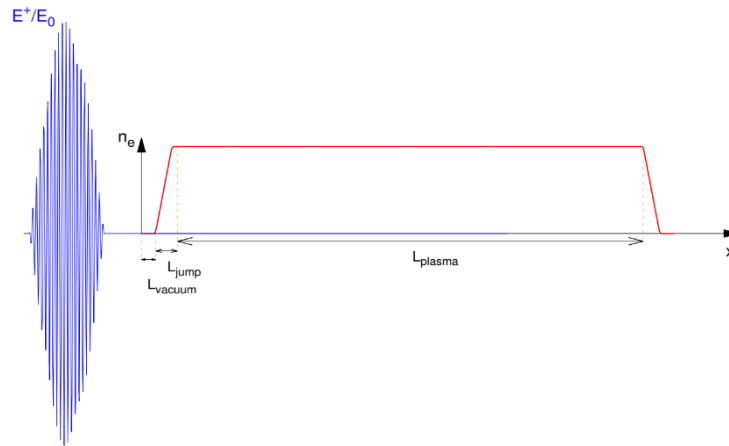
$$E_L = \frac{1}{2}(E_y - cB_z, E_z + cB_y), \quad (8)$$

$$E_R = \frac{1}{2}(E_y + cB_z, E_z - cB_y),$$

در ادامه از دو کمیت تعریف شده $E^{\pm} = E_y \pm cB_z$ و $F^{\pm} = E_z \pm cB_y$ جهت تعریف میدان‌های انتشار یابنده به سمت راست و چپ استفاده می‌کنیم. در اینجا فقط انتشار امواج به سمت راست را در نظر می‌گیریم و از امواجی که به سمت چپ انتشار می‌یابند صرف‌نظر می‌کنیم ($F^+ = E^- = 0$). در

۱. Laser pulse duration

۲. Quiver momentum



شکل ۱. طرحوارهٔ پروفایل چگالی اولیهٔ پلاسما و میدان الکتریکی پالس لیزر.

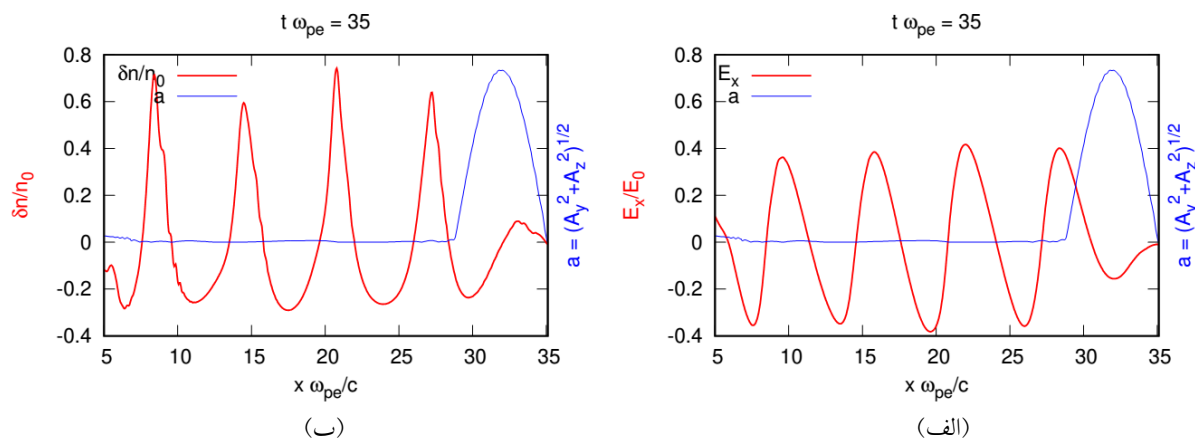
شکل ۳ نشانگر تحول زمانی تابع توزیع الکترون‌ها $f(x, p_x)$ در فضای فاز است. در شکل ۳، الف، که پیش از ورود پالس لیزر به دستگاه است، الکترون‌ها حول اندازه حرکت صفر توزیع شده‌اند. پس از ورود پالس به سیستم در زمان $t = 2\omega_{pe}^{-1}$ ، احتمال حضور الکترون‌ها در نواحی‌ای از فضای فاز که متناظر با اندازه حرکت تا $p_x = 4m_e c$ است نیز غیر صفر است و الکترون‌هایی تا این سرعت نیز در فضای فاز وجود دارند. در زمان‌های بعدی در نواحی‌ای از فضای فاز با اندازه حرکت در حدود $p_x = 10m_e c$ نیز احتمال حضور الکترون‌ها وجود دارد. در مدت زمان $6/3 \text{ fs}$ و طول تقریباً $51 \mu\text{m}$ اندازه حرکت الکترون‌ها از حدود صفر تا $10m_e c$ افزایش یافته است. قله‌های تابع توزیع در شکل ۳، د متناظر با قله‌های تغییرات چگالی ایجاد شده پشت پالس لیزر در شکل ۲، ب هستند.

جهت بررسی تأثیر طول پالس بر دامنهٔ میدان دنبالهٔ ایجاد شده، از پالس‌های لیزر با طول‌های مختلف اما با شدت یکسان برای ایجاد میدان دنبالهٔ لیزر در پلاسمای با چگالی یکسان استفاده می‌کنیم. در شکل ۴، ب تغییرات چگالی ایجاد شده در پلاسما در اثر عبور پالس‌های لیزر با طول‌های λ_p ، 0 ، $1/5 \lambda_p$ و $2 \lambda_p$ در زمان $t = 3\omega_{pe}^{-1}$ رسم شده است. حداکثر تغییرات چگالی مربوط به پالس لیزر با طولی برابر با طول موج پلاسما و حداقل آن مربوط به پالس لیزر با طول دوبرابر طول موج پلاسما است. با توجه به شکل ۴، الف

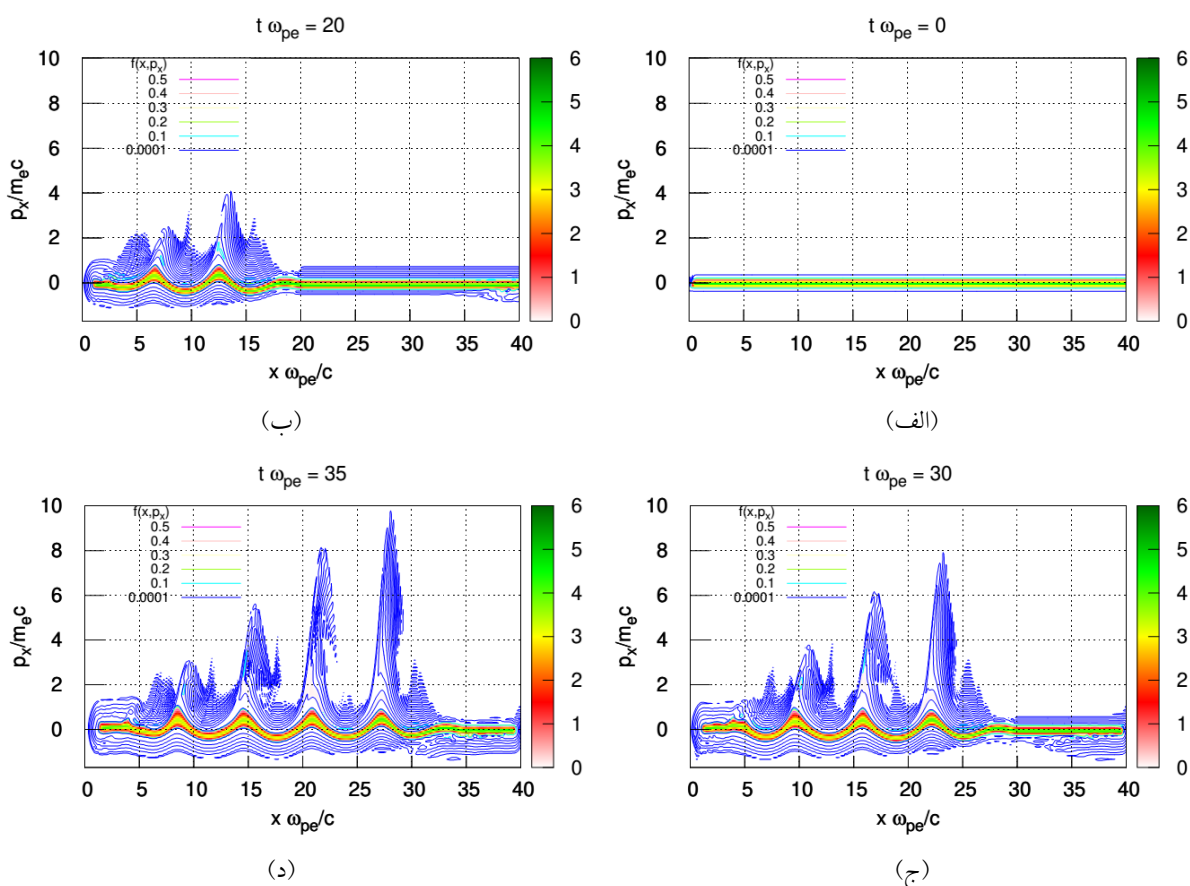
زمانی، مکانی و اندازه حرکت در شبیه‌سازی‌های انجام شده برابرند با $\Delta t = 0.5\omega_{pe}^{-1}$ ، $\Delta x = 0.5c\omega_{pe}^{-1}$ و $\Delta p_x = 0.5m_e c$. پس از ورود پالس لیزر پرشدت به پلاسما، نیروی پاندرماتیو الکترون‌های تیغه را به سمت جلو هل می‌دهد اما یون‌ها به علت جرم بیشترشان پشت سر الکترون‌ها برجای می‌مانند.

میدان دنبالهٔ ایجاد شده در اثر انتشار پالس لیزر با طول برابر با طول موج پلاسما $L = \lambda_p$ ، که برحسب حد شکست موج غیرنسبیتی^۱ در پلاسمای سرد $E_0 [V/m] = m_e c \omega_{pe} / e = 46 \sqrt{n_e [\text{cm}^{-3}]}$ بدون بعد شده است، در شکل ۲، الف نشان داده شده است. این میدان حاصل جدایش بار و تغییرات چگالی ایجاد شده در اثر اعمال نیروی پاندرماتیو پالس لیزر بر الکترون‌ها و هل دادن آنها رو به جلو است، که سبب می‌شود قله‌های تیز چگالی و نواحی خالی از الکترون پشت پالس لیزر شکل گیرد. تغییرات چگالی پلاسما $\delta n = n_e - n_0$ که برحسب چگالی اولیهٔ الکترون‌ها n_0 بدون بعد شده است در شکل ۲، ب رسم شده است. با توجه به شکل ۲، الف حداکثر میدان دنبالهٔ لیزر تولید شده، $0.4 E_0$ منطبق بر مقدار پیش‌بینی شدهٔ حداکثر میدان شتابدهی در اثر انتشار پالس لیزر تخت در پلاسمای سرد [۱۲] $E_{max} = E_0 a_s / \sqrt{1 + a_s^2}$ است. در واقع در طول تقریباً $51 \mu\text{m}$ به میدان‌های شتابدهی از مرتبهٔ 106 GV/m دست می‌یابیم.

۱. Non relativistic wave-breaking limit



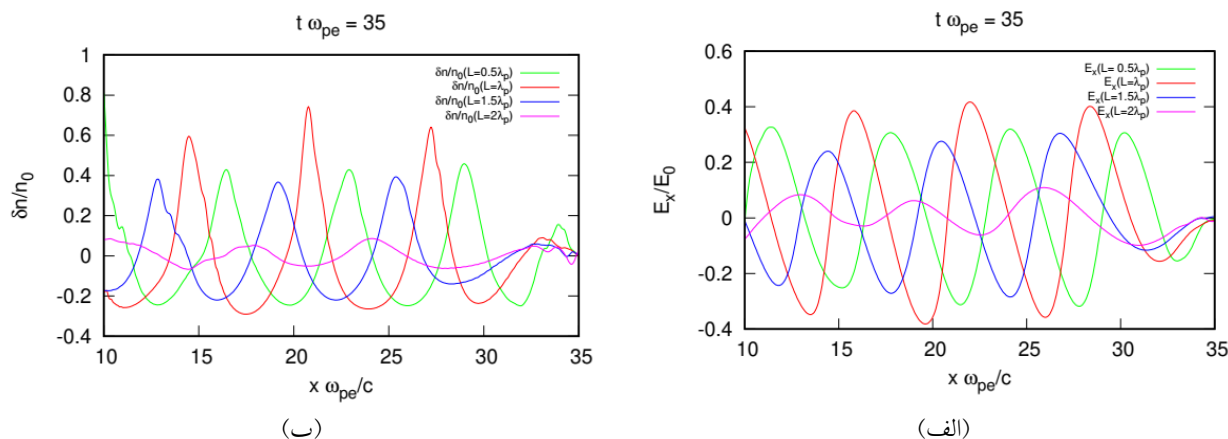
شکل ۲. (الف) میدان الکتریکی ایجاد شده در دنباله لیزر با پوش نیم سینوسی برای پالس لیزر به طول $L = \lambda_p$ و (ب) تغییرات چگالی $\delta n = n_e - n_0$ ایجاد شده در دنباله پالس لیزر به طول $L = \lambda_p$ در زمان $t = 35 \omega_{pe}^{-1}$ پس از شروع برهم کنش.



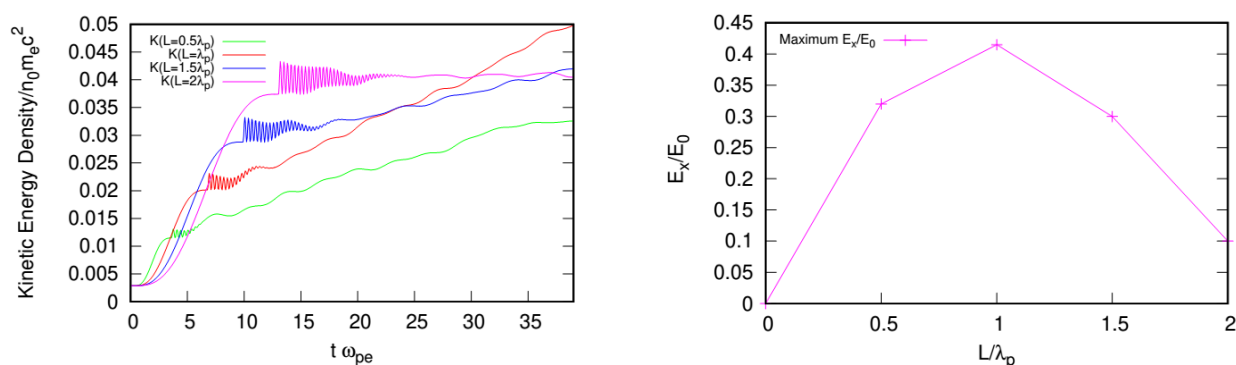
شکل ۳. پریند تابع توزیع الکترون‌ها در فضای فاز در زمان‌های (الف) $t = 0 \omega_{pe}^{-1}$ ، (ب) $t = 2 \omega_{pe}^{-1}$ ، (ج) $t = 3 \omega_{pe}^{-1}$ و (د) $t = 35 \omega_{pe}^{-1}$ پس از شروع برهم کنش پالس لیزر به طول $L = \lambda_p$ با تیغه پلاسما.

برای طول بهینه جهت شتابدهی است [۶]. در شکل ۵ حداکثر میدان الکتریکی بدون بعد شده ایجاد شده در دنباله پالس لیزر با

حداکثر میدان شتابدهی ایجاد شده نیز مربوط به پالس لیزر با طول برابر با طول موج پلاسما است، که مطابق با نتایج تحلیلی



شکل ۴. (الف) میدان الکتریکی ایجاد شده و (ب) تغییرات چگالی در اثر انتشار پالس‌های لیزر به طول‌های متفاوت $L = 0.5\lambda_p$ ، $L = \lambda_p$ ، $L = 1.5\lambda_p$ و $L = 2\lambda_p$ اما با شدت‌های یکسان در تیغه پلاسما.



شکل ۵. حداکثر دامنه میدان دنباله‌ایجاد شده پشت پالس لیزر با پوش نیم‌سینوسی بر حسب طول پالس لیزر L .
شکل ۶. تحول زمانی چگالی انرژی جنبشی الکترون‌های پلاسما در اثر انتشار پالس‌های لیزر به طول‌های متفاوت $L = 0.5\lambda_p$ ، $L = \lambda_p$ ، $L = 1.5\lambda_p$ و $L = 2\lambda_p$ اما با شدت‌های یکسان در تیغه پلاسما.

الکترون‌ها در مورد پالس با طول برابر با طول موج پلاسما از سه مورد دیگر بیشتر است.

۵. نتیجه‌گیری

حل عددی معادله ولاسف با استفاده از روش نیمه‌لاگرانژی، به دلیل ارائه توصیف دقیقی از فضای فاز، برای مطالعه فرایندهای شتابدهی به ذرات در برهم‌کنش پالس‌های پر شدت و قوی با پلاسما از اهمیت فراوانی برخوردار است. این روش به علت فقدان نوفه عددی و تفکیک کافی در فضای سرعت، جایگزین مناسبی برای روش‌های ذره‌ای است، با این حال به دلیل پوشش دادن تمام فضای فاز با نقاط شبکه، حافظه و زمان محاسبات

پوش نیم‌سینوسی بر حسب طول پالس لیزر رسم شده است، با توجه به این نمودار حداکثر میدان شتابدهی در طول پالس برابر با طول موج پلاسما تولید خواهد شد. تحول زمانی چگالی انرژی جنبشی بهنجار شده الکترون‌ها در واحد طول دستگاه در پلاسما در شکل ۶ رسم شده است. بر اساس این شکل شیب افزایش انرژی جنبشی متوسط ذرات برای پالس با طولی برابر با طول موج پلاسما از سه پالس دیگر بیشتر است. پس از آن بیشترین شیب متعلق به پالس با طولی برابر با نصف طول موج پلاسما است. در انتهای شبیه‌سازی، انرژی جنبشی متوسط

حداکثر انرژی جنبشی ذرات، طولی برابر با طول موج پلاسما است. مقدار بیشینه میدان شتابدهی برای طول پالس‌های مختلف و نیز طول بهینه پالس لیزر با مقدار پیش‌بینی شده توسط مطالعات تحلیلی سیالی تطابق دارد.

افزایش خواهد یافت. شتابدهی ذرات با استفاده از میدان دنباله لیزر را با استفاده از این روش بررسی کردیم. بر اساس نتایج حاصل از کد برای میدان‌های ایجاد شده توسط پالس‌های لیزر با پوش نیم سینوسی و با طول‌های مختلف، طول بهینه پالس لیزر جهت ایجاد میدان‌های شتابدهی قوی و نیز دستیابی به

مراجع

1. S M Hooker, *Nat. Phys* **7** (2013) 775.
2. E Esarey, C B Schroeder, and W P Leemans, *Reviews of Modern Physics* **81** (2009) 1229.
3. W P Leemans, *Nature Physics* **2** (2006) 696.
4. T Tajima and J M Dawson, *Physical Review Letters* **43** (1979) 267.
5. A Modena et. al., *IEEE Transactions on Plasma Science* **24** (1996) 289.
6. E Esarey, P Sprangle, J Krall, and A Ting, *IEEE Transactions on Plasma Science* **24** (1996) 252.
7. G Lehmann, *Communication in Computational Physics* **20** (2016) 1583.
8. M Sarraf and A D Ghizzo, *The European Physical Journal D* **71** (2017) 271.
9. E Sonnendrücker, J Roche, P Bertrand, and A Ghizzo, *Journal of Computational Physics* **149** (1999) 201.
10. M Shoucri, *Communication in Computational Physics* **4** (2008) 703.
11. R Trines et. al., *Journal of Plasma Physics* **71** (2005) 411.
12. P Sprangle et. al., *Journal of Applied Physics Letters* **53** (1988) 2146.