



قرص های برافزایشی نازک اطراف کرمچاله پلی تروپیک چندگانه

ملیحه حیدری فرد و فاطمه اقبال پور

گروه فیزیک دانشگاه قم، قم

پست الکترونیکی: heydarifard@qom.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۴/۱۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۰۸/۱۴)

چکیده

در این مقاله خواص فیزیکی قرص های برافزایشی نازک را در فضا- زمان ایستا و متقارن کروی کرمچاله پلی تروپیک چندگانه مطالعه می کنیم. با استفاده از مدل نویکو- تورن، شار انرژی تابشی، توزیع دمای سطح قرص، شعاع داخلی ترین مدار دایره ای پایدار و بازده تابشی قرص را به دست می آوریم. نتایج را با کرمچاله عبور پذیر موریس- تورن (کرمچاله TWH) و حل شوارتس شیلد مقایسه می کنیم. این مقایسه نشان می دهد که قرص های نازک در هندسه کرمچاله پلی تروپیک چندگانه نسبت به کرمچاله TWH و هندسه شوارتس شیلد با همان جرم هندسی، داغ تر، درخشان تر و پربازده ترند.

واژه های کلیدی: برافزایش و قرص های برافزایشی، کرمچاله، فیزیک سیاهچاله

۱. مقدمه

در نسبت عام کلاسیک، کرمچاله ها دسته جالبی از حل های معادلات میدان اینشتین هستند که با حل های سیاهچاله ای یا ستاره ای متفاوتند. تفاوت اصلی در توپولوژی آنها نهفته است؛ دو ناحیه مجانبی تخت از فضا- زمان که توسط مکانی به نام "گلوگاه"^۱ به یکدیگر متصل می شوند. مسئله مهم در تونل زنی از طریق گلوگاه، مسئله عبورپذیری آن است که نخستین بار مفهوم کرمچاله عبورپذیر^۲ با ایده تخیلی سفرهای میان ستاره ای توسط موریس و تورن پیشنهاد [۱] و توصیف های بعدی از

ماشین زمان بر اساس این ایده در [۲ و ۳] ارائه شدند. همچنین، کرمچاله عبورپذیر متقارن کروی موریس- تورن (کرمچاله TWH) در حضور ثابت کیهان شناسی Λ در [۴] بررسی شده است. به طور معمول، نشان داده می شود که هندسه کرمچاله با نوعی ماده غیر عادی^۳ توصیف می شود که شرایط انرژی را نقض می کند [۱]، با این وجود، تلاش های زیادی برای به دست آوردن حل های کرمچاله ای که شرط انرژی را نقض نمی کنند انجام شده است که از میان آنها می توان به سناریوهای دینامیکی [۵] یا حل های کرمچاله در نظریه های تعمیم یافته گرانش [۶-۱۵] اشاره کرد. پایداری کرمچاله ها نیز موضوع جالب

۱. Throat

۲. Traversable wormhole (TWH)

۳. Exotic matter

این مدل فرض می‌شود که نرخ برافزایش جرم، ثابت است و به شعاع قرص وابسته نیست؛ به این معنا که قرص در حالت پایا قرار دارد. همچنین فرض می‌شود که جرم برافزایشی حرکت کپلری دارد که ایجاب می‌کند جسم مرکزی فاقد میدان مغناطیسی قوی باشد. علاوه بر این تابش گسیل شده از سطح قرص، به صورت تابش جسم سیاه در نظر گرفته می‌شود که نتیجه‌ای از تعادل ترمودینامیکی قرص است. سپس خصوصیات شار انرژی تابش شده از سطح قرص‌های برافزایشی نازک در [۳۴ و ۳۵] مورد بررسی قرار گرفت. همچنین در این تحلیل‌ها، بازده تابشی به این معنی که سیاه‌چاله چه میزان از جرم سکون را از طریق روند برافزایش به پرتو خروجی تبدیل می‌کند نیز محاسبه شده است. خواص قرص‌های برافزایشی نازک در گرانش تعمیم یافته $f(R)$ [۳۶ و ۳۷]، نظریه نرده‌ای-بردار-تانسور [۳۸] و گرانش اینشتین-دیلاتون-ماکسول [۳۹ و ۴۰] مورد مطالعه قرار گرفته است. در مدل‌های گرانشی با ابعاد اضافه همچون نظریه کالوزا-کلاین و مدل‌های جهان شامه‌ای، قرص‌های برافزایشی در [۳۱-۴۱] بررسی شده‌اند. همچنین مطالعه قرص‌های برافزایشی نازک پیرامون ستاره‌های نوترونی، فرمیونی و بوزونی و تکینگی‌های برهنه در [۴۴-۴۸] انجام شده است. خواص فیزیکی قرص‌های برافزایشی نظیر شار انرژی تابشی، دمای قرص و طیف نثری قرص برافزایشی در فضا-زمان کرمچاله TWH مطالعه و با حل سیاه‌چاله شوارتس شیلد مقایسه شده است. در این مطالعه نشان داده شده است که بازده تابشی-که میزان تبدیل جرم سکون به تابش خروجی توسط جسم مرکزی را نشان می‌دهد- در کرمچاله TWH ، $\epsilon = 0/1422$ و از بازده سیاه‌چاله شوارتس شیلد $\epsilon = 0/0572$ بیشتر است. بنابراین کرمچاله TWH داغ‌تر و درخشان‌تر از حل سیاه‌چاله شوارتس شیلد با همان جرم هندسی r_s است [۴۹]. همچنین خواص فیزیکی قرص‌های برافزایشی نازک در فضا-زمان کرمچاله چرخان با تقارن محوری در [۵۰] بررسی شده و نتایج با سیاه‌چاله چرخان کر مقایسه شده است. مطالعه خط آهن موجود در پرتو X طیف نثری یک قرص برافزایشی نازک اطراف کرمچاله چرخان، گواه مشاهداتی است که می‌تواند برای

دیگری است که همچنان مورد بحث است. اگر چه نشان داده شده است که برخی از هندسه‌های کرمچاله در برابر اختلالات متریک پایدار هستند [۱۶-۱۸]، ناپایداری برخی دیگر از آنها در [۱۹-۲۱] مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر این، مطالعات مربوط به تمایزهای رصدی بین سیاه‌چاله‌ها و هندسه کرمچاله‌ها با استفاده از مدهای شبه نرمال^۱ [۲۲-۲۴]، همگرایی گرانشی [۲۵-۲۷] و سایه کرمچاله [۲۸-۳۱] در سال‌های اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده است. رهیافت مهم دیگر برای تشخیص این تمایز، فرایند برافزایش پیرامون اجسام فشرده اختزفیزیکی است.

انتظار می‌رود که اغلب اشیای اختزفیزیکی از طریق فرایند برافزایش جرم رشد کنند. حضور ماده میان‌ستاره‌ای منجر به شکل‌گیری قرص‌های برافزایشی پیرامون اشیای فشرده می‌شود. قرص برافزایشی ساختاری حلقوی متشکل از گاز چرخان است که به آرامی و به صورت مارپیچ به سمت جسم مرکزی حرکت می‌کند. ذرات گاز در حین سقوط در پتانسیل جسم مرکزی، انرژی گرانشی را به صورت گرما آزاد می‌کنند. کسری از این گرما به تابش تبدیل می‌شود، که تا اندازه‌ای از سطح قرص فرار می‌کند، و موجب سرد شدن قرص می‌شود. تنها اطلاعاتی که از فیزیک قرص‌های برافزایشی داریم از همین تابش است که با رسیدن به تلسکوپ‌های رادیویی، نوری و پرتو ایکس، به منجمان این امکان را می‌دهد تا طیف الکترومغناطیسی آن را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهند. خواص این طیف، وابسته به حرکت ژئودزیک ذرات گاز است که آن هم به نوبه خود به ساختار و ماهیت جرم مرکزی (مثل این که سیاه‌چاله یا ستاره نوترونی باشد) مرتبط است. بنابراین، با مطالعه خواص الکترومغناطیسی طیف تابش شده از قرص‌های برافزایشی، می‌توان اطلاعات اختزفیزیکی مهمی را به دست آورد.

الگوی استاندارد قرص‌های برافزایشی که از نظر هندسی نازک هستند، نخستین بار در سال ۱۹۷۳ توسط شاکورا و سانویو بر مبنای فیزیک نیوتونی مطرح شد [۳۲]. پس از آن نوکیو و تورن، رهیافت نسبیتی عامی این مدل را ارائه دادند [۳۳]. در

۱. Quasi-normal modes

$$ds^r = g_{tt} dt^r + g_{rr} dr^r + g_{\theta\theta} d\theta^r + g_{\varphi\varphi} d\varphi^r, \quad (1)$$

که فرض می‌کنیم مؤلفه‌های متریک تنها تابعی از مختصه شعاعی r باشند. با استفاده از معادلات اوپلر-لاگرانژ، معادلات ژئودزی را در صفحه قطبی، $\theta = \frac{\pi}{2}$ ، بر حسب ثابت‌های حرکت یعنی انرژی مشخصه \tilde{E} و تکانه زاویه‌ای مشخصه \tilde{L} به دست می‌آوریم

$$\frac{dt}{d\tau} = -\frac{\tilde{E}}{g_{tt}}, \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{\tilde{L}}{g_{\varphi\varphi}}, \quad (3)$$

$$-g_{tt} g_{rr} \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^r + V_{eff}(r) = \tilde{E}^r, \quad (4)$$

که τ پارامتر آفین است و با استفاده از شرط $g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu = -1$ پتانسیل مؤثر با عبارت زیر داده می‌شود:

$$V_{eff}(r) = -g_{tt} \left(1 + \frac{\tilde{L}^r}{g_{\varphi\varphi}} \right). \quad (5)$$

برای مدارهای دایره‌ای پایدار در صفحه قطبی با استفاده از دو شرط $V_{eff}(r) = 0$ و $V_{eff,r}(r) = 0$ ، انرژی مشخصه، تکانه زاویه‌ای مشخصه و سرعت زاویه‌ای Ω ذرات در حال حرکت در مدار دایره‌ای را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\tilde{E} = -\frac{g_{tt}}{\sqrt{-g_{tt} - g_{\varphi\varphi}\Omega^r}}, \quad (6)$$

$$\tilde{L} = \frac{g_{\varphi\varphi}\Omega}{\sqrt{-g_{tt} - g_{\varphi\varphi}\Omega^r}}, \quad (7)$$

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{-g_{tt,r}}{g_{\varphi\varphi,r}}}. \quad (8)$$

همچنین با استفاده از شرط $V_{eff,rr}(r) = 0$ برای داخلی‌ترین مدار دایره‌ای پایدار یا همان شعاع ایسکو (r_{isco}) در پتانسیل جسم مرکزی رابطه زیر را به دست می‌آوریم:

$$\tilde{E}^r g_{\varphi\varphi,rr} + \tilde{L}^r g_{tt,rr} + (g_{tt} g_{\varphi\varphi})_{,rr} = 0, \quad (9)$$

که لبه داخلی قرص را تعیین می‌کند.

تمایز کرمچاله چرخان از سیاهچاله کر استفاده شود [۵۱]. همچنین مطالعه خط آهن k_a از قرص برافزایشی نازک اطراف کرمچاله عبورپذیر در [۵۲] بررسی شده است. برای بررسی و مطالعه خواص فیزیکی قرص‌های برافزایشی نازک با استفاده از مدل نویکو-تورن در کرمچاله برنز-دیکی^۱ و کرمچاله چرخان دامور^۲ مراجع [۵۳] و [۵۴] را ببینید.

با به کارگیری مدل‌های پلی تروپیک که به طور گسترده در اخترفیزیک استفاده می‌شوند [۵۵] حل کرمچاله‌ای با معادله حالت $P = \sum_n a_n \rho^n$ (کرمچاله پلی تروپیک چندگانه) در مرجع [۵۶] به دست آمده است و همچنین لنز گرانشی این کرمچاله بررسی شده است. در مقاله حاضر، مشابه منابع ذکر شده در بالا، با استفاده از مدل نویکو-تورن خواص فیزیکی قرص‌های برافزایشی نازک را در فضا-زمان کرمچاله پلی تروپیک چندگانه مطالعه و بررسی می‌کنیم و با کرمچاله TWH و حل شوارتس شیلد مقایسه می‌کنیم.

در ادامه، ساختار مقاله به این صورت است. در بخش دوم به اختصار، معادلات ژئودزی و فرایند برافزایش قرص‌های نازک را بر اساس مدل نویکو-تورن در کلی‌ترین فضا-زمان ایستا و متقارن کروی مرور می‌کنیم. سپس در بخش سوم با معرفی هندسه کرمچاله پلی تروپیک چندگانه، پتانسیل مؤثر، شار انرژی تابشی، توزیع دمای سطح قرص و بازده تابشی آن را به دست می‌آوریم. در بخش پایانی نیز به بیان نتایج می‌پردازیم.

۲. قرص‌های برافزایشی نازک در فضا-زمان متقارن

کروی

۱.۲. هندسه فضا-زمان و معادلات ژئودزی

برای توصیف حرکت ذراتی که در مدارهای دایره‌ای در فضا-زمان ایستا و متقارن کروی یک جسم متراکم حرکت می‌کنند، کلی‌ترین شکل متریک را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

۱. Brans-Dicke

۲. Damour

که \dot{M}_* نرخ برافزایش جرم است و تابع بدون بعد $f_{disk}(r)$ با رابطه زیر داده می‌شود:

$$f_{disk}(r) \equiv -\Omega_{,r} \frac{M^{\dot{r}}}{\sqrt{-g} (\tilde{E} - \tilde{L}\Omega)^{\dot{r}}} \int_{r_{isco}}^r (\tilde{E} - \tilde{L}\Omega) \tilde{L}_{,r} dr. \quad (11)$$

همان طور که قبلاً هم اشاره کردیم فرض می‌شود که قرص در تعادل گرمایی است، بنابراین تابش ساطع شده از سطح آن را می‌توان همانند تابش جسم سیاه در نظر گرفت که قانون استفان-بولتزمن $\mathcal{F}(r) = \sigma T^{\dot{r}}(r)$ ، برای آن برقرار است و σ ثابت استفان-بولتزمن است.

مشخصه دیگر در فرایند برافزایش جرم، بازده تابشی است که میزان تبدیل جرم سکون به تابش خروجی توسط جسم مرکزی را نشان می‌دهد. این کمیت نسبت نرخ انرژی تابشی فوتون‌هایی که از سطح قرص به بی‌نهایت خارج می‌شوند به نرخ این که چه مقدار جرم-انرژی به شیء مرکزی منتقل می‌شود را نشان می‌دهد. چنانچه از به دام افتادن تابش به وسیله جسم مرکزی صرف نظر شود، بازده تابشی نوبیکو-تورن با رابطه زیر داده می‌شود:

$$\epsilon = 1 - \tilde{E}_{isco}, \quad (12)$$

که مقدار آن از حدود ۵/۷ درصد برای سیاه‌چاله شوارتس شیلد تا حدود ۴۲ درصد برای سیاه‌چاله اکستریمال کر می‌تواند تغییر کند.

۳.۲. ویژگی‌های الکترومغناطیسی قرص برافزایشی در

هندسه کرمچاله پلی‌تروپیک چندگانه

متریک متقارن کروی و ایستای زیر را در نظر می‌گیریم:

$$ds^{\dot{r}} = -e^{\dot{r}} \phi(r) dt^{\dot{r}} + \frac{dr^{\dot{r}}}{1 - \frac{b(r)}{r}} + r^{\dot{r}} (d\theta^{\dot{r}} + \sin^{\dot{r}} \theta d\varphi^{\dot{r}}), \quad (13)$$

که هندسه کرمچاله‌ای را توصیف می‌کند که دارای دو ناحیه مجانباً تخت است که در گلوگاه، $r_g > 0$ به یکدیگر متصل می‌شوند. $\phi(r)$ و $b(r)$ دو تابع دلخواه از مختصه r هستند که به ترتیب تابع انتقال به سرخ و تابع شکل (که مشخص کننده شکل کرمچاله است) نامیده می‌شوند. در این هندسه، مختصه شعاعی r از $+\infty$ تا حداقل مقدار r_g ، که نشان دهنده گلوگاه

۲.۲. ویژگی‌های الکترومغناطیسی و ساختار قرص‌های

برافزایشی نازک

حال به طور مختصر، فرض‌های اساسی در مطالعه قرص‌های برافزایشی نازک بر مبنای مدل نسبیّت عامی نوبیکو-تورن را مرور می‌کنیم و کمیت‌های فیزیکی همچون شار انرژی تابشی $\mathcal{F}(r)$ ، توزیع دما $T(r)$ و بازده تابشی ϵ را معرفی می‌کنیم. بر اساس این مدل، قرص برافزایشی نازک قرصی است که در مختصات استوانه‌ای (r, φ, z) بیشترین جرم آن در صفحه شعاعی قرار داشته باشد. همچنین فرض می‌شود که اندازه عمودی قرص یعنی اندازه آن در راستای z نسبت به اندازه افقی یعنی اندازه آن در راستای شعاعی قابل صرف نظر کردن باشد. به بیان دیگر ارتفاع H که نصف بیشترین ضخامت قرص است خیلی کوچک‌تر از شعاع مشخصه قرص R است، یعنی $H \ll R$. در این مدل، قرص نازک در تعادل هیدرودینامیکی بوده و گرادیان فشار و گرادیان آنتروپی عمودی در ماده برافزاینده، قابل صرف نظر کردن است. سرد شدن قرص از طریق خروج پرتوها باعث جلوگیری از انباشته شدن گرمای تولید شده توسط تنش و اصطکاک دینامیکی می‌شود. در عوض این تعادل سبب پایداری اندازه عمودی قرص می‌شود. علاوه بر این فرض می‌شود که لبه درونی قرص در داخلی‌ترین مدار دایروی پایدار r_{isco} قرار دارد و پلاسمای برافزایشی در مدارهای بالاتر حرکت کپلری دارد. آخرین فرض در نظر گرفته شده در این مدل، حالت پایای قرص برافزایشی است به این معنا که نرخ برافزایش جرم، \dot{M} ثابت فرض می‌شود و با زمان تغییر نمی‌کند. کمیت‌های فیزیکی که پلاسمای در حال چرخش را توصیف می‌کنند، روی مقیاس زمانی Δt و زاویه سمتی $\Delta \varphi = 2\pi$ در یک دوره کامل مداری و ارتفاع H متوسط‌گیری می‌شوند [۳۲-۳۴].

با استفاده از قوانین بقای جرم سکون، انرژی و تکانه زاویه‌ای پلاسمای می‌توانیم شار انرژی تابشی قرص را به دست آوریم [۵۶]:

$$\mathcal{F}(r) = \frac{\dot{M}_*}{4\pi M^{\dot{r}}} f_{disk}(r), \quad (10)$$

داریم. تحلیل بالا را برای ذراتی که در مدارهای دایروی به دور کرمچاله‌ها حرکت می‌کنند به کار می‌بریم و می‌بینیم که در حالت $\phi(r)_{,r} < 0$ ناپایدار هستند. بنابراین ما فقط حالتی را بررسی می‌کنیم که $\phi(r)_{,r} > 0$ باشد، به خصوص حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\phi(r) = -\left(\frac{r_0}{r}\right)^n. \quad (16)$$

همچنین برای تابع شکل از عبارت زیر استفاده می‌کنیم:

$$b(r) = r\left(\frac{r_0}{r}\right)^n. \quad (17)$$

عبارات بالا حل دقیق متریک کرمچاله با توزیع ماده‌ای با معادله حالت پلی تروپیک چندگانه [۲۵]

$$P_r = A\rho + B\rho^{\frac{r_{n+r}}{n+r}}, \quad (18)$$

$$P_t = C\rho + D\rho^{\frac{r_{n+r}}{n+r}} + E\rho^{\frac{r_{n+r}}{n+r}},$$

است که P_r و P_t به ترتیب نشان‌دهنده فشار شعاعی و عرضی هستند و A, B, C, D, E ثابت هستند. در حل کرمچاله

پلی تروپیک چندگانه بالا، به ازای $n=1$ داریم $\phi(r) = -\left(\frac{r_0}{r}\right)$

و $b(r) = r_0$ که یکی از حالت‌های بحث شده از کرمچاله TWH توسط هارکو و همکارانش در [۴۹] است. معادلات

حالت پلی تروپیک کاربردهای اختریفیکی متنوعی دارند. از نظر تاریخی، معادله حالت پلی تروپیک برای توصیف کامل گاز

تبهگن در کوتوله‌های سفید و ستاره‌های همرفتی به کار می‌رود [۵۷-۶۲]. می‌توان بررسی کرد که فضا-زمان به ازای $n > 0$ به

صورت مجانبی تخت است. همچنین اگر کرمچاله عبورپذیر باشد، تابع انتقال به سرخ باید در همه جا متناهی باشد که باز

هم شرط $n > 0$ را خواهیم داشت. از طرفی جرم گرانشی $M(r)$ داخل کره‌ای به شعاع r به صورت زیر است:

$$M(r) = \int_r^r 4\pi r^2 \rho dr = 4\pi r_0 \left[-1 + \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n-1} \right]. \quad (19)$$

با توجه به عبارت بالا، برای داشتن جرم مثبت باید $n < 1$ باشد. در حالت $n=1$ یک کرمچاله بدون جرم را داریم که همان

کرمچاله است، کاهش می‌یابد و دوباره از $+\infty$ تا r_0 افزایش پیدا می‌کند. به منظور این که از بروز افق‌های رویداد جلوگیری کنیم، $\phi(r)$ در تمامی بازه مختصات باید متناهی باشد. در گلوگاه $r_0, r_0 = b'(r_0)$ است. همچنین یکی از شرایط مهم در هندسه کرمچاله شرط بازشدگی^۱ است که به لحاظ ریاضی با رابطه $\frac{b'r-b}{b^2} < 0$ داده می‌شود و در گلوگاه کرمچاله هم ارز با شرط $b'(r_0) < 1$ است.

یکی از مشخصه‌های جالب هندسه کرمچاله‌ها خاصیت جذب/دفع آن است. برای بررسی این موضوع یک مشاهده‌گر ایستا را در حالت سکون در نظر می‌گیریم که دارای چهار

سرعت $u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} = (u^t, 0, 0, 0) = (e^{-\phi(r)}, 0, 0, 0)$ و چهار شتاب $a^\mu = u^\mu_{;\nu} u^\nu$ دارد. بنابراین $a^t = 0$ و

$$a^r = -\Gamma_{tt}^r \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 = \phi(r)_{,r} \left(1 - \frac{b}{r}\right). \quad (14)$$

باید توجه داشت که با توجه به معادله ژئودزی، ذره آزمونی که از سکون شروع و به صورت شعاعی حرکت می‌کند، از معادله حرکت زیر تبعیت می‌کند:

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} = -\Gamma_{tt}^r \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 = -a^r. \quad (15)$$

a^r مؤلفه شعاعی شتاب ویژه است که یک مشاهده‌گر باید برای ساکن بودن در (r, θ, ϕ) ثابت آن را حفظ کند. می‌توان

گفت که اگر $a^r > 0$ باشد، هندسه جاذب است به این معنی که مشاهده‌گر باید شتاب شعاعی رو به خارج را برقرار کند تا به

درون کرمچاله کشیده نشود. همچنین اگر $a^r < 0$ باشد، گفته می‌شود که هندسه دافع است یعنی مشاهده‌گر باید شتاب

شعاعی رو به داخل را برقرار کند که از پرتاب شدن به بیرون توسط کرمچاله جلوگیری کند. این تمایز به علامت $\phi(r)_{,r}$ در

(۱۴) بستگی دارد. در حالت خاص، برای تابع انتقال به سرخ ثابت، $\phi(r)_{,r} = 0$ ، مشاهده‌گر ایستا نیز ژئودزی است. بنابراین

قرارداد می‌کنیم، که اگر $\phi(r)_{,r}$ مثبت باشد، جاذبه رو به داخل گرانشی و اگر $\phi(r)_{,r}$ منفی باشد، دافعه رو به خارج گرانشی

۱. Flare-out

$$V_{eff}(r) = e^{-r\left(\frac{r_0}{r}\right)^n} \left(1 + \frac{\tilde{L}}{r^2}\right), \quad (25)$$

که رفتار آن را در شکل ۱ نشان داده‌ایم. با توجه به شکل، پتانسیل مؤثر در کرمچاله پلی‌تروپیک بیشتر از مقدار آن برای سیاهچاله شوارتس شیلد است. همچنین از شکل واضح است که با افزایش مقدار n ، قله پتانسیل مؤثر کاهش می‌یابد طوری که کرمچاله TWH با بیشترین مقدار n ، $(n=1)$ ، کمترین اختلاف با حل شوارتس شیلد را دارد.

شار انرژی تابشی از سطح قرص را برای مقادیر مختلف از پارامتر n در شکل ۲. الف نشان داده‌ایم. همان طور که دیده می‌شود، انرژی گسیل شده از قرص برافزایشی در هندسه کرمچاله پلی‌تروپیک نسبت به سیاهچاله شوارتس شیلد بیشتر است و مشابه با پتانسیل مؤثر، با کاهش مقدار n اختلاف از حل شوارتس شیلد بیشتر می‌شود. در شکل ۲. ب نیز توزیع دمای سطح قرص را نشان داده‌ایم که رفتار مشابهی دارد.

در جدول ۱ مقادیر شعاع ایسکو r_{isco} را با استفاده از معادله (۲۴)، و بازده تابشی ϵ را برای کرمچاله m پلی‌تروپیک چندگانه به ازای مقادیر مختلف n نشان داده‌ایم. با توجه به جدول واضح است که با افزایش مقدار n ، شعاع ایسکو نیز افزایش می‌یابد طوری که کرمچاله TWH با بیشترین مقدار n ، بزرگ‌ترین شعاع ایسکو را در مقایسه با کرمچاله‌های پلی‌تروپیک دارد و بنابراین همان طور که انتظار داریم و در شکل ۲ نیز نشان داده‌ایم، کمترین مقدار شار انرژی و دما را دارد. همچنین با توجه به جدول، سیاهچاله شوارتس شیلد بیشترین شعاع ایسکو، r_{isco} ، را در مقایسه با هندسه کرمچاله دارد. این امر نشان می‌دهد که میدان گرانشی پیرامون سیاهچاله شوارتس شیلد قوی‌تر است طوری که ناحیه ناپایداری در اطراف آن افزایش می‌یابد و بنابراین شعاع ایسکو در فواصل دورتری قرار می‌گیرد. برای درک این موضوع که چرا در هندسه کرمچاله با کاهش مقدار n شعاع ایسکو نیز کاهش می‌یابد، پارامتر ناهمسانگردی را به صورت $\Delta = p_t - p_r$ تعریف می‌کنیم. فاکتور $\frac{\Delta}{r}$ نشان دهنده نیروی حاصل از ماهیت ناهمسانگردی توزیع ماده است

کرمچاله TWH است. بنابراین محدوده n باید $0 < n < 1$ باشد [۲۵].

همان طور که معادلات (۶) تا (۸) نشان می‌دهند، کمیت‌های سرعت زاویه‌ای، انرژی و تکانه زاویه‌ای مشخصه فقط به تابع انتقال به سرخ وابسته هستند. با انتخاب $\phi(r) = -\left(\frac{r_0}{r}\right)^n$ ، این کمیت‌ها را برای هندسه کرمچاله پلی‌تروپیک چندگانه به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\tilde{E} = \frac{e^{-\left(\frac{r_0}{r}\right)^n}}{\sqrt{1 - n\left(\frac{r_0}{r}\right)^n}}, \quad (20)$$

$$\tilde{L} = \frac{r \sqrt{n\left(\frac{r_0}{r}\right)^n}}{\sqrt{1 - n\left(\frac{r_0}{r}\right)^n}}, \quad (21)$$

$$\Omega = \frac{e^{-\left(\frac{r_0}{r}\right)^n} \sqrt{n\left(\frac{r_0}{r}\right)^n}}{r}. \quad (22)$$

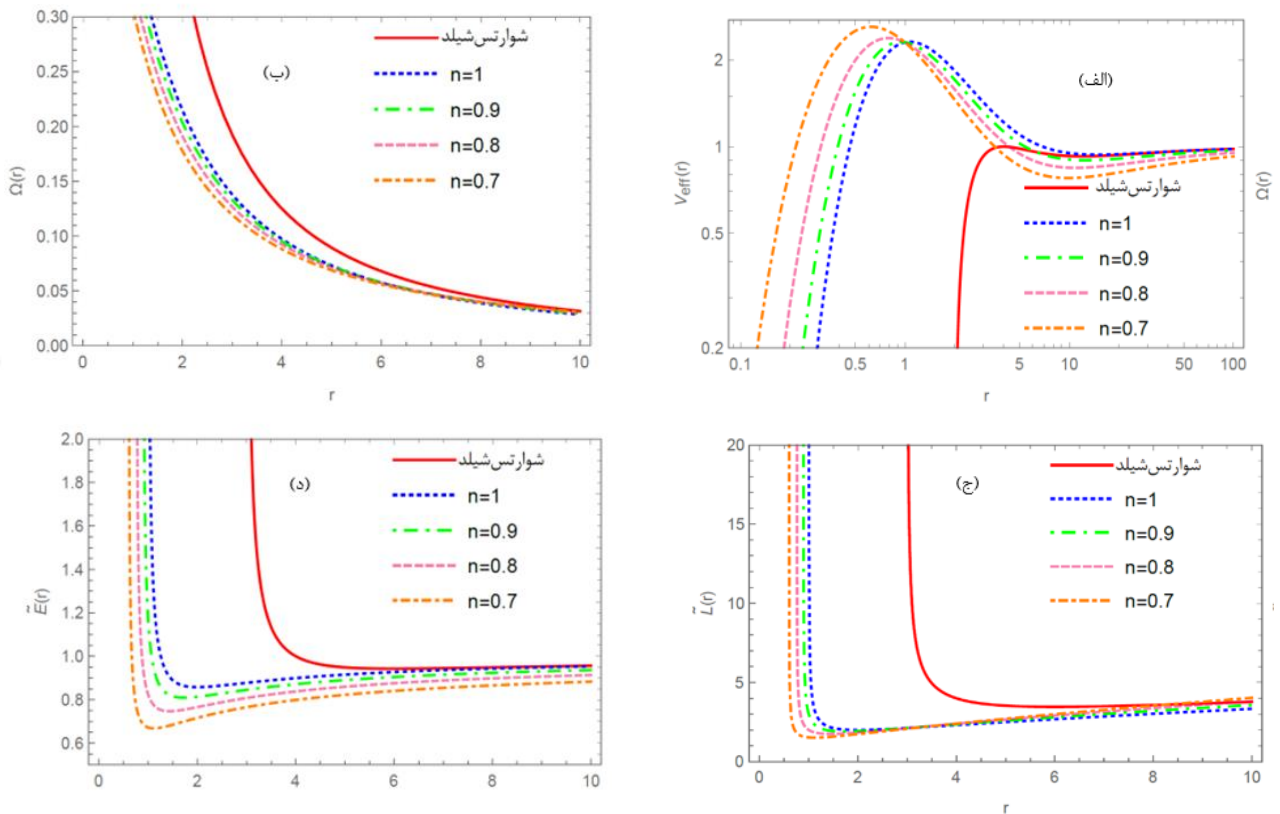
معادله (۹) برای شعاع ایسکو نیز به صورت زیر داده می‌شود:

$$r n \left(\frac{r_0}{r}\right)^n e^{-r\left(\frac{r_0}{r}\right)^n} \left[-r + n + r n \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \right] = 0, \quad (23)$$

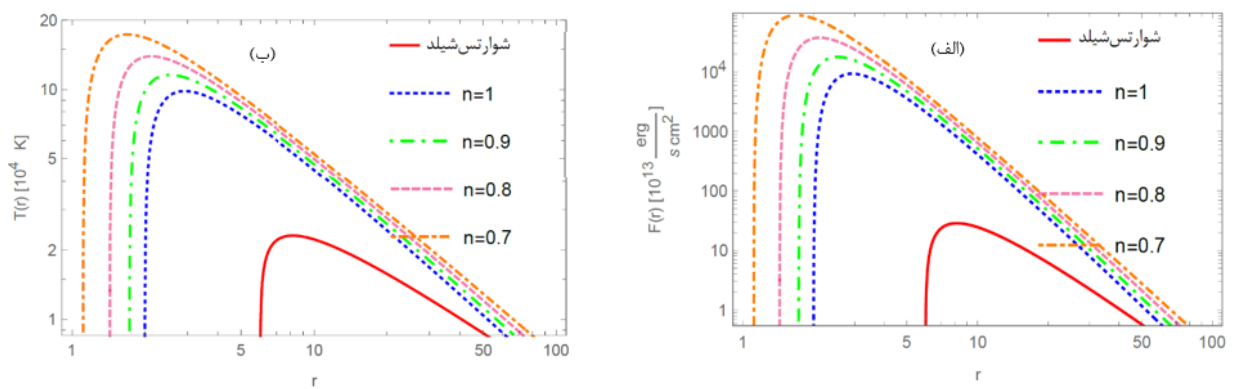
که حل دقیق آن عبارت است از:

$$r_{isco} = \left(\frac{r n}{r - n}\right)^{\frac{1}{n}} r_0. \quad (24)$$

به ازای $n=1$ داریم $r_{isco} = 2r_0$ که همان نتیجه به دست آمده در مرجع [۴۹] است. سرعت زاویه‌ای، انرژی و تکانه زاویه‌ای مشخصه را برای مقادیر مختلف n (که برای آنها شرط $r_{isco} > 0$ برقرار است) محاسبه و نتایج را در شکل ۱ رسم کرده‌ایم. برای مقایسه، نتایج مربوط به قرص برافزایشی پیرامون سیاهچاله شوارتس شیلد نیز رسم شده است. همان طور که شکل نشان می‌دهد، سرعت زاویه‌ای، انرژی و تکانه زاویه‌ای مشخصه در هندسه کرمچاله پلی‌تروپیک نسبت به هندسه شوارتس شیلد مقادیر کمتری دارند. پتانسیل مؤثر نیز با رابطه زیر داده می‌شود:



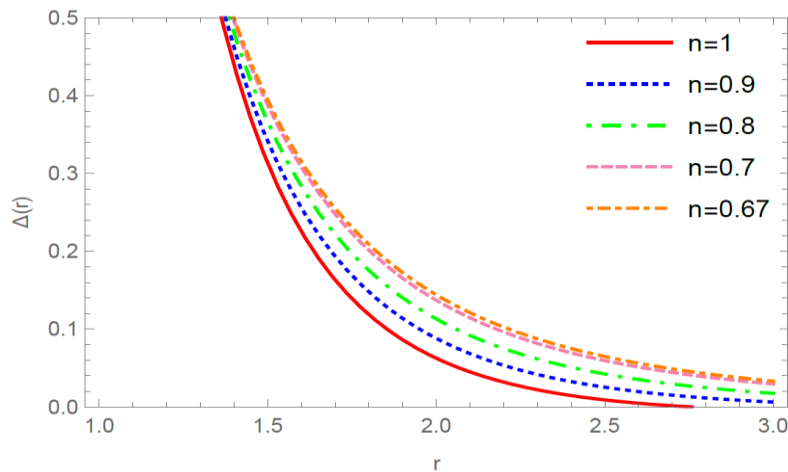
شکل ۱. (الف) پتانسیل مؤثر $V_{eff}(r)$ ، (ب) سرعت زاویه‌ای $\Omega(r)$ ، (ج) تکانه زاویه‌ای مشخصه $\tilde{L}(r)$ و (د) انرژی مشخصه $\tilde{E}(r)$ مربوط به کرمچاله پلی تروپیک به صورت تابعی از مختصه شعاعی r برای مقادیر مختلف از پارامتر n در هر نمودار، منحنی قرمز رنگ مربوط به سیاهچاله شوارتس شیلد است.



شکل ۲. (الف) شار انرژی تابشی $\mathcal{F}(r)$ و (ب) دمای $T(r)$ ، شکل ب، مربوط به قرص برافزایشی پیرامون کرمچاله پلی تروپیک با نرخ برافزایش $2 \times 10^{-6} M_{\odot} yr^{-1}$ برای مقادیر مختلف از پارامتر n . در هر نمودار، منحنی قرمز رنگ مربوط به سیاهچاله شوارتس شیلد است.

جدول ۱. شعاع لبه داخلی r_{isco} قرص برافزایشی و بازده تابشی ϵ برای کرمچاله ایستای پلی تروپیک.

n	r_{isco} / r_g	ϵ
۰/۶۷	۱/۰۱۱۲	۰/۳۵۹۶
۰/۷	۱/۱۱۱۷	۰/۳۳۲۱
۰/۸	۱/۴۳۲۸	۰/۲۵۳۱
۰/۹	۱/۷۲۸۴	۰/۱۹۰۹
۱ کرمچاله TWH [۴۹]	۲	۰/۱۴۲۲
شوارتس شیلد [۳۵]	۶	۰/۰۵۷۲



شکل ۳. رفتار تابع ناهمسانگردی به صورت تابعی از مختصه شعاعی r برای مقادیر مختلف n .

ایسکو) برای هندسه کرمچاله را نیز به دست آوردیم و دریافتیم که شعاع ایسکو در هندسه کرمچاله پلی تروپیک در مقایسه با شعاع ایسکو در کرمچاله TWH و در فضا-زمان شوارتس شیلد کوچک تر است. همچنین با استفاده از شعاع ایسکو، بازده تبدیل جرم سکون به انرژی تابشی را به دست آوردیم و دریافتیم که هندسه کرمچاله پلی تروپیک نسبت به کرمچاله TWH و سیاهچاله شوارتس شیلد درخشنده تر و پر بازده تر است. بنابراین مشاهدات اختزینی طیف تابشی قرص های برافزایشی می تواند امکان تمایز هندسه کرمچاله از حل سیاهچاله شوارتس شیلد را برای ما فراهم کند.

که در حالت های $p_t > p_r$ و $p_t < p_r$ به ترتیب از نوع نیروی دافعه و جاذبه است. همچنین مقدار این پارامتر در حالت خاص همسانگردی، $p_t = p_r$ ، برابر با صفر است [۶۳].

۳. نتیجه گیری

در این مقاله، فرایند برافزایش قرص های نازک در هندسه کرمچاله پلی تروپیک را با استفاده از مدل نوبکو-تورن مطالعه کردیم و ویژگی های الکترومغناطیسی آن همچون شار انرژی گسیل شده و توزیع دمای سطح قرص را به طور عددی به دست آوردیم. شعاع داخلی ترین مدار دایره ای پایدار (شعاع

مراجع

31. M Amir, K Jusufi, A Banerjee, and S Hansraj, *Class. Quant. Grav.* **36** (2019) 215007.
32. N I Shakura and R A Sunyaev, *Astron. Astrophys* **24** (1973) 33.
33. I D Novikov and K S Thorne, in “*Black Holes*”, ed. C. DeWitt and B. DeWitt, Gordon and Breach, New York (1973).
34. D N Page and K S Thorne, *Astrophys. J.* **191** (1974) 499.
35. K S Thorne, *Astrophys. J.* **191** (1974) 507.
36. C S J Pun, Z. Kovacs, and T Harko, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 024043.
37. K V Staykov, D D Doneva, and S S Yazadjiev, *JCAP* **2016** (2016) 061.
38. D Perez, F G L Armengol and G E Romero, *Phys. Rev. D* **95** (2017) 104047.
39. R Kh. Karimov, R N Izmailov, A Bhattacharya, and K K Nandi, *Eur. Phys. J. C* **78** (2018) 788.
40. M Heydari-Fard, M Heydari-Fard, and H. R. Sepangi, *Eur. Phys. J. C* **80** (2020) 351.
41. S Chen and J Jing, *Phys. Lett. B* **704** (2011) 641.
42. C S J Pun, Z. Kovacs, and T Harko, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 084015.
43. M Heydari-Fard, *Class. Quant. Grav.* **27** (2010) 235004.
44. Y F Yuan, R. Narayan and M. J. Rees, *Astrophys. J.* **606** (2004) 1112.
45. Z Kovacs, K S Cheng and T Harko, *Astron. Astrophys* **500** (2009) 621.
46. F S Guzman, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 021501.
47. Z Kovacs and T Harco, *Phys. Rev. D* **82** (2010) 124047.
48. P S Joshi, D Malafarina, and R Narayan, *Class. Quant. Grav.* **31** (2014) 015002.
49. T Harco, Z Kovacs, and F S N Lobo, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 084005.
50. T Harco, Z Kovacs, and F S N Lobo, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 064001.
51. M Zhou, A Cardenas-Avendano, C Bambi, B Kleihaus, and J Kunz *Phys. Rev. D* **94** (2016) 024036.
52. C Bambi, *Phys. Rev. D* **87** (2013)084039; *ibid* **87** (2013) 107501.
53. S O Alexeyev, K A Rannu, and D V Gareeva, *JETP* **113** (2011) 628.
54. R Kh Karimov, R N Izmailov, and K K Nandi, *Eur. Phys. J. C* **79** (2019) 952.
55. N Riazi, S S Hashemi, S N Sajadi, and S Assyaaee, *Can. J. Phys.* **94** (2016) 1093.
56. C Bambi, “*Black Holes: A Laboratory for Testing Strong Gravity*”, Springer, Singapore (2017).
57. S Chandrasekhar, “*An Introduction to the Study of Stellar Structure*”, University of Chicago, Chicago, (1939).
58. S L Shapiro and S A Teukolsky, “*Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars*”, John Wiley and
1. M S Morris and K S Thorne, *Amer. J. Phys* **56** (1988) 395.
2. M S Morris, K S Thorne and U Yurtsever, *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 1446.
3. I D Novikov, *JETP* **95** (1989) 769.
4. J P S Lemos, F S N Lobo, and S Q de Oliveira, *Phys. Rev. D* **68** (2003) 064004
5. S Kar and D Sahdev, *Phys. Rev. D* **53** (1996) 722.
6. S N Sajadi and N Riazi, *Prog. Theor. Phys* **126** (2011) 753.
7. S H Mazharimousavi and M Halilsoy, *Mod. Phys. Lett. A* **31** (2016) 1650192.
8. G C Samanta and N Godani, *Eur. Phys. J. C* **79** (2019) 623.
9. H Maeda and M Nozawa, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 024005.
10. P Kanti, B Kleihaus and J Kunz, *Phys. Rev. Lett* **107** (2011) 271101.
11. M R Mehdizadeh, M K Zangeneh and F S N Lobo, *Phys. Rev. D* **91** (2015) 084004.
12. J Matulich and R Troncoso, *JHEP* **1110** (2011) 118.
13. M H Dehghani and M R Mehdizadeh, *Phys. Rev. D* **85** (2012) 024024.
14. M R Mehdizadeh and A H Ziaie, *Phys. Rev. D* **99** (2019) 064033.
15. R. Shaikh, *Phys. Rev. D* **98** (2018) 064033.
16. E Poisson and M Visser, *Phys. Rev. D* **52** (1995) 7318.
17. C Armendariz-Picon, *Phys. Rev. D* **65** (2002) 104010.
18. K A Bronnikov, L N Lipatova, I D Novikov and A A Shatskiy, *Grav. Cosmol* **19** (2013) 269.
19. J A Gonzalez, F S Guzman and O Sarbach, *Class. Quant. Grav* **26** (2009) 015010.
20. K A Bronnikov, R A Konoplya, and A Zhidenko, *Phys. Rev. D* **86** (2012) 024028.
21. M A Cuyubamba, R A Konoplya, and A Zhidenko, *Phys. Rev. D* **98** (2018) 044040.
22. V Cardoso, E Franzin and P Pani, *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 171101.
23. R A Konoplya and A Zhidenko, *JCAP* **12** (2016) 043.
24. K K Nandi, R N Izmailov, A A Yanbekov and A A Shayakhmetov, *Phys. Rev. D* **95** (2017) 104011.
25. S N Sajadi and N Riazi, *Can. J. Phys.* (2020), <http://doi.org/10.1139/cjp-2019-0524>.
26. K Jusufi and A Ovgun, *Phys. Rev. D* **97** (2018) 024042.
27. R Shaikh, P Banerjee, S Paul and T Sarkar, *Phys. Lett. B* **789** (2019) 270.
28. P G Nedkova, V K Tinchev, and S S Yazadjiev, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 124019.
29. A Abdujabbarov, B Juraev, B Ahmedov, and Z Stuchlik, *Astrophys. Space. Sci.* **361** (2016) 226.
30. G Gyulchev, P Nedkova, V Tinchev, and S Yazadjiev, *Eur. Phys. J. C* **78** (2018) 544.

- Rakib, *Eur. Phys. J. C* **67** (2010) 513.
62. L Herrera and W Barreto, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 084022.
63. F S N Lobo, *Phys. Rev. D* **75** (2007) 024023.
- Sons, New York, (1983).
59. R Kippenhahn and A Weigert, “*Stellar Structure and Evolution*”, Springer Verlag, Berlin(1990).
60. A Kovetz, *Astrophys. J.* **154** (1968) 999.
61. M Jamil, P K F Kuhfittig, F Rahaman, and Sk A