



بررسی دستگاه‌های چند کوارکی

فریبا عبدی و غلامرضا برون

گروه فیزیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه

پست الکترونیکی: boroun@razi.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۲/۰۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۰۷/۳۰)

چکیده

در این مقاله به بررسی دستگاه‌های تترا و پنتا کوارکی می‌پردازیم. دستگاه پنتاکوارک را به صورت یک دستگاه مزون-باریون و تترا کوارکی را به صورت دستگاه دو کوارک-پاد دو کوارک معرفی می‌کنیم. یک دستگاه دو کوارکی از دو کوارک تشکیل شده است. پتانسیل برهم‌کنشی بین این ذرات به صورت ترکیبی از دو پتانسیل بار رنگ و پتانسیل نگهدارنده به صورت جمله‌های نوسانی و خطی در نظر گرفته می‌شوند. معادله شرودینگر را با در نظر گرفتن اثرات اسپین-اسپین، ایزواسپین-ایزواسپین، اسپین-ایزواسپین حل کرده و سپس جرم دو کوارک و تتراکوارک‌های سنگین که کوارک‌های افسون و ته دارند را به دست می‌آوریم. این محاسبات با استفاده از تصویر دو کوارک-پاد دو کوارک در چارچوب مدل کوارکی غیر نسبیته محاسبه می‌شوند. در ادامه جرم دستگاه‌های پنتاکوارکی را نیز به همین روش محاسبه می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: معادله شرودینگر، دی کوارک، تتراکوارک، پنتاکوارک

۱. مقدمه

و پنتاکوارک از چهار کوارک و یک پاد کوارک تشکیل شده است [۱].

در دهه‌های گذشته، فیزیکدانان علاقه زیادی به بررسی حالت‌های چند کوارکی نشان داده‌اند. به عنوان حالت جدیدی از ذرات، فراتر از مزون‌ها و باریون‌های معمولی، حالت‌های چند کوارکی حاوی بیش از سه کوارک وجود دارد که از اهمیت ویژه‌ای در خانواده هادرون‌ها برخوردارند به خصوص، با مشاهدات حالت‌های مختلفی مانند کوارکونیوم، $X(3872)$ ، $Y(4260)$ و $Z(4430)$ ، مطالعه حالت‌های چند کوارکی به دوران جدیدی رسیده است. تتراکوارک‌ها و پنتاکوارک‌ها از حالت‌های چند کوارکی هستند. تترا کوارک از دو کوارک و دو پادکوارک

۲. تتراکوارک‌ها و دو کوارک‌ها

یکی از مشکلات در فیزیک هادرون جدید، تعیین ساختار و خواص تتراکوارک‌های جدید $X(3872)$ ، $Y(4260)$ و $Z(4430)$ تازه کشف شده و دیگر مزون‌های بیگانه $D_s^*(2311)$ ، $D_s^*(2400)$ است. این حالت‌ها نمی‌توانند در یک تصویر ساده کوارک و پادکوارک قرار گیرند. یک

دهنده مختصات نسبی دستگاه کوآرک-کوآرک است و همچنین H_{hyp}^{qq} توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$H_{hyp}(x) = H_S(x) + H_I(x) + H_{SI}(x), \quad (3)$$

که در آن $H_S(x)$ ، $H_I(x)$ و $H_{SI}(x)$ به ترتیب برهم‌کنش اسپین-اسپین، برهم‌کنش ایزواسپین-ایزواسپین و برهم‌کنش اسپین-ایزواسپین هستند، که توسط روابط زیر بیان شده‌اند [۳]:

$$H_S(x) = A_S \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_S} \right)^3 \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_S^2}\right) (\bar{S}_1 \cdot \bar{S}_2), \quad (4)$$

$$H_I(x) = A_I \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_I} \right)^3 \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_I^2}\right) (\bar{I}_1 \cdot \bar{I}_2), \quad (5)$$

$$H_{SI}(x) = A_{SI} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_{SI}} \right)^3 \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_{SI}^2}\right) (\bar{S}_1 \cdot \bar{S}_2) (\bar{I}_1 \cdot \bar{I}_2). \quad (6)$$

۴. حل تحلیلی معادله شرودینگر برای پتانسیل

خاص

در این قسمت معادله شرودینگر را برای پتانسیل محدود کننده زیر حل می‌کنیم. پتانسیل محصورسازی بین دو کوآرک را توسط رابطه زیر تعریف می‌کنیم:

$$V_{conf}(x) = ax^2 + bx, \quad (7)$$

که در آن a و b ثابت‌های مثبت هستند. ax^2 نقش نوسانات کوآرک‌ها را نسبت به هم درفاصله x نشان می‌دهد و bx نقش پتانسیل نگهدارنده را دارد. پتانسیل فقط به صورت تابعی از x در نظر گرفته شده است و از قسمت زاویه‌ای تابع موج صرف نظر می‌کنیم. در واقع فقط قسمت شعاعی تابع موج مسئله دو جسمی را حل می‌کنیم. بررسی دو کوآرک‌های سنگین را با حل معادله شرودینگر شروع می‌کنیم و تابع موج دستگاه دو کوآرکی را به دست می‌آوریم. معادله شرودینگر شعاعی در حالت کلی به صورت زیر بیان می‌شود [۴]:

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{D-1}{x} \frac{d}{dx} - \frac{L(L+D-2)}{x^2} \right) \psi_l(x) + \frac{r m}{\hbar} (E_l - V(x)) \psi_l(x) = 0, \quad (8)$$

که در آن $\psi_l(x)$ تابع موج شعاعی، l عدد کوانتومی مداری حرکت یک ذره نسبت به ذره دیگر است و m جرم کاهش یافته دستگاه دو جسمی است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

احتمال برای این فرایند این است که این مزون‌های بیگانه را به عنوان تتراکوآرک‌هایی که از یک دو کوآرک و یک پاد دو کوآرک تشکیل شده‌اند تفسیر کنیم. هنگامی که گلمان (۱۹۶۴) کوآرک را معرفی کرد، در مورد وجود احتمالی دو کوآرک در همان زمان بحث کرد. در واقع هر دستگاه دو کوآرکی یک دو کوآرک است. در یک هادرون با بیش از دو کوآرک، همبستگی دو کوآرک به خاطر حضور نیروهای وابسته به اسپین ناشی از برهم‌کنش رنگ، در هسته رخ می‌دهد. دستگاه‌های دو کوآرکی اعداد کوانتومی دستگاه دو کوآرک دارند که در حالت پایه، پاریته آنها مثبت است که نشانه‌هایی برای وجود هر دو شکل برداری (اسپین ۱) و یا نرده‌ای (اسپین ۰) است. اگر چه دو کوآرک نمی‌تواند رنگ تک تابه داشته باشد، اما جاذبه بین دو کوآرک‌ها می‌تواند قوی باشد. بنابراین دو کوآرک‌ها برای درک مزون‌های غیر متعارف از اهمیت بالایی برخوردارند، که مهم‌ترین آنها تتراکوآرک‌ها هستند [۲]. در ادامه به محاسبه جرم دو کوآرک‌های نرده‌ای و برداری در حد غیرنسبیتی می‌پردازیم. همچنین جرم تتراکوآرک‌های سنگین که کوآرک b و c دارند را در تصویر دو کوآرک - پاد دو کوآرک در چارچوب مدل کوآرکی غیر نسبیتی محاسبه می‌کنیم.

۳. هامیلتونی و پتانسیل دو کوآرک‌ها

هامیلتونی برای برهم‌کنش کوآرک - کوآرک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H^{qq}(x) = V^{qq}(x) + H_{hyp}^{qq}(x), \quad (1)$$

که در آن $V^{qq}(x)$ شامل سه عبارت است از:

$$V^{qq}(x) = V_{conf}(x) - \frac{\tau}{x} - C, \quad (2)$$

در رابطه بالا $V_{conf}(x)$ یک پتانسیل محدود کننده و پتانسیل کوتاه برد $-\frac{\tau}{x}$ یک پتانسیل کولنی است که منشأ آن فرایندهای تبادل گلوئونی است. C یک مقدار ثابت و مشخص است که بر اساس نتایج آزمایشگاهی به دست می‌آید، و متغیر x نشان

$$\tau_{k,0} = n(n-1)\mu_{k+r,0} + n\nu_{k+1,0} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

بنابراین با استفاده از قضیه ۶ منبع [۵] و مقایسه آن با معادله (۱۶)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$-r\alpha(rl+r) + \beta^r + C_1 + \varepsilon = r n \alpha, \quad (19)$$

که مقدار انرژی در حالت کلی از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\varepsilon = r\alpha(rn+r) - \beta^r - C_1. \quad (20)$$

در حالتی که $n=0$ تابع $f_n(x)=1$ است، بنابراین با قرار دادن آن در معادله (۱۵) روابط زیر را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} r\alpha^r &= rma, & r\alpha\beta &= rmb, \\ r\beta(l+1) &= -r m \tau, & & \\ r m E_l &= r\alpha(rl+r) - \beta^r - r m C. \end{aligned} \quad (21)$$

با استفاده از روابط بالا انرژی و تابع موج دو کواریک‌ها در حالت پایه از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} E_l &= \sqrt{\frac{a}{r m}}(rl+r) - \frac{\beta^r}{r a} - C \\ \psi_l(x) &= N_0 x^l \exp(-\alpha x^r - \beta x). \end{aligned} \quad (22)$$

در اولین حالت برانگیخته $n=1$ نیز با دنبال کردن مراحل بالا انرژی و تابع موج به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} E_l &= \sqrt{\frac{a}{r m}}(rl+\delta) - \frac{\beta^r}{r a} - C \\ \psi_l(x) &= N_0 \left(x - \frac{rl+r}{r m \tau - r \beta(l+1)} \right) x^l \exp(-\alpha x^r - \beta x). \end{aligned} \quad (23)$$

۵. محاسبه جرم دو کواریک‌ها

جرم دو کواریک‌ها براساس جرم کواریک‌های تشکیل دهنده آن و اثرات برهم‌کنشی در حالت پایه $l=0$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$M_{diquark} = m_{q_1} + m_{q_2} + E_{e,qq} + \langle H_{hyp} \rangle. \quad (24)$$

اولین مرتبه تصحیح انرژی $\langle H_{hyp} \rangle$ از پتانسیل نامحدود با استفاده از تابع موج غیر اختلالی به دست آمده در بخش‌های قبل محاسبه می‌شود:

$$\langle H_{hyp} \rangle = \int d^r x \psi H_{hyp} \psi. \quad (25)$$

برای محاسبه ضرایب پتانسیل، مقدار 1 را برای ضریب b پیشنهاد می‌کنیم $(b = 1 fm^{-r})$. با توجه به این که جرم دستگاه دو کواریکی از معادله (۲۴) به دست می‌آید و $E_{e,qq}$ نسبت به

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad (9)$$

در اینجا m_1 و m_2 جرم کواریک‌های تشکیل دهنده دستگاه دو کواریکی هستند. D درجه آزادی دستگاه است. اگر N تعداد ذرات تشکیل دهنده دستگاه باشد آنگاه D برابر است با:

$$D = r(N-1). \quad (10)$$

حالا ما معادله شرودینگر شعاعی را برای دستگاه دو جسمی با پتانسیل برهم‌کنشی مرکزی حل می‌کنیم. با تغییر متغیر زیر:

$$\psi_l(x) = x^{-1} \phi_l(x), \quad (11)$$

به همراه پتانسیل تعریف شده برای دی کواریک، معادله (۸) را به شکل زیر ساده می‌کنیم:

$$\frac{d^r}{dx^r} \phi_l(x) + \left[\varepsilon + C_1 - a_l x^r - bx + \frac{\tau_1}{x} - \frac{l(l+1)}{x^2} \right] \phi_l(x) = 0, \quad (12)$$

که در آن از تغییر متغیرهای زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= r m E_l, & C_1 &= r m C, & a_1 &= r m a, \\ b_1 &= r m b, & \tau_1 &= r m \tau. \end{aligned} \quad (13)$$

معادله موج شعاعی $\phi_l(x)$ یک جواب معادله شرودینگر کاهش یافته است، که آن را می‌توان به صورت زیر پیش‌بینی کرد [۵]:

$$\begin{aligned} \phi_l(x) &= f_n(x) g_l(x) \\ &= x^{l+1} \exp(-\alpha x^r - \beta x) f_n(x), \end{aligned} \quad (14)$$

که $f_n(x)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f_n(x) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ \prod_{i=1}^n (x - \alpha_i^r) & n=1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (15)$$

با قرار دادن معادله (۱۴) در معادله (۱۲)، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} x f_n''(x) + \left[-r\alpha x^r - r\beta x + r(l+1) \right] f_n'(x) + \\ \left[(r\alpha^r - a_1) x^r + (r\alpha\beta - b_1) x^r + \left\{ \beta^r + C_1 + \varepsilon \right\} x + \left(\frac{\tau_1}{r\beta(l+1)} \right) \right] f_n(x) = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

با مقایسه معادله فوق با معادله زیر:

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i=0}^{k+r} \mu_{k+r,i} x^{k+r-i} \right) y'' + \left(\sum_{i=0}^{k+1} \nu_{k+1,i} x^{k+1-i} \right) y' - \\ \left(\sum_{i=0}^k \tau_{k,i} x^{k-i} \right) y = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

شرط لازم برای داشتن یک تابع چند جمله‌ای از نوع درجه n به صورت زیر نشان داده می‌شود [۵]:

جدول ۱. پارامترهای مورد استفاده [۶ و ۷].

پارامتر	دستگاه دو کوارکی و تتراکوارکی
$\sigma_s(fm)$	۲/۸۷
$A_s(fm^2)$	۶۷/۴
$\sigma_{SI}(fm)$	۲/۳۱
$A_{SI}(fm^2)$	-۱۰۶/۲
$\sigma_I(fm)$	۳/۴۵
$A_I(fm^2)$	۵۱/۷
$m_u = m_d (MeV)$	۳۳۰
$m_s (MeV)$	۵۰۰
$m_c (MeV)$	۱۵۵۰
$m_b (MeV)$	۴۸۸۰

جفت کوارک به دست می‌آیند [۸]. در سال ۲۰۰۳ در آزمایشگاه بل در ژاپن، اولین گواه بر وجود چهار کوارکی‌ها پیدا شد و بیش از ۱۲ سال گذشت تا در سال ۲۰۱۶ در آزمایشگاه دی‌زر که یکی از آزمایشگاه‌های دوگانه فرمی است کشف آن اعلام شد. جرم این چهار کوارکی ۵۵۶۸ مگا الکترون ولت است که نامش هم بر اساس جرمش مشخص شد (۵۵۶۸ X) [۹]. در اینجا تتراکوارک‌های سنگین که کوارک‌های افسون (c) و سر (b) دارند را در تصویر دستگاه دو کوارک - پاد دو کوارک معرفی می‌کنیم. پاریتته یک دستگاه دو جسمی که نسبت به هم اندازه حرکت زاویه‌ای ۱ دارند به صورت زیر است:

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot (-1)^l, \quad (27)$$

که P_1 پاریتته دو کوارک و P_2 پاریتته پاد دو کوارک است. پاریتته کوارک مثبت و پاریتته پاد کوارک منفی است. به ازای $l=0$ پاریتته تتراکوارک مثبت است. یک دستگاه دو کوارک - پاد دو کوارک دارای هامیلتونی و پتانسیل برهم‌کنشی به صورت زیر است:

$$H^{D\bar{D}}(x) = V^{D\bar{D}}(x) + H_{hyp}^{D\bar{D}}(x), \quad (28)$$

$$V^{D\bar{D}}(x) = 2V_{conf}(x) - \frac{\tau}{x} - C,$$

که متغیر x در حال حاضر مختصات نسبی دو کوارک - پاد دو کوارک است و $H_{hyp}^{D\bar{D}}(x)$ همانند H_{hyp} در معادله (۳) است. زمانی که جرم دو کوارک‌ها محاسبه شد، ما می‌توانیم جرم تتراکوارک‌ها را با دنبال کردن همان مراحل به دست آوریم. به بیان صریح جرم یک دستگاه تتراکوارکی از رابطه زیر به دست می‌آید [۳]:

$$M_{Tetraquark} = m_D + m_{\bar{D}} + E_{D\bar{D}} + \langle H_{hyp}^{D\bar{D}} \rangle. \quad (29)$$

نتایج محاسبات جرم تتراکوارک‌های حاوی کوارک c در جدول ۳، و محاسبات جرم تتراکوارک‌های حاوی کوارک b در جدول ۴ نشان داده شده است که این نتایج را با کارهای تئوری و آزمایشگاهی مقایسه کرده‌ایم. در محاسبات تتراکوارک، ثابت $C = 0/36 fm^{-1}$ در نظر گرفته شده است که براساس تطبیق نتایج محاسبات با داده‌های آزمایشگاهی تتراکوارک $D_s^*(2400)$ به دست آمده است.

اثرات برهم‌کنشی بیشترین سهم را در جرم دو کوارک دارد، لذا برای به دست آوردن ضرایب a و C از معادله (۲۲) استفاده کرده و به طور اختیاری ضرایب a و C را انتخاب می‌کنیم. سپس با در اختیار داشتن ضرایب a, b, C و با استفاده از معادله (۲۱) می‌توان ضریب τ را تعیین کرد. حال با استفاده از معادلات (۲۲، ۲۴ و ۲۵) جرم دستگاه دو کوارک (qq) به دست می‌آید، که با در نظر گرفتن داده‌های آزمایشگاهی موجود برای جرم مزون P ، نتایج محاسبات با داده‌های آزمایشگاهی برآزش داده شده و با تکرار مراحل فوق پارامترهای موجود در معادله (۲) تعیین می‌شوند:

$$a = 0/34 fm^{-3}, b = 1 fm^{-2}, \tau = 1/33, C = 0/11 fm^{-1}, \quad (26)$$

برای محاسبات از پارامترهای موجود در جدول ۱ استفاده شده است. محاسبات جرم دو کوارک در جدول ۲ نشان داده شده است. در این جدول دو کوارک‌های نرده‌ای را با S و دو کوارک‌های برداری را با A نشان داده‌ایم.

۶. محاسبه جرم تتراکوارک‌ها

در مکانیک کوانتومی رنگ (QCD) هادرون‌های متشکل از $q\bar{q}$ مزون‌ها، $q\bar{q}q\bar{q}$ تتراکوارک‌ها، $q\bar{q}g$ هیبریدها و gg گلوبال‌ها وجود دارند که این حالت‌ها ترکیبی از نابودی یا تشکیل یک

جدول ۲. جرم محاسبه شده برای دستگاه دو کوارکی.

جرم در منبع [۷]	جرم در منبع [۳]	جرم محاسبه شده	نوع دو کوارک	دو کوارک
۷۱۰	۵۲۷	۶۰۸	S	qq
۹۰۹	-	۷۷۵	A	qq
۹۴۸	۷۸۴	۸۳۵	S	qs
۱۰۶۹	-	۹۲۸	A	qs
۱۲۰۳	-	۱۰۷۲	A	ss
۱۹۷۳	۲۰۱۲	۱۸۴۸	S	cq
۲۰۳۶	-	۱۹۴۳	A	cq
۲۰۹۱	۲۲۱۳	۱۹۸۶	S	cs
۲۱۵۸	-	۲۰۸۲	A	cs
۵۳۵۹	۵۳۷۱	۵۱۶۵	S	bq
۵۳۸۱	-	۵۲۶۰	A	bq
۵۴۶۲	۵۵۶۳	۵۳۰۰	S	bs
۵۴۸۲	-	۵۳۹۷	A	bs

۷. پنتاکوارک‌ها

پنتاکوارک‌ها نمونه‌ای از باریون‌های بیگانه هستند که از چهار کوارک و یک پاد کوارک $qqqq\bar{q}$ تشکیل شده است که تمام ترکیبات J^P را دارند. به این ذرات به علت طول عمر کوتاه (10^{-20} s) ذرات تشدید می‌گویند. دو احتمال ممکن برای ساختار داخلی پنتا کوارک این است که پنج کوارک در یک دستگاه کروی قویاً به هم وابسته هستند و یا این که از یک مزون که به طور ضعیف به نوکلئون مقید است ساخته شده است. برای یک دستگاه پنج کوارکی که ساختار کوارکی ($qqqq\bar{q}$) دارد پاریته از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 (-1)^l = (-1)^{l+1}, \quad (30)$$

که پاریته کوارک‌ها مثبت و پاریته پاد کوارک منفی است. بنابراین برای حالت پایه، پاریته پنتا کوارک منفی است.

در سال ۲۰۰۳ گروه $LEPS$ ژاپن در آزمایشگاه اسپرینگ ۸ از مشاهده θ^+ خبر دادند که دارای عدد شگفتی ۱ و ساختار کوارکی ($uudd\bar{s}$) دارد [۱۱]. در سال ۲۰۰۴ ذره‌ای دیگر توسط گروه NA۴۹ مشاهده شد که عدد

شگفتی ۲ و ساختار کوارکی ($dsds\bar{u}$) داشت و آن را Ξ^{--} نامیدند [۱۲]. در سال ۲۰۱۵ در برخورد دهنده‌های بزرگ هادرونی در سرن پنتا کوارکی مشاهده کردند که شامل یک پروتون و یک کوارک افسون و پادکوارک افسون بود. هردو پنتا کوارکی که ($LHCb$) رصد کرد، حالت‌های تشدید انرژي از پروتون و ذره J/ψ هستند و لذا به آنها پنتا کوارک افسونی گفته می‌شود؛ که آنها را $P_c(4310)^+$ و $P_c(4450)^+$ نامیدند [۱۳]. در سال ۲۰۱۹ در آزمایش $LHCb$ با افزایش انرژی برخورد به $13 TeV$ یک حالت پنتاکوارکی $P_c(4312)^+$ که به P و J/ψ واپاشیده می‌شود ثبت شد. لازم به ذکر است که مشاهدات قبلی گزارش شده از $P_c(4450)^+$ در واقع دو تشدید متفاوت $P_c(4450)^+$ و $P_c(4457)^+$ بوده‌اند [۱۴]. با توجه به شکل ۱ جرم‌های $P_c(4312)^+$ و $P_c(4457)^+$ به ترتیب $5 MeV$ و $2 MeV$ زیر آستانه $\Sigma_c^+ \bar{D}^*$ و $\Sigma_c^+ \bar{D}^*$ است. بنابراین آنها کاندیدای خوبی برای حالت‌های محدود این دستگاه‌ها هستند.

جدول ۳. جرم محاسبه شده برای یک دستگاه تراکوارکی حاوی کوارک افسون (c) برحسب MeV.

J^P	دو کوارک	جرم محاسبه شده	جرم در منبع [۷]	آزمایشگاهی [۱۰]	جرم
0^+	$S\bar{S}$	۲۳۱۸	۲۳۹۰	$D_s^*(2460)$	۲۳۱۸
1^+	$S\bar{A}$	۲۴۲۳	۲۵۵۸		
1^+	$A\bar{S}$	۲۴۱۲	۲۴۷۳	$D_1(2430)$	۲۴۲۷
0^+	$A\bar{A}$	۲۳۲۰	۲۵۰۳		
1^+	$A\bar{A}$	۲۴۱۸	۲۵۸۰		
2^+	$A\bar{A}$	۲۶۱۵	۲۶۹۰	$D_{2^*}(2400)^\pm$	۲۴۶۵/۴
0^+	$S\bar{S}$	۲۴۸۷	۲۶۱۹	$D_S(2632)$	۲۶۳۲/۵
1^+	$S\bar{A}$	۲۵۷۴	۲۷۲۳	$D_{S^*}(2317)$	۲۳۱۷
1^+	$A\bar{S}$	۲۵۸۲	۲۶۷۸	$D_{S1}(2460)$	۲۴۶۰
0^+	$A\bar{A}$	۲۴۷۰	۲۶۸۰		
1^+	$A\bar{A}$	۲۵۶۹	۲۷۵۷	$D_{S1}(2536)$	۲۵۳۵/۱
2^+	$A\bar{A}$	۲۷۶۶	۲۸۶۳	$D_{S2^*}(2860)$	۲۸۶۲(±۶)
0^+	$S\bar{S}$	۲۶۵۷	۲۷۵۳		
1^+	$S\bar{A}$	۲۷۴۳	۲۸۳۰		
1^+	$A\bar{S}$	۲۷۵۲	۲۸۷۰		
0^+	$A\bar{A}$	۲۶۴۰	۲۸۳۹		
1^+	$A\bar{A}$	۲۷۳۹	۲۹۰۱		
2^+	$A\bar{A}$	۲۹۳۶	۲۹۹۸		

۷. محاسبه جرم پنتا کوارکها

پنتاکوارک یک دستگاه پنج کوارکی است که در این قسمت ما آن را به صورت یک دستگاه دو جسمی در نظر می‌گیریم که از یک باریون و یک مزون به هم چسبیده تشکیل شده است. با استفاده از پتانسیل کلینیک بک^۱ و دنبال کردن مراحل محاسبات دو کوارکها، معادله شرودینگر را برای دستگاه دو جسمی حل می‌کنیم [۱۵]:

$$V(x) = ax^2 + bx - \frac{c}{x}, \quad (31)$$

پتانسیل (۳۱) را در معادله شرودینگر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{d}{dx} \right) \psi(x) - \left[\varepsilon - V(x) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mx^2} \right] \psi(x) = 0, \quad (32)$$

حل تحلیلی و دقیق معادله (۳۲) با پتانسیل مورد نظر بسیار دشوار است. برای ساده کردن مسئله از تغییر متغیر زیر استفاده می‌کنیم:

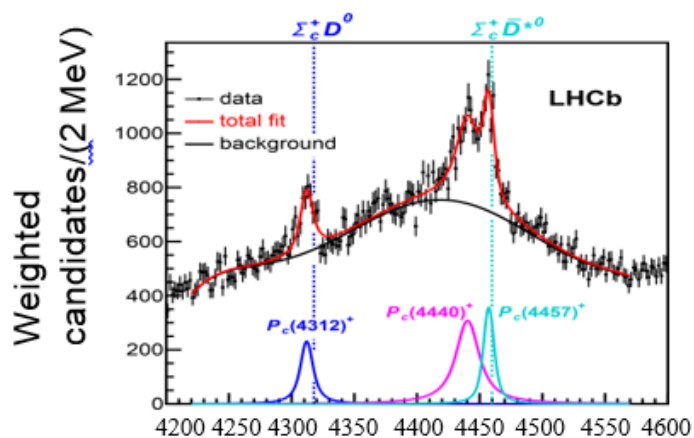
$$\psi(x) = \frac{1}{x} \varphi(x), \quad (33)$$

با قرار دادن رابطه‌های (۳۱) و (۳۳) در رابطه (۳۲) معادله زیر را به دست می‌آوریم:

۱. Killingbeck

جدول ۴. جرم محاسبه شده برای یک دستگاه تتراکوارکی حاوی کوارک سر (b) بر حسب MeV.

J^P	دو کوارک	جرم محاسبه شده	جرم در منبع [۷]	آزمایشگاهی [۱۰]	جرم
$bq\bar{q}\bar{q}$					
0^+	$S\bar{S}$	۵۶۳۵	۵۷۵۸		
1^+	$S\bar{A}$	۵۷۱۹	۵۹۵۰		
1^+	$A\bar{S}$	۵۷۱۲	۵۷۸۲	$B_1(5721)$	$5723 \pm 2/5$
0^+	$A\bar{A}$	۵۶۱۶	۵۸۹۶		
1^+	$A\bar{A}$	۵۷۳۴	۵۹۳۷		
2^+	$A\bar{A}$	۵۹۳۳	۶۰۰۷	$B_2^*(5747)^0$	$5739/5$
$bq\bar{s}\bar{q}$					
0^+	$S\bar{S}$	۵۸۱۱	۵۹۹۷	$X(5568)$	5568
1^+	$S\bar{A}$	۵۸۶۸	۶۱۲۵		
1^+	$A\bar{S}$	۵۷۸۴	۶۰۲۱		
0^+	$A\bar{A}$	۵۷۶۵	۶۰۸۶		
1^+	$A\bar{A}$	۵۸۶۵	۶۱۱۸	$B_{S1}(5130)^0$	$5121/63$
2^+	$A\bar{A}$	۶۰۶۳	۶۱۷۷	$B_{S2}^*(5140)^0$	$5139/85$
$bss\bar{q}$					
0^+	$S\bar{S}$	۵۹۹۲	۶۱۰۸		
1^+	$S\bar{A}$	۶۰۳۷	۶۲۳۸		
1^+	$A\bar{S}$	۶۰۶۷	۶۱۳۴		
0^+	$A\bar{A}$	۵۹۳۵	۶۱۹۷		
1^+	$A\bar{A}$	۶۰۳۴	۶۲۲۸		
2^+	$A\bar{A}$	۶۲۳۳	۶۲۸۴		



شکل ۱. نمودار توزیع جرم بر حسب GeV [۱۴].

جدول ۵. جرم پنتا کوارکها بر حسب MeV و ضرایب پتانسیل.

جرم آزمایشگاهی	جرم منابع	جرم محاسبه شده	c	$b(fm^{-2})$	$a(fm^{-2})$	مزون+باریون	ساختار کوارکی	پنتاکوارک
$P_c(4457)^+$	-	۴۴۵۷	۰/۴۹	۱/۶۲	۱/۰۵	$\Sigma_c^+ + D^{*+}$	$(uudc\bar{c})$	$P_c(4457)^+$
$P_c(4312)^+$	-	۴۳۳۳	۰/۴۹	۱/۶۲	۱/۰۵	$\Sigma_c^+ + D^0$	$(uudc\bar{c})$	$P_c(4312)^+$
Ξ^{--}	-	۱۸۹۲	۱/۶۱	۲/۹۹	۱/۰۵	$\Xi^- + \pi^-$	$(dds\bar{u})$	Ξ^{--}
θ^+	۱۵۳۰ [۱۷]	۱۵۴۰	۱/۶۱	۲/۹۹	۱/۰۵	$P + K^0$	$(uudd\bar{s})$	θ^+
θ_c	۲۷۹۰/۸۳ [۱۶]	۲۸۴۸	۱/۶۱	۲/۹۹	۱/۰۵	$P + D^-$	$(uudd\bar{c})$	θ_c
θ_b	۶۲۰۹/۷۱ [۱۶]	۶۱۲۰	۱/۶۱	۲/۹۹	۱/۰۵	$P + B^0$	$(uudd\bar{b})$	θ_b
θ_{cs}	۲۹۵۰ [۱۷]	۲۹۶۰	۱/۶۱	۲/۹۹	۱/۰۵	$\Sigma_c^{++} + K^0$	$(cuuds)$	θ_{cs}

حاضر یک دستگاه پنج جسمی به یک دستگاه دو جسمی کاهش پیدا کرده است که به روشی غیر نسبیتی به محاسبه جرم پنتا کوارکها پرداخته شده است. این روش می تواند یک جایگزین مناسب برای روش های پیچیده نسبیتی و دستگاه های پنج جسمی باشد.

۸ نتیجه گیری

روش دستگاه دو جسمی که برای محاسبه جرم دی کوارکها، تتراکوارکها و پنتا کوارکها از آن استفاده شده است روشی مناسب است که می تواند جایگزین روش های سخت نسبیتی شود. نتایج محاسبات نشان می دهد حالت های تشدید نرده ای $D_1(2430)$ و $D_s^*(2632)$ و برداری $D_1(2430)$ را می توانیم به صورت دو کوارک- پاد دو کوارک در نظر بگیریم. از طرف دیگر تتراکوارکهای $D_{s^*}^*(2317)$ و $D_{s1}(2460)$ و $X(5561)$ را نمی توان به عنوان حالت های محدود دو کوارک- پاد دو کوارک در نظر گرفت. نتایج محاسبات با داده های آزمایشگاهی و روش های دیگران قابل مقایسه است.

$$\frac{d^2}{dx^2} \varphi(x) + \left[\frac{r m \varepsilon - r m a x^2 - r m b x}{x} + \frac{l(l+1)}{x^2} \right] \varphi(x) = 0, \quad (34)$$

جواب معادله بالا را به صورت زیر پیش بینی می کنیم:

$$\varphi(x) = N_0 x^{l+1} \exp(-\beta x^2 + \gamma x), \quad (35)$$

با قرار دادن معادله (۳۵) در معادله (۳۴) انرژی و تابع موج به صورت زیر به دست می آید:

$$\psi(x) = N_0 x^l \exp(-\beta x^2 + \gamma x), \quad (36)$$

$$E_l = \sqrt{\frac{a}{r m}} (r l + r) - \frac{b^2}{r a}, \quad (37)$$

که در معادله (۳۶)، β و γ به صورت زیر تعریف می شود:

$$4\beta^2 = r m a, \quad -4\beta\gamma = r m b. \quad (38)$$

با استفاده از رابطه زیر به محاسبه جرم پنتا کوارکها می پردازیم:

$$M_{pentaquark} = m_{baryon} + m_{meson} + E_{bm} + \langle H_{hyp} \rangle. \quad (39)$$

ضرایب پتانسیل بر اساس برآزش کردن نتایج محاسبات با داده های آزمایشگاهی جرم پنتا کوارک θ^+ و $P_c(4457)^+$ به دست آمده است. این ضرایب پتانسیل و نتایج حاصل از محاسبات در جدول ۵ نشان داده شده است که با نتایج تئوری و داده های آزمایشگاهی مقایسه کرده ایم. در واقع در مقاله

مراجع

1. Y R Liu, H X Chen, W Chen, X Liu, and S L Zhu, *Nucl. Phys.* **107** (2019) 237320.
2. M Anselmino, et al., *Int. J. Mod. Phys. A* **4** (1989) 5231.
3. Z Ghalevoni, F Giacosa, and D H Rischke, *Acta. Phys. Pol. B* **47** (2015) 1158.
4. S M Ikhdair, *Phys. Scr.* **83** (2011) 025002.
5. H Ciftci, R L Hall, N Saad, and E Dogu, *J. Phys. A:*

11. T Nakano, et al., *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 012002.
12. C Alt et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** (2004) 042003.
13. R Aaij et al., *Phys. Rev. Lett.* **115** (2015) 072001.
14. R Aaij et al., *Phys. Rev. Lett.* **122** (2019) 222001.
15. J Killingbeck, *Phys. Lett. A* **65** (1978) 87.
16. M Monemzadeh, N Tazimi, and Sh Babaghodrat, *Advances in High Energy Physics*, Article ID 6480926, **1** (2016).
17. S Cho et al., [ExHIC Collaboration], *Phys. Rev. C* **84** (2011) 064910.
6. Z Ghalehovi, A A Rajabi, S x Qin, and D H Rischke, *Mod. Phys. Lett. A* **29** (2014) 1450106
7. Ebert1, R N Faustov, and V O Galkin, *Phys. Lett. B* **696** (2011) 245.
8. P Wang and S R Cotanch, *Eur. Phys. J. C* **55** (2008) 409.
9. V.M.Abazov et al., The D0 Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **117** (2016) 022003.
10. M Tanabashi et al., *Phys. Rev. D* **98** (2018) 030001.